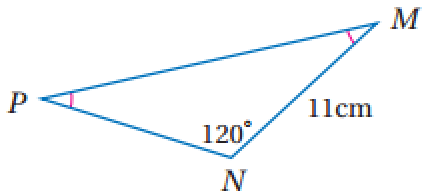
3-6 المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع

تحقق

1A) $\angle FGJ$, $\angle FJG$

1B) GH , JH

تحقق



2A)

$\angle P + \angle M + \angle N = 180^\circ$

$\angle P = \angle M$

$\angle M + \angle M + 120^\circ = 180^\circ$

$2\angle M = 60^\circ$

$\angle M = 30^\circ$

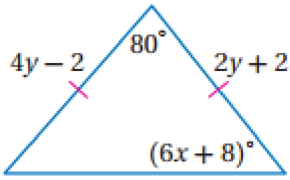
2B)

$\because \angle M = \angle P$

$\therefore \overline{MN} = \overline{PN}$ عكس نظرية المثلث المتطابق الضلعين

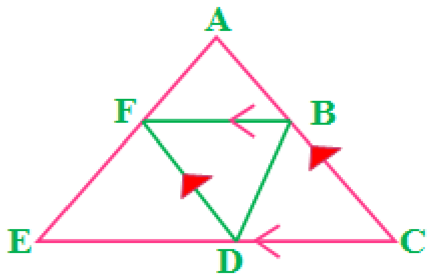
$PN = 11CM$

3) أوجد قيمة كل متغيرين في الشكل المجاور.



$$4y-2=2y+2$$
$$4y-2y=2+2$$
$$2y=4$$
$$y=2$$
$$(6x+8)^\circ=4y-2$$
$$6x+8=(180-80)\div 2$$
$$6x+8=50$$
$$6x=42$$
$$x=7$$

(4



1) ΔACE متطابق الأضلاع، D نقطة منتصف $\overline{EC}$ (معطيات)

2) $m\angle A=60^\circ, m\angle E=60^\circ, m\angle C=60^\circ$ (قياس كل زاوية في المثلث المتطابق الأضلاع يساوي 60°)

3) $m\angle E = m\angle C$ (خاصية التعدي للتطابق)

4) $\angle E \cong \angle C$ (تعريف التطابق)

5) $\overline{ED} \cong \overline{DC}$ (نظرية نقطة المنتصف)

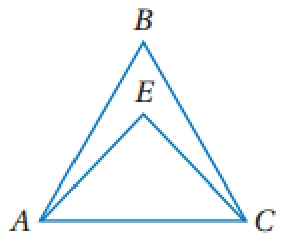
6) $\angle EFD \cong \angle BDF$, $\angle CBD \cong \angle BDF$ (نظرية الزاويتي المتبادلتين داخلياً)

7) $\angle CBD \cong \angle EFD$ (خاصية التعدي للتطابق)

8) $\Delta FED \cong \Delta BDC$ (AAS)

تأكـد

انظر إلى الشكل المجاور: المثال١

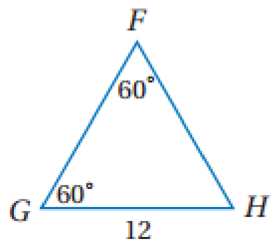


1) $\angle BAC$, $\angle BCA$

2) $\overline{EA}, \overline{EC}$

أوجد كلا من القياسين الآتيين: المثال٢

3)

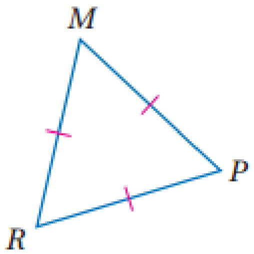


$\because \angle F = \angle G$

$\therefore GH = FH$

$FH = 12$

4)

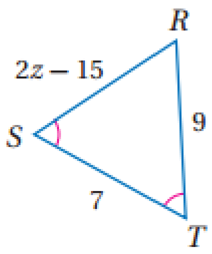


حسب نتيجة ٣,٤ قياس كل زاوية $60°$ في المثلث المتطابق الأضلاع

$\angle MRP = 60^{\circ}$

جبر: أو جد قيمة المتغير في كل من السؤالين الآتيين: المثال٣

5)



$\because \angle S = \angle T$

$RT = RS$ (عكس نظرية المثلث المتطابق الضلعين)

