

تقدم سلسلة رفعة

المهارات الأساسية الفاقد التعليمي

تقييم

علاج

تشخيص

رياضيات 5 للصف الثالث ثانوي

تصميم الكتاب:

أمل المزروعى

التنسيق :

خولة العمرانى

تأليف:

هند على العدينى

خولة حميد العمرانى

عبدالكريم على الجربوع

أ/ هند علي العديني - أ/ خوله حميد العمراني - أ/ عبد الكريم الجربوع

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر

سلسلة رفعة المهارات الأساسية (الفاقد التعليمي) للصف الثالث ثانوي
(رياضيات 5)

رقم الإيداع ١١٨٩ / ١٤٤٣ تاريخ ٣٠ / ٠١ / ١٤٤٣

ردمك ٩٧٨-٦٠٣-٠٣-٩٠٤٩-٦

بسم الله الرحمن الرحيم

المقدمة

الحمد لله و الصلاة و السلام على نبينا محمد و على آله وصحبه أجمعين ، أما بعد :

نبذة تعريفية لمجموعة رفاة الرياضيات

هي مجموعة تدار من قبل معلمي ومعلمات الرياضيات من جميع أنحاء المملكة وهي قائمة على التطوير المهني لجميع المعلمين و المعلمات ، و ابتكار الأفكار الإبداعية للتعليم العام ، و الإنتاج الموثق لكل ما يخص الرياضيات و التعليم العام .

بهدف التسهيل و التيسير لمادة الرياضيات ، تقدم مجموعة رفاة بين أيديكم هذا العمل

ضمن " سلسلة كتب رفاة " و تتميز هذه الكتب بما يلي :

- المهارات الأساسية للمنهج .
- اختبارات (تشخيصية - اختبار المهارات الأساسية - اختبار معالجة فاقد المهارات الأساسية) .
- تطبيقات على المهارات .
- اثراءات .

و نطمح من خلاله من خلاله تسهيل معالجة الفاقد التعليمي في المهارات الأساسية ...

لتوفير جهود معلمينا و معلماتنا الأفاضل .

و الله ولي التوفيق

الفصل الأول



إجراءات



Forms



اختبار المهارات
الفاقد



اختبار
تشخيصي



اختبار
تشخيصي

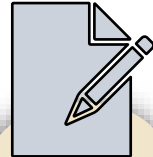


المهارات

الفصل الثاني



إجراءات



Forms



اختبار المهارات
الفاقد



اختبار
تشخيصي



اختبار
تشخيصي

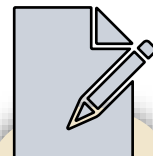


المهارات

الفصل الثالث



إجراءات



Forms



اختبار المهارات
الفاقد



اختبار
تشخيصي



اختبار
تشخيصي



المهارات

الفصل الرابع



إجراءات



Forms



اختبار المهارات
الفاقد



اختبار
تشخيصي



اختبار
تشخيصي



المهارات

الفصل الأول

تحليل الدوال

تطبيقات

اختبارات

مهارات

المهارات الأساسية الفصل الأول (تحليل الدوال)


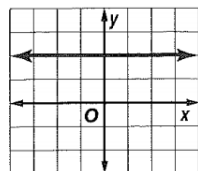
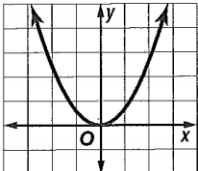
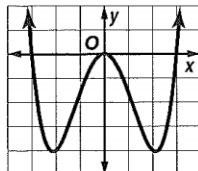
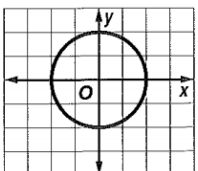
المهارة	الدروس
1 استخدام الصفة المميزة لوصف مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية .	الدوال
2 إيجاد مجال الدوال .	
3 إيجاد قيمة دالة متعددة التعريف عند قيمة معطاة .	
4 تحديد الفترة الحقيقية التي تمثل مجال دالة حقيقية، بمعلومية تمثيلها البياني وإيجاد مقطعها y وأصفارها .	تحليل التمثيلات البيانية للدوال والعلاقات
5 تصنيف الدالة من حيث كونها زوجية أو فردية، بمعلومية قاعدة الدالة أو تمثيلها البياني	
6 استعمال النهايات للتحقق من اتصال دالة وتطبيق نظرية القيمة المتوسطة على الدوال المتصلة .	الاتصال والنهايات
7 استعمال الرمز $-\infty$ ، ∞ لوصف سلوك طرفي التمثيل البياني للدالة .	
8 تحديد فترات التزايد والتناقص والقيمة العظمى أو الصغرى المحلية أو المطلقة لدالة بمعلومية تمثيلها البياني .	القيم القصوى و متوسط معدل التغير
9 إيجاد متوسط معدل تغير الدالة والسرعة المتوسطة على فترة .	
10 تمييز الدوال الرئيسية والتحويلات الهندسية عليها .	الدوال الرئيسية و التحويلات الهندسية
11 إجراء العمليات على الدوال وتحديد مجال ناتجها .	العمليات على الدوال وتركيب دالتين
12 إيجاد تركيب الدوال .	
13 إيجاد الدالة العكسية جبرياً وبيانياً .	العلاقات و الدوال العكسية

اختبار تشخيصي الفصل الأول (تحليل الدوال)

الصف :

اسم الطالب/ة :

اختر الإجابة الصحيحة

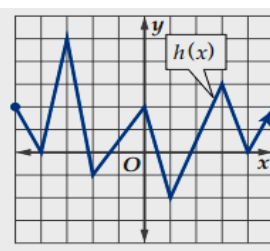
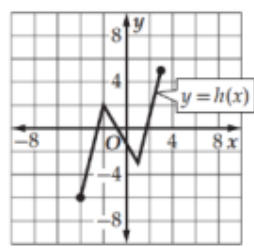
اختر الإجابة الصحيحة								
التمثيل البياني المقابل يمثل المتباينة								1
								
أ	$x < 9$	ب	$x > 9$	ج	$x \leq 9$	د	$x \geq 9$	2
حل المعادلة $y - 2x = 3$ بالنسبة لـ y هو :								
أ	$y = 3 - 2x$	ب	$y = -2x - 3$	ج	$y = 2x - 3$	د	$y = 2x + 3$	3
العدد $\sqrt{5}$ ينتمي لأي من المجموعات الآتية								
أ	Q	ب	N	ج	W	د	I	4
أي العلاقات التالية لا تمثل دالة :								
أ		ب		ج		د		5
إذا كانت $f(x) = -3x - 5$ فإن $f(-1)$ يساوي :								
أ	-9	ب	-8	ج	-2	د	2	6
مجال الدالة $f(x) = \sqrt{x - 4}$								
أ	$x \geq 4$	ب	$x \leq 4$	ج	$x > 4$	د	$x \geq 0$	7
إذا كان $f(x) = x^2 + 5x + 2$, $g(x) = 3x - 2$ فإن $(f + g)(x)$ تساوي								
أ	$x^2 + 8x$	ب	$x^2 + 8x - 4$	ج	$x^2 + 8x + 4$	د	$x^2 + 3x$	8
إذا كان $f(x) = 2x - 5$, $g(x) = 4x$ فإن $[g \circ f](x)$ تساوي								
أ	$8x + 20$	ب	$8x - 20$	ج	$8x + 5$	د	$8x - 5$	9
إذا كانت $f(x) = 3x - 7$ فإن $f^{-1}(x)$ تساوي								
أ	$-3x + 7$	ب	$3x + 7$	ج	$\frac{x + 7}{3}$	د	$\frac{x - 7}{3}$	

اختبار المهارات الأساسية الفصل الأول (تحليل الدوال)

الصف :

اسم الطالب/ة :

اختر الإجابة الصحيحة :

المجموعة { 0، 1، 2، 3، } يعبر عنها بالصفة المميزة كالتالي :							
أ	$\{x \mid x < 3, x \in R\}$	ب	$\{x \mid x \leq 3, x \in W\}$				
ج	$\{x \mid x < 3, x \in Z\}$	د	$\{x \mid x \leq 3, x \in Z\}$				
2 مجال الدالة $f(x) = \frac{\sqrt{2x-3}}{x-5}$							
أ	$[\frac{3}{2}, \infty)$	ب	$R - \{5\}$	ج	$R - \{\frac{3}{2}\}$	د	$[\frac{3}{2}, \infty) - \{5\}$
3 إذا كانت : $g(x) = \begin{cases} -4x + 3 & , x < 3 \\ x^3 & , 3 \leq x \leq 8 \\ 3x^2 + 1 & , x > 8 \end{cases}$ فإن : $g(-5) =$							
أ	-125	ب	-17	ج	23	د	76
4 مجال الدالة الممثلة في الشكل المقابل هو							
							
أ	$[-5, 5]$	ب	$[-2, 5]$	ج	$[-5, \infty)$	د	$[-2, \infty)$
5 مدى الدالة الممثلة في الشكل المقابل هو							
							
أ	$[-4, 3]$	ب	$[-8, 5]$	ج	$[-3, 5]$	د	$[-6, 5]$

اختبار المهارات الأساسية الفصل الأول (تحليل الدوال)



تطوير - إنتاج - توثيق

اسم الطالب/ة :

الصف :

اختر الإجابة الصحيحة :

أصفار الدالة $f(x) = -\frac{2}{3}x - 12$ يساوي

6

18

د

12

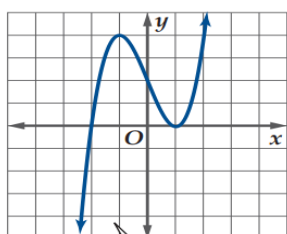
ج

- 12

ب

- 18

أ



$$f(x) = x^3 - 3x + 2$$

المقطع y للدالة الممثلة في الشكل المقابل هي :

7

2

د

1

ج

0

ب

- 2

أ

الدالة $f(x) = x^4 + 6x^2 + 5$

8

ليست زوجية
و ليست فردية

د

زوجية وفردية
معاً

ج

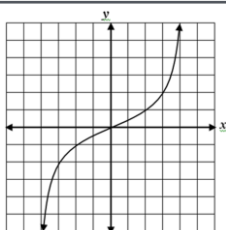
فردية

ب

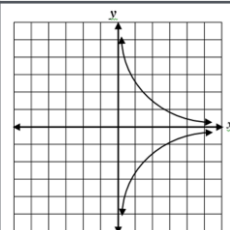
زوجية

أ

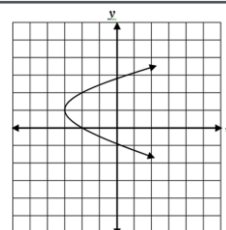
المنحنى المتمثل حول نقطة الأصل في المنحنيات التالية هو



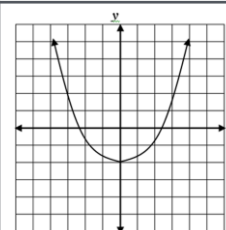
د



ج

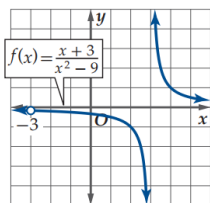


ب



أ

9



التمثيل البياني في الشكل المقابل يمثل دالة

10

غير متصلة
عند $x = 3$
عدم اتصال
لانهائي

د

غير متصلة
عند $x = 3$
عدم اتصال
قابل للإزالة

ج

غير متصلة
عند $x = 3$
عدم اتصال
قفزي

ب

متصلة عند
 $x = 3$

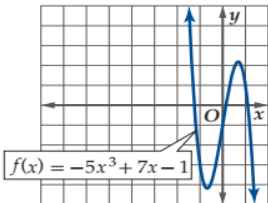
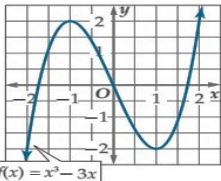
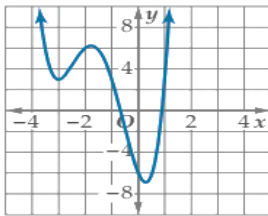
أ

اختبار المهارات الأساسية الفصل الأول (تحليل الدوال)

الصف :

اسم الطالب/ة :

اختر الإجابة الصحيحة :

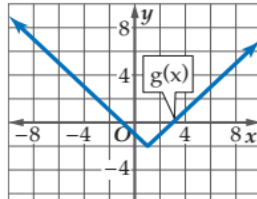
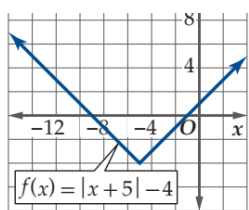
أي الدوال التالية لها عدم اتصال قابل للإزالة عند $x = 2$								11
$f(x) = \sqrt{x-2}$	د	$f(x) = \frac{x^2-4}{x+2}$	ج	$f(x) = \frac{x^2+4}{x-2}$	ب	$f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$	أ	
<div></div> <div>أي مما يلي يصف سلوك طرفي التمثيل البياني للدالة الممثلة بالشكل المقابل</div>								12
$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$		ب	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$		أ			
$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$		د	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$		ج			
<div></div> <div>الفترة التي تتناقص فيها الدالة الممثلة في الشكل المقابل هي</div>								13
$(-2, 2)$	د	$(-1, 1)$	ج	$(1, \infty)$	ب	$(-\infty, -1)$	أ	
<div></div> <div>القيمة الصغرى المطلقة للدالة الممثلة بالشكل المجاور تساوي تقريباً</div>								14
غير موجودة	د	6	ج	3	ب	-7	أ	
متوسط معدل التغير للدالة $f(x) = x^2 - 3x - 4$ في الفترة $[3, 5]$								15
6	د	5	ج	4	ب	3	أ	
قذف صاروخ من سطح الأرض للأعلى وكانت معادلت حركته $h(t) = -16t^2 + 72t$ حيث t الزمن بالثواني فإن سرعته المتوسطة خلال الثانيتين الأولى من انطلاقه تساوي								16
80	د	40	ج	2	ب	-40	أ	

