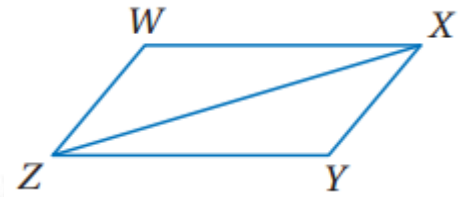


## إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS

3-5



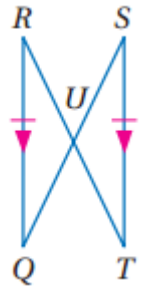
(1)

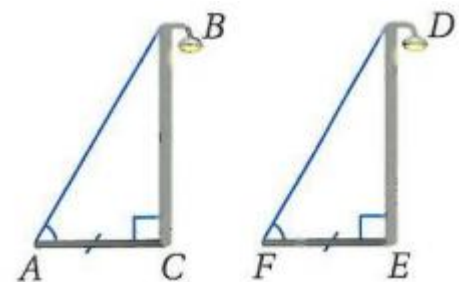
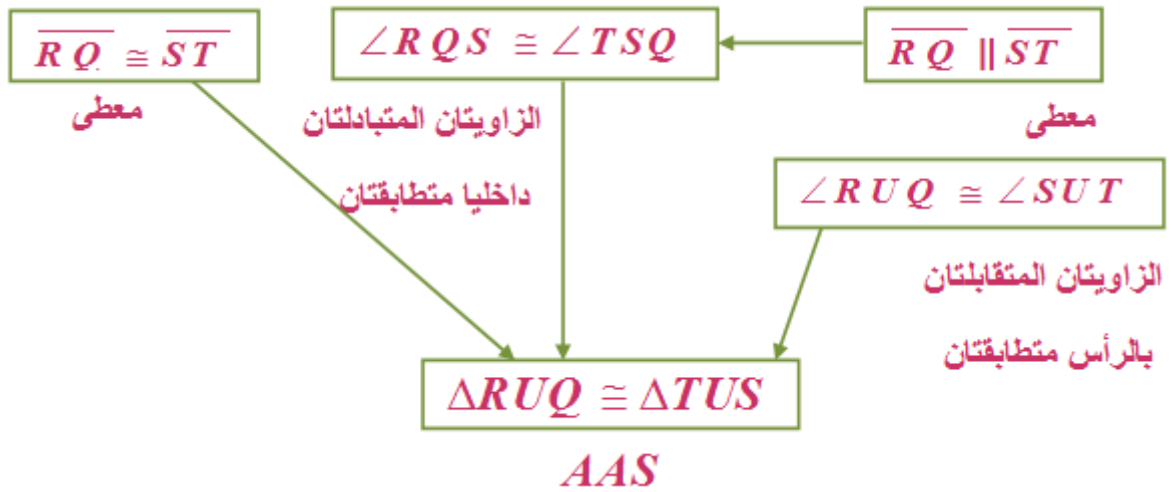


بما أن  $\overline{ZX}$  تنصف  $\angle WZY$  إذن  $\angle XZY = \angle WZX$   
 وبما أن  $\overline{XZ}$  تنصف  $\angle YXW$  إذن  $\angle YXZ = \angle WXZ$   
 وبما أن  $\overline{ZX} \cong \overline{ZX}$  حسب خاصية الانعكاس للتطابق  
 إذن  $\triangle WXZ \cong \triangle XZY$  حسب ASA



(2)





بما أن  $\overline{BC} \perp \overline{AC}$ ,  $\overline{DE} \perp \overline{FE}$  إذن  $\angle BCA \cong \angle DEF$   
 وبما أن  $AB = DE$  معطى و  $\angle BAC = \angle DFE$

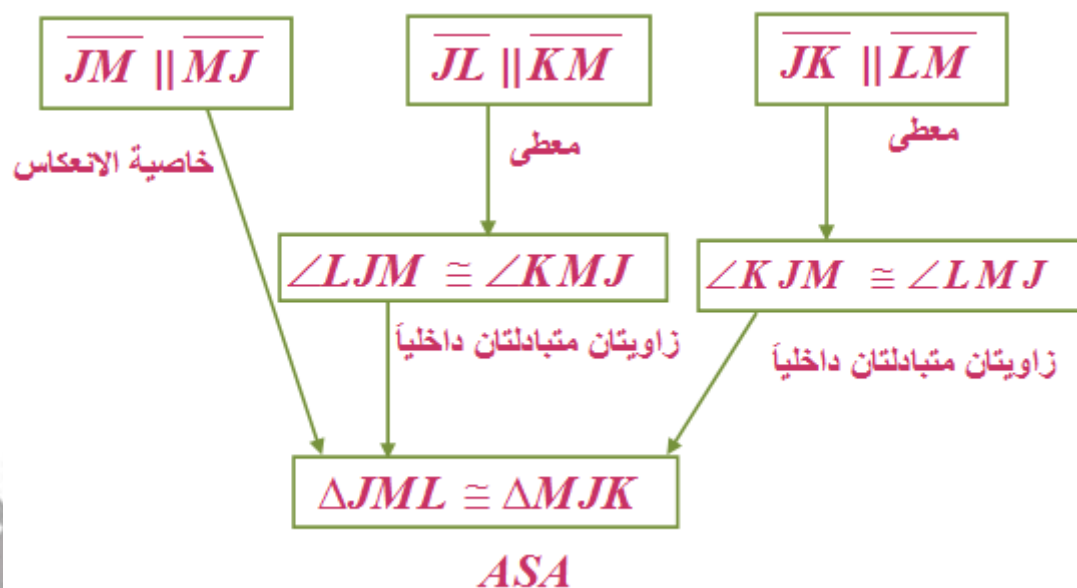
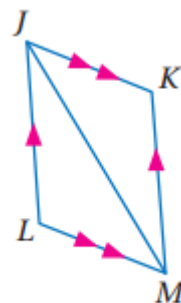
بحسب المسألة AAS فإن  $\triangle BAC \cong \triangle DFE$

لذا  $BC = DE$  لأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة

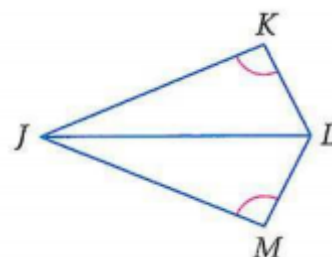


برهان:

(1)



(2)



$\angle KLM$  تنصف  $\overline{JL}$  ،  $\angle K \cong \angle M$

بما أن  $\overline{JL}$  تنصف  $\angle KLM$  فإن  $\angle KLJ \cong \angle MLJ$  . لذا

$\triangle JKL \cong \triangle JML$  حسب نظرية التطابق  $AAS$ .

(3) بناء جسر:

(a)



نعلم أن  $\angle BAE, \angle DCE$  متطابقتان. لأنهما زاويتان قائمتان،  $\overline{AE}$  تطابق  $\overline{EC}$  بحسب نظرية نقطة المنتصف. ومن نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس، نعلم أن  $\angle DEC \cong \angle BEA$ . وبحسب  $ASA$ ، يعلم المساح أن  $\triangle DCE \cong \triangle BAE$

ولأن العناصر المتناظرة في مثلثين متطابقين متطابقة فإن  $\overline{DC} \cong \overline{AB}$ ، ولذا يمكن للمساح أن يقيس  $\overline{DC}$  وبذلك يعرف المسافة بين  $A, B$

(b)

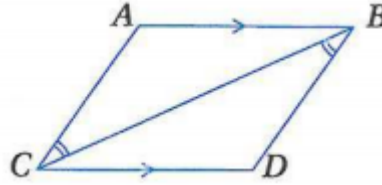
المسافة بين النقطة  $A, B = 60m$  لأن  $\overline{DC} \cong \overline{AB}$  بحسب تعريف تطابق القطع المستقيمة



## تدرب وحل المسائل

برهان: اكتب برهانا حرا: المثال ١

(4)



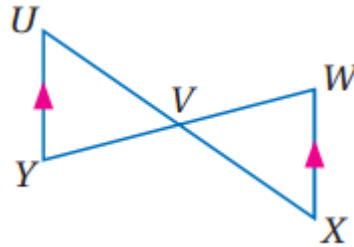
بما أن  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  إذن  $\angle ABC \cong \angle BCD$

$\angle CBD \cong \angle BCA$  ضلع مشترك

$\triangle CAB \cong \triangle BDC$  بحسب مسلمة التطابق ASA

برهان: اكتب برهان ذا عمودين. المثال ٢

(5)



(1)  $V$  نقطة منتصف  $\overline{YW}$ ،  $\overline{UY} \parallel \overline{XW}$  (معطيات)

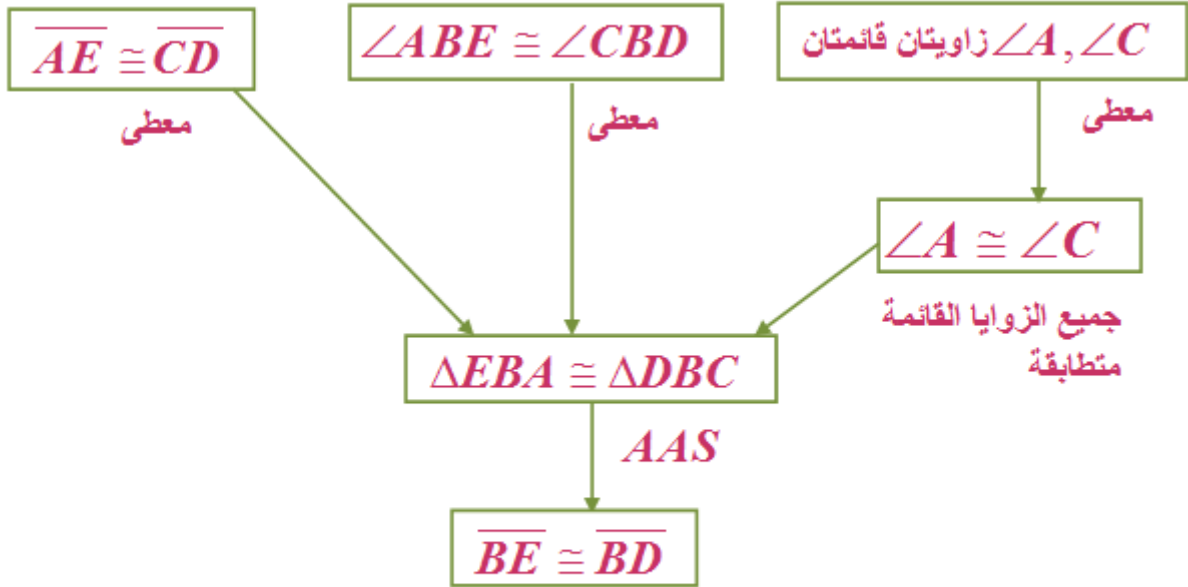
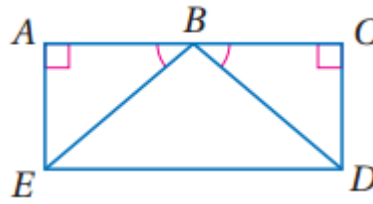
(2)  $\overline{YV} \cong \overline{VW}$  (تعريف نقطة المنتصف)

(3)  $\angle VWX \cong \angle VYU$  (نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليا)

(4)  $\angle VUY \cong \angle VXW$  (نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليا)

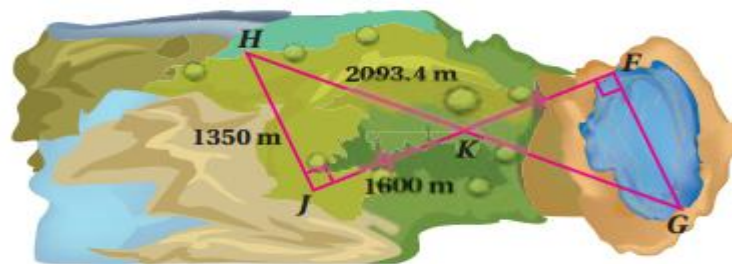
(5)  $\triangle UYV \cong \triangle WVX$  (حسب نظرية AAS)

(6) برهان: اكتب برهاناً تسلسلياً.



العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة

(7) سباق زوارق: المثال ٣



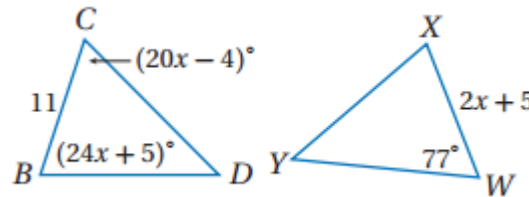
(a)  $\angle HJK \cong \angle KFG$  لان جميع الزوايا القوائم متطابقة و  $\overline{JK} = \overline{KF}$   
 و  $\angle HKJ \cong \angle FKG$  متقابلتان بالرأس وبحسب ASA فإن  $\triangle HKJ \cong \triangle GFK$   
 لذا فإن  $\overline{FG} = \overline{HJ}$  لان العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة،  
 ولذلك يمكن قياس  $\overline{HJ}$  لتقدير المسافة  $\overline{FG}$  عبر البحيرة.

(b)

بما أن  $\overline{FG} = \overline{HJ}$  إذن  $\overline{FG} = 1350$  أي طول البحيرة = 1350 وهذه المسافة غير مطابقة للمسافة المطلوبة، إذن طول البحيرة غير كاف لإجراء السباق.

جبر: أوجد قيمة المتغير التي تجعل المثلثين متطابقين في كل من السؤالين الآتيين:

8)



$$\therefore \triangle BCD \cong \triangle WXY$$

$$\therefore BC = WX$$

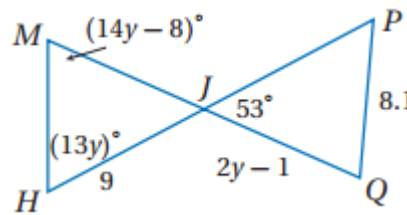
$$11 = 2x + 5$$

$$2x = 11 - 5$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

9)



$$\therefore \triangle MHJ \cong \triangle PQJ$$

$$\therefore HJ = QJ$$

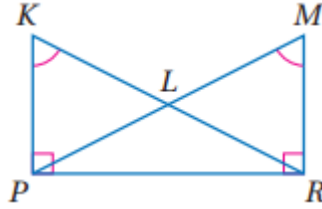
$$9 = 2y - 1$$

$$2y = 9 + 1$$

$$y = 5$$

برهان: اكتب برهانا ذا عمودين

(10)



(1)  $\angle K \cong \angle M, \overline{KP} \perp \overline{PR}, \overline{MR} \perp \overline{PR}$  (معطيات)

(2)  $\angle KPR, \angle MRP$  قائمتان (تعريف التعامد)

(3)  $\angle KPR \cong \angle MRP$  (جميع الزوايا القوائم متطابقة)

(4)  $\overline{PR} \cong \overline{PR}$  (خاصية الانعكاس للتطابق)

(5)  $\triangle KPR \cong \triangle MRP$  (AAS)

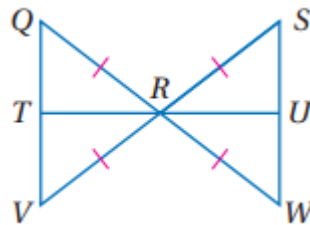
(6)  $\overline{KP} \cong \overline{MR}$  (العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة)

(7)  $\angle KLP \cong \angle MLR$  (الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان)

(8)  $\triangle KLP \cong \triangle MLR$  (AAS)

(9)  $\angle KPL \cong \angle MRL$  (العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة)

(11)



(1)  $\overline{QR} \cong \overline{SR} \cong \overline{WR} \cong \overline{VR}$  (معطيات)

(2)  $\angle QRV \cong \angle SRW$  (الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان)



$$(SAS) \triangle VRQ \cong \triangle SRW \quad (3)$$

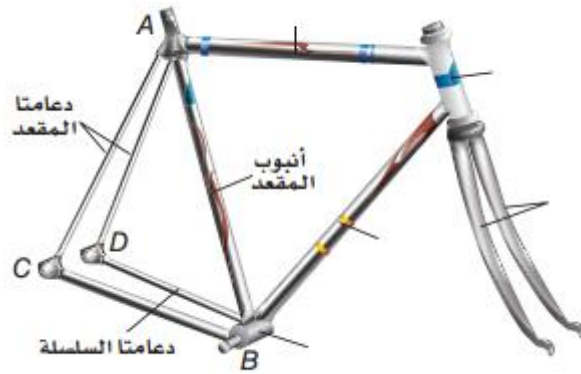
$$\angle VQR \cong \angle SWR \quad (4) \text{ (العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة)}$$

$$\angle QRT \cong \angle URW \quad (5) \text{ (الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان)}$$

$$(ASA) \triangle URW \cong \triangle TRQ \quad (6)$$

$$\overline{QT} \cong \overline{WU} \quad (7) \text{ (العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة)}$$

(12) دراجات هوائية:



$$m \angle ACB = 68^\circ, m \angle ADB = 68^\circ, m \angle CBA = 44^\circ, m \angle DBA = 44^\circ \quad (1) \text{ (معطيات)}$$

$$m \angle ACB = m \angle ADB, m \angle CBA = m \angle DBA \quad (2) \text{ (بالتعويض)}$$

$$m \angle ACB \cong m \angle ADB, m \angle CBA \cong m \angle DBA \quad (3) \text{ (تعريف تطابق الزوايا)}$$

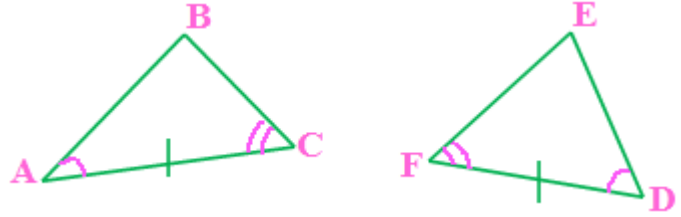
$$\overline{AB} \cong \overline{AB} \quad (4) \text{ (خاصية الانعكاس للتطابق)}$$

$$(AAS) \triangle ADB \cong \triangle ACB \quad (5)$$

$$\overline{AC} \cong \overline{AD} \quad (6) \text{ (العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين تكون متطابقة)}$$

مسائل مهارات التفكير العليا

(13) مسألة مفتوحة:



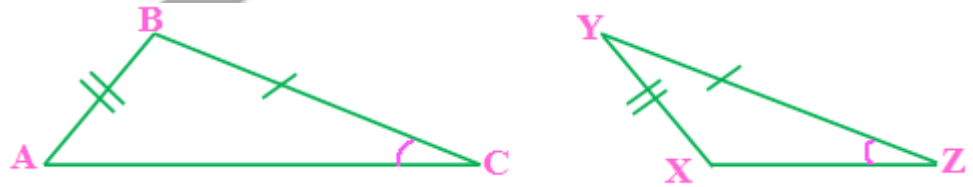
$\triangle ABC \cong \triangle DEF$  حسب مسلمة ASA

(14) اكتشاف الخطأ:

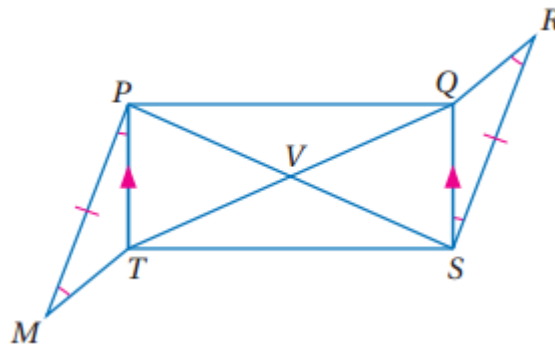
عمر إجابة صحيحة، لأن حسن حاول إثبات التطابق باستعمال AAA وهي ليست من الحالات التي تستعمل لإثبات التطابق

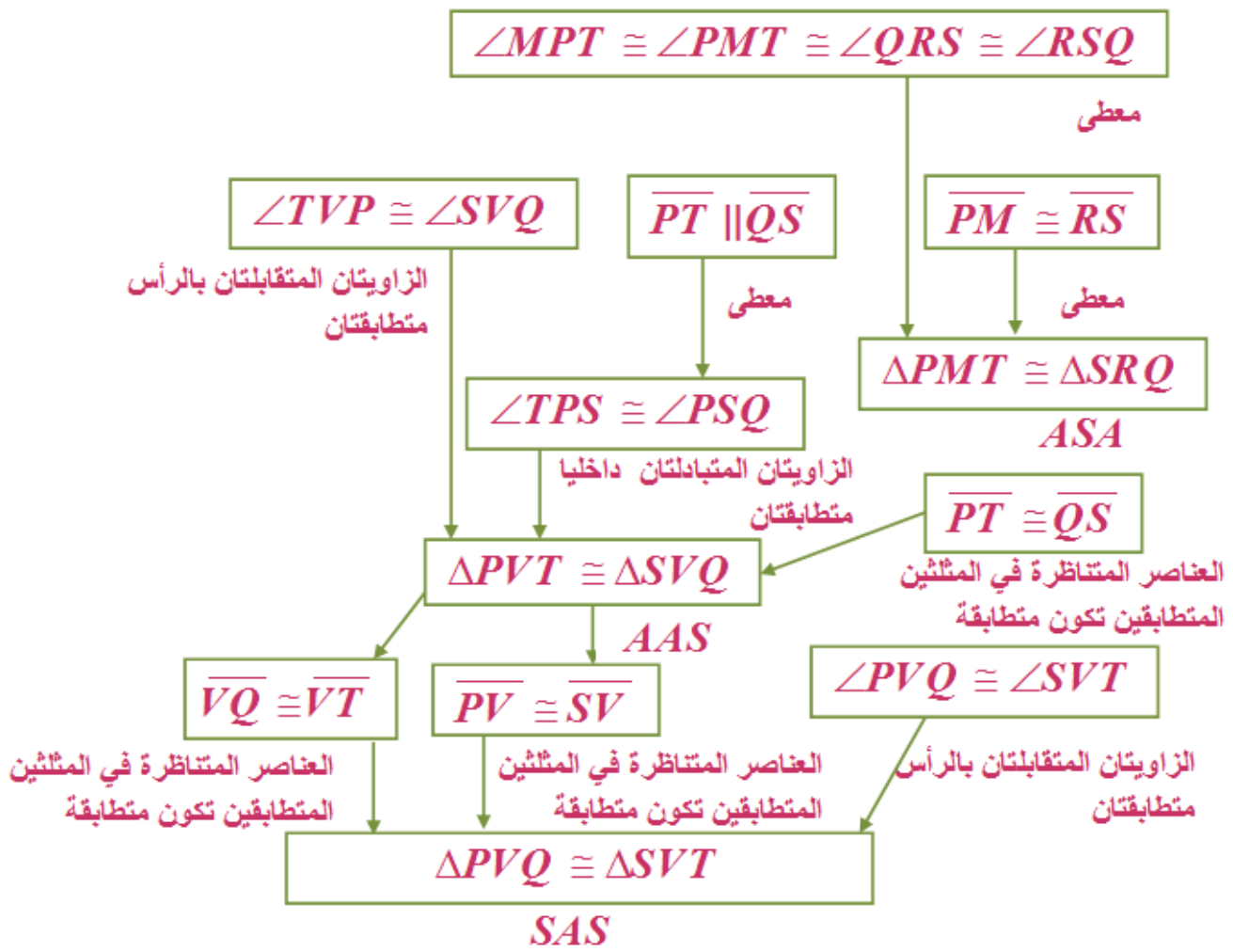
(15) تبرير:

في المثلثين أدناه. نلاحظ أن  $AB \cong XY$ ،  $\angle C \cong \angle Z$ ،  $BC \cong YZ$ ،  
لكن  $\triangle ABC \not\cong \triangle XYZ$



(16) تحد:





(١٧) اكتب:

الطريقة	وقت استعمالها
تعريف المثلثين المتطابقين	عندما تكون جميع العناصر في أحد المثلثين متطابقة مع نظيراتها في المثلث الآخر
SSS	عندما تكون الأضلاع الثلاث في المثلث الأول متطابقة مع الأضلاع الثلاثة في المثلث الثاني
SAS	عندما يتطابق ضلعان والزاوية المحصورة بينهما في أحد المثلثين مع ضلعين والزاوية المحصورة بينهما في المثلث الآخر.

<p>ASA</p>	<p>عندما يتطابق زاويتان والضلع المحصور بينهما في أحد المثلثين مع زاويتين والضلع المحصور بينهما في المثلث الآخر.</p>
<p>AAS</p>	<p>عندما تتطابق زاويتان وضلع غير محصور بينهما في أحد المثلثين مع زاويتين وضلع غير محصور بينهما في المثلث الآخر.</p>

### تدريب على الاختبار المعياري

**(18) B**

بما أن  $\angle 1 \cong \angle 2$  (معطى) و  $\angle BCA \cong \angle BCD$  تعريف التعامد (زاوية قائمة) ويوجد ضلع محصور بينهم إذن المسلمة ASA هي المستخدمة لإثبات تطابق المثلثين

**(19) A: 15**



مراجعة تراكمية

20)

$$A(6,4), B(1,-6)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(1-6)^2 + (-6-4)^2}$$

$$\sqrt{25+100} = 5\sqrt{5}$$

$$B(1,-6), C(-9,5)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-9-1)^2 + (5-(-6))^2}$$

$$\sqrt{100+121} = \sqrt{221}$$

$$A(6,4), C(-9,5)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-9-6)^2 + (5-4)^2}$$

$$\sqrt{225+1} = \sqrt{226}$$

$$X(0,7), Y(5,-3)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(5-0)^2 + (-3-7)^2}$$

$$\sqrt{25+100} = \sqrt{125}$$

$$Y(5,-3), Z(15,8)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(15-5)^2 + (8-(-3))^2}$$

$$\sqrt{100+121} = \sqrt{221}$$

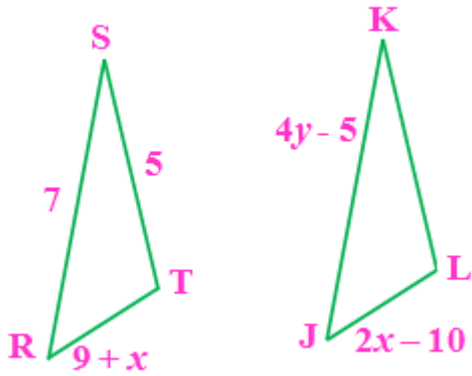
$$X(0,7), Z(15,8)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(15-0)^2 + (8-7)^2}$$

$$\sqrt{225+1} = \sqrt{226}$$

الأضلاع المتناظرة لها الطول نفسه ومتطابقة إذن  $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$  بحسب SSS

(21) جبر:



$$\triangle RST \cong \triangle JKL$$

$$\overline{JL} = \overline{RT}$$

$$2x - 10 = 9 + x$$

$$x = 19$$

$$\overline{JK} = \overline{SR}$$

$$4y - 5 = 7$$

$$4y = 12$$

$$y = 3$$

(22)

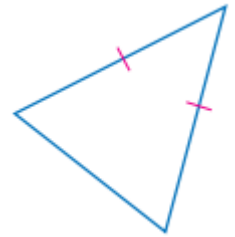
$p$	$q$	$\neg p$	$\neg p \vee q$
$F$	$T$	$T$	$T$
$T$	$T$	$F$	$T$
$F$	$F$	$T$	$T$
$T$	$F$	$F$	$F$

استعد للدرس اللاحق

صنف كلا من المثلثين الآتيين وفقا لأضلاعه:

(23)

متطابق الضلعين



(24)

متطابق الأضلاع