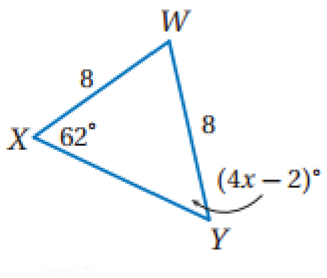
$9 = 2z - 15$

$2z = 9 + 15$

$2z = 24$

$z = 12$

6)



$\because WY = XY$

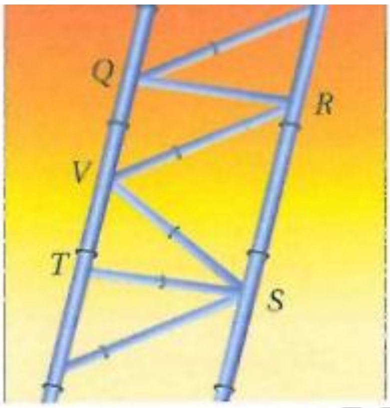
$\angle WYX = \angle WXY$

$4x - 2 = 62$

$4x = 64$

$x = 16$

7) **القاطرة السريعة:** المثال٤



a) المعطيات: $\overline{QR}$ و $\overline{ST}$ عموديان على $\overline{QT}$،

المطلوب: $\Delta RQV \cong \Delta STV$

البرهان:

- $\overline{QR}$ و $\overline{ST}$ عموديان على $\overline{QT}$، و ΔVSR متطابق الضلعين و قاعدته $\overline{SR}$ و $\overline{QT} \parallel \overline{SR}$ (معطى)
- $\angle STV$, $\angle RQV$ زوايا قائمة
- $\angle RQV \cong \angle STV$ تعريف الزاوية القائمة
- $\overline{VR} \cong \overline{VS}$ تعريف المثلث المتطابق الضلعين
- $\angle VSR \cong \angle VRS$ تعريف المثلث المتطابق الضلعين
- $\angle TVS \cong \angle VRS$, $\angle QVR \cong \angle VRS$
- $\angle TVS \cong \angle QVR$
- $\angle RQV \cong \angle STV$ حسب مسلمة AAS

b) من نظرية فيثاغورث $QV = \sqrt{2.5^2 - 2^2} = 1.5m$

وحيث أن الاضلاع المتناظرة في المثلثين المتطابقين يكونوا متطابقين

إذن $VT = 1.5m$

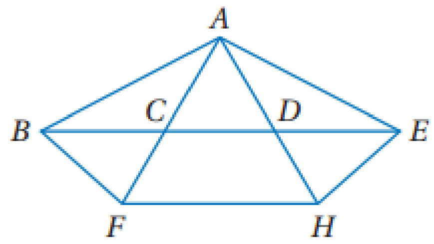
$\because\ QV + VT = QT$

$1.5 + 1.5 = QT$

$QT = 3m$

تدرب وحل المسائل

انظر إلى الشكل المجاور:



8)

$\angle ABE, \angle AEB$

9)

AB, AF

10)

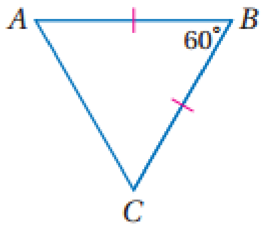
$\angle ACD, \angle ADC$

11)

AD, DE

أوجد كلا من القياسين الآتيين:

12)



$\because AB = BC$

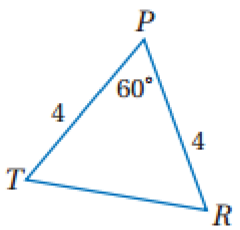
نظرية المثلث المتطابق الضلعين

$\therefore \angle A = \angle C$

$\angle A = \angle C = \left(180^\circ - 60^\circ\right) \div 2 = 60^\circ$

$m\angle BAC = 60^\circ$

13)



$\because PR = PT$

نظرية المثلث المتطابق الضلعين

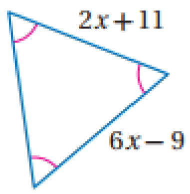
$\therefore \angle R = \angle T$

$\therefore \angle R = \angle T = \left(180^\circ - 60^\circ\right) \div 2 = 60^\circ$

$PR = PT = TR$

$TR = 4cm$

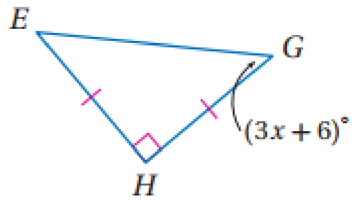
14)