اختبار المهارات الأساسية الفصل الأول (تحليل الدوال)

الصف :

اسم الطالب/ة :

اختر الإجابة الصحيحة :

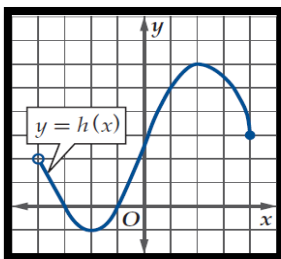
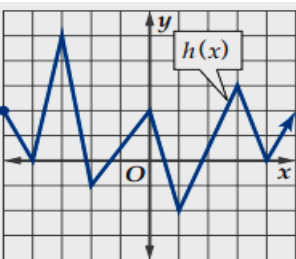
إذا كان منحنى $g(x)$ ينتج من منحنى الدالة $f(x) = \sqrt{x}$ بانسحاب وحدتين لليسار ثم انعكاس حول محور x ثم انسحاب ثلاث وحدات إلى الأسفل فأى مما يلي يمثل الدالة $g(x)$								17
أ	$g(x) = \sqrt{-x+2} - 3$	ب	$g(x) = -\sqrt{x+2} - 3$					
ج	$g(x) = -\sqrt{x-2} + 3$	د	$g(x) = \sqrt{x+2} - 3$					
<div></div>								18
أ	$g(x) = x+2 - 1$	ب	$g(x) = x-2 + 1$					
ج	$g(x) = x+1 - 2$	د	$g(x) = x-1 - 2$					
إذا كان $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = x^2 - 4$ فإن مجال $(f+g)(x)$								19
أ	R	ب	$R - \{-2, 2\}$	ج	$[0, \infty)$	د	$(-2, 2)$	
يمكن كتابة الدالة $h(x) = [f \circ g](x) = 4x+8 - 9$ كتركيب الدالتين								20
أ	$f(x) = x $, $g(x) = 4x+8$	ب	$f(x) = x $, $g(x) = 4x-1$					
ج	$f(x) = x - 9$, $g(x) = 4x+8$	د	$f(x) = 4x+8$, $g(x) = x - 9$					
<div></div>								21
أ	R	ب	$[-5, \infty)$	ج	$R - \{-3\}$	د	$[-9, -1]$	

اختبار معالجة الفاقد في المهارات الأساسية
الفصل الأول (تحليل الدوال)

الصف :

اسم الطالب/ة :

اختر الإجابة الصحيحة :

المجموعة { 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، } يعبر عنها بالصفة المميزة كالتالي :							
1	أ	$\{x \mid x \geq 0 , x \in W\}$	ب	$\{x \mid x > 0 , x \in W\}$			
	ج	$\{x \mid x > 1 , x \in W\}$	د	$\{x \mid x \leq 1 , x \in W\}$			
2	$f(x) = \frac{x-3}{2x-5}$ مجال الدالة						
	أ	R	ب	$R - \{2\}$	ج	$R - \left\{\frac{5}{2}\right\}$	د
3	$f(x) = \begin{cases} 4x , & x < -2 \\ x^3 - 1 & x \geq -2 \end{cases}$ إذا كانت : فإن $f(-2) =$						
	أ	- 9	ب	- 8	ج	8	د
4	مجال الدالة الممثلة في الشكل المقابل هو						
							
5	مدى الدالة الممثلة في الشكل المقابل هو						
							
	أ	$[-5, \infty)$	ب	$[-2, 5]$	ج	$[-2, 3]$	د

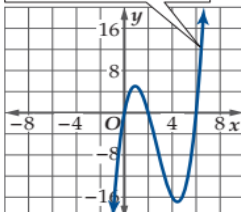
اختبار معالجة الفاقد في المهارات الأساسية الفصل الأول (تحليل الدوال)

الصف :

اسم الطالب/ة :

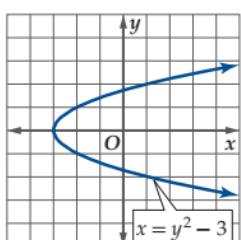
اختر الإجابة الصحيحة :

المقطع y للدالة : $f(x) = x^2 + 6x + 5$ يساوي								6
أ	5	ب	0	ج	-1	د	-5	

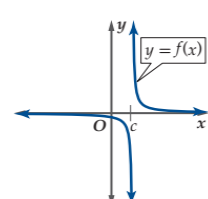
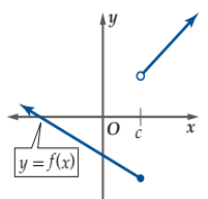
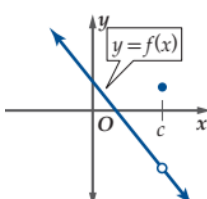
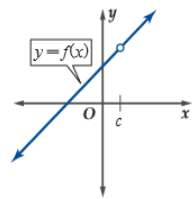
أصفار الدالة الممثلة في الشكل المقابل هي :								7
<div><div>$f(x) = x^3 - 8x^2 + 12x$</div></div>								

أ	0, 1, 5	ب	0, 2, 6	ج	0, 8, -8	د	لا يوجد
---	---------	---	---------	---	----------	---	---------

الدالة $f(x) = x^3 + 6x + 5$								8
أ	زوجية	ب	فردية	ج	زوجية وفردية معاً	د	ليست زوجية وليست فردية	

المنحنى الممثل في الشكل المقابل متماثل حول								9
<div></div>								

أ	محور x	ب	محور y	ج	نقطة الأصل	د	المستقيم $y = x$
---	----------	---	----------	---	------------	---	------------------

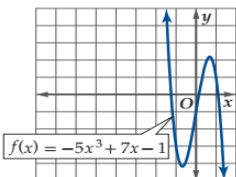
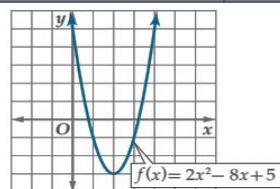
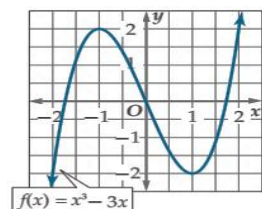
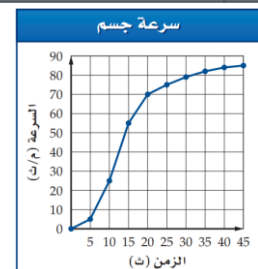
التمثيل البياني الذي يمثل عدم اتصال قفزي عند $x = c$								10
أ		ب		ج		د		

اختبار معالجة الفاقد في المهارات الأساسية الفصل الأول (تحليل الدوال)

اسم الطالب/ة :

الصف :

اختر الإجابة الصحيحة :

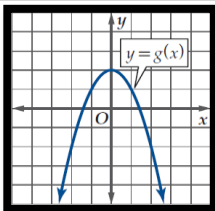
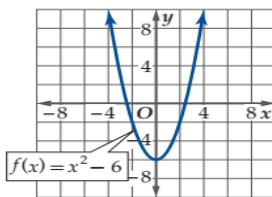
عند دراسة اتصال الدالة $f(x) = \frac{1}{x-3}$ عند $x = 3$								11
أ	متصلة	ب	غير متصلة ونوع عدم الاتصال قفزي	ج	غير متصلة ونوع عدم الاتصال نقطي	د	غير متصلة ونوع عدم الاتصال لانهائي	
اعتماداً على التمثيل البياني للدالة فإن $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ يساوي								12
								
أ	0	ب	∞	ج	$-\infty$	د	غير موجودة	
الفترة التي تتزايد فيها الدالة الممثلة في الشكل المقابل هي								13
								
أ	$(-\infty, 2)$	ب	$(2, \infty)$	ج	$(-3, \infty)$	د	$(-\infty, -3)$	
القيمة الصغرى المطلقة للدالة الممثلة بالشكل المجاور تساوي تقريباً								14
								
أ	-2	ب	-1	ج	2	د	غير موجودة	
اعتماداً على الشكل المقابل متوسط معدل التغير في الفترة $[5, 15]$								15
								
أ	5	ب	10	ج	15	د	55	

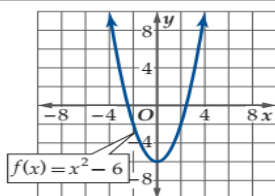
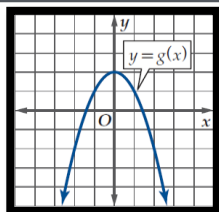
اختبار معالجة الفاقد في المهارات الأساسية الفصل الأول (تحليل الدوال)

الصف :

اسم الطالب/ة :

اختر الإجابة الصحيحة :

ما الدالة الناتجة عن إجراء التحويلات الهندسية التالية : تضيق أفقي معاملته 2 ، توسع رأسي معاملته 3 وانعكاس حول المحور y على الدالة الرئيسة $f(x) = \sqrt{x}$								
أ	$g(x) = -2\sqrt{3x}$	ب	$g(x) = -3\sqrt{2x}$	16				
ج	$g(x) = 3\sqrt{-2x}$	د	$g(x) = 2\sqrt{-3x}$					
				باستخدام الدالة الأم $f(x) = x^2$ أي الدوال التالية يمثلها التمثيل البياني المجاور				17
أ	$g(x) = -x^2 - 2$	ب	$g(x) = -x^2 + 2$					
ج	$g(x) = x^2 - 2$	د	$g(x) = x^2 + 2$					
إذا كان $f(x) = \sqrt{x}$ ، $g(x) = x^2 - 4$ فإن مجال $(\frac{f}{g})(x)$								18
أ	$[0, \infty)$	ب	$R - \{-2, 2\}$	ج	$(0, \infty)$	د	$[0, \infty) - \{2\}$	
يمكن كتابة الدالة $h(x) = [f \circ g](x) = \sqrt{2x - 5} - 1$ كتركيب الدالتين								19
أ	$f(x) = \sqrt{x}$ ، $g(x) = 2x - 5$	ب	$f(x) = \sqrt{x}$ ، $g(x) = x - 5$					
ج	$f(x) = \sqrt{x} - 1$ ، $g(x) = 2x - 5$	د	$f(x) = \sqrt{x} - 1$ ، $g(x) = x - 5$					
				يكون للدالة الممثلة بالشكل المجاور دالة عكسية إذا كان مجالها				20
أ	R	ب	$[0, \infty)$	ج	$R - \{0\}$	د	$[-2, 2]$	




يكون للدالة الممثلة بالشكل المجاور دالة عكسية إذا كان مجالها

الإجراءات الفصل الأول (تحليل الدوال)

المهارة	الباركود	الرابط
استخدام الصفة المميزة لوصف مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية .		
إيجاد مجال الدوال .		
إيجاد قيمة دالة متعددة التعريف عند قيمة معطاة		
تحديد الفترة الحقيقية التي تمثل مجال دالة حقيقية، بمعلومية تمثيلها البياني وإيجاد وأصفارها ومقطعها y		
تصنيف الدالة من حيث كونها زوجية أو فردية، بمعلومية قاعدة الدالة أو تمثيلها البياني		
استعمال النهايات للتحقق من اتصال دالة وتطبيق نظرية القيمة المتوسطة على الدوال المتصلة		

الإثراءات
الفصل الأول (تحليل الدوال)

المهارة	الباركود	الرابط
استعمال الرمز $-\infty$ ، $+\infty$ لوصف سلوك طرفي التمثيل البياني للدالة .		
تحديد فترات التزايد والتناقص والقيمة العظمى أو الصغرى المحلية أو المطلقة للدالة بمعلومية تمثيلها البياني .		
إيجاد متوسط معدل تغير الدالة والسرعة المتوسطة على فترة .		
تمييز الدوال الرئيسية والتحويلات الهندسية عليها .		
إجراء العمليات على الدوال و تحديد مجال ناتجها .		
إيجاد تركيب دالتين .		
إيجاد الدالة العكسية جبرياً و بيانياً .		

تطبيقات الفصل الأول (تحليل الدوال)

المهارة :
استخدام الصفة المميزة لوصف مجموعة جزئية من
مجموعة الأعداد الحقيقية .

مثال :

**اكتب كل مجموعة مما يلي باستخدام الصفة المميزة و الفترات الحقيقية
أن أمكن :**

$$1) \quad x > 50$$

الصفة المميزة : $\{ x | x > 50, x \in R \}$

الفترات الحقيقية : $(50, \infty)$

$$2) \quad \{ -3, -2, -1, \dots \dots \}$$

الصفة المميزة : $\{ x | x \geq -3, x \in Z \}$

الفترات الحقيقية : لا يمكن

تطبيقات الفصل الأول (تحليل الدوال)

المهارة :
إيجاد مجال الدوال .

مثال :

حدد مجال كل من الدوال الآتية:

$$1) f(x) = \frac{4x + 6}{x^2 + 3x + 2}$$

الدالة معرفة بشرط أن المقام لا يساوي الصفر لذلك نوجد أصفار المقام

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$(x + 1)(x + 2) = 0$$

$$x = -1$$

$$x = -2$$

$$\text{المجال} = (-\infty, -2) \cup (-2, -1) \cup (-1, \infty) = R - \{-1, -2\}$$

$$2) g(a) = \sqrt{2 - a^2}$$

الدالة معرفة بشرط ما تحت الجذر أكبر من أو يساوي الصفر

$$\sqrt{2 - a^2} \geq 0$$

$$2 - a^2 \geq 0$$

$$-a^2 \geq -2$$

$$a^2 \leq 2 \Rightarrow |a| \leq \sqrt{2}$$

$$-\sqrt{2} \leq a \leq \sqrt{2}$$

$$\text{المجال} = [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$$

تطبيقات الفصل الأول (تحليل الدوال)

المهارة :
إيجاد قيمة دالة متعددة التعريف عند قيمة معطاة

مثال :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & , \quad x \geq 2 \\ 3x + 2 & , \quad x < 2 \end{cases} \quad \text{إذا كانت الدالة}$$

فأوجد كل من :

$$1) f(2)$$

لإيجاد $f(2)$ نعوض في الدالة $f(x) = x^2 + 1$

$$f(2) = (2)^2 + 1 = 4 + 1 = 5$$

$$2) f(-3)$$

لإيجاد $f(-3)$ نعوض في الدالة $f(x) = 3x + 2$

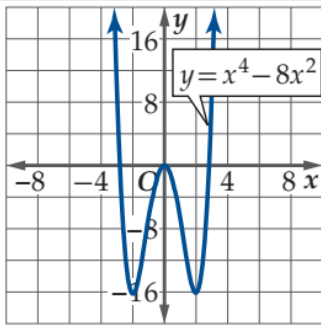
$$f(-3) = 3(-3) + 2 = -9 + 2 = -7$$

تطبيقات الفصل الأول (تحليل الدوال)

المهارة :
تحديد الفترة الحقيقية التي تمثل مجال دالة حقيقية،
بمعلومية تمثيلها البياني وإيجاد مقطعها y وأصفارها

مثال :

(١) استعمل التمثيل البياني المقابل لإيجاد مجال الدالة ومداهما



المجال :

$$D_f = R = (-\infty, \infty)$$

المدى :

$$R_f = [-6, \infty)$$

(٢) استعمل التمثيل البياني المقابل لإيجاد المقطع y والأصفار، ثم تحقق من إجابتك جبرياً.

بيانياً :

المقطع $y = 0$ ؛ الأصفار $\{-1, 0, 2\}$

جبرياً :

لإيجاد المقطع y نضع $x = 0$

$$\Rightarrow y = 0$$

لإيجاد الأصفار نضع $y = 0$

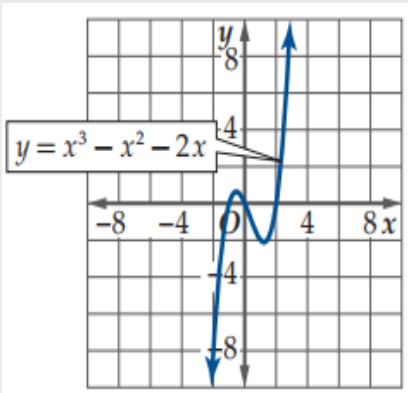
$$x^3 - x^2 - 2x = 0$$

$$x(x^2 - x - 2) = 0$$

$$x(x + 1)(x - 2) = 0$$

$$x - 2 = 0 \text{ أو } x + 1 = 0 \text{ أو } x = 0$$

$$x = 2 \text{ أو } x = -1 \text{ أو } x = 0$$



تطبيقات الفصل الأول (تحليل الدوال)

المهارة :
تصنيف الدالة من حيث كونها زوجية أو فردية، بمعلومية قاعدة الدالة أو تمثيلها البياني

مثال :

بين ما إذا كانت الدالة زوجية أم فردية أم غير ذلك.

$$h(x) = x^5 - 7x^3 \dots\dots\dots (1)$$

$$h(-x) = (-x)^5 - 7(-x)^3$$

$$h(-x) = -x^5 + 7x^3 \dots\dots\dots (2)$$

$$(1) \neq (2) \Rightarrow h(x) \neq h(-x)$$

لذلك الدالة ليست زوجية و غير متناظرة حول محور y

$$-h(x) = -(x^5 - 7x^3)$$

$$-h(x) = -x^5 + 7x^3 \dots\dots\dots (3)$$

$$(2) = (3) \Rightarrow h(-x) = -h(x)$$

إذن الدالة فردية و متناظرة حول نقطة الأصل

تطبيقات الفصل الأول (تحليل الدوال)

المهارة :
استعمال النهايات للتحقق من اتصال دالة و تطبيق نظرية
القيمة المتوسطة على الدوال المتصلة

مثال :

حدد ما إذا كانت الدالة متصلة عند $x = 1$ وإذا كانت غير متصلة

فحدد نوع عدم الاتصال . $h(x) = \frac{x}{x-1}$

$$1) \quad h(1) = \frac{1}{1-1} = \frac{1}{0} \Rightarrow x = 1 \text{ الدالة غير معرفة عند}$$

لذلك الدالة غير متصلة عند $x = 1$

2) حساب النهاية

0.9	0.09	0.009	1	1.001	1.01	1.1
-9	-99	-999	غير معرفة	1001	101	11

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \text{غير موجودة}$$

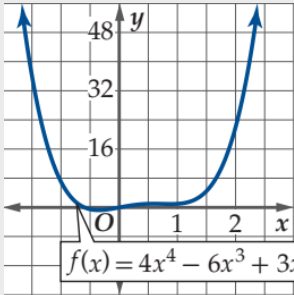
نوع عدم الاتصال لانهائي

تطبيقات الفصل الأول (تحليل الدوال)

المهارة :
استعمال الرمز $-\infty$ ، ∞ لوصف سلوك طرفي التمثيل
البياني للدالة.

مثال :

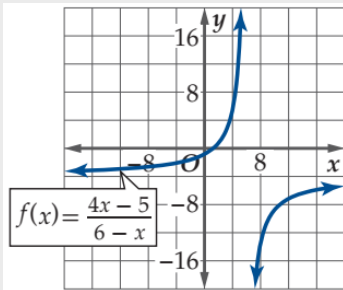
استعمل التمثيل البياني لكل من الدوال التالية لوصف سلوك طرفي التمثيل البياني



يتضح من التمثيل البياني أن

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$$



يتضح من التمثيل البياني أن

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -4$$

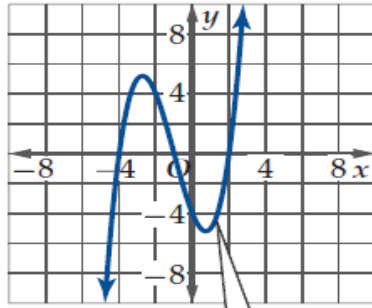
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -4$$

تطبيقات الفصل الأول (تحليل الدوال)

المهارة :
تحديد فترات التزايد والتناقص والقيمة العظمى أو الصغرى المحلية أو المطلقة لدالة بمعلومية تمثيلها البياني.

مثال :

استعمل التمثيل البياني للدالة أدناه لتقدير الفترات التي تكون فيها الدالة متزايدة، أو متناقصة أو ثابتة و القيم العظمى و الصغرى المحلية و القيم القصوى أن وجدت ؟



$$f(x) = 0.5(x + 4)(x + 1)(x - 2)$$

الدالة f تتزايد على $(-\infty, -3)$
ثم تتناقص على $(-3, 1)$
وتتزايد على $(1, \infty)$

القيمة العظمى المحلية تساوي 5 عند $x = -3$

القيمة الصغرى المحلية تساوي -5 عند $x = 1$

لا توجد قيم قصوى مطلقة للدالة

تطبيقات الفصل الأول (تحليل الدوال)

المهارة :
إيجاد متوسط معدل تغير الدالة والسرعة المتوسطة
على فترة.

مثال :

(١) أوجد متوسط معدل التغير لدالة في الفترة المعطاة:

$$f(x) = x^3 - x, [0,3]$$

$$m_{sec} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{24 - 0}{3} = 8$$

(٢) إذا كانت المسافة التي يقطعها جسيم ساقط من مكان مرتفع تعطى بالدالة

$$d(t) = 16t^2 \quad \text{حيث } t \text{ الزمن بالثواني}$$

أوجد السرعة المتوسطة معدل التغير لدالة في الفترة $[0,3]$

$$v_{avg} = \frac{d(t_2) - d(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{d(3) - d(0)}{3 - 0} = \frac{144 - 0}{3} = 48 \text{ ft/s}$$

تطبيقات الفصل الأول (تحليل الدوال)

المهارة :
تمييز الدوال الرئيسية والتحويلات الهندسية عليها.

مثال :

استعمل منحنى الدالة الرئيسية (الأمر) المعطاة لوصف منحنى كل دالة مرتبطة بها
لكل مما يأتي :

$$f(x) = x^2$$

$$y = (0.2 \times)^2(a$$

توسع أفقي

$$y = (x - 5)^2 - 2(b$$

انسحاب 5 وحدات إلى اليمين ووحدين إلى أسفل .

$$y = 3x^2 + 6(c$$

توسع رأسي بمقدار 3 وانسحاب بمقدار 6 وحدات إلى أعلى

تطبيقات الفصل الأول (تحليل الدوال)

المهارة :
إجراء العمليات على الدوال و تحديد مجال ناتجها .

مثال :

أوجد $(f+g)(x)$ ، $(f-g)(x)$ ، $(f.g)(x)$ ، $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ للدالتين $f(x)$ ، $g(x)$ في كل مما يأتي وحدد مجال كل من الدوال الآتية

$$f(x) = \frac{x}{x+1} \quad , \quad g(x) = x^2 - 1$$

$$(f+g)(x) = \frac{x}{x+1} + x^2 - 1$$

المجال : $\{x|x \neq -1, x \in R\}$

$$(f-g)(x) = \frac{x}{x+1} - x^2 + 1$$

المجال : $\{x|x \neq -1, x \in R\}$

$$(f.g)(x) = x^2 - x$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{x}{(x-1)(x+1)^2}$$

المجال : $\{x|x \neq 1, -1, x \in R\}$

تطبيقات الفصل الأول (تحليل الدوال)

المهارة :
إيجاد تركيب الدوال .

مثال :

أوجد $(f \circ g)(x)$ و $(g \circ f)(x)$ للدالتين $f(x)$ ، $g(x)$

$$f(x) = \frac{x}{x+1} \quad , \quad g(x) = x^2 - 1$$

$$(g \circ f)(x) = g[f(x)]$$

$$(f \circ g)(x) = f[g(x)]$$

$$= f[x^2 - 1]$$

$$= \frac{[x^2 - 1]}{[x^2 - 1] + 1}$$

$$= \frac{x^2 - 1}{x^2}$$

$$= g\left[\frac{x}{x-1}\right]$$

$$= \left(\frac{x}{x-1}\right)^2 - 1$$

$$= \frac{x^2}{(x-1)^2} - 1$$

نلاحظ أن عملية التحصيل ليست إبداليتة لأن

$$(f \circ g)(x) \neq (g \circ f)$$

تطبيقات الفصل الأول (تحليل الدوال)

المهارة :
إيجاد الدالة العكسية جبرياً وبيانياً .

مثال :

أوجد الدالة العكسية للدالة : $f(x) = 2x + 1$

$$f(x) = 2x + 1$$

$$y = 2x + 1$$

$$x = 2y + 1$$

$$2y = x - 1$$

$$y = \frac{x - 1}{2}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x - 1}{2}$$

حدد ما إذا كانت كل دالتين مما يأتي دالة عكسية للأخرى، مع ذكر السبب:

$$g(x) = 7x - 11 \quad , \quad h(x) = \frac{1}{7}x + 11$$

$$h(g(x)) = h(7x - 11)$$

$$= \frac{1}{7}(7x - 11) + 11 = x - \frac{11}{7} + 11 \neq x$$

لا . كل من الدالتين ليست دالة عكسية للأخرى.

الفصل الثاني

العلاقات و
الدوال الأسية
و اللوغاريتمية

تطبيقات

اختبارات

مهارات

المهارات الأساسية
الفصل الثاني (العلاقات و الدوال الأسية و اللوغاريتمية)

المهارة	الدرس
1 تمثيل الدالة الأسية	الدوال الأسية
2 تمثيل دوال النمو الأسّي بيانياً	
3 تمثيل دوال الاضمحلال الأسّي بيانياً	
4 حل معادلات أسية	حل المعادلات و المتباينات الأسية
5 حل متباينات أسية	
6 حل مسائل تتضمن نمواً أسياً و اضمحلالاً أسياً	
7 إيجاد قيمة عبارات لوغاريتمية	اللوغاريتمات و الدوال اللوغاريتمية
8 تمثيل دوال لوغاريتمية بيانياً	
9 تطبيق خاصية الضرب و القسمة للدوال اللوغاريتمية	خصائص اللوغاريتمات
10 تبسيط عبارات و إيجاد قيمها باستعمال خصائص اللوغاريتمات.	
11 حل معادلات لوغاريتمية	حل المعادلات والمتباينات اللوغاريتمية
12 حل متباينات لوغاريتمية	
13 حل معادلات و متباينات أسية باستعمال اللوغاريتمات العشرية	اللوغاريتمات العشرية
14 إيجاد قيمة عبارات لوغاريتمية باستعمال صيغة تغيير الأساس	

اختبار تشخيصي
الفصل الثاني (العلاقات و الدوال الاسية و اللوغاريتمية)



الصف :

اسم الطالب/ة :

اختر الإجابة الصحيحة :

تبسيط العبارة $x^3 x^2 x$ هو

أ	ب	ج	د
x^5	x^6	x^7	x^4

1

الدالة العكسية للدالة $f(x) = 2x$ هي

أ	ب	ج	د
$g(x) = \frac{1}{2}x$	$g(x) = \frac{1}{2x}$	$g(x) = -2x$	$g(x) = \frac{-1}{2}x$

2

تبسيط العبارة $\left(\frac{3x^3y}{18x^2y^2}\right)^2$

أ	ب	ج	د
$\frac{x}{6y}$	$\frac{x}{3y}$	$\frac{x^2}{12y^2}$	$\frac{x^2}{36y^2}$

3

عند إجراء انسحاب وحدتين للأعلى للدالة $f(x) = x^2 - 1$ فإن الدالة الناتجة من هذا التحويل الهندسي هي

أ	ب	ج	د
$g(x) = x^2$	$g(x) = (x + 1)^2 - 1$	$g(x) = x^2 + 1$	$g(x) = x^2 + 2$

4

حل المعادلة $2x = 4x - 6$ هو

أ	ب	ج	د
$x = 3$	$x = -3$	$x = 2$	$x = -2$

5

حل المتباينة $\frac{x}{2} \leq 3 - x$ هو

أ	ب	ج	د
$x \geq 2$	$x \leq 2$	$x \geq -2$	$x \leq -2$

6

عند إنطاق المقام $\frac{2x}{\sqrt[3]{x-4}}$ يكون الكسر بالشكل التالي

أ	ب	ج	د
$\frac{2x\sqrt[3]{x-4}}{x-4}$	$\frac{2x\sqrt{x-4}}{x-4}$	$\frac{2x\sqrt[3]{(x-4)2}}{x-4}$	$\frac{2x\sqrt{(x-4)2}}{x-4}$

7

اختبار تشخيصي
الفصل الثاني (العلاقات و الدوال الاسية و اللوغاريتمية)



اسم الطالب/ة :

الصف :

اختر الإجابة الصحيحة :

عند إجراء انعكاس للدالة $f(x) = \sqrt{x}$ حول المحور x فإن الدالة الناتجة عن هذا التحويل هي :								8
أ	$g(x) = \sqrt{-x}$	ب	$g(x) = -\sqrt{x}$	ج	$g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$	د	$g(x) = \frac{-1}{\sqrt{x}}$	
أي من الأعداد التالية لا ينتمي إلى مجال الدالة $f(x) = \sqrt{5-2x}$								9
أ	0	ب	1	ج	2	د	3	
حل المعادلة التالية $\sqrt{x+1} - 2 = 0$ هو								10
أ	3	ب	5	ج	4	د	2	

اختبار المهارات الأساسية
الفصل الثاني (العلاقات والدوال الأسية واللوغاريتمية)



تطوير - إنتاج - توثيق

اسم الطالب/ة :

الصف :

اختر الإجابة الصحيحة :

1	الدالة $f(x) = 4^x - 2$ أسية تقطع محور y عند						
	أ	-2	ب	-1	ج	0	د
2	مدى الدالة $g(x) = 2^x + 1$ هو						
	أ	R^+	ب	R	ج	$(1, \infty)$	د
3	لدينا الدالة $f(x) = 5^x - 1$ ثم تغيرت إلى الدالة $g(x) = 5^{x+1} - 1$ ما هو التحويل الذي أجري على الدالة						
	أ	انسحاب وحدة يسار	ب	انسحاب وحدة يمين	ج	انسحاب وحدة أسفل	د
4	حل المعادلة التالية $2^{x-1} = 32$ هو						
	أ	4	ب	6	ج	5	د
5	حل المتباينة التالية $9^{x-2} > \frac{1}{27}$						
	أ	$x > \frac{1}{2}$	ب	$x < \frac{1}{2}$	ج	$x > \frac{-7}{2}$	د
6	قيمة $\log 0.01 = \dots$						
	أ	2	ب	3	ج	-3	د
7	مدى الدالة $f(x) = \log_2(x) + 1$ هو						
	أ	$[1, \infty)$	ب	$(1, \infty)$	ج	R	د
8	عند إجراء انسحاب وحدتين لليسار للدالة $g(x) = \log(x+1) - 2$ فإنها تصبح						
	أ	$h(x) = \log(x-1) - 2$	ب	$h(x) = \log(x+3) - 2$			
	ج	$h(x) = \log(x+3)$	د	$h(x) = \log(x+1) + 2$			

اختبار المهارات الأساسية
الفصل الثاني (العلاقات والدوال الأسية واللوغاريتمية)



الصف :

اسم الطالب/ة :

اختر الإجابة الصحيحة :

اختر الإجابة الصحيحة :								
حسب خواص اللوغاريتمات $\log \frac{x}{y}$ تساوي								9
$\log x - \log y$	د	$\frac{x}{y}$	ج	$\frac{\log x}{\log y}$	ب	$x - y$	أ	
دون استعمال الآلة الحاسبة احسب قيمة $\log_3 \sqrt{27}$								10
2	د	3	ج	$\frac{3}{2}$	ب	$\frac{2}{3}$	أ	
حل المعادلة التالية $\log_3(x^2 - 3) = \log_3(-2x)$ هو								11
$\{-3, 1\}$	د	\emptyset	ج	-3	ب	1	أ	
حل المتباينة $\log x \geq 2$ هو								12
$x \geq 10$	د	$x \geq 100$	ج	$x \geq 2^{10}$	ب	$x \geq 2$	أ	
حل المعادلة التالية $0.01^x = 100$								13
2	د	1	ج	-1	ب	-2	أ	
عند كتابة $\log_2 5$ بدلالة اللوغاريتم العشري فإنه يكون								14
$\frac{\log 2}{\log 5}$	د	$\frac{\log 5}{\log 2}$	ج	$\log_{10} \frac{5}{2}$	ب	$\log_{10} 5$	أ	
ما حل المتباينة $5^{2x+1} \geq 50$ مقرباً الإجابة لأقرب جزء من عشرة آلاف								15
$\{x x \geq 0\}$			ب	$\{x x \geq 4.5000\}$			أ	
$\{x x \geq 2.4307\}$			د	$\{x x \geq 0.7153\}$			ج	

اختبار معالجة الفاقد في المهارات الأساسية
الفصل الثاني (العلاقات والدوال الأسية واللوغاريتمية)



الصف :

اسم الطالب/ة :

اختر الإجابة الصحيحة :

1	الدالة $f(x) = 2^x + 1$ دالة أسية تقطع المحور y عند						
	أ	0	ب	1	ج	2	د
2	مجال الدالة $h(x) = 3^x - 5$ هو						
	أ	R^+	ب	R	ج	$[-5, \infty)$	د
3	لدينا الدالة $f(x) = 2^x + 3$ ثم تغيرت الى $g(x) = 2^{x-1} + 3$ ما هو التحويل الذي أجري على الدالة $f(x)$						
	أ	انسحاب وحدة للأعلى	ب	انسحاب وحدة لليمين	ج	انسحاب وحدة لليسار	د
4	حل المعادلة التالية $3^{x+2} = 81$						
	أ	4	ب	6	ج	2	د
5	حل المتباينة التالية $4^x > \frac{1}{8}$						
	أ	$\frac{3}{2}$	ب	$\frac{2}{3}$	ج	$\frac{-2}{3}$	د
6	قيمة $\log_3 27 = \dots$						
	أ	27	ب	3	ج	2	د
7	مدى الدالة $g(x) = \log(x - 2) + 3$ هو						
	أ	R^+	ب	R	ج	$[2, \infty)$	د

اختبار معالجة الفاقد في المهارات الأساسية
الفصل الثاني (العلاقات والدوال الأسية واللوغاريتمية)



الصف :

اسم الطالب/ة :

اختر الإجابة الصحيحة :

اختر الإجابة الصحيحة :							
8	عند إجراء انسحاب وحدة اليسار للدالة $f(x) = \log(x) + 1$ فإنها تصبح						
	أ	$g(x) = \log x$	ب	$g(x) = \log(x + 1) + 1$			
	ج	$g(x) = \log(x - 1) + 1$	د	$g(x) = \log(x + 1)$			
9	حسب خواص اللوغاريتمات $\log xy$ تساوي						
	أ	$x + y$	ب	$\log(x) \cdot \log(y)$	ج	xy	د $\log x + \log y$
10	بدون استعمال الآلة الحاسبة احسب $\log \sqrt[3]{10}$						
	أ	2	ب	$\frac{1}{2}$	ج	3	د $\frac{1}{3}$
11	حل المعادلة التالية $\log(x^2 + 2) = \log(-3x)$						
	أ	-1	ب	-2	ج	{-2,-1}	د \emptyset
12	حل المتباينة التالية $\log_3 x \leq 2$						
	أ	$x \leq 2$	ب	$x \leq 8$	ج	$x \leq 9$	د $x \leq 3$
13	حل المعادلة $0.01^x = 10$						
	أ	$-\frac{1}{2}$	ب	-2	ج	2	د $\frac{1}{2}$
14	عند كتابة $\log_3 4$ بدلالة اللوغاريتم العشري فإنه يكون						
	أ	$\log_{10} 4$	ب	$\log_{10} \frac{4}{3}$	ج	$\frac{\log 4}{\log 3}$	د $\frac{\log 3}{\log 4}$
15	ما حل المعادلة $6^{3n} = 43^{5n-4}$ مقرباً الإجابة لأقرب جزء من عشرة آلاف						
	أ	1.1202	ب	-1.9005	ج	-0.2800	د 2.1418

الإثراءات
الفصل الثالث (المتطابقات والمعادلات المثلثية)

المهارة	الباركود	الرابط
تمثيل الدالة الأسية		
تمثيل دوال النمو الأسّي بيانيا		
تمثيل دوال الاضمحلال الأسّي بيانيا		
حل معادلات أسية		
حل متباينات أسية		

الإجراءات
الفصل الثالث (المتطابقات والمعادلات المثلثية)

المهارة	الباركود	الرابط
حل مسائل تتضمن نمواً أسياً و اضمحلالاً أسياً		
إيجاد قيمة عبارات لوغاريتمية		
تمثيل دوال لوغاريتمية بيانياً		
تطبيق خاصية الضرب و القسمة للدوال اللوغاريتمية		
تبسيط عبارات و إيجاد قيمها باستعمال خصائص اللوغاريتمات.		

الإثراءات
الفصل الثالث (المتطابقات والمعادلات المثلثية)

المهارة	الباركود	الرابط
حل معادلات لوغاريتمية		
حل متباينات لوغاريتمية		
حل معادلات ومتباينات أسية باستعمال اللوغاريتمات العشرية		
إيجاد قيمة عبارات لوغاريتمية باستعمال صيغة تغيير الأساس		

تطبيقات الفصل الثاني (العلاقات والدوال الأسية واللوغاريتمية)

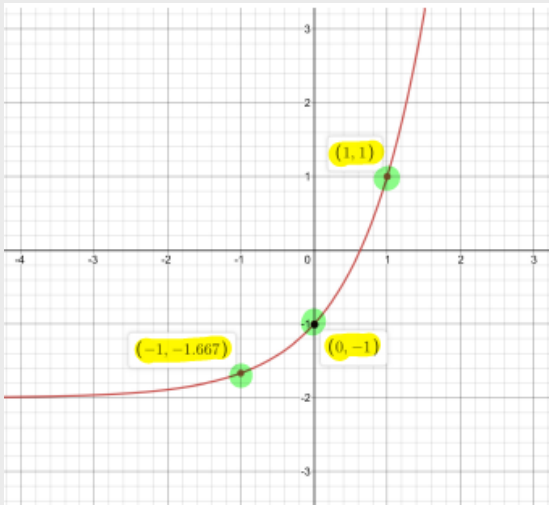
المهارة: تمثيل الدالة النسبية

مثل الدالة $f(x) = 3^x - 2$ وحدد المجال والمدى

نعوض بالنقاط الثلاث التالية :

$$\begin{aligned} * f(-1) &= 3^{-1} - 2 = \frac{1}{3} - 2 = \frac{-5}{3} & (-1, \frac{-5}{3}) \\ * f(0) &= 3^0 - 2 = 1 - 2 = -1 & (0, -1) \\ * f(1) &= 3^1 - 2 = 3 - 2 = 1 & (1, 1) \end{aligned}$$

نحدد هذه النقاط في المستوى الاحداثي ثم نرسم المنحنى



المجال : مجال الدالة الأسية دائما R
المدى : $(-2, \infty)$

تطبيقات

الفصل الثاني (العلاقات والدوال الأسية واللوغاريتمية)

المهارة : حل معادلات أسية

$$\text{حل المعادلة } 3^{2x+1} = 81$$

نسعى في حل المعادلات الأسية لتوحيد الأساس في الطرفين لنتمكن من الحل بسهولة دون اللجوء لطرق أخرى

$$3^{2x+1} = 81$$

$$3^{2x+1} = 3^4$$



$$81 = 3^4$$

$$2x + 1 = 4$$



(خاصية المساواة للدوال الأسية)

$$2x = 3$$



ب طرح 1

$$x = \frac{3}{2}$$



بالقسمة على 2

تطبيقات
الفصل الثاني (العلاقات والدوال الأسية واللوغاريتمية)

المهارة : حل متباينات أسية

حل المتباينة : $2^x \geq \frac{1}{8}$

بنفس طريقة حل المعادلة الأسية

$$2^x \geq \frac{1}{8}$$

$$2^x \geq 2^{-3}$$

$$x \geq -3$$



(خاصية التباين للدوال الأسية)

تطبيقات الفصل الثاني (العلاقات و الدوال الأسية و اللوغاريتمية)

المهارة: ايجاد قيمة عبارات لوغاريتمية

اوجد قيمة $\log_2 32$

$$\log_2 32 = y \quad \rightarrow \quad \text{فرض}$$

$$32 = 2^y \quad \rightarrow \quad \text{تعريف اللوغاريتم}$$

$$2^5 = 2^y \quad \rightarrow \quad 32 = 2^5$$

$$y = 5 \quad \rightarrow \quad \text{خاصية المساواة للدالة الأسية}$$

حل بطريقة استخدام خواص اللوغاريتمات

$$\log_2 32 = \log_2 2^5 = 5 \log_2 2 = 5(1) = 5$$

المهارة: تطبيق خاصية الضرب و القسمة للدوال اللوغاريتمية

اوجد قيمة $\log_4 32$ إذا كان $\log_4 2 = 0.5$

$$\begin{aligned} \log_4 32 &= \log_4 16 \times 2 = \log_4 16 + \log_4 2 && \leftarrow 16=4^2 \\ &= \log_4 4^2 + \log_4 2 && \leftarrow (\log_2 4^2 = 2 \text{ خاصية}) \\ &= 2\log_4 4 + \log_4 2 && \leftarrow \text{معطى } \log_4 2 = 0.5 \\ &= 2 + 0.5 \\ &= 2.5 \end{aligned}$$

تطبيقات الفصل الثاني (العلاقات والدوال الأسية واللوغاريتمية)



المهارة: تبسيط عبارات وإيجاد قيمها باستعمال خصائص اللوغاريتمات

استعمل $\log_3 2 \approx 0.63$ لتقريب قيمة $\log_3 4.5$

$$\begin{aligned} \log_3 4.5 &= \log_3 \frac{9}{2} & \leftarrow & 4.5 = \frac{45}{10} = \frac{9}{2} \\ &= \log_3 9 - \log_3 2 & \rightarrow & \text{خاصية القسمة في اللوغاريتمات} \\ &= 1 \log_3 3^2 - \log_3 2 & \rightarrow & 9 = 3^2 \\ &\approx 2 - 0.63 \approx 1.37 \end{aligned}$$

دون استعمال الآلة الحاسبة احسب $\log_2 \sqrt[4]{32}$

$$\begin{aligned} \log_2 \sqrt[4]{32} &= \log_2 32^{\frac{1}{4}} \\ &= \log_2 (2^5)^{\frac{1}{4}} & \leftarrow & 32 = 2^5 \\ &= \log_2 (2)^{\frac{5}{4}} & \rightarrow & \text{خواص الأسس} \\ &= \frac{5}{4} \log_2 2 & \rightarrow & \text{خاصية لوغاريتم القوة} \\ &= \frac{5}{4} (1) = \frac{5}{4} \end{aligned}$$

تطبيقات الفصل الثاني (العلاقات والدوال الأسية واللوغاريتمية)

المهارة : تمثيل دوال لوغاريتمية بيانيا

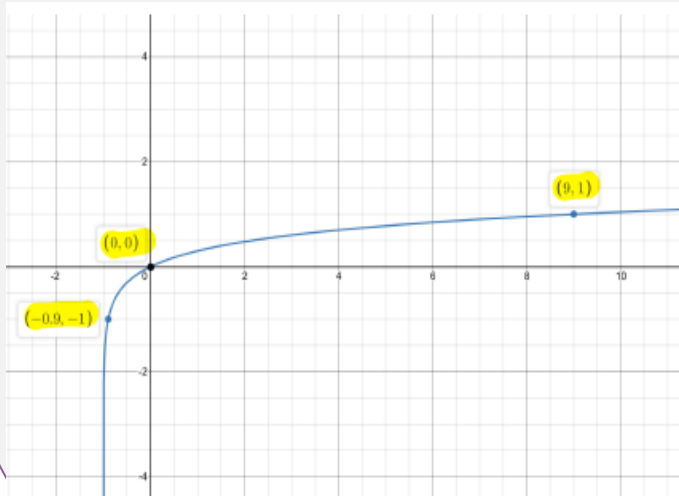
مثل الدالة $f(x) = \log(x + 1)$

الحل: هذا لوغاريتم عشري أي أن أساسه 10 بالتالي نوجد قيمة x التي تجعل هذا المقدار $(x + 1)$ يساوي 1 و 10 و $\frac{1}{10}$ وهي ثلاثة قيم كالتالي:

$$*f(9) = \log(9 + 1) = \log(10) = 1 \quad (9, 1)$$

$$*f(0) = \log(0 + 1) = \log(1) = 0 \quad (0, 0)$$

$$*f\left(\frac{-9}{10}\right) = \log\left(\frac{-9}{10} + 1\right) = \log\frac{1}{10} = -1 \quad \left(\frac{-9}{10}, -1\right)$$



نحدد هذه النقاط في المستوى
الاحداثي ثم نرسم المنحنى

المجال

$$x + 1 > 0$$

$$\Rightarrow x > -1$$

$$\Rightarrow (-1, \infty)$$

المدى :
مدى الدالة اللوغاريتمية دائماً \mathbb{R}

تطبيقات الفصل الثاني (العلاقات والدوال الأسية واللوغاريتمية)



المهارة: حل معادلات لوغاريتمية

$$\log_2(x^2 - 5) = \log_2(-4x) \quad \text{حل المعادلة}$$

$$\log_2(x^2 - 5) = \log_2(-4x)$$

$$x^2 - 5 = -4x$$



خاصية المساواة للدالة اللوغاريتمية

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$



بإضافة $4x$

$$(x + 5)(x - 1) = 0$$



تحليل

$$x + 5 = 0 \quad \text{OR} \quad x - 1 = 0$$



خاصية الضرب الصفري

$$x = -5 \quad \text{OR} \quad x = 1$$

عند التعويض في المعادلة نجد أن الحل هو $x = -5$ فقط بينما $x = 1$ مرفوض لأن :

$$x = -5$$

$$\log_2(25 - 5) = \log_2(20)$$

$$\log_2(20) = \log_2(20)$$

$$x = 1$$

$$\log_2(1 - 5) = \log_2(-4)$$

$$\log_2(-4) = \log_2(-4)$$

مرفوض .. لأن لوغاريتم عدد سالب

لا ينتمي الى R

تطبيقات الفصل الثاني (العلاقات والدوال الأسية واللوغاريتمية)

المهارة: حل متباينات لوغاريتمية

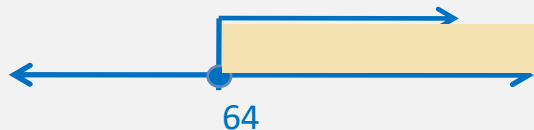
اوجد مجموعة حل المتباينة $\log_4 x \geq 3$

$$\log_4 x \geq 3$$

$$x \geq 4^3 \rightarrow \text{خاصية التباين للدالة اللوغاريتمية}$$

$$x \geq 64 \rightarrow 4^3 = 64$$

\therefore مجموعة الحل هي : $\{x \mid x \geq 64, x \in \mathbb{R}\}$



المهارة: إيجاد قيمة عبارات لوغاريتمية باستعمال صيغة تعبير الأساس

اكتب $\log_2 5$ بدلالة اللوغاريتم العشري

$$\log_2 5 = \frac{\log 5}{\log 2} \rightarrow \text{صيغة تغيير الأساس}$$

$$\approx 2.32 \rightarrow \text{باستعمال الآلة}$$

تطبيقات الفصل الثاني (العلاقات والدوال الأسية واللوغاريتمية)



المهارة: حل معادلات ومتباينات أسية باستعمال اللوغاريتمات العشرية

$$2^x = 11 \quad \text{حل المعادلة}$$

نلاحظ هنا انه لا يمكن جعل الاساس متساوي في الطرفين لذلك نلجأ لاستخدام اللوغاريتم العشري

$$\log(2)^x = \log 11 \quad \rightarrow \quad \text{خاصية المساواة للدالة اللوغاريتمية}$$

$$x \log 2 = \log 11 \quad \rightarrow \quad \text{خاصية لوغاريتم القوة}$$

$$x = \frac{\log 11}{\log 2} \quad \rightarrow \quad \text{بقسمة } \log 2$$

$$x \approx 3,46 \quad \rightarrow \quad \text{باستعمال الآلة}$$

الفصل الثالث

العلاقات و
الدوال الأسية
واللوغاريتمية

تطبيقات

اختبارات

مهارات

المهارات الأساسية

المهارة	الدرس
1	استعمال المتطابقات المثلثية لإيجاد النسب المثلثية
2	استعمال المتطابقات المثلثية في تبسيط العبارات
3	إثبات صحة المتطابقات المثلثية في تحويل احد طرفيها الى الآخر
4	إثبات صحة المتطابقات المثلثية في تحويل كلا الطرفين
5	إيجاد القيم المثلثية باستعمال متطابقات المجموع والفرق
6	إثبات صحة المتطابقات المثلثية باستعمال متطابقات المجموع والفرق
7	إيجاد القيم المثلثية باستعمال المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية
8	إيجاد القيم المثلثية باستعمال المتطابقات المثلثية لنصف الزاوية
9	حل المعادلات المثلثية
10	تمييز الحلول الدخيلة

اختبار تشخيصي
الفصل الثالث (المتطابقات والمعادلات المثلثية)

اسم الطالب/ة :

الصف :

اختر الإجابة الصحيحة :

إذا كان $\sin A = \frac{3}{5}$ فإن $\cos A = \dots$								1
أ	$\frac{3}{4}$	ب	$\frac{4}{5}$	ج	$\frac{5}{3}$	د	$\frac{4}{3}$	
حلل المعادلة التالية $3x^2 + x = 2$								2
أ	$\left\{2, \frac{1}{3}\right\}$	ب	-1	ج	$\frac{2}{3}$	د	$\left\{\frac{2}{3}, -1\right\}$	
$\tan \theta$ موجبة في الربع								3
أ	الثالث	ب	الثاني	ج	الرابع	د	الأول والثالث	
القيمة الدقيقة لـ $\sin 60^\circ$ هي								4
أ	$\frac{1}{2}$	ب	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	ج	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	د	$\sqrt{3}$	
قياس الزاوية المرجعية لهذه الدالة $\cos 240^\circ$								5
أ	60°	ب	120°	ج	180°	د	45°	
قيمة $\cot x = \dots$								6
أ	$\frac{1}{\sin x}$	ب	$\frac{1}{\cos x}$	ج	$\frac{\sin x}{\cos x}$	د	$\frac{\cos x}{\sin x}$	

اختبار تشخيصي
الفصل الثالث (المتطابقات والمعادلات المثلثية)



اسم الطالب/ة :

الصف :

اختر الإجابة الصحيحة :

إذا كان $\sin x = \frac{1}{2}$ فإن $x = \dots$

7

90°

د

45°

ج

30°

ب

60°

أ

قياس الزاوية $\csc \frac{5\pi}{3}$ بالدرجات يساوي

8

300°

د

330°

ج

240°

ب

315°

أ

القيمة الدقيقة للدالة $\csc \frac{5\pi}{6}$

9

$\frac{\sqrt{2}}{2}$

د

2

ج

$\sqrt{2}$

ب

$\frac{1}{2}$

أ

اختبار المهارات الأساسية
الفصل الثالث (المتطابقات والمعادلات المثلثية)



اسم الطالب/ة :

الصف :

اختر الإجابة الصحيحة :

القيمة الدقيقة لـ $\cos \theta$ إذا كان $\sin \theta = \frac{4}{5}$ ، $90^\circ < \theta < 180^\circ$								1
أ	$\pm \frac{3}{5}$	ب	$\frac{3}{5}$	ج	$-\frac{3}{5}$	د	$-\frac{4}{5}$	
أبسط صورة للعبارة $\tan \theta \cos^2 \theta$								2
أ	$\sin \theta \cdot \cos \theta$	ب	$\sin \theta + \cos \theta$	ج	$\sin \theta \cdot \cos^2 \theta$	د	$\sin \theta$	
أي من العبارات التالية يكافئ $\frac{\tan^2 \theta + 1}{\tan^2 \theta}$								3
أ	$\sin^2 \theta$	ب	$\tan^2 \theta$	ج	$\cos^2 \theta$	د	$\csc^2 \theta$	
القيمة الدقيقة لـ $\cos 15^\circ$ هي								4
أ	$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$	ب	$\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$	ج	$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$	د	$\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$	
أي من العبارات التالية يكافئ $\sin(90^\circ + \theta)$								5
أ	$\sin \theta$	ب	$\cos \theta$	ج	$-\sin \theta$	د	$-\cos \theta$	
القيمة الدقيقة لـ $\sin 2\theta$ إذا كان $\sin \theta = \frac{1}{4}$ ، $0^\circ < \theta < 90^\circ$								6
أ	$\frac{\sqrt{15}}{8}$	ب	$-\frac{\sqrt{15}}{8}$	ج	$\frac{\sqrt{15}}{16}$	د	$-\frac{\sqrt{15}}{16}$	

اختبار المهارات الأساسية
الفصل الثالث (المتطابقات والمعادلات المثلثية)



اسم الطالب/ة :

الصف :

اختر الإجابة الصحيحة :

القيمة الدقيقة لـ $\cos 2\theta$ إذا كان $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ، $\cos \theta = \frac{1}{3}$								7
أ	$\frac{7}{9}$	ب	$-\frac{7}{9}$	ج	$-\frac{1}{3}$	د	$\frac{11}{9}$	
القيمة الدقيقة لـ $\sin \frac{\theta}{2}$ إذا كان $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ، $\cos \theta = \frac{7}{8}$								8
أ	$-\frac{1}{4}$	ب	$\frac{3}{4}$	ج	$-\frac{3}{4}$	د	$\frac{1}{4}$	
حل المعادلة $\sin^2 \theta - 2 \sin \theta + 1 = 0$ إذا كان $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$								9
أ	90°	ب	180°	ج	270°	د	360°	
حل المعادلة $\cos \theta = 1 - \sin \theta$ إذا كان $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$								10
أ	$0^\circ , 360^\circ$	ب	$0^\circ , 270^\circ$	ج	$180^\circ , 360^\circ$	د	$0^\circ , 90^\circ$	

اختبار معالجة الفاقد في المهارات الأساسية
الفصل الثالث (المتطابقات والمعادلات المثلثية)



تطوير - إنتاج - توثيق

اسم الطالب/ة :

الصف :

اختر الإجابة الصحيحة :

القيمة الدقيقة لـ $\sin \theta$ إذا كان $\cos \theta = \frac{1}{3}$ في الربع الرابع								1
أ	$-\frac{8}{3}$	ب	$-\frac{2\sqrt{2}}{3}$	ج	$\frac{8}{3}$	د	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$	
أبسط صورة للعبارة $\frac{\cos \theta \csc \theta}{\tan \theta}$								2
أ	$\cot^2 \theta$	ب	$\tan^2 \theta$	ج	1	د	$\cot \theta$	
أي مما يلي يكافئ العبارة $\frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta \sec \theta}$								3
أ	$\sin \theta$	ب	$\cos \theta$	ج	$\tan \theta$	د	$\cot \theta$	
القيمة الدقيقة لـ $\cos 105^\circ$								4
أ	$\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$	ب	$\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$	ج	$\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$	د	$\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$	
أي من العبارات التالية تكافئ $\sin(90^\circ - \theta)$								5
أ	$\sin \theta$	ب	$\cos \theta$	ج	$-\sin \theta$	د	$-\cos \theta$	
القيمة الدقيقة لـ $\sin 2\theta$ إذا كان $\sin \theta = \frac{4}{5}$ و $0^\circ < \theta < 90^\circ$								6
أ	$\frac{12}{24}$	ب	$-\frac{12}{24}$	ج	$\frac{24}{25}$	د	$-\frac{24}{25}$	

اختبار معالجة الفاقد في المهارات الأساسية
الفصل الثالث (المتطابقات والمعادلات المثلثية)



اسم الطالب/ة :

الصف :

اختر الإجابة الصحيحة :

القيمة الدقيقة لـ $\cos 2\theta$ اذا كان $\cos \theta = \frac{1}{4}$ و $0^\circ < \theta < 90^\circ$								7
أ	$-\frac{7}{8}$	ب	$-\frac{1}{2}$	ج	$\frac{3}{2}$	د	$\frac{9}{8}$	
القيمة الدقيقة لـ $\sin \frac{\theta}{2}$ اذا كان $\cos \theta = \frac{1}{2}$ و $0^\circ < \theta < 90^\circ$								8
أ	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	ب	$-\frac{1}{2}$	ج	$\frac{1}{2}$	د	$\pm \frac{1}{2}$	
حل المعادلة $\cos^2 \theta - 2 \cos \theta + 1 = 0$ اذا كان $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$								9
أ	90°	ب	270°	ج	$90^\circ, 270^\circ$	د	0°	
حل المعادلة $\sin \theta = 1 - \cos \theta$ اذا كان $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$								10
أ	$0^\circ, 270^\circ, 360^\circ$	ب	$0^\circ, 90^\circ, 270^\circ$	ج	$0^\circ, 90^\circ$	د	$270^\circ, 360^\circ$	

الإجراءات
الفصل الثالث (المتطابقات والمعادلات المثلثية)

المهارة	الباركود	الرابط
استعمال المتطابقات المثلثية لايجاد النسب المثلثية		
استعمال المتطابقات المثلثية في تبسيط العبارات		
إثبات صحة المتطابقات المثلثية في تحويل احد طرفيها الى الآخر		
إثبات صحة المتطابقات المثلثية في تحويل كلا الطرفين		
إيجاد القيم المثلثية باستعمال متطابقات المجموع والفرق		

الإجراءات
الفصل الثالث (المتطابقات والمعادلات المثلثية)

المهارة	الباركود	الرابط
إثبات صحة المتطابقات المثلثية باستعمال مجموع والفرق		
إيجاد القيم المثلثية باستعمال المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية		
إيجاد القيم المثلثية باستعمال المتطابقات المثلثية لنصف الزاوية		
حل المعادلات المثلثية		
تمييز الحلول الدخيلة		

تطبيقات الفصل الثالث (المتطابقات والمعادلات المثلثية)

المهارة : استعمال المتطابقات المثلثية لإيجاد النسب المثلثية

مثال :

أوجد القيمة الدقيقة لـ $\sin \theta$ إذا كان $\cos \theta = \frac{2}{3}$ و $90^\circ < \theta < 180^\circ$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \quad \leftarrow \text{متطابقة فبثاغورس}$$

$$\sin^2 \theta + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1 \quad \leftarrow \text{بالتعويض}$$

$$\sin^2 \theta = 1 - \frac{4}{9} \quad \leftarrow \text{ب طرح } \frac{4}{9}$$

$$\sin^2 \theta = \frac{5}{9} \quad \leftarrow \text{بالطرح}$$

$$\sin \theta = \pm \sqrt{\frac{5}{9}} = \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$$

بما أن θ تقع في الربع الثاني فإن $\sin \theta$ موجبة ، لذلك $\sin \theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$

تطبيقات الفصل الثالث (المتطابقات والمعادلات المثلثية)

المهارة : استعمال المتطابقات المثلثية لتبسيط العبارات

مثال :

بسط العبارة : $\csc^2 \theta - \cot^2 \theta$

$$\begin{aligned}\csc^2 \theta - \cot^2 \theta &= \frac{1}{\sin^2 \theta} - \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} \\ &= \frac{1 - \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} \\ &= \frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \theta} = 1\end{aligned}$$

تطبيقات الفصل الثالث (المتطابقات والمعادلات المثلثية)

المهارة : استعمال المتطابقات المثلثية بتحويل أحد طرفيها إلى الآخر

مثال :

أثبت صحة $\cos^2 \theta + \tan^2 \theta \cdot \cos^2 \theta = 1$

$$\begin{aligned}
 \cos^2 \theta + \tan^2 \theta \cdot \cos^2 \theta &= \cos^2 \theta (1 + \tan^2 \theta) & \longleftarrow & \cos^2 \theta \text{ عامل مشترك} \\
 &= \cos^2 \theta (\sec^2 \theta) & \longleftarrow & \sec^2 \theta = \tan^2 \theta + 1 \\
 &= \cos^2 \theta \left(\frac{1}{\cos^2 \theta} \right) & \longleftarrow & \sec^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \\
 &= 1 & \longleftarrow & \text{بالتبسيط}
 \end{aligned}$$

تطبيقات الفصل الثالث (المتطابقات والمعادلات المثلثية)

المهارة : اثبات صحة المتطابقات المثلثية بتحويل كلا الطرفين

مثال :

أثبت صحة $\sec \theta \csc \theta = \tan \theta + \cot \theta$

$$\sec \theta \csc \theta = \frac{1}{\cos \theta} \cdot \frac{1}{\sin \theta} = \frac{1}{\sin \theta \cos \theta} \quad \text{الطرف الأيسر :}$$

$$\tan \theta + \cot \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin \theta \cdot \cos \theta} \quad \text{الطرف الأيمن :}$$

$$= \frac{1}{\sin \theta \cdot \cos \theta}$$

نلاحظ كلا الطرفين يكافئ $\frac{1}{\sin \theta \cdot \cos \theta}$ لذلك الطرفين متساويين

تطبيقات الفصل الثالث (المتطابقات والمعادلات المثلثية)

المهارة : إيجاد القيم المثلثية باستعمال متطابقات المجموع والفرق

مثال :

أوجد القيمة الدقيقة لـ $\sin 15^\circ$

نجعل 15° كحاصل طرح أو جمع زاويتين مشهورتين $\leftarrow \sin 15 = \sin(45 - 30)$

$= \sin 45^\circ \cdot \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \cdot \sin 30^\circ$ \leftarrow متطابقة الفرق

$= \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)$ \leftarrow بالتعويض

$$= \frac{(\sqrt{2})(\sqrt{3})}{4} - \frac{(\sqrt{2})(1)}{4} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

تطبيقات الفصل الثالث (المتطابقات والمعادلات المثلثية)

المهارة : اثبات صحة المتطابقات لمثلثية باستعمال
متطابقات المجموع والفرق

مثال :

أثبت صحة: $\sin(\theta + \pi) = -\sin \theta$

$$\begin{aligned}\sin(\theta + \pi) &= \sin \theta \cdot \cos \pi + \cos \theta \cdot \sin \pi \\ &= \sin \theta \cdot -1 + \cos \theta \cdot (0) \\ &= -\sin \theta\end{aligned}$$

تطبيقات الفصل الثالث (المتطابقات والمعادلات المثلثية)

المهارة : ايجاد القيم لمثلثية باستعمال المتطابقات المثلثية

مثال :

أوجد القيمة الدقيقة لـ $\sin 2\theta$ إذا كان $\sin \theta = \frac{1}{5}$ ، $0^\circ < \theta < 90^\circ$

متطابقة ضعف الزاوية : $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$
معطى قيمة $\sin \theta$ ، يتبقى إيجاد $\cos \theta$ باستخدام المتطابقة التالية:

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \cos^2 \theta = 1$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \frac{1}{25}$$

$$\cos \theta = \pm \sqrt{\frac{24}{25}} = \pm \frac{\sqrt{24}}{5}$$

وبما أن θ في الربع الأول فإن $\cos \theta$ موجبة ، أي $\cos \theta = \frac{\sqrt{24}}{5}$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta = 2 \left(\frac{1}{5}\right) \left(\frac{\sqrt{24}}{5}\right) = \frac{2\sqrt{24}}{25} = \frac{4\sqrt{6}}{25}$$

تطبيقات الفصل الثالث (المتطابقات والمعادلات المثلثية)

المهارة : ايجاد القيم لمثلثية باستعمال المتطابقات
المثلثية لنصف الزاوية

مثال :

أوجد القيمة الدقيقة لـ $\sin \frac{\theta}{2}$ إذا كان $\sin \theta = \frac{4}{5}$ ، θ في الربع الثالث

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2$$

$$= 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$$

$$\cos \theta = \pm \sqrt{\frac{9}{25}} = \pm \frac{3}{5}$$

θ تقع في الربع الثالث لذلك $\cos \theta = -\frac{3}{5}$

$$\sin \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}}$$

$$\sin \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \left(-\frac{3}{5}\right)}{2}} = \pm \sqrt{\frac{1 + \frac{3}{5}}{2}}$$

$$\sin \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{\frac{8}{5}}{2}} = \pm \sqrt{\frac{8}{10}} = \pm \sqrt{\frac{4}{5}} = \pm \frac{2}{\sqrt{5}}$$

بما أن $180^\circ < \theta < 270^\circ$ فإن $90^\circ < \frac{\theta}{2} < 135^\circ$ أي في الربع الثاني و \sin موجبة في هذا
الربع أي أن :

$$\sin \frac{\theta}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

تطبيقات الفصل الثالث (المتطابقات والمعادلات المثلثية)

المهارة: حل المعادلات المثلثية

مثال :

حل المعادلة $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ ، $\cos^2 \theta + 2 \cos \theta + 1 = 0$

$$\begin{array}{ll} \text{نعامل } \cos \text{ وكأنها متغير ، فمثلا لو عوضنا } x = \cos \theta & \\ x^2 + 2x + 1 = 0 & \text{فرض} \\ (x + 1)^2 = 0 & \text{تحليل} \\ x + 1 = 0 & \text{جذر تربيعي} \\ x = -1 & \text{طرح 1} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \cos \theta = -1 \\ \theta = \cos^{-1}(-1) = 180^\circ \end{array} \quad \text{الآن :}$$

وبشكل عام $\theta = 180 + 360k$ حيث k عدد صحيح ، ولكن $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ والزوايا 180° تنتمي للفترة المعطاة ، إذا الحل هو $\theta = 180^\circ$

للتحقق:

$$\cos^2 \theta + 2 \cos \theta + 1 \stackrel{?}{=} 0$$

$$\begin{aligned} \cos^2(180^\circ) + 2 \cos(180^\circ) + 1 \\ = (-1)^2 + 2(-1) + 1 \\ = 1 - 2 + 1 \\ = 0 \end{aligned}$$

تطبيقات الفصل الثالث (المتطابقات والمعادلات المثلثية)

المهارة : تمييز الحلول الدخيلة

مثال :

حل المعادلة $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ ، $\cos \theta = \sin \theta + 1$

$$\cos \theta = \sin \theta + 1$$

$$\cos^2 \theta = (\sin \theta + 1)^2$$

$$\cos^2 \theta = \sin^2 \theta + 2 \sin \theta + 1$$

$$1 - \sin^2 \theta = \sin^2 \theta + 2 \sin \theta + 1$$

$$0 = 2 \sin^2 \theta + 2 \sin \theta$$

$$2 \sin \theta (\sin \theta + 1) = 0$$

$$2 \sin \theta = 0 \quad \text{or} \quad \sin \theta + 1 = 0$$

$$\sin \theta = 0$$

$$\theta = 0^\circ, 180^\circ, 360^\circ$$

$$\theta = 180k \text{ عام}$$

حيث k عدد صحيح

$$\sin \theta = -1$$

$$\theta = 270^\circ$$

$$\theta = 270 + 360k \text{ عام}$$

حيث k عدد صحيح

الآن لدينا مجموعة حلول لا بد أن نتحقق من صحتها وأيضا انتمائها للفترة المعطاة بالسؤال.

$$[1] \theta = 0^\circ : \cos(0) = \sin(0) + 1 \rightarrow 1 = 0 + 1 \rightarrow 1 = 1$$

$\theta = 0$ حل صحيح

$$[2] \theta = 180^\circ : \cos(180^\circ) = \sin(180^\circ) + 1 \rightarrow -1 = 0 + 1 \rightarrow -1 = 1$$

$\theta = 180$ حل دخيل

$$[3] \theta = 270^\circ : \cos(270^\circ) = \sin(270^\circ) + 1 \rightarrow 0 = -1 + 1 \rightarrow 0 = 0$$

$\theta = 270$ حل صحيح

$$[4] \theta = 360^\circ : \cos(360^\circ) = \sin(360^\circ) + 1 \rightarrow 1 = 0 + 1 \rightarrow 1 = 1$$

$\theta = 360^\circ$ حل صحيح لكن لا ينتمي للفترة المعطاة

إذا للمعادلة حلان هما 0 , 270

الفصل الرابع

القطوع
المخروطية

تطبيقات

اختبارات

مهارات

المهارات الأساسية الفصل الرابع (القطوع المخروطية)

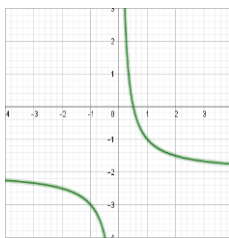
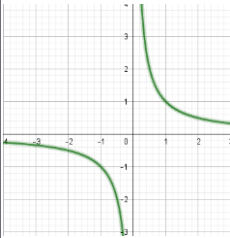
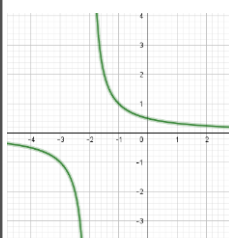
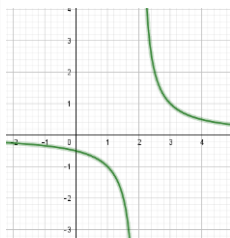
المهارة	الدرس
1	تحديد خواص القطع المكافئ، القطع الناقص، القطع الزائد .
2	إيجاد معادلة الدائرة، القطع المكافئ، القطع الناقص، القطع الزائد .
3	إيجاد معامل الاختلاف للقطع الناقص والزائد، وتحديد نوع القطع بمعلومية معامل الاختلاف.
4	استخدام المعاملات والمميز في تحديد نوع القطع المخروطي.
	القطع المخروطية المكافئة القطع الناقصة و الدوائر القطع الزائدة
	القطع المخروطية المكافئة القطع الناقصة و الدوائر القطع الزائدة
	القطع الناقصة و الدوائر القطع الزائدة
	تحديد أنواع القطوع المخروطية

اختبار تشخيصي
الفصل الرابع (القطوع المخروطية)

الصف :

اسم الطالب/ة :

اختر الإجابة الصحيحة :

1	محور التماثل لمنحنى الدالة $f(x) = x^2 - 2x - 12$ هو							
	أ	$x = 1$	ب	$x = -1$	ج	$y = 1$	د	$y = -1$
2	المقطع y لمنحنى الدالة $f(x) = 3x^2 - 12x - 4$ هو							
	أ	4	ب	-4	ج	-12	د	3
3	رأس المنحنى الدالة $f(x) = x^2 + 2x + 6$ هو							
	أ	(-1 , -5)	ب	(-1 , 5)	ج	(1 , 5)	د	(1 , -5)
4	عند اكمال المربع للعبارة $x^2 + 8x$ تصبح							
	أ	$x^2 + 8x - 4$	ب	$x^2 + 8x + 4$	ج	$x^2 + 8x - 16$	د	$x^2 + 8x + 16$
5	المميز للدالة $f(x) = 2x^2 - 5x + 3$ هو							
	أ	1	ب	-1	ج	3	د	-3
6	معادلة دائرة مركزها (1,0) ونصف قطرها 3							
	أ	$(x - 1)^2 + y^2 = 3$		ب		$(x + 1)^2 + y^2 = 3$		
	ج	$(x - 1)^2 + y^2 = 9$		د		$(x + 1)^2 + y^2 = 9$		
7	$f(x) = \frac{1}{x+2}$ التمثيل البياني للدالة							
	أ		ب				ج	
	د							

اختبار تشخيصي
الفصل الرابع (القطوع المخروطية)



تطوير - إنتاج - توثيق

اسم الطالب/ة :

الصف :

اختر الإجابة الصحيحة :

صورة النقطة (3, 5) بإزاحة مقدارها 3 وحدات للأسفل و وحدتان لليمين								8
(3, 0)	د	(7, 0)	ج	(7, 6)	ب	(3, 6)	أ	
مركز الدائرة $(x - 5)^2 + (y + 2)^2 = 16$								9
(-5, -2)	د	(-5, 2)	ج	(5, 2)	ب	(5, -2)	أ	
البعد بين النقطتين (2, 5), (-1, 4)								10
$\sqrt{5}$	د	$\sqrt{10}$	ج	$\sqrt{8}$	ب	$\sqrt{2}$	أ	

اختبار المهارات الأساسية
الفصل الرابع (القطوع المخروطية)



الصف :

اسم الطالب/ة :

اختر الإجابة الصحيحة :

نوع القطع المخروطي في المعادلة $5x^2 - 4xy + y^2 = 0$								1
أ	قطع مكافئ	ب	قطع ناقص	ج	قطع زائد	د	دائرة	
اتجاه القطع المكافئ $x^2 - 3x = 4y - 5$								2
أ	الأسفل	ب	الأعلى	ج	اليسار	د	اليمين	
معادلة المحور القاطع للقطع الزائد $\frac{(x+1)^2}{9} - \frac{(y+2)^2}{16} = 1$								3
أ	$x = 1$	ب	$x = -1$	ج	$y = 2$	د	$y = -2$	
طول نصف قطر الدائرة التي معادلتها $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 7$								4
أ	49	ب	7	ج	3.5	د	$\sqrt{7}$	
مركز القطع الناقص $\frac{(x-4)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{16} = 1$								5
أ	(4 , 1)	ب	(-4 , 1)	ج	(4 , -1)	د	(-4 , -1)	
نوع القطع المخروطي إذا كان معامل الاختلاف المركزي له $e = 1.25$								6
أ	قطع مكافئ	ب	قطع ناقص	ج	قطع زائد	د	دائرة	
محور التماثل في القطع المكافئ $(y + 5)^2 = -12(x - 2)$								7
أ	$x = 2$	ب	$x = -2$	ج	$y = 5$	د	$y = -5$	
معامل الاختلاف المركزي في القطع الناقص $\frac{(x-1)^2}{25} + \frac{(y+5)^2}{16} = 1$								8
أ	$\frac{4}{5}$	ب	$\frac{3}{5}$	ج	$\frac{5}{4}$	د	$\frac{5}{3}$	
نوع القطع المخروطي في المعادلة $3x^2 - 12x + 3y^2 - 9y = 32$								9
أ	قطع مكافئ	ب	قطع ناقص	ج	قطع زائد	د	دائرة	

اختبار المهارات الأساسية الفصل الرابع (القطوع المخروطية)



الصف :

اسم الطالب/ة :

اختر الإجابة الصحيحة :

معادلة القطع الزائد الذي فيه الرأسان $(-2, 0), (2, 0)$ وطول المحور المرافق $2b = 12$								10
أ	$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{36} = 1$	ب	$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{6} = 1$	ج	$\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{36} = 1$	د	$\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{6} = 1$	
معادلة قطع ناقص مركزه نقطة الاصل و طولاً محوريه 8 , 10 وحدات و محورة الاكبر ينطبق على محور x تكون								11
أ	$\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$	ب	$\frac{y^2}{25} + \frac{x^2}{16} = 1$	ج	$\frac{y^2}{100} + \frac{x^2}{64} = 1$	د	$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$	
معادلة القطع المكافئ الذي رأسه $(4, 1)$ و معادلة دليله $x = 6$ تكون								12
أ	$(y + 1)^2 = -8(x + 4)$	ب		$(y - 1)^2 = 8(x - 4)$				
ج	$(x - 1)^2 = -8(y - 4)$	د		$(y - 1)^2 = -8(x - 4)$				

اختبار معالجة الفاقد في المهارات الأساسية
الفصل الرابع (القطوع المخروطية)

الصف :

اسم الطالب/ة :

اختر الإجابة الصحيحة :

1	نوع القطع المخروطي في المعادلة $16x^2 - 25y^2 - 128x - 144 = 0$	أ	قطع مكافئ	ب	قطع ناقص	ج	قطع زائد	د	دائرة
2	اتجاه القطع المكافئ $(y + 5)^2 = -12(x - 2)$	أ	الأسفل	ب	الأعلى	ج	اليسار	د	اليمين
3	معادلة المحور القاطع للقطع الزائد $\frac{(x+1)^2}{9} - \frac{(y-2)^2}{16} = 1$	أ	$x = 1$	ب	$x = -1$	ج	$y = 2$	د	$y = -2$
4	طول نصف قطر الدائرة التي معادلتها $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 16$	أ	4	ب	16	ج	8	د	-8
5	مركز القطع الناقص $\frac{(x+4)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{16} = 1$	أ	(4, 1)	ب	(-4, 1)	ج	(4, -1)	د	(-4, -1)
6	نوع القطع المخروطي إذا كان معامل الاختلاف المركزي له $e = 0.5$	أ	قطع مكافئ	ب	قطع ناقص	ج	قطع زائد	د	دائرة
7	محور التماثل في القطع المكافئ $(x - 2)^2 = 12(y + 5)$	أ	$x = 2$	ب	$x = -2$	ج	$y = 5$	د	$y = -5$
8	معامل الاختلاف المركزي في القطع الناقص $\frac{(x-1)^2}{25} + \frac{(y+5)^2}{16} = 1$	أ	$\frac{4}{5}$	ب	$\frac{3}{5}$	ج	$\frac{5}{4}$	د	$\frac{5}{3}$
9	نوع القطع المخروطي في المعادلة $3x^2 - 12x + 3y^2 - 9y = 32$	أ	قطع مكافئ	ب	قطع ناقص	ج	قطع زائد	د	دائرة

اختبار معالجة الفاقد في المهارات الأساسية
الفصل الرابع (القطوع المخروطية)



تطوير - إنتاج - توثيق









اسم الطالب/ة :

الصف :

اختر الإجابة الصحيحة :

معادلتا القطع الزائد الذي فيه الرأسان $(-3, 0), (-9, 0)$ وخطا التقارب $y = 2x - 12$, $y = -2x + 12$				10
$\frac{(x-6)^2}{9} - \frac{y^2}{36} = 1$	ب	$\frac{(x+6)^2}{9} - \frac{y^2}{36} = 1$	أ	
$\frac{(y-6)^2}{9} - \frac{x^2}{36} = 1$	د	$\frac{(y+6)^2}{9} - \frac{x^2}{36} = 1$	ج	
معادلتا القطع المكافئ الذي رأسه $(-2, 4)$ و بؤرته $(-2, 7)$ تكون				11
$(x-2)^2 = 12(y+4)$	ب	$(x+2)^2 = -12(y-4)$	أ	
$(y+2)^2 = 12(x-4)$	د	$(x+2)^2 = 12(y-4)$	ج	
معادلتا القطع الناقص الذي رأساه $(0, 3), (0, -9)$ ، وطول المحور الأصغر 8 وحدات				12
$\frac{x^2}{16} + \frac{(y-3)^2}{36} = 1$	ب	$\frac{x^2}{16} + \frac{(y+3)^2}{36} = 1$	أ	
$\frac{x^2}{36} + \frac{(y-3)^2}{16} = 1$	د	$\frac{x^2}{36} + \frac{(y+3)^2}{16} = 1$	ج	

الإثراءات
الفصل الرابع (القطوع المخروطية)

المهارة	الباركود	الرابط
تحديد خواص القطع المكافئ، القطع الناقص، القطع الزائد .		
إيجاد معادلة الدائرة، القطع المكافئ، القطع الناقص، القطع الزائد .		
إيجاد معامل الاختلاف للقطع الناقص والزائد، وتحديد نوع القطع بمعلومية معامل الاختلاف.		
استخدام المعاملات والمميز في تحديد نوع القطع المخروطي.		

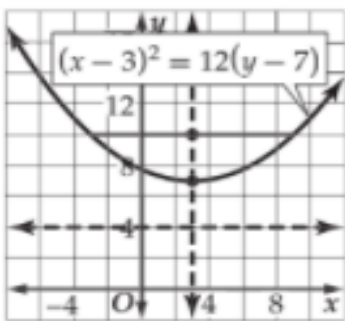
تطبيقات الفصل الرابع (القطوع المخروطية)

المهارة : تحديد خواص القطع المكافئ، القطع الناقص،
القطع الزائد .

مثال على القطع المكافئ:

حدد خصائص القطع المكافئ المعطاة معادلته في كل مما يأتي ثم مثل منحناه بيانياً :

1) $(x - 3)^2 = 12(y - 7)$



الصورة القياسية: $(x - h)^2 = 4c(y - k)$

$h = 3, k = 7, 4c = 12 \Rightarrow c = 3$

الاتجاه : مفتوح رأسياً إلى أعلى

الرأس : $(h, k) = (3, 7)$

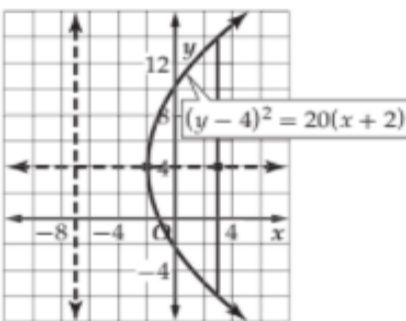
البؤرة : $(h, k + c) = (3, 7 + 3) = (3, 10)$

الدليل : $y = k - c \rightarrow y = 7 - 3 \rightarrow y = 4$

محور التماثل : $x = h \rightarrow x = 3$

طول الوتر البؤري: $|4c| = 12$

2) $(y - 4)^2 = 20(x + 2)$



الصورة القياسية: $(y - k)^2 = 4c(x - h)$

$k = 4, 4c = 20 \Rightarrow c = 5$

الاتجاه : مفتوح أفقياً لليمين

الرأس : $(h, k) = (-2, 4)$

البؤرة : $(h + c, k) = (-2 + 5, 4) = (3, 4)$

الدليل : $x = h - c \rightarrow x = -2 - 5 \rightarrow x = -7$

محور التماثل : $y = k \rightarrow y = 4$

طول الوتر البؤري: $|4c| = 20$

تطبيقات الفصل الرابع (القطوع المخروطية)

المهارة : تحديد خواص القطع المكافئ، القطع الناقص، القطع الزائد .

مثال على القطع الناقص:

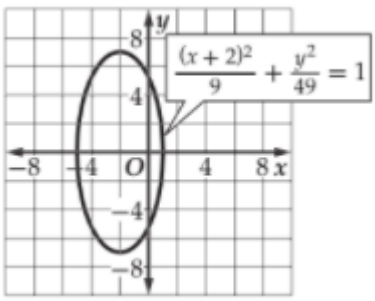
حدد خصائص القطع الناقص المعطاة معادلته في كل مما يأتي ثم مثل منحناه بيانيا :

$$1) \frac{(x+2)^2}{9} + \frac{y^2}{49} = 1$$

الاتجاه : المحور الأكبر رأسي

$$\text{الصورة القياسية: } \frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$$

$$h = -2, \quad k = 0, \quad a^2 = 49 \rightarrow a = 7, \quad b^2 = 9 \rightarrow b = 3, \quad c = \sqrt{a^2 - b^2} \rightarrow c = \sqrt{49 - 9} \rightarrow c = 6.3$$



المركز: $(h, k) = (-2, 0)$

البؤرتان: $(h, k \pm c) = (-2, 0 \pm 6.3) = (-2, \pm 6.3)$

الرأسان: $(h, k \pm a) = (-2, 0 \pm 7) = (-2, \pm 7)$

الرأسان المرافقان: $(h \pm b, k) = (-2 \pm 3, 0) = \begin{cases} (1, 0) \\ (-5, 0) \end{cases}$

المحور الأكبر: $x = h \rightarrow x = -2$

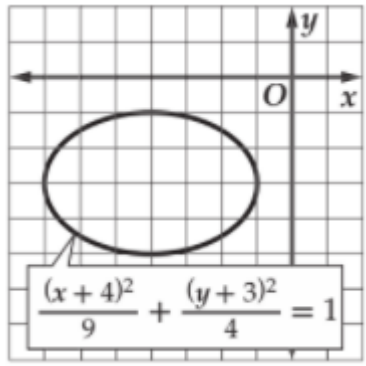
المحور الأصغر: $y = k \rightarrow y = 0$

$$2) \frac{(x+4)^2}{9} + \frac{(y+3)^2}{4} = 1$$

الاتجاه : المحور الأكبر أفقي

$$\text{الصورة القياسية: } \frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

$$h = -4, \quad k = -3, \quad a^2 = 9 \rightarrow a = 3, \quad b^2 = 4 \rightarrow b = 2, \quad c = \sqrt{a^2 - b^2} \rightarrow c = \sqrt{9 - 4} \rightarrow c = 2.2$$



المركز: $(h, k) = (-4, -3)$

البؤرتان: $(h \pm c, k) = (-4 \pm 2.2, -3) = \begin{cases} (-1.8, -3) \\ (-6.2, -3) \end{cases}$

الرأسان: $(h \pm a, k) = (-4 \pm 3, -3) = \begin{cases} (-1, -3) \\ (-7, -3) \end{cases}$

الرأسان المرافقان: $(h, k \pm b) = (-4, -3 \pm 2) = \begin{cases} (-4, -5) \\ (-4, -1) \end{cases}$

المحور الأكبر: $y = k \rightarrow y = -3$

المحور الأصغر: $x = h \rightarrow x = -4$

تطبيقات الفصل الرابع (القطوع المخروطية)

المهارة : تحديد خواص القطع المكافئ، القطع الناقص،
القطع الزائد .

مثال على القطع الزائد :

حدد خصائص القطع الزائد المعطاة معادلته في كل مما يأتي ثم مثل منحناه بيانيا :

$$1) \quad \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{17} = 1$$

الاتجاه : رأسي

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

$$h \quad a^2 = 4 \rightarrow a = 2, b^2 = 17 \rightarrow b = 4.1, c = \sqrt{a^2 + b^2} \rightarrow c = \sqrt{4 + 17} \rightarrow c = 4.6$$

$$= 0, k = 0,$$

المركز: $(h, k) = (0, 0)$

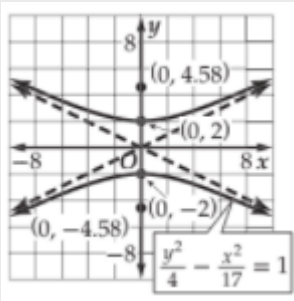
البؤرتان: $(h, k \pm c) = (0, 0 \pm 4.6) = (0, \pm 4.6)$

الرأسان: $(h, k \pm a) = (0, 0 \pm 2) = (0, \pm 2)$

المحور القاطع: $x = h \rightarrow x = 0$

المحور المرافق: $y = k \rightarrow y = 0$

خطا التقارب: $y - k = \pm \frac{a}{b}(x - h) \rightarrow y = \pm \frac{2}{4.1}x$



$$2) \quad \frac{(x-1)^2}{9} - \frac{(y-5)^2}{36} = 1$$

الاتجاه : أفقي

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

$$h = 1, k = 5, a^2 = 9 \rightarrow a = 3, b^2 = 36 \rightarrow b = 6, c = \sqrt{a^2 + b^2} \rightarrow c = \sqrt{9 + 36} \rightarrow c = 6.7$$

المركز: $(h, k) = (1, 5)$

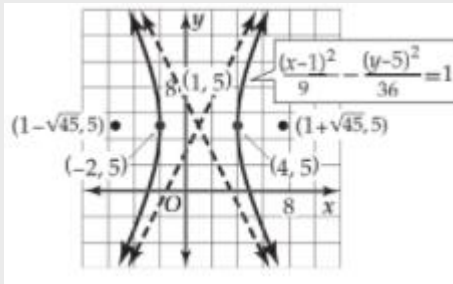
البؤرتان: $(h \pm c, k) = (1 \pm 6.7, 5) = (7.7, 5)$ and $(-5.7, 5)$

الرأسان: $(h \pm a, k) = (1 \pm 3, 5) = (4, 5)$ and $(-2, 5)$

المحور القاطع: $y = k \rightarrow y = 5$

المحور المرافق: $x = h \rightarrow x = 1$

خطا التقارب: $y - k = \pm \frac{b}{a}(x - h) \rightarrow y = \pm 2(x - 1)$



تطبيقات الفصل الرابع (القطوع المخروطية)

المهارة : إيجاد معادلة الدائرة، القطع المكافئ، القطع الناقص، القطع الزائد .

مثال على القطع المكافئ:

اكتب معادلة القطع المكافئ الذي يحقق الخصائص المعطاة في كل مما يأتي :

(1) البؤرة $(-3, -2)$ الرأس $(1, -2)$

بما أن الرأس و البؤرة مشتركان بالإحداثي y فإن المنحنى مفتوح افقيا

$$\begin{aligned} \text{الرأس } (h, k) &= (1, -2) \\ \rightarrow h &= 1, k = -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{البؤرة } (h + c, k) &= (-3, -2) \\ h + c = -3 &\rightarrow 1 + c = -3 \rightarrow c = -4 \end{aligned}$$

وبما أن c سالبة فالمنحنى مفتوح لليسار

معادلة القطع :

$$\begin{aligned} (y - k)^2 &= 4c(x - h) \\ (y + 2)^2 &= -16(x - 1) \end{aligned}$$

تطبيقات الفصل الرابع (القطوع المخروطية)

المهارة : إيجاد معادلة الدائرة، القطع المكافئ، القطع الناقص، القطع الزائد .

مثال على القطع الناقص:

اكتب معادلة القطع الناقص الذي يحقق الخصائص المعطاة في كل مما يأتي :

(1) الرأسان $(4, 3), (4, -9)$ ، وطول المحور الأصغر 8 وحدات .

بما أن إحداثي x متساويان للرأسين فالمحور الأكبر رأسي .

المركز هو نقطة المنتصف بين الرأسين

$$(h, k) = \left(\frac{4+4}{2}, \frac{3-9}{2} \right) = (4, -3)$$

طول المحور الأصغر 8 وحدات

$$2b = 8 \rightarrow b = 4$$

المسافة بين المركز وأي من الرأسين

$$a = \sqrt{(4-4)^2 + (3+3)^2} \rightarrow a = 6$$

معادلة القطع

$$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$$

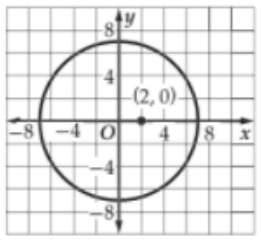
$$\frac{(x-4)^2}{16} + \frac{(y+3)^2}{36} = 1$$

تطبيقات الفصل الرابع (القطوع المخروطية)

المهارة : إيجاد معادلة الدائرة، القطع المكافئ، القطع الناقص، القطع الزائد .

مثال على الدائرة:

اكتب معادلة الدائرة التي تحقق الخصائص المعطاة في كل مما يأتي ثم مثل منحناها بيانيا :

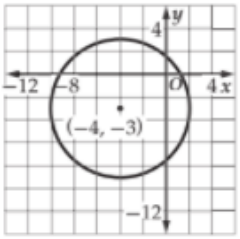


1 / المركز نقطة الأصل ونصف القطر 7 .

الصورة القياسية لمعادلة دائرة مركزها نقطة الأصل : $x^2 + y^2 = r^2$

$$x^2 + y^2 = 7^2$$

$$x^2 + y^2 = 49$$



2 / المركز $(-4, -3)$ والقطر 12 .

الصورة القياسية لمعادلة دائرة مركزها نقطة الأصل : $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

$$(x - (-4))^2 + (y - (-3))^2 = 6^2$$

$$(x + 4)^2 + (y + 3)^2 = 36$$

اكتب معادلة الدائرة المعطى طرفا قطر فيها في كل مما يأتي :

1 / $(2, -4)$, $(2, 1)$.

1- أوجد المركز باستعمال صيغة نقطة المنتصف .

$$(h, k) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) = \left(\frac{2 + 2}{2}, \frac{1 + (-4)}{2} \right)$$

$$= \left(2, -\frac{3}{2} \right)$$

2 - أوجد نصف القطر باستعمال صيغة المسافة بين المركز و احدي النقطتين .

$$r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(2 - 2)^2 + \left(1 - \left(-\frac{3}{2}\right)\right)^2}$$

$$r = \frac{5}{2}$$

$$(x - 2)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$$

إذن معادلة الدائرة

تطبيقات الفصل الرابع (القطوع المخروطية)

المهارة : إيجاد معادلة الدائرة، القطع المكافئ، القطع الناقص، القطع الزائد .

مثال على القطع الزائد:

اكتب معادلة القطع الزائد الذي يحقق الخصائص المعطاة في كل مما يأتي :

(1) الرأسان $(-1, 3), (-1, 9)$ خط التقارب $y = \pm \frac{3}{7}x + \frac{45}{7}$

بما أن احداشي x متساويان فإن المحور القاطع رأسي

إذا الصورة القياسية للقطع : $\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$

المركز نقطة المنتصف بين الرأسين $(h, k) = \left(\frac{-1-1}{2}, \frac{9+3}{2} \right) = (-1, 6)$

ومن خطي التقارب $\frac{a}{b} = \frac{3}{7}$

إذا $a = 3, b = 7$

اذن معادلة القطع $\frac{(y-6)^2}{9} - \frac{(x+1)^2}{49} = 1$

تطبيقات الفصل الرابع (القطوع المخروطية)

**المهارة : إيجاد معامل الاختلاف للقطع الناقص والزائد ،
وتحديد نوع القطع بمعلومية معامل الاختلاف.**

مثال :

حدد الاختلاف المركزي للقطع المعطاة معادلتهما في كل مما يأتي :

$$1) \frac{(x+5)^2}{72} + \frac{(y-3)^2}{54} = 1$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} \rightarrow c = \sqrt{72 - 54} \rightarrow c = \sqrt{18}$$

$$a^2 = 72 \rightarrow a = \sqrt{72}$$

$$e = \frac{c}{a} \rightarrow e = \sqrt{\frac{18}{72}} = 0.5$$

***الاختلاف المركزي للقطع الناقص تقع قيمته دائما بين 0 و 1**

$$2) \frac{(x+4)^2}{24} - \frac{(y+1)^2}{15} = 1$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} \rightarrow c = \sqrt{24 + 15} \rightarrow c = \sqrt{39}$$

$$a^2 = 24 \rightarrow a = \sqrt{24}$$

$$e = \frac{c}{a} \rightarrow e = \sqrt{\frac{39}{24}} = 1.27$$

***الاختلاف المركزي للقطع الزائد قيمته دائما أكبر من 1**

تطبيقات الفصل الرابع (القطوع المخروطية)

المهارة : استخدام المعاملات و المميز في تحديد نوع القطع المخروطي.

مثال :

اكتب كل معادلة مما يأتي ثم حدد نوع القطع المخروطي الذي تمثله :

$$1) x^2 + 4y^2 - 6x + 16y - 11 = 0$$

$$(x^2 - 6x + 9) + 4(y^2 + 4y + 4) = 11 + 25$$

$$(x - 3)^2 + 4(y + 2)^2 = 36$$

$$\frac{(x - 3)^2}{36} + \frac{(y + 2)^2}{9} = 1$$

حدد نوع القطع المخروطي الذي تمثله كل معادلة مما يأتي ، دون كتابتها على الصورة القياسية :

$$2) 8x^2 + 8y^2 + 16x + 24 = 0$$

$$B = 0, A = 8, C = 8$$

$$B^2 - 4AC = 0^2 - 4(8)(8) = -256 < 0$$

$$B = 0, A = C \rightarrow \text{دائرة}$$

اختبارات الكترونية Forms

الفصل	الاختبار التشخيصي	اختبار المهارات الأساسية	اختبار معالجة الفاقد في المهارات الأساسية
الفصل الأول	 Forms	 Forms	 Forms
الفصل الثاني	 Forms	 Forms	 Forms
الفصل الثالث	 Forms	 Forms	 Forms
الفصل الرابع	 Forms	 Forms	 Forms

تم بحمد الله وتوفيقه

المراجع :

ماجروهيل . رياضيات 5 . وزارة التعليم . مجموعة
العبيكان للاستثمار . المملكة العربية السعودية .



حسابات مجموعة رفعة
الرياضيات :



قروب تلجرام رياضيات 5 :

حسابات المؤلفين :



@H_Ali1



هند العديني

@khawlh207



خوله العمراني



عبدالكريم الجربوع