

تصنيف المثلثات

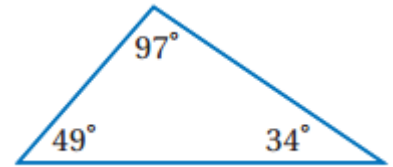
3-1

تلق

صفحة ١٤١

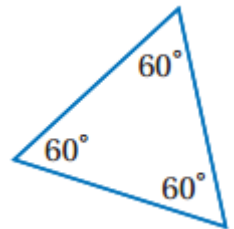
صنف كلا من المثلثين الآتيين إلى حاد الزوايا أو متطابق الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية:

(1A)



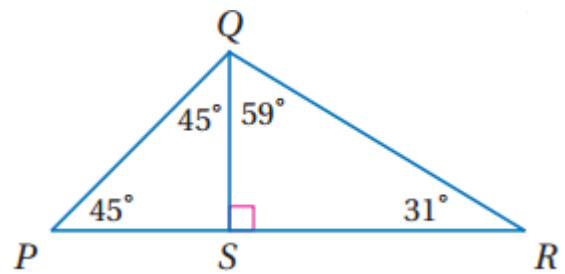
مثلث منفرج الزاوية لأنه يحتوي على زاوية 97°

(1B)



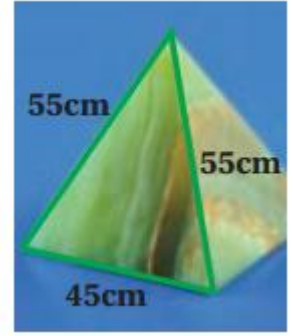
مثلث متطابق الزوايا لأن جميع زواياه متساوية.

(2)



مثلث قائم الزاوية ، لأن الزاوية PQS قائمة $90^\circ = 45 + 45$

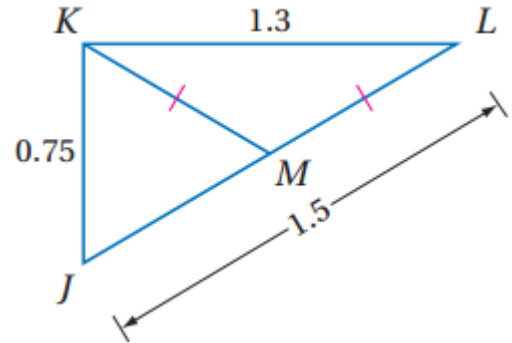
(3) قيادة السيارة والسلامة:



شكل زر ضوء الخطر مثلث متطابق الضلعين.

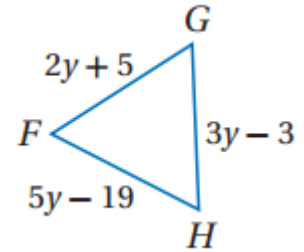


(4)



$\triangle KML$ متطابق الضلعين لأن $KM = ML$

(5)



بما أن المثلث متطابق الأضلاع إذن أطوال أضلاعه جميعها متساوية

$$FG = GH$$

$$2y + 5 = 3y - 3$$

$$2y + 5 - 3y + 3 = 0$$

$$-y + 8 = 0$$

$$y = 8$$

$$FG = 2y + 5 = 2 \times 8 + 5 = 21$$

$$GH = 3y - 3 = 3 \times 8 - 3 = 21$$

$$FH = 5y - 19 = 5 \times 8 - 19 = 21$$

حقیبہ انجاز المعلم والمعلمة

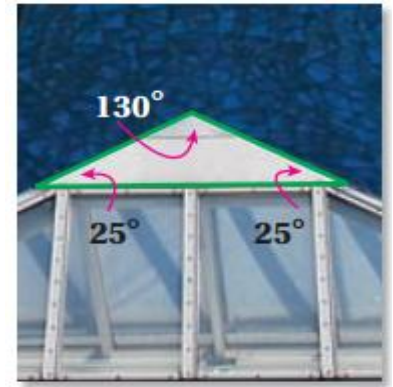


فن العمارة: المثال ١

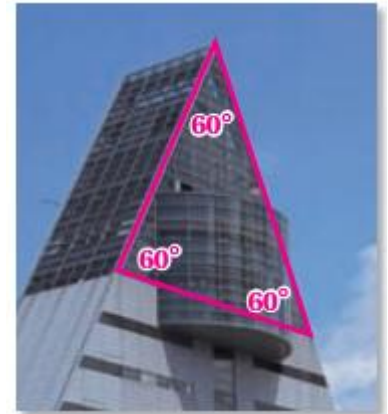
(1) قائم الزاوية لأنه يحتوي على زاوية قياسها 90°



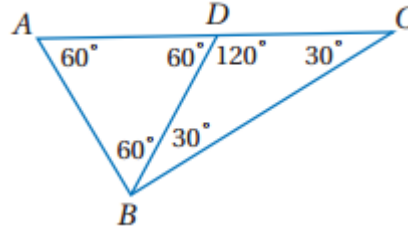
(2) منفرج الزاوية لأن إحدى زواياه أكبر من 90°



(3) متطابق الزوايا لأن جميع زواياه متساوية



صنف كلا من المثلثات الآتية إلى حاد الزوايا أو متطابق الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية: المثال ٢



(4) $\triangle ABD$ متطابق الزوايا، قياس كل زاوية = 60°

(5) $\triangle BDC$ منفرج الزاوية، $\triangle ABD$

(6) $\triangle ABC$ قائم الزاوية، لأن $m \angle BDC = 90^\circ$

صنف كلا من المثلثين الآتيين إلى متطابق الأضلاع أو متطابق الضلعين أو مختلف الأضلاع: المثال ٣

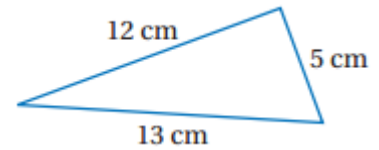
(7)

متطابق الضلعين

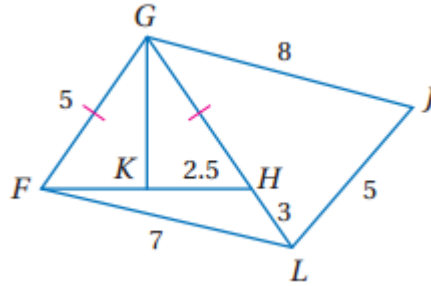


(8)

مختلف الأضلاع



إذا كانت النقطة K هي منتصف \overline{FH} ، فصنف كلا من المثلثات الآتية في الشكل المجاور إلى متطابق الأضلاع أو متطابق الضلعين أو مختلف الأضلاع: مثال ٤



(9)

بما أن K في المنتصف، إذن $2.5 = FK = KH$

$$5 = 2.5 + 2.5 = FH$$

$$5 = FH = FG = HG$$

إذن المثلث $\triangle FGH$ متطابق الأضلاع لأن جميع أضلاعه متساوية.

(10)

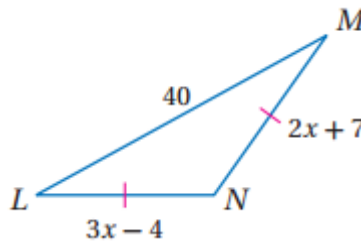
بما أن $5 = LJ = GL$ إذن $\triangle GJL$ متطابق الضلعين

(11)

بما أن $\triangle FHL$ جميع أطوال أضلاعه غير متساوية إذن هو مختلف الأضلاع

جبر: أوجد قيمة x وأطوال الأضلاع المجهولة في كل من المثلثين الآتيين:

(12)



بما أن المثلث $\triangle LNM$ متطابق الضلعين إذن $LN = MN$

$$LN = MN$$

$$2x + 7 = 3x - 4$$

$$2x - 3x = -4 - 7$$

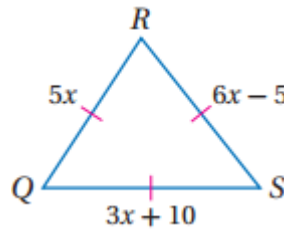
$$-x = -11$$

$$x = 11$$

$$MN = 2 \times 11 + 7 = 29$$

$$LN = 3 \times 11 - 4 = 29$$

(13)



بما أن المثلث $\triangle QRS$ متطابق الأضلاع إذن $RS = QS = QR$

$$6x - 5 = 5x$$

$$6x - 5x = 5$$

$$x = 5$$

$$QR = 5x = 5 \times 5 = 25$$

$$RS = 6x - 5 = 6 \times 5 - 5 = 25$$

$$QS = 3x + 10 = 3 \times 5 + 10 = 25$$

(14) مجوهرات:

بما أن المثلث متطابق الضلعين إذن:

$$(4x - 0.8) = (3x + 0.2)$$

$$x = 0.8 + 0.2 = 1$$

لتشكيل قرط واحد أحتاج إلى :

$$\begin{aligned}(4x - 0.8) + (3x + 0.2) + (2x + 0.1) + 1.5 &= \\ 9x - 0.5 &= 9 - 0.5 \\ &= 8.5\end{aligned}$$

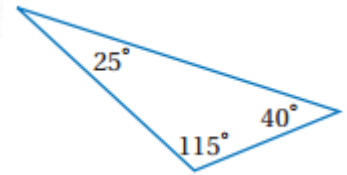
إذن يمكن صنع قرط واحد سلك طوله ٨,٥

تدرب وحل المسائل

صنف كلا من المثلثين الآتيين إلى حاد الزوايا أو متطابق الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية: المثال ١

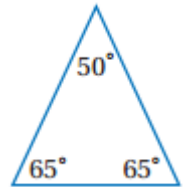
(15)

منفرج الزاوية لأنه يحتوي على زاوية أكبر من 90°



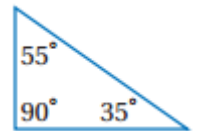
(16)

حاد الزوايا لأن جميع زواياه أقل من 90°

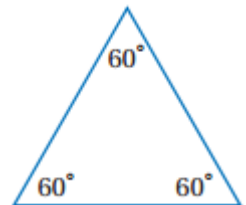


(17)

قائم الزاوية لأنه توجد زاوية قائمة $= 90^\circ$

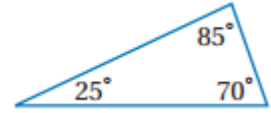


(18)



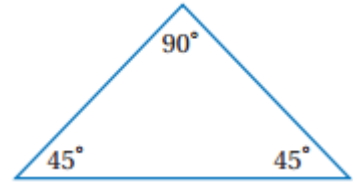
متطابق الزوايا لأن جميع زواياه متساوية

(19)



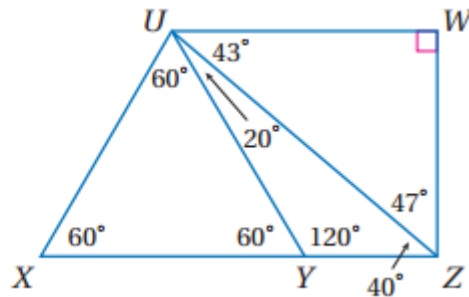
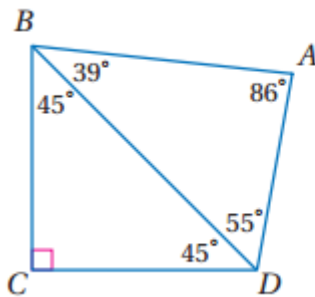
حاد الزوايا لأن جميع زواياه أقل من 90°

(20)



قائم الزاوية لأنه توجد زاوية قائمة 90°

صنف كلا من المثلثات الآتية إلى حاد الزوايا أو متطابق الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية: المثال ٢



(21) $\triangle UYZ$ منفرج الزاوية، لأنه يحتوي زاوية أكبر من 90° وهي

$$120^\circ = \angle UYZ$$

(22) $\triangle BCD$ قائم الزاوية، لأنه يوجد زاوية قائمة 90°

(23) $\triangle BCD$ حاد الزوايا، لأن جميع زواياه أقل من 90°

(24) $\triangle UXZ$ حاد الزوايا، لأن جميع زواياه أقل من 90°

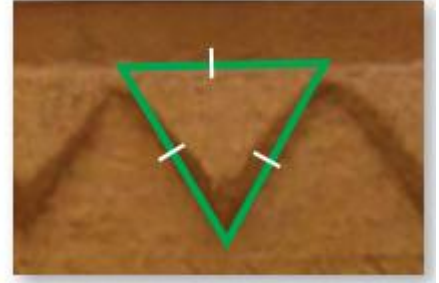
(25) $\triangle UWZ$ قائم الزاوية، لأنه يوجد زاوية قائمة 90°

(26) $\triangle UXY$ متطابق الزوايا، جميع زواياه متساوية.

صنف كلا من المثلثين الآتيين إلى متطابق الأضلاع أو متطابق الضلعين أو مختلف الأضلاع: المثال ٣

(27)

متطابق الأضلاع لأن جميع أطوال أضلاعه متساوية.

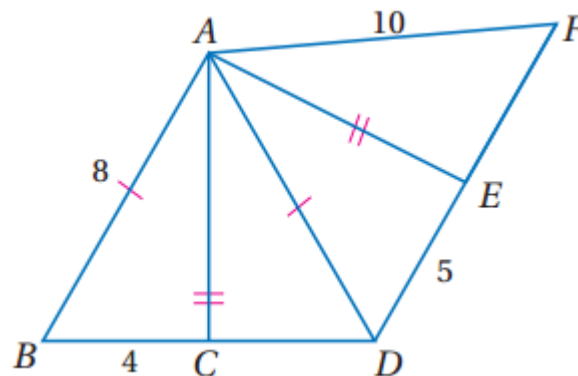


(28)

مختلف الأضلاع لأن جميع أطوال أضلاعه غير متساوية.



إذا كانت C هي منتصف BD ، والنقطة E منتصف DF ، فصنف كلا من المثلثات الآتية إلى متطابق الأضلاع أو متطابق الضلعين أو مختلف الأضلاع:



بما أن C هي نقطة منتصف \overline{BD} إذن $\overline{CD} = \overline{BC}$ $4 = \overline{CD} = \overline{BC}$

وبما أن النقطة E منتصف \overline{DF} إذن $\overline{ED} = \overline{EF}$ $5 = \overline{ED} = \overline{EF}$

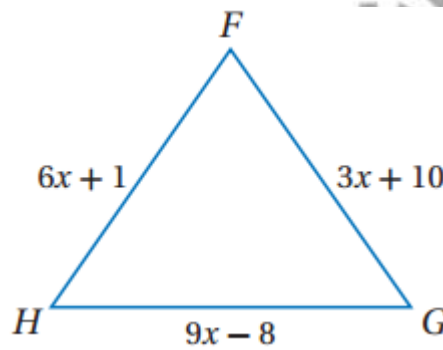
(29) $\triangle ABC$ مختلف الأضلاع لأن جميع أطوال أضلاعه غير متساوية.

(30) $\triangle ADF$ متطابق الضلعين لأن $\overline{AF} = \overline{FD}$ $10 = \overline{AF} = \overline{FD}$.

(31) $\triangle ACD$ مختلف الأضلاع لأن جميع أطوال أضلاعه غير متساوية.

(32) $\triangle ABD$ متطابق الضلعين لأن $\overline{AB} = \overline{AD}$ $8 = \overline{AB} = \overline{AD}$

(33) جبر: المثال هـ



بما أن المثلث متطابق الأضلاع إذن جميع أطوال أضلاعه متساوية.

$$\overline{HF} = \overline{FG}$$

$$6x + 1 = 3x + 10$$

$$6x - 3x = 10 - 1$$

$$3x = 9$$

$$x = 3$$

$$\overline{HF} = 6x + 1 = 6 \times 3 + 1 = 19$$

$$\overline{FG} = 3x + 10 = 3 \times 3 + 10 = 19$$

$$\overline{HG} = 9x - 8 = 9 \times 3 - 8 = 19$$

(34) فن تشكيلي:



1Δ: حاد الزوايا متطابق الضلعين

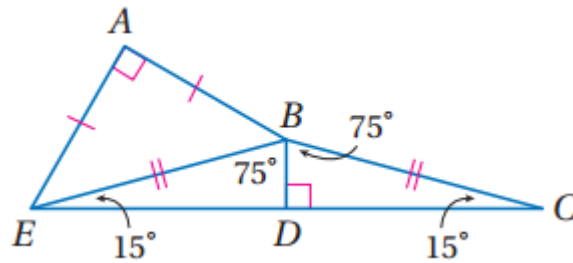
2Δ: قائم الزاوية مختلف الأضلاع

3Δ: منفرج الزاوية مختلف الأضلاع

4Δ: حاد الزوايا متطابق الأضلاع

5Δ: منفرج الزاوية مختلف الأضلاع

صنف كلا من المثلثات الظاهرة في الشكل المجاور وفق زواياه، ثم وفق أضلاعه:



(35) $\triangle ABE$ قائم الزاوية لأن $\angle BAE = 90^\circ$ ومتطابق الضلعين لأن $\overline{AB} = \overline{AE}$

(36) $\triangle EBC$ منفرج الزاوية لأن $\angle EBC = 150^\circ$ ومتطابق الضلعين $\overline{BC} = \overline{BE}$

(37) $\triangle BDC$ قائم الزاوية ومختلف الأضلاع

هندسة إحداثية:

38)

$$X (-5,9), Y (2,1), Z (-8,3)$$

$$X (-5,9), Y (2,1)$$

$$d_{(X,Y)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(2 - (-5))^2 + (1 - 9)^2}$$

$$\sqrt{49 + 64} = \sqrt{113}$$

$$Y (2,1), Z (-8,3)$$

$$d_{(Y,Z)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-8 - 2)^2 + (3 - 1)^2}$$

$$\sqrt{100 + 4} = \sqrt{104}$$

$$X (-5,9), Z (-8,3)$$

$$d_{(X,Z)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-8 - (-5))^2 + (3 - 9)^2}$$

$$\sqrt{9 + 36} = \sqrt{45}$$

المثلث XYZ مختلف الأضلاع لأن جميع أطواله غير متساوية.

39)

$X (7,6), Y (5,1), Z (9,1)$

$X (7,6), Y (5,1)$

$$d_{(X,Y)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(5-7)^2 + (1-6)^2}$$

$$\sqrt{4+25} = \sqrt{29}$$

$Y (5,1), Z (9,1)$

$$d_{(Y,Z)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(9-5)^2 + (1-1)^2}$$

$$\sqrt{16+0} = \sqrt{4}$$

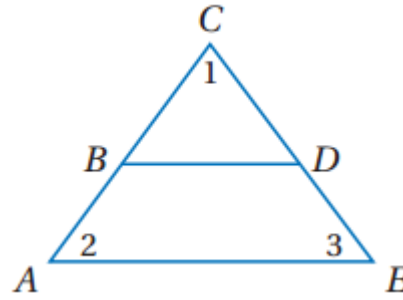
$X (7,6), Z (9,1)$

$$d_{(X,Z)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(9-7)^2 + (1-6)^2}$$

$$\sqrt{4+25} = \sqrt{29}$$

المثلث XYZ متطابق الضلعين لأن $\overline{XZ} = \overline{XY}$

(40) برهان:



(1) $\triangle ACE$ متطابق الزوايا و $\overline{BD} \parallel \overline{AE}$ (معطيات)

(2) $\angle 1 \cong \angle 2 \cong \angle 3$ (تعريف المثلث المتطابق الزوايا)

(3) $\angle 2 \cong \angle CBD$ و $\angle 3 \cong \angle CDB$ (مسلمة الزاويتين المتناظرتين)

(4) $\angle 1 \cong \angle CBD \cong \angle CDB$

(5) $\triangle BCD$ متطابق الزوايا (تعريف المثلث المتطابق الزوايا)

جبر: أوجد قيمة x وأطوال أضلاع المثلث في كل مما يأتي:

(41)

$\triangle FGH$ متطابق الأضلاع أي جميع أطواله متساوية

$$HF = GH$$

$$x + 20 = 2x + 5$$

$$x - 2x = 5 - 20$$

$$-x = -15$$

$$x = 15$$

$$HF = x + 20 = 15 + 20 = 35$$

$$GH = 2x + 5 = 2 \times 15 + 5 = 35$$

$$FG = 3x - 10 = 3 \times 15 - 10 = 35$$

(42)

$\triangle RST$ متطابق الأضلاع أي جميع أطواله متساوية

$$RS = 4x + 3$$

$$ST = 2x + 7$$

$$TR = 5x + 1$$

$$RS = ST$$

$$4x + 3 = 2x + 7$$

$$4x - 2x = 7 - 3$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

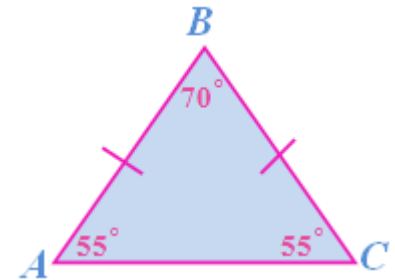
$$RS = 4x + 3 = 4 \times 2 + 3 = 11$$

$$ST = 2x + 7 = 2 \times 2 + 7 = 11$$

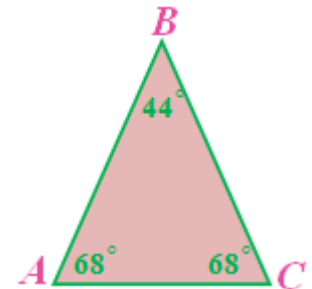
$$TR = 5x + 1 = 5 \times 2 + 1 = 11$$

(43) تمثيلات متعددة: a) هندسيا:

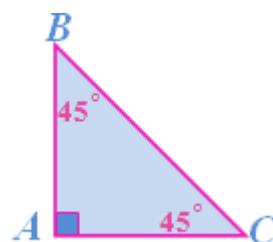
مثلث متطابق الأضلاع



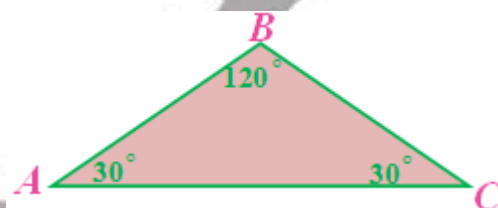
مثلث حاد الزوايا



مثلث قائم الزاوية



مثلث منفرج الزاوية



(b) جدولياً:

$m \angle A$	$m \angle C$	$m \angle B$	مجموع قياسات الزوايا
٥٥	٥٥	٧٠	١٨٠
٦٨	٦٨	٤٤	١٨٠
٤٥	٤٥	٩٠	١٨٠
٣٠	٣٠	١٢٠	١٨٠

(c) لفظياً: الزاويتان المقابلتان للضلعين في المثلث المتطابق الضلعين متطابقتان،
ومجموع قياسات زوايا المثلث المتطابق الضلعين يساوي 180°

(d) جبرياً:

إذا كان للزاويتين المقابلتين للضلعين في المثلث المتطابق الضلعين القياس نفسه وكان قياس إحدهما x ، فإن قياس الأخرى يساوي x وبما أن مجموع قياسات زوايا المثلث المتطابق الضلعين يساوي 180° فإن قياس الزاوية الثالثة يساوي $180 - 2x$

مسائل مهارات التفكير العليا

(٤٤) اكتشاف الخطأ:

ليلي إجابتها صحيحة، في أي مثلث توجد زاويتان حادتان على الأقل لذا فبحسب كلام نوال فإن جميع المثلثات تصنف على أنها حادة الزوايا، وهذا غير صحيح، حيث تصنف المثلثات وفقا للزاوية الثالثة. فإذا كانت الزاوية الثالثة حادة، فالمثلث حاد الزوايا وإذا كانت منفرجة، فالمثلث منفرج الزاوية.

تبرير:

(45) غير صحيحة أبدا، جميع المثلثات المتطابقة الزوايا فيها ثلاثة زوايا قياس كل منها 60 ولذلك فإنها لا تحتوى زاوية قياسها 90 فلا يمكن أن تكون قائمة الزاوية.

(46) صحيحة دائما، المثلث المتطابق الأضلاع فيه ثلاثة أضلاع لها الطول نفسه والمثلث المتطابق الضلعين فيه ضلعان على الأقل لهما الطول نفسه ولذا فإن جميع المثلثات المتطابقة الأضلاع تكون متطابقة الضلعين أيضا

(47) تحد:

بما أن المثلث متطابق الأضلاع فإن أطوال أضلاعه متساوية ويكون محيط المثلث المتطابق الأضلاع هو مجموع أطوال أضلاعه أو ثلاثة أمثال طول احد أضلاعه إذن محيط المثلث $69 = 3 \times 23$

$$7x - 5 = 5x + 3$$

$$7x - 5x = 3 + 5$$

$$2x = 8$$

$$x = 4$$

$$7x - 5 = 7 \times 4 - 5 = 23$$

(48) اكتب:

في المثلث الحاد الزوايا ثلاثة زوايا حادة والمثلث المتطابق الزوايا فيه ثلاث زوايا قياس كم منها 60 وبما أن الزوايا التي قياسها 60 هي زوايا حادة فإن جميع المثلثات المتطابقة الزوايا هي مثلثات حادة الزوايا.

تدريب على الاختبار المعياري

49) C

$$84.50 \times \frac{40}{100} = 33.8$$

50) D

$$\begin{aligned} 2x + y &= 5 \\ y &= 5 - 2x \\ m &= -2 \end{aligned}$$

مراجعة تراكمية

اوجد المسافة بين المستقيمين المتوازيين في كل مما يأتي:

51)

$$(-2, 0), (5, 0)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(5 - (-2))^2 + (0 - 0)^2} = \sqrt{49} = 7$$

52)

رسم مستقيم عمودي على المستقيمين المتوازيين ويمر بالنقطة (0, -4) وميله = -1

$$(y - y_1) = m(x - x_1) \rightarrow y + 4 = -1(x - 0)$$

$$y = -x - 4$$

$$-x - 4 = x + 2$$

$$-2x = 6$$

$$x = -3$$

$$y = -x - 4$$

$$y = -(-3) - 4$$

$$y = -1$$

$$(-3, -1), (0, -4)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0 - (-3))^2 + (-4 - (-1))^2}$$

$$= \sqrt{9 + 9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

53) كرة قدم: المستقيمان العموديان على مستقيم آخر متوازيان.

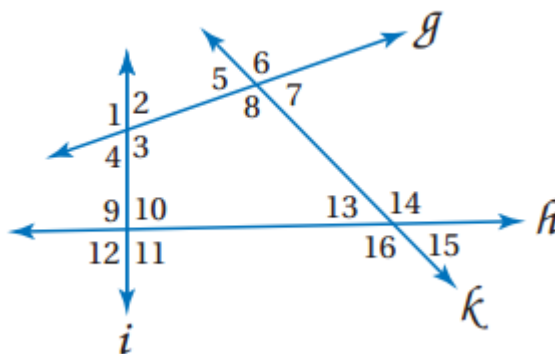
حدد الفرض والنتيجة في كل جملة شرطية فيما يأتي:

54) الفرض: كون الرجل كهلاً ، النتيجة: عمره 40 سنة على الأقل

55) الفرض: $2x + 6 = 10$ ، النتيجة: $x = 2$

استعد للدرس اللاحق

صنف كل زوج من الزوايا مما يأتي إلى متبادلتين داخليا أو متبادلتين خارجيا أو متناظرتين أو متخالفتين:



(56) $\angle 3, \angle 5$: متبادلتان داخليا

(57) $\angle 4, \angle 9$: متحالفتان داخليا

(58) $\angle 13, \angle 11$: متبادلتان داخليا

(59) $\angle 11, \angle 1$: متبادلتان خارجيا

حقیبہ انجاز المعلم والمعلمة

معمل الهندسة
زوايا المثلثات
استكشاف
3-2

حل النتائج:

- (1) زاوية مستقيمة أو خط مستقيم
- (2) 180°
- (3) $m \angle A + m \angle B$ يساوي قياس الزاوية الخارجية المجاورة لـ $\angle C$
- (4) تختلف إجابات الطالب.
- (5) قياس الزاوية الخارجية يساوي مجموع قياسي الزاويتين الداخلتين غير المجاورتين لها.

حقيبيه إنجاز المعلم والمعلمه