بما أن جميع زوايا المثلث متطابقة إذن الأضلع متطابقة حسب عكس نظرية المثلث المتطابق الضلعين.

$$6x - 9 = 2x + 11$$
$$6x - 2x = 11 + 9$$
$$4x = 20$$
$$x = 5$$

15)



$\because HG = HE$

$\therefore \angle E = \angle G = 45^\circ$

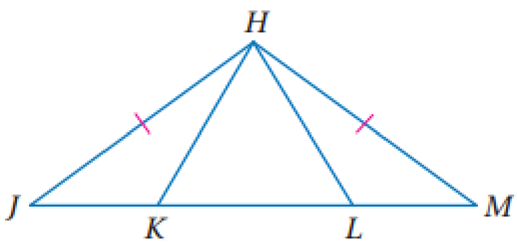
$3x + 6 = 45$ نظرية المثلث المتطابق الضلعين

$3x = 39$

$x = 13$

برهان: اكتب برهانا حرا. المثال٤

(16



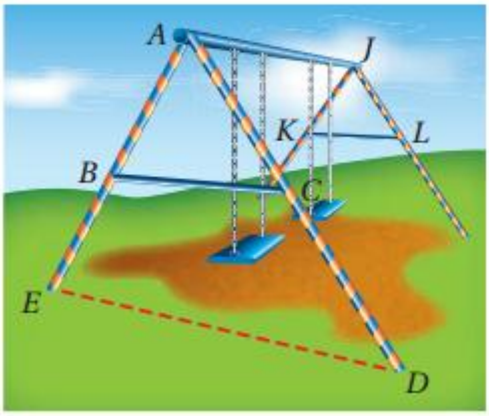
بما أن $HM = HJ$ إذن $\angle HMJ = \angle HJM$

وبما أن ΔHKL متطابق الأضلاع إذن $\angle HKJ = \angle HLM$ لأن $\angle HKL = \angle HLK$ من تطابق المثلث

إذن $\Delta HKJ \cong \Delta HLM$ حسب نظرية AAS.

ولان العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة فان $\angle JHK = \angle MHL$

17) حدائق:



(a

بما أن $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ إذن $\angle ABC = \angle ACB$

حسب نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث: $180^\circ - 50^\circ = \angle ABC + \angle ACB$

$130^\circ = \angle ABC + \angle ABC$ (خاصية التعويض)

$65^\circ = \angle ABC$

(b

العبارات	المبررات
$AB \cong AC\ ,\ BE \cong CD$	معطيات

$AB = AC\ ,\ BE = CD$	تعريف تطابق القطع المستقيمة
$AB + BE = AE$	مسلمة جمع القطع المستقيمة
$AC + CD = AD$	مسلمة جمع القطع المستقيمة
$AB + BE = AC + CD$	خاصية الجمع للمساواة
$AE = AD$	تعريف تطابق القطع المستقيمة
مثلث AED متطابق الضلعين	تعريف المثلث المتطابق الضلعين

(c

1) $\overline{AB} \cong \overline{AC}\ ,\ \overline{BC} \cong \overline{ED}\ ,\ \overline{ED} \cong \overline{AD}$ (معطيات)

2) $\angle ABC \cong \angle ACB$ (نظرية المثلث متطابق الضلعين)

3) $\angle ABC = \angle ACB$ (تعريف تطابق الزوايا)

4) $\angle ACB \cong \angle ADE\ , \angle ABC \cong \angle AED$ (زوايا متناظرة)

5) $\angle ACB = \angle ADE\ , \angle ABC = \angle AED$ (تعريف تطابق الزوايا)

6) $m\angle AED = m\angle ACB$ (بالتعويض)

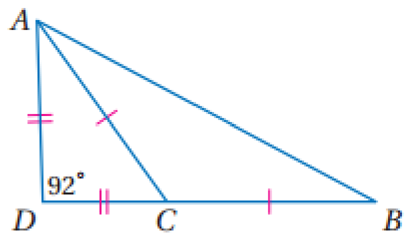
7) $m\angle AED = m\angle ADE$ (بالتعويض)

8) $\angle AED \cong \angle ADE$ (تعريف تطابق الزوايا)

9) $\overline{AD} \cong \overline{AE}$ (عكس نظرية المثلث المتطابق الضلعين)

10) ΔAED متطابق الأضلاع (تعريف المثلث المتطابق الأضلاع)

أوجد كلا من القياسات الآتية:



18)

$\because DA = DC$

$\angle CAD = \angle ACD$

$2\angle CAD = 180^\circ - 92^\circ$

$\angle CAD = 44^\circ$

19)

$\because DA = DC$

$\angle CAD = \angle ACD$

$2\angle ACD = 180^\circ - 92^\circ$

$\angle ACD = 44^\circ$

20)

$\angle ACB = 180^\circ - \angle ACD$

$\angle ACB = 180^\circ - 44^\circ$

$\angle ACB = 136^\circ$

21)

$\because AC = CB$

$\angle CAB = \angle ABC$

$2\angle ABC = 180^\circ - \angle ACB$

$2\angle ABC = 180^\circ - 136^\circ$

$\angle ABC = 22^\circ$

برهان: اكتب برهانا ذا عمودي لكل نتيجة أو نظرية مما يأتي:

22) الحالة الأولى:

1) ΔABC متطابق الأضلاع (معطى)

2) $\overline{AB} \cong \overline{AC} \cong \overline{BC}$ (تعريف المثلث المتطابق الأضلاع)

3) $\angle A \cong \angle B \cong \angle C$ (تعريف المثلث المتطابق الضلعين)

4) ΔABC متطابق الزوايا (تعريف المثلث المتطابق الزوايا)

الحالة الثانية:

1) ΔABC متطابق الزوايا (معطى)

2) $\angle A \cong \angle B \cong \angle C$ (تعريف المثلث المتطابق الزوايا)

3) $\overline{AB} \cong \overline{AC} \cong \overline{BC}$ (إذا تطابقت زاويتان في مثلث فإن الضلعين المقابلين لهما يكونان متطابقين)

4) ΔABC متطابق الأضلاع (تعريف المثلث المتطابق الأضلاع)

23)

1) ΔABC متطابق الأضلاع (معطى)

2) $\overline{AB} \cong \overline{AC} \cong \overline{BC}$ (تعريف المثلث المتطابق الأضلاع)

3) $\angle A \cong \angle B \cong \angle C$ (نظرية المثلث المتطابق الضلعين)

4) $m\angle A = m\angle B = m\angle C$ (تعريف التطابق)

5) $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^\circ$ (نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث)

6) $m\angle A = 60^\circ$ (خاصية القسمة)

7) $m\angle A = m\angle B = m\angle C = 60^\circ$ (بالتعويض)

(24

1) افترض أن $\overrightarrow{BD}$ ينصف $\angle ABC$ (مسلمة المنقلة)

2) $\angle ABD \cong \angle CBD$ (تعريف منصف الزاوية)

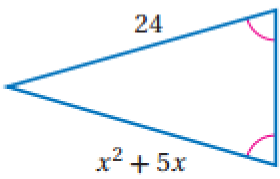
3) $\angle A \cong \angle C$ (معطى)

4) $\overline{BD} \cong \overline{BD}$ (خاصية الانعكاس)

5) $\Delta ABD \cong \Delta CBD$ (AAS)

6) $\overline{AB} \cong \overline{CB}$ (العناصر المتناظرة في مثلثين متطابقين تكون متطابقة)

أوجد قيمة المتغير في كل من السؤالين الآتيين:



25)

$x^2 + 5x = 24$

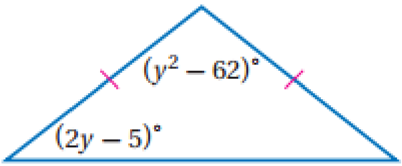
$x^2 + 5x - 24 = 0$

عكس نظرية المثلث المتطابق الضلعين

$(x - 3)(x + 8) = 0$

$x = 3$

$x = -8$ ✗



26)

$(y^2 - 62) + 2(2y - 5) = 180^\circ$

$y^2 - 62 + 4y - 10 = 180^\circ$

$y^2 + 4y - 62 - 190^\circ = 0$

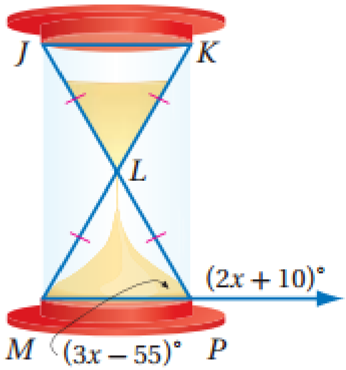
$y^2 + 4y - 252^\circ = 0$

$(y + 18)(y - 14) = 0$

$y = 14$

$y = -18$ ✗

الساعة الرملية: استعمل الساعة الرملية المبينة في الشكل المجاور، وأوجد كل من القياسات الآتية:



27)

$(2x+10)+(3x-55)=180^\circ$

$5x-45=180$

$5x=180+45$ زاويتان متجاورتان على مستقيم

$x=45$

$\angle LPM=(3x-55)=3\times 45-55$

$\angle LPM=80^\circ$

28)

$\because LP=LM$ نظرية المثلث المتطابق الضلعين

$\angle LPM=\angle LMP=80^\circ$

29)

$\angle MLP=180^\circ-(80^\circ+80^\circ)$ نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث

$\angle MLP=20^\circ$

$\angle MLP=\angle JLK=20^\circ$ زاويتان متقابلتان بالرأس

30)

$\angle JKL + \angle KJL = 180^\circ - 20^\circ$ نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث

$\angle JKL + \angle KJL = 160^\circ$

$\because LK = JL$

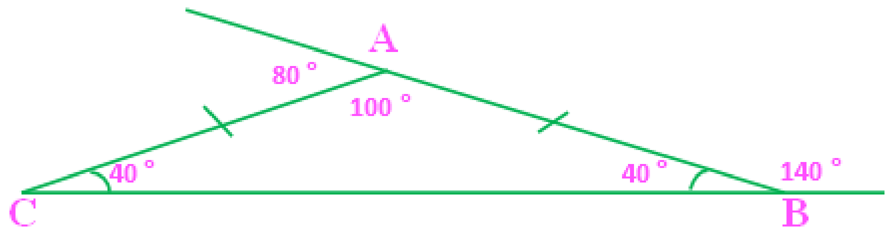
$\therefore \angle JKL = \angle KJL$ نظرية المثلث المتطابق الضلعين

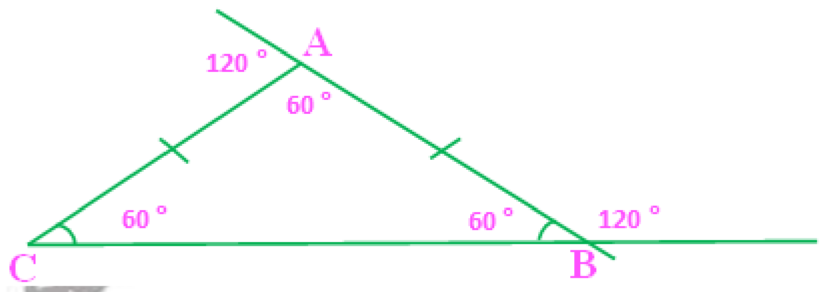
$2\angle JKL = 160^\circ$

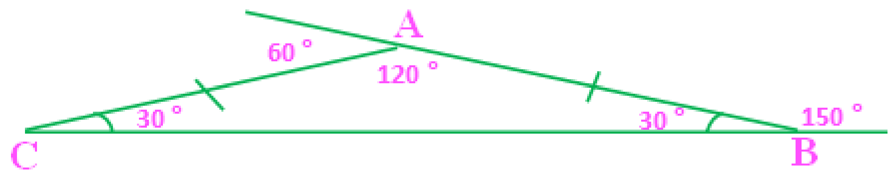
$\angle JKL = 80^\circ$

31) تمثيلات متعددة:

a) هندسيا:







b) جدوليا:

$m\angle 5$	$m\angle 4$	$m\angle 3$	$m\angle 1$
٤٠	٤٠	١٠٠	١٤٠
٦٠	٦٠	٦٠	١٢٠
٣٠	٣٠	١٢٠	١٥٠

$m\angle 5$	$m\angle 4$	$m\angle 3$	$m\angle 2$
٤٠	٤٠	١٠٠	٨٠
٦٠	٦٠	٦٠	١٢٠
٣٠	٣٠	١٢٠	٦٠

c) لفظيا:

زاويتان متجاورتان على مستقيم $m\angle 5 = 180 - m\angle 1$

نظرية المثلث المتطابق الضلعين $m\angle 4 = m\angle 5$

نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث $m\angle 3 = 180 - (m\angle 4 + m\angle 5)$

d) جبريا:

$$m\angle 5 = 180 - x$$
$$m\angle 4 = 180 - x$$
$$m\angle 3