

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

$$\frac{10+17}{3.45}$$



اعداد المعلمة: عهود جويسر

$$\frac{4+6+(2\sqrt{3})}{\sqrt{276}}$$

اللهم إنا نسألك علماً نافعاً وعملاً متقبلاً

اللهم يا معلم آدم علمنا ويا مفهم سليمان فهمنا
يا مؤتي لقمان الحكمة آتنا الحكمة وفصل
الخطاب.

$$\frac{10+17}{3.45}$$

$$\left(\frac{C-B}{3-D} \right) = \left(\frac{A}{3B} \right) = \frac{3C(2)^4}{X+Y+C}$$

$$C = \frac{B^3 + C^2 + A}{3BA}$$



رب اجعل هذا البلد
آمنا مطمئنا وسائر بلاد
المسلمين

اعداد المعلمة: عهود جويسر



$$\frac{C^3 + 5CA}{2CA}$$

$$\frac{C - B}{3 - D}$$



درستِ سابقا

درستُ حل أنظمة من المعادلات جبرياً.

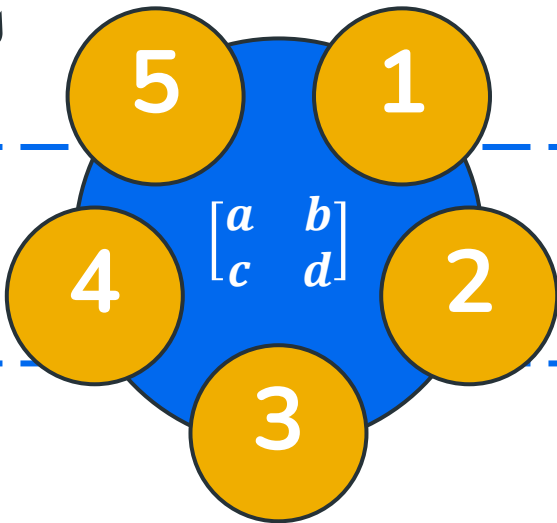
المصفوفات

النظير الضربي للمصفوفة و
أنظمة المعادلات الخطية

مقدمة في المصفوفات

المحددات وقاعدة كرامر

العمليات على المصفوفات



ضرب المصفوفات

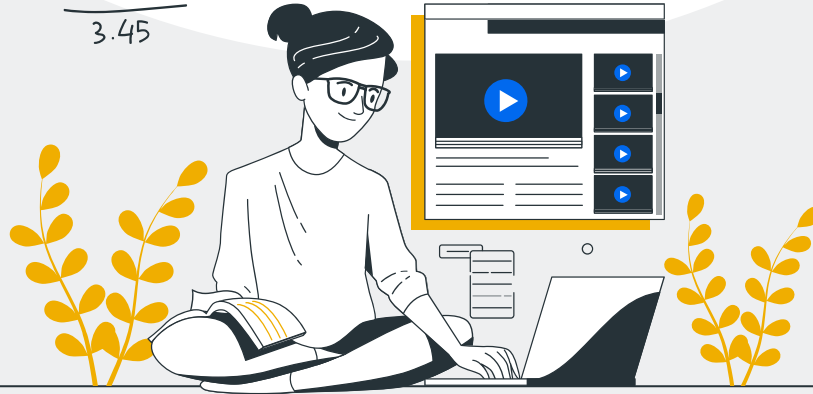
المحددات وقاعدة كرامر

Determinants and Cramer's Rule

$$\frac{10+17}{3.45}$$

$$C = \frac{B^3 + C^2 + A}{3BA}$$

$$\left(\frac{C-B}{3-D} \right) = \left(\frac{A}{3B} \right) = \frac{3C(2)^4}{X+Y+C}$$



$$\frac{10+17}{3.45}$$

المفردات

المحددة

determinant

محددة الدرجة الثانية

second-order determinant

محددة الدرجة الثالثة

third-order determinant

قاعدة الأقطار

diagonal rule

مصفوفة المعاملات

coefficient matrix

قاعدة كرامر

Cramer's Rule



الأهداف

■ أحسب المحددات.

■ أحل أنظمة معادلات

خطية باستعمال قاعدة

كرامر.

$$\frac{\sqrt{2.8}}{3+2^+}$$

$$\frac{\sqrt{2.8}}{3+2^+}$$



$$\frac{-\sqrt{2}}{(\frac{1}{2})^2}$$

لماذا

لتحديد الإقليم الذي يعيش فيه أحد النمر، قام عالم حيوانات بتتبعه بواسطة جهاز GPS، وبعد عدة أيام، تأكد العالم أن الإقليم مثلث الشكل. وأنه من الممكن بعد تحديد إحداثيات رؤوس المنطقة استعمال المصفوفات والمحددات لحساب مساحتها.



يتناول الدرس دراسة ٥ محاور أساسية

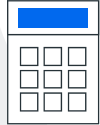
1 محددة الدرجة الثانية

2 حساب محددة المصفوفة 3×3

3 حساب مساحة المثلث باستعمال المحددات

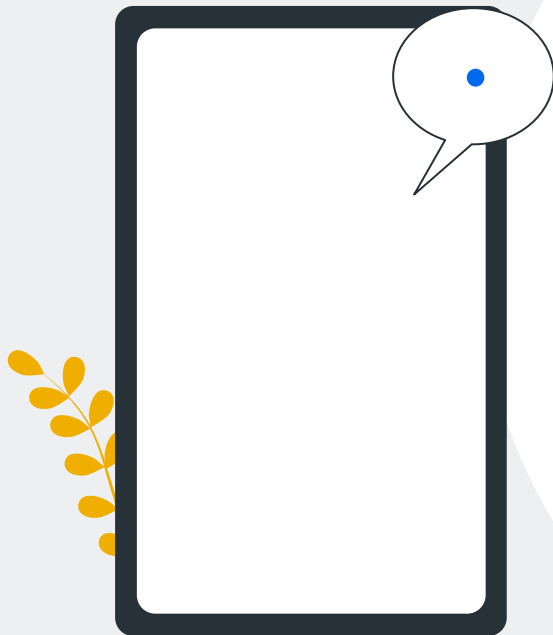
4 حل نظام من معادلتين

5 حل نظام من ثلاث معادلات



$$\frac{3c(2)^4}{x+y+c}$$

$$\frac{\sqrt{2.8}}{3+2^+}$$



01

محددة الدرجة الثانية

$$\frac{10+17}{3.45}$$



المحددات: كل مصفوفة مربعة لها **محددة**، وتسمى **محددة المصفوفة** من النوع 2×2 **محددة الدرجة الثانية**.
القطر الرئيسي لمصفوفة مربعة هو: جميع عناصر المصفوفة التي تمتد من الزاوية اليسرى العلوية للزاوية اليمنى السفلى. أو جميع العناصر a_{ij} بحيث $i=j$.

أضف إلى
مفهوم أساسي

مطوبتك
محددة الدرجة الثانية

التعبير اللفظي: يرمز لمحددة المصفوفة $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ بالرمز $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ وقيمتها تساوي حاصل ضرب عنصري القطر الرئيس مطروحاً منه حاصل ضرب عنصري القطر الآخر.

بالرموز: $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - cb$

مثال: $\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ -3 & 6 \end{vmatrix} = 4(6) - (-3)(5) = 39$



$$\frac{3 \sin 4/8}{\sqrt{3.2.4+2}}$$

اعداد المعلمة: هـرود جويسر

$$\frac{4+6+(2\sqrt{3})}{\sqrt{276}}$$

$$\frac{\sqrt{2.8}}{3+2^+}$$

$$\frac{10+17}{3.45}$$

اعداد المعلمة: عهود جويسر

محددة الدرجة الثانية

مثال 1

أوجد قيمة كل محددة فيما يأتي:

تحقق من فهمك



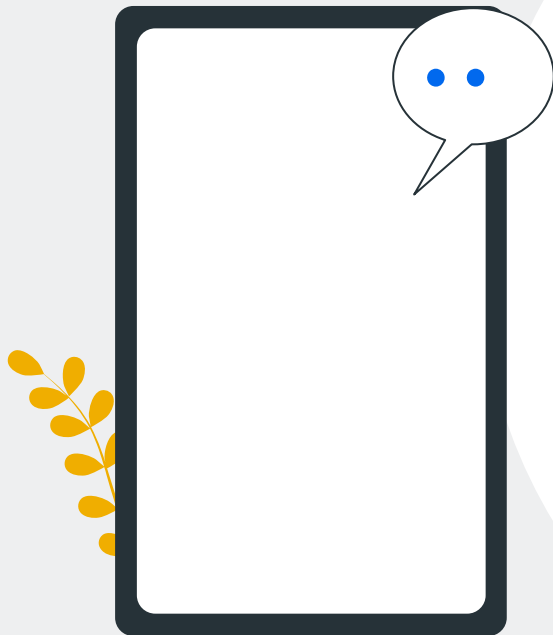
$$\begin{vmatrix} 7 & 5 \\ 9 & -4 \end{vmatrix} \quad (1B)$$

$$\begin{vmatrix} -6 & -7 \\ 10 & 8 \end{vmatrix} \quad (1A)$$

$$\begin{vmatrix} -6 & -6 \\ 8 & 10 \end{vmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{vmatrix} 8 & 6 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{2.8}}{3+2^+}$$



02

حساب محددة المصفوفة 3×3

تُسمى محددات المصفوفات من الرتبة 3×3 **محددات الدرجة الثالثة**. ويمكنك حساب هذه المحددات باستعمال **قاعدة الأقطار** أو باستعمال محددة المصفوفة 2×2 .

$$\frac{\sqrt{2.8}}{3+2^+}$$

أضف إلى

مطويتك

مفهوم أساسي

حساب محددة المصفوفة 3×3

الطريقة الأولى: باستعمال قاعدة الأقطار

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{vmatrix} \begin{vmatrix} b & c \\ e & f \\ h & i \end{vmatrix} \begin{vmatrix} c & a \\ f & d \\ i & g \end{vmatrix}$$

خطوة 1: أعد كتابة العمود الأول والثاني عن يمين المحددة.

خطوة 2: أوجد حاصل ضرب عناصر القطر الرئيس

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{vmatrix} \begin{vmatrix} b & c \\ e & f \\ h & i \end{vmatrix} \begin{vmatrix} c & a \\ f & d \\ i & g \end{vmatrix}$$

وثلاثيات العناصر على الموازيات المبينة ثم اجمع.

خطوة 3: أوجد حاصل ضرب عناصر القطر الآخر وثلاثيات

العناصر على الموازيات المبينة ثم اجمع.

خطوة 4: لإيجاد قيمة المحددة نطرح ناتج الخطوة 3 من ناتج الخطوة 2.

الطريقة الثانية: باستعمال محددة المصفوفة 2×2 .

$$a \cdot \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} - b \begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} + c \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix}$$

طريقة ١

$$\frac{\sqrt{2.8}}{3+2^+}$$



حساب محدّدة المصفوفة 3×3

مثال 2

تحقق من فهمك

$$\begin{vmatrix} -5 & 9 & 4 \\ -2 & -1 & 5 \\ -4 & 6 & 2 \end{vmatrix}$$

(2A)

$$\frac{4+6+(2\sqrt{3})}{\sqrt{276}}$$

طريقة ٢

حساب محدّدة المصفوفة 3×3

مثال 2

تحقق من فهمك

$$\frac{\sqrt{2.8}}{3+2^+}$$

$$\begin{vmatrix} -5 & 9 & 4 \\ -2 & -1 & 5 \\ -4 & 6 & 2 \end{vmatrix}$$

(2A)



$$\frac{4+6+(2\sqrt{3})}{\sqrt{276}}$$

مثال 2

حساب محدّدة المصفوفة 3×3

$$\begin{vmatrix} -8 & -4 & 4 \\ 0 & -5 & -8 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

(2B)

$$\frac{\sqrt{2.8}}{3+2^+}$$

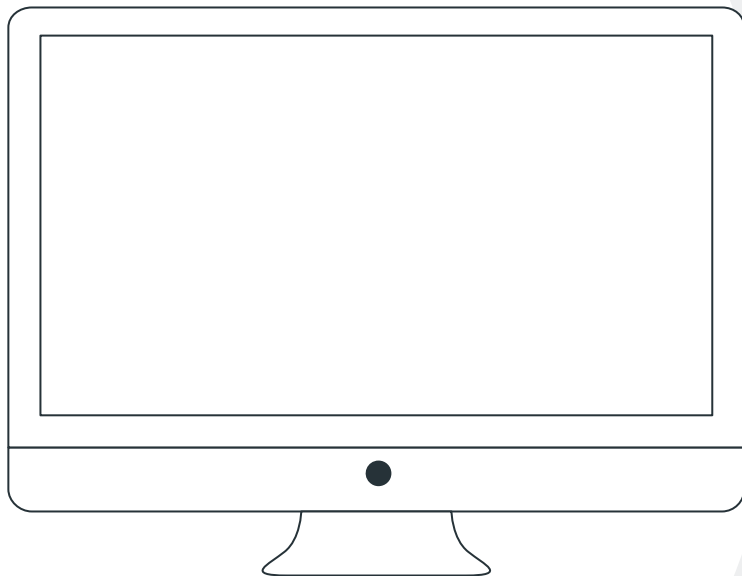


$$\frac{4+6+(2\sqrt{3})}{\sqrt{276}}$$

$$C = \frac{B^3 + C^2 + A}{3BA}$$

03

حساب مساحة المثلث باستعمال المحددات



حساب مساحة المثلث باستعمال المحددات

مثال 3 من واقع الحياة

تحقق من فهمك

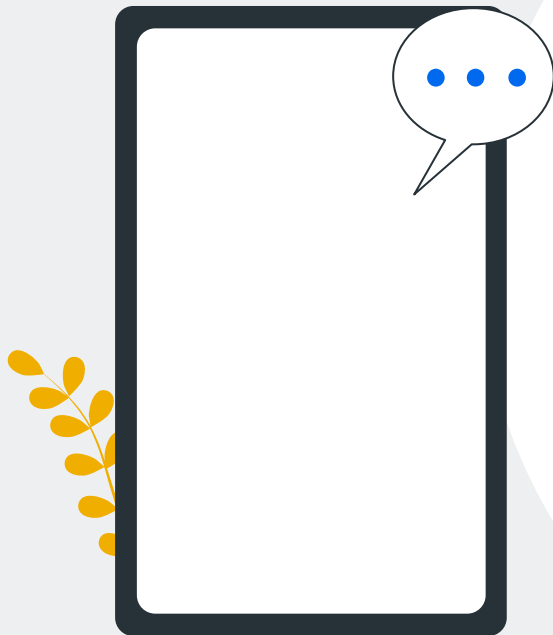


- **خرائط:** يقف خالد وسعد ورضوان عند ثلاث نقاط مختلفة على خريطة المدينة التي يسكنونها، فإذا كانت إحداثيات هذه النقاط هي: $(3, 15)$, $(6, 4)$, $(11, 9)$ ، فما مساحة المنطقة المثلثة التي يقفون عند رؤوسها؟

$$\frac{-\sqrt{2}}{(\frac{1}{2})^2}$$

$$\frac{10+17}{3.45}$$

$$\frac{\sqrt{2.8}}{3+2^+}$$



04

حل نظام من معادلتين

تسمى المصفوفة التي عناصرها معاملات المتغيرات في نظام معادلات بعدة متغيرات بعد ترتيب النظام مصفوفة المعاملات.

قاعدة كرامر: يمكنك استعمال المحددات لحل أنظمة معادلات، فإذا كانت قيمة المحددة لمصفوفة المعاملات لا تساوي صفراً، فإن للنظام حلاً وحيداً. وإذا كانت قيمة المحددة صفراً، فإما أن يكون للنظام عدد لانهائي من الحلول أو لا حل له، وهناك طريقة لحل أنظمة المعادلات الخطية تسمى قاعدة كرامر.

أضف إلى

مطويتك

قاعدة كرامر

مفهوم أساسي

إذا كانت \underline{C} مصفوفة المعاملات للنظام $\begin{cases} ax + by = m \\ fx + gy = n \end{cases}$ ، حيث $\underline{C} = \begin{bmatrix} a & b \\ f & g \end{bmatrix}$

فإن حل هذا النظام هو $x = \frac{\begin{vmatrix} m & b \\ n & g \end{vmatrix}}{|\underline{C}|}$ و $y = \frac{\begin{vmatrix} a & m \\ f & n \end{vmatrix}}{|\underline{C}|}$ ، وذلك إذا كانت $|\underline{C}| \neq 0$.

$$\frac{3 \sin 4/}{\sqrt{3 \cdot 2 \cdot 4 + 2}}$$

مثال 4

حل نظام من معادلتين

تحقق من فهمك

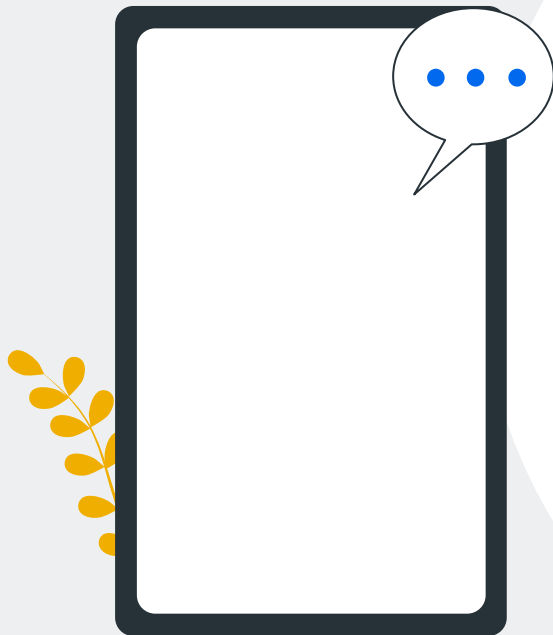
$$\begin{aligned} 7x + 3y &= 37 \quad (4A) \\ -5x - 7y &= -41 \end{aligned}$$



$$\frac{A}{3B}$$

$$\frac{5 \pm \sqrt{3-4}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2.8}}{3+2^+}$$



05

حل نظام من ثلاث
معادلات

يمكنك استعمال قاعدة كرامر لحل نظام من ثلاث معادلات أيضًا.

أضف إلى

مطويتك

استعمال قاعدة كرامر لحل نظام من ثلاث معادلات

مفهوم أساسي

إذا كانت \underline{C} مصفوفة المعاملات للنظام $ax + by + cz = m$ ، $fx + gy + hz = n$ ، $jx + ky + \ell z = p$ حيث $\underline{C} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ f & g & h \\ j & k & \ell \end{bmatrix}$

فإن حل هذا النظام هو $x = \frac{\begin{vmatrix} m & b & c \\ n & g & h \\ p & k & \ell \end{vmatrix}}{|\underline{C}|}$ ، $y = \frac{\begin{vmatrix} a & m & c \\ f & n & h \\ j & p & \ell \end{vmatrix}}{|\underline{C}|}$ ، $z = \frac{\begin{vmatrix} a & b & m \\ f & g & n \\ j & k & p \end{vmatrix}}{|\underline{C}|}$ وذلك إذا كانت $|\underline{C}| \neq 0$.

$$\frac{3 \sin 4/8}{\sqrt{3 \cdot 2 \cdot 4 + 2}}$$

حل النظام الآتي باستعمال قاعدة كرامر:

$$3x + 5y + 2z = -7 \quad (5A)$$

$$-4x + 3y - 5z = -19$$

$$5x + 4y - 7z = -15$$

$$\frac{10+17}{3.45}$$

$$\left(\frac{C-B}{3-D} \right) = \left(\frac{A}{3B} \right) = \frac{3C(2)^4}{x+y+c}$$

$$C = \frac{B^3 + C^2 + A}{3BA}$$

Thanks

لا ننسى الواجب

