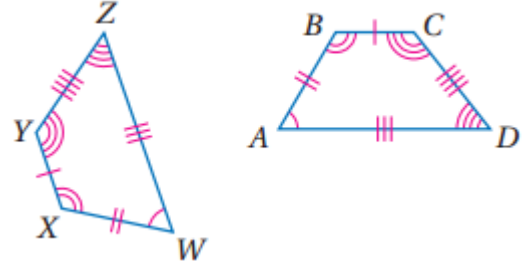


## المثلثات المتطابقة

تلق

(1A)

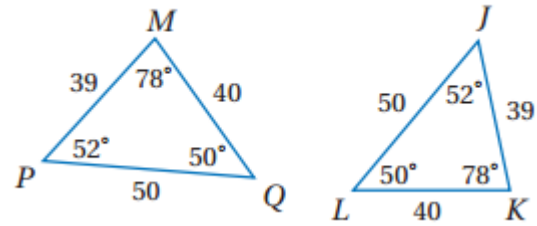


الزوايا:  $\angle B \cong \angle X$ ,  $\angle C \cong \angle Y$   
 $\angle A \cong \angle W$ ,  $\angle D \cong \angle Z$

الأضلاع:  $AB \cong WX$ ,  $BC \cong XY$ ,  $CD \cong YZ$ ,  $DA \cong ZW$

المضلع  $WXYZ \cong ABCD$

(1B)

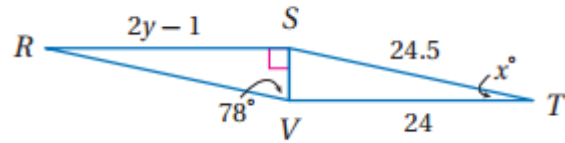


الزوايا:  $\angle L \cong \angle Q$ ,  $\angle K \cong \angle M$ ,  $\angle J \cong \angle P$

الأضلاع:  $JK \cong PM$ ,  $KL \cong MQ$ ,  $LJ \cong QP$

المثلث  $JKL \cong PMQ$

(2)



$$\therefore \triangle RSV \cong \triangle TVS$$

$$RS = TV \quad \text{تعريف التطابق}$$

$$2y - 1 = 24 \quad \text{بالتعويض}$$

$$2y = 25$$

$$y = 25 \div 2$$

$$y = 12.5$$

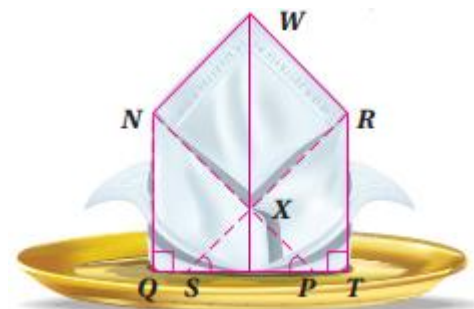
$$\angle TSV = \angle SVR = 78^\circ \quad \text{تعريف التطابق}$$

$$\angle STV = 180^\circ - (78^\circ + 90^\circ) \quad \text{نظرية مجموع زوايا المثلث}$$

$$\angle STV = 12^\circ$$



(3)



بما أن  $\overline{WX}$  منصفاً لزاوية  $\angle NXR$  إذن  $\angle NXW = \angle WXR = 49^\circ$   
 بما أن  $\triangle WNX \cong \triangle WRX$  إذن  $\angle WNX = \angle WRX = 88^\circ$  تعريف التطابق

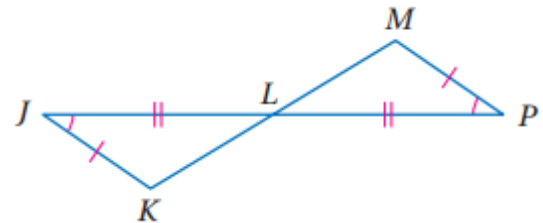
$\angle RWX = 43^\circ$  حسب نظرية مجموع زوايا المثلث

$\angle NWX = \angle RWX$  تعريف التطابق

$$m\angle NWX + m\angle RWX = m\angle NWR$$

$$86^\circ = 43^\circ + 43^\circ = m\angle NWR$$

(4)



(معطى)  $\overline{JK} \cong \overline{PM}$ ,  $\overline{JL} \cong \overline{PL}$ ,  $\angle J \cong \angle P$

$L$  تنصف  $\overline{KM}$  (معطى)

(تعريف التنصيف)  $\overline{LM} \cong \overline{KL}$

$\angle MLP \cong \angle JLK$  (حسب نظرية الزاويتان المتقابلتان بالرأس)

$\angle M \cong \angle K$  (نظرية الزاوية الثالثة)

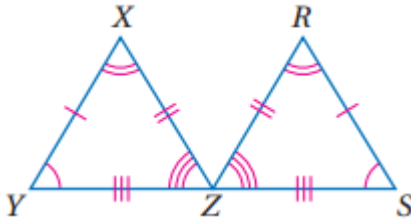
بما أن جميع زوايا المثلثين متطابقة والأضلاع متطابقة إذن

$$\triangle PLM \cong \triangle JLK$$



في كل من السؤالين الآتيين، بين أن المثلثين متطابقان بتعيين جميع العناصر المتناظرة المتطابقة، ثم اكتب عبارة التطابق: المثال ١

1)

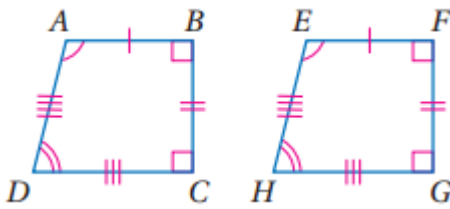


$$\angle Y \cong \angle S, \angle X \cong \angle R, \angle XZY \cong \angle RZS$$

$$\overline{YX} \cong \overline{SR}, \overline{YZ} \cong \overline{SZ}, \overline{XZ} \cong \overline{RZ}$$

$$\triangle YXZ \cong \triangle SRZ$$

1)

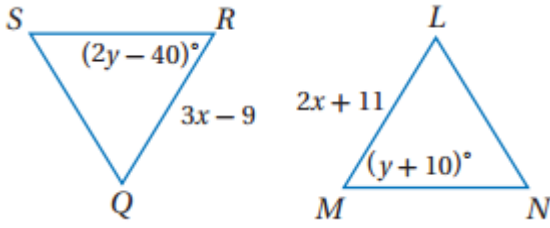


$$\angle A \cong \angle E, \angle B \cong \angle F, \angle C \cong \angle G, \angle D \cong \angle H$$

$$\overline{AB} \cong \overline{EF}, \overline{CD} \cong \overline{GH}, \overline{AD} \cong \overline{EH}, \overline{BC} \cong \overline{FG}$$

$$EFGH \cong ABCD$$

في الشكلين المجاورين، فأوجد: المثال ٢



3)

$$\therefore \triangle LMN \cong \triangle QRS$$

$$\therefore \overline{LM} \cong \overline{QR}$$

$$2x + 11 = 3x - 9$$

$$-x = -9 - 11 = -20$$

$$x = 20$$

4)

$$\therefore \triangle LMN \cong \triangle QRS$$

$$\therefore \angle M = \angle R$$

$$(y + 10)^\circ = (2y - 40)^\circ$$

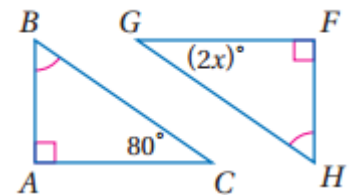
$$-y = -40 - 10$$

$$-y = -50$$

$$y = 50$$

في كل من السؤالين الآتيين، أوجد قيمة  $x$ ، وفسر إجابتك: المثال ٣

(5)



بما أن كل من  $\triangle GFH$ ,  $\triangle BAC$  يحتويان على زاويتان متطابقتان في كل منهما  
إذن قياس الزاوية الثالثة في كل منهما متطابقتان حسب نظرية الزاوية الثالثة

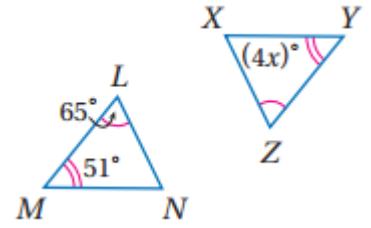
$$\angle G \cong \angle C$$

$$2x = 80$$

$$x = 40$$



(6)



بما أن كل من  $\triangle XYZ$  ,  $\triangle MLN$  يحتويان على زاويتان متطابقتان في كل منهما  
إذن قياس الزاوية الثالثة في كل منهما متطابقتان حسب نظرية الزاوية الثالثة

$$\angle X \cong \angle N$$

$$4x = \angle N$$

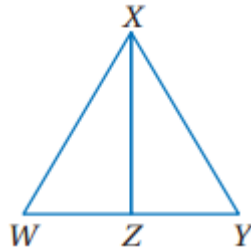
$$\angle N = 180 - (65 + 51)$$

$$\angle N = 64^\circ$$

$$4x = 64^\circ$$

$$x = 16$$

(7) برهان: اكتب برهانا حرا.



نعلم أن  $\overline{WX} \cong \overline{YX}$  ,  $\overline{WZ} \cong \overline{YZ}$  ,  $\overline{XZ} \cong \overline{XZ}$

$$\angle WXZ \cong \angle YXZ$$

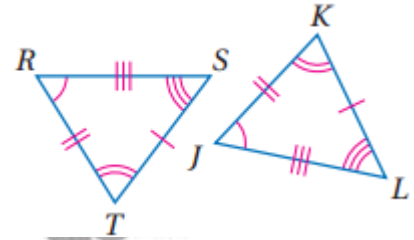
وحسب نظرية الزاوية الثالثة تكون  $\angle W = \angle Y$

إذن  $\triangle WXZ \cong \triangle YXZ$

### تدرب وحل المسائل

في كل من السؤالين الآتيين، بين أن المضلع ين متطابقان بتعيين جميع العناصر المتناظرة، ثم اكتب عبارة التطابق:

(8)

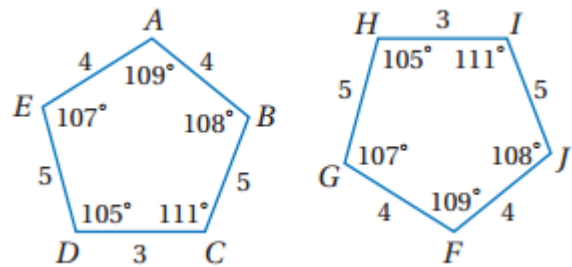


$$\angle R \cong \angle J, \angle T \cong \angle K, \angle S \cong \angle L$$

$$\overline{RT} \cong \overline{JK}, \overline{TS} \cong \overline{KL}, \overline{RS} \cong \overline{JL}$$

$$\triangle RTS \cong \triangle JKL \text{ إذن}$$

(9)

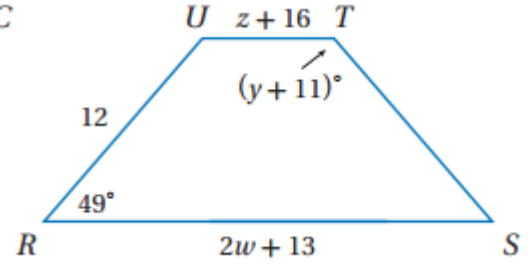
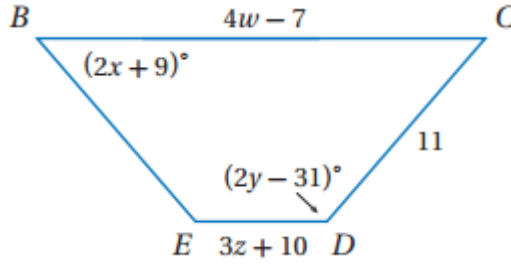


$$\angle A \cong \angle F, \angle B \cong \angle J, \angle C \cong \angle I, \angle D \cong \angle H, \angle E \cong \angle G$$

$$\overline{AB} \cong \overline{FJ}, \overline{BC} \cong \overline{JI}, \overline{CD} \cong \overline{IH}, \overline{DE} \cong \overline{HG}, \overline{EA} \cong \overline{GF}$$

$$\text{المضلع } ABCDE = \text{المضلع } FJIHG \text{ إذن}$$

أوجد قيمة كل مما يأتي:



بما أن المضلع  $BCDE \cong$  المضلع  $RSTU$

10)

$$\therefore \angle R \cong \angle B$$

$$49^\circ = 2x + 9$$

$$49 - 9 = 2x$$

$$x = 20$$

11)

$$\therefore \angle D \cong \angle T$$

$$(2y - 31)^\circ = (y + 11)^\circ$$

$$y = 11 + 31$$

$$y = 42$$

12)

$$\therefore \overline{ED} \cong \overline{UT}$$

$$(3z + 10)^\circ = (z + 16)^\circ$$

$$2z = 16 - 10$$

$$z = 3$$

13)

$$\therefore \overline{BC} \cong \overline{RS}$$

$$(4w - 7)^\circ = (2w + 13)^\circ$$

$$2w = 13 + 7$$

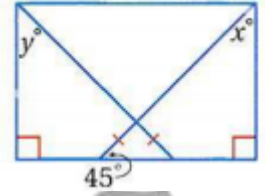
$$2w = 20$$

$$10 = w$$



أوجد قيمة كل من  $x$  ,  $y$  في الأسئلة الآتية:

(14)

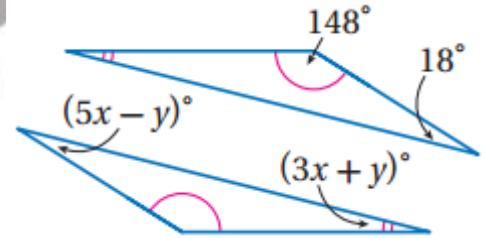


$$45^\circ = y$$

$$45^\circ = x$$

لأن المثلث المتطابق الضلعين زواياه القاعدة له متساوية وكل منها = ٤٥

(15)



$$(3x + y)^\circ = 180^\circ - (18^\circ + 148^\circ)$$

$$3x + y = 14 \rightarrow 1$$

$$5x - y = 18 \rightarrow 2$$

$$8x = 32$$

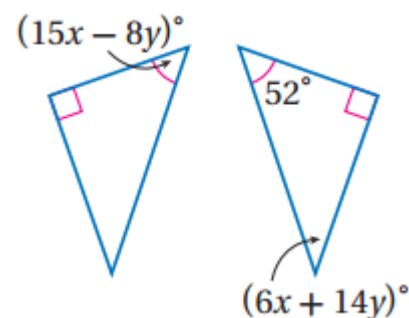
$$x = 4$$

$$5 \times 4 - y = 18$$

$$y = 20 - 18$$

$$y = 2$$

(16)



$$(15x - 8y)^\circ = 52^\circ$$

$$(6x + 14y)^\circ = 180 - (52 + 90)$$

$$6x + 14y = 38 \rightarrow \div 2$$

$$3x + 7y = 19 \rightarrow \times (-5)$$

$$-15x - 35y = -95 \rightarrow 1$$

$$15x - 8y = 52 \rightarrow 2$$

$$0 - 43y = -43$$

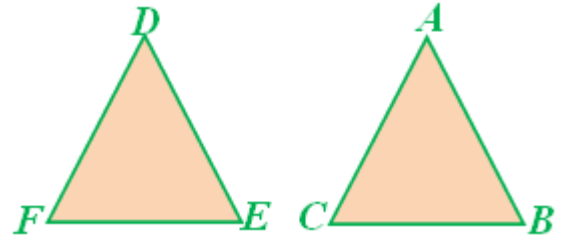
$$y = 1$$

$$15x - 8 \times 1 = 52$$

$$15x = 60$$

$$x = 4$$

(17) برهان: المثال ٤



$$(1) \angle A \cong \angle D, \angle B \cong \angle E \text{ (معطيات)}$$

$$(2) m \angle A = m \angle D, m \angle B = m \angle E \text{ (تعريف الزوايا المتطابقة)}$$

$$(3) m \angle A + m \angle B + m \angle C = 180^\circ, m \angle D + m \angle E + m \angle F = 180^\circ$$

(نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث)

$$(4) m \angle A + m \angle B + m \angle C = m \angle D + m \angle E + m \angle F \text{ (خاصية التعدي)}$$

$$(5) m \angle D + m \angle E + m \angle C = m \angle D + m \angle E + m \angle F \text{ (خاصية التعويض)}$$

$$(6) m \angle C = m \angle F \text{ (خاصية الطرح للمساواة)}$$

$$(7) \angle C \cong \angle F \text{ (تعريف تطابق الزوايا)}$$

(18) برهان:

$$\Delta RST = \Delta XYZ$$

معطى

$$\frac{\angle R}{RS} \cong \frac{\angle X}{XY}, \frac{\angle S}{ST} \cong \frac{\angle Y}{YZ}, \frac{\angle T}{RT} \cong \frac{\angle Z}{XZ},$$

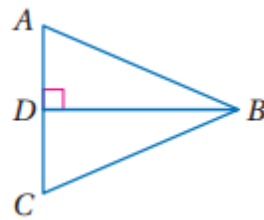
العناصر المتناظرة في المثلثين  
المتطابقين متطابقة

$$\frac{\angle X}{XY} \cong \frac{\angle R}{RS}, \frac{\angle Y}{YZ} \cong \frac{\angle S}{ST}, \frac{\angle Z}{XZ} \cong \frac{\angle T}{RT},$$

تطابق الزوايا والقطع المستقيمة يحقق  
خاصية التماثل

$$\Delta XYZ \cong \Delta RST$$

(19) برهان:



(1)  $\overline{BD} \perp \overline{AC}$  ،  $\angle B$  تنصف  $\overline{BD}$  (معطيات)

(2)  $\angle ABD \cong \angle DBC$  (تعريف منصف الزوايا)

(3)  $\angle ADB, \angle BDC$  قائمتان (المستقيمان المتعامدان يكونان زاوية قائمة)

(4)  $\angle ADB \cong \angle BDC$  (الزوايا القائمة متطابقة)

(5)  $\angle A \cong \angle C$  نظرية الزاوية الثالثة

برهان:

(20)

نعلم أن  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  ولأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين تكون متطابقة فإن:  $\angle A \cong \angle D, \angle B \cong \angle E, \angle C \cong \angle F$ ,

$$AB \cong DE, BC \cong EF, AC \cong DF$$

نعلم أن  $\triangle DEF \cong \triangle GHI$  ولذا فإن:

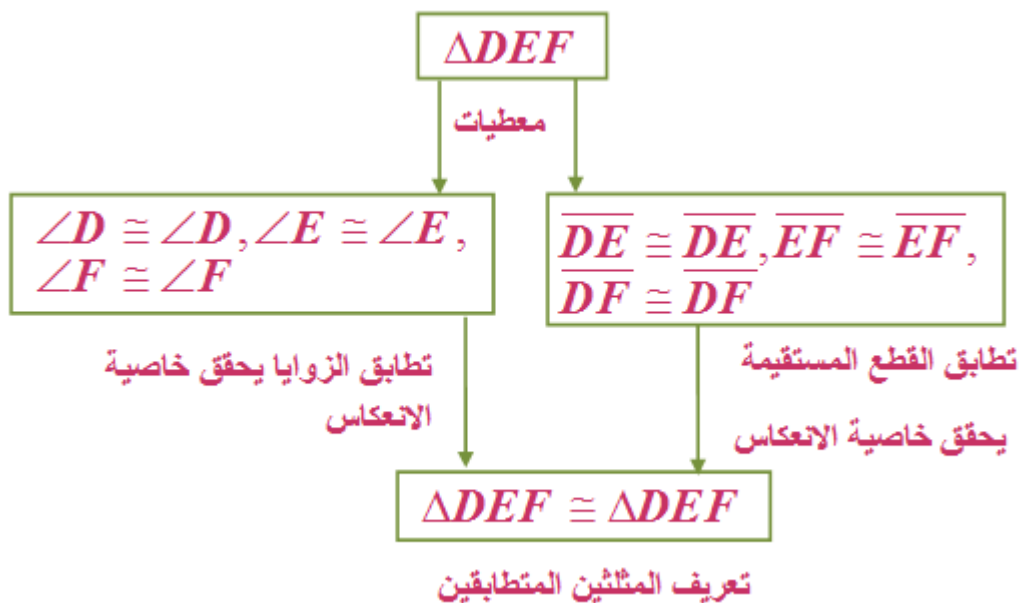
$$DE \cong GH, EF \cong HI, DF \cong GI, \angle D \cong \angle G, \angle E \cong \angle H, \angle F \cong \angle I$$

لأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين تكون متطابقة. وعليه فإن

$$\angle A \cong \angle G, \angle B \cong \angle H, \angle C \cong \angle I, AB \cong GH, BC \cong HI, AC \cong GI$$

لأن تطابق الزوايا والقطع المستقيمة يحقق خاصية التعدي وبهذا يكون  $\triangle ABC \cong \triangle GHI$  من تعريف المثلثين المتطابقين.

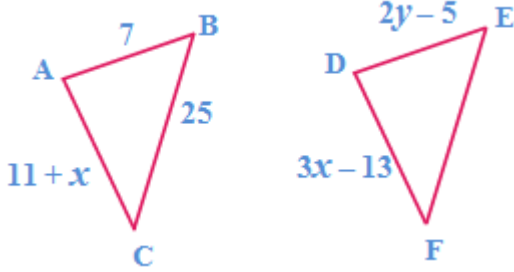
(21)





جبر: ارسم شكلاً يمثل المثلثين المتطابقين في كل من السؤالين الآتيين، وسمه وأوجد قيمة  $x, y$ :

22)



$$\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$$

$$\therefore DE = AB$$

$$2y - 5 = 7$$

$$2y = 12$$

$$y = 6$$

$$DF = AC$$

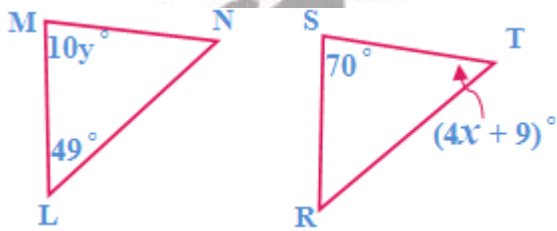
$$3x - 13 = x + 11$$

$$2x = 11 + 13$$

$$2x = 24$$

$$x = 12$$

23)



$$\because \triangle LMN \cong \triangle RST$$

$$\angle M = \angle S$$

$$10y = 70$$

$$y = 7$$

$$\angle N = 180^\circ - (49^\circ + 70^\circ)$$

$$\angle N = 61^\circ$$

$$\therefore \triangle LMN \cong \triangle RST$$

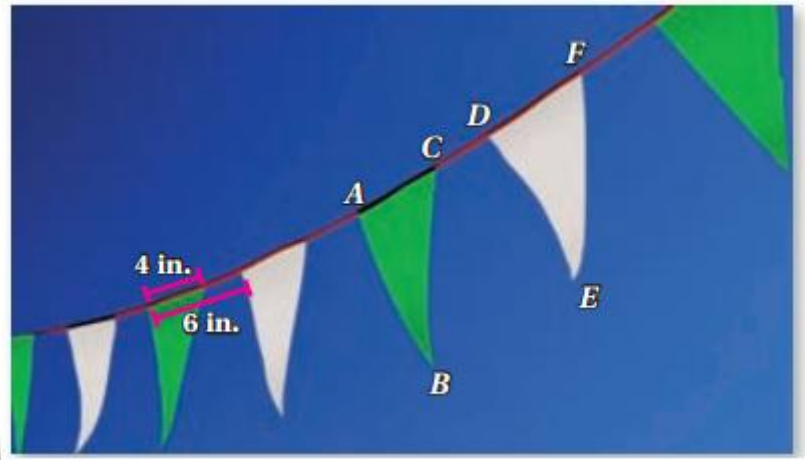
$$\therefore \angle T = \angle N$$

$$4x + 9 = 61$$

$$4x = 52$$

$$x = 13$$

(24) رايات:



a)

$$AB = CB, AB = DE, AB = FE,$$

$$CB = DE, CB = FE, DE = FE, AC = DF$$

(b) بما أن مساحة المنطقة مربعة = ١٠٠ قدم مربعة

مساحة المربع = طول الضلع في نفسه، إذن طول الضلع = ١٠ وبالتالي سيكون طول

$$\text{الحبل} = 10 + 10 + 10 + 10 = 40$$

(c)

يوجد 2 راية كل قدم من الحبل إذن

$$80 = 2 \times 40 \text{ راية}$$

## (25) تمثيلات متعددة:

(a) لفظيا:

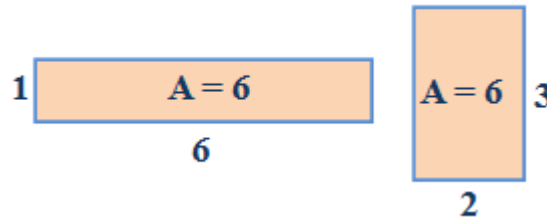
إذا تطابق مثلثان فإن مساحتهما متساويتان.

(b) لفظيا:

العبارة الشرطية: إذا تساوت مساحتا مثلثين فإن المثلثين متطابقان.

خطأ، فإذا كانت قاعدة المثلث 2 وارتفاعه 6 وكانت قاعدة مثلث آخر 3 وارتفاعه 4 فإن مساحتهما متساويتان ولكن هذين المثلثين غير متطابقين.

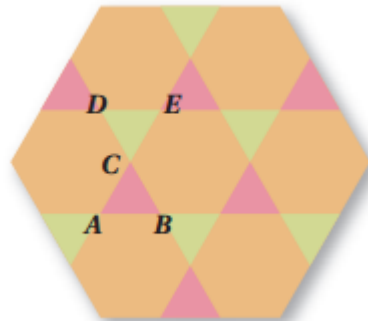
(c) هندسيا: نعم يمكن



(d) هندسيا:

لا يمكن، لأن المربعين اللذين لهما المساحة نفسها يكون لأضلاعهما الطول نفسه وهو الجذر التربيعي للمساحة فإذا كانت المساحتان متساويتين يكون المربعان متطابقين.

## (26) أنماط:



(a) المضلع السداسي المنتظم والمثلث المتطابق الأضلاع

(b)  $\triangle ABC \cong DEC$

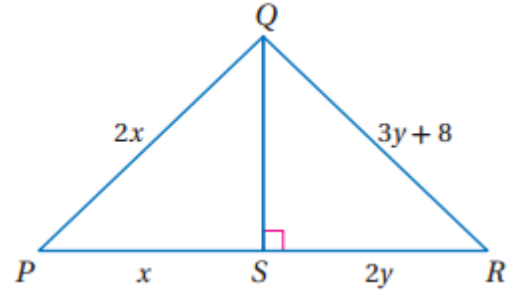
$$\angle B = \angle E \text{ (c)}$$

(d)  $4in = AE$  ، لان المضلعات التي صمم منها النمط منتظمة فأطوال أضلاع المثلثات جميعها متطابقة وهذا يعني أن طول  $CB$  يساوي طول كل من  $AC$  ,  $CE$  لذا فان  $4 = 2 + 2 = CE + AC = AE$

(e)  $\angle D = 60^\circ$  ، لان جميع مثلثات النمط منتظمة فهي مثلثات متطابقة الأضلاع ومتطابقة الزوايا، وتكون كل زاوية في أي مثلث مساوية لـ  $60$

### مسائل مهارات التفكير العليا

(27) تحد:



$$\Delta RQS \cong \Delta PQS$$

$$RS = PS$$

$$2y = x$$

$$RQ = PQ$$

$$3y + 8 = 2x$$

$$\therefore x = 2y$$

$$3y + 8 = 2 \times (2y)$$

$$3y - 4y = -8$$

$$-y = -8$$

$$y = 8$$

$$x = 2 \times 8$$

$$x = 16$$

تبرير: حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحة أم خطأ.

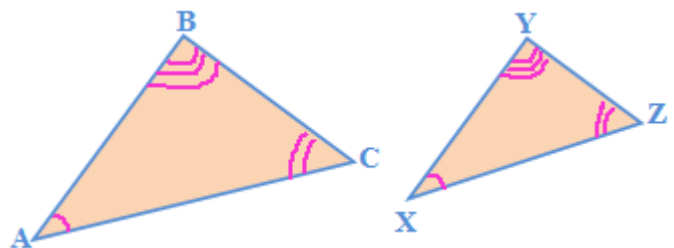
(28)

صحيحة، باستعمال نظرية الزاوية الثالثة، يكون الزوج الثالث من الزوايا متطابقتان أيضا وجميع الأضلاع المناظرة متطابقة، ولأن العناصر المتناظرة متطابقة فإن المثلثين متطابقان.

(29)

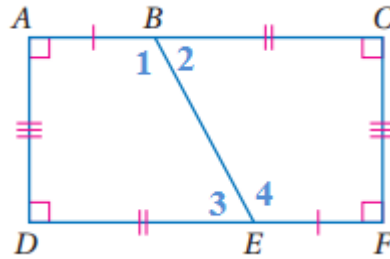
خطأ،  $\angle A = \angle X, \angle B = \angle Y, \angle C = \angle Z$

لكن الأضلاع المتناظرة ليست متطابقة.





(30) تحد:



$$AB = EF, ED = BC, AD = FC$$

الزوايا المتبادلة داخليا متطابقة فإن  $\angle 1 = \angle 4, \angle 2 = \angle 3$

المضلع  $ABED$  = المضلع  $FEBC$

(31) اكتب:

صحيحة أحيانا، يكون المثلثات المتطابقا الأضلاع متطابقين إذا تطابق زوج من الأضلاع المتناظرة فيها

تدريب على الاختبار المعياري

32) A

$$\triangle ABC \cong \triangle HIJ$$

$$AC = HJ$$

$$(-1, 2), (2, -2)$$

$$d_{(H, J)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-2 - 2)^2 + (2 - (-1))^2}$$

$$\sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

33) C

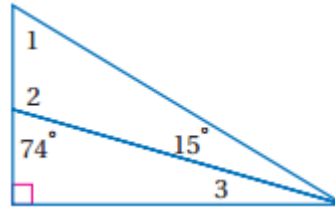
$$x^2 + 19x - 42 = 0$$

$$(x + 21)(x - 2) = 0$$

إذن  $(x - 2)$  هو أحد العوامل

## مراجعة تراكمية

في الشكل المجاور أوجد كلا من القياسات الآتية:



34)

زاويتان متجاورتان على مستقيم

$$\angle 2 = 180^\circ - 74^\circ = 106^\circ$$

35)

نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث

$$\angle 1 = 180^\circ - (106^\circ + 15^\circ) = 59^\circ$$

36)

نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث

$$\angle 3 = 180^\circ - (90^\circ + 74^\circ) = 16^\circ$$

37) هندسة إحداثية: مختلف الأضلاع

$$K (15,0), L (-2,-1)$$

$$d_{(K,L)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-2 - (15))^2 + (-1 - 0)^2}$$

$$\sqrt{289 + 1} = \sqrt{290}$$

$$J (-7,10), K (15,0)$$

$$d_{(J,K)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(15 - (-7))^2 + (0 - 10)^2}$$

$$\sqrt{484 + 100} = 2\sqrt{146}$$

$$J(-7,10), L(-2,-1)$$

$$d_{(J,L)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-2 - (-7))^2 + (-1 - 10)^2}$$

$$\sqrt{25 + 121} = \sqrt{146}$$

$$JK = 2\sqrt{146}, KL = \sqrt{290}, JL = \sqrt{146}$$

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحة دائما أو أحيانا أو ليست صحيحة أبدا:

(38) صحيحة دائما

(39) صحيحة أحيانا

استعد للدرس اللاحق

(40)

المبررات	العبارات
(a) معطيات	$\overline{PQ} \cong \overline{RS}, \overline{MN} \cong \overline{PQ}$ (a)
(b) تعريف القطع المستقيمة المتطابقة	$MN = PQ, PQ = RS$ (b)
(c) خاصية التعدي	$\overline{MN} = \overline{RS}$ (c)
(d) تعريف القطع المستقيمة المتطابقة	$\overline{MN} \cong \overline{RS}$ (c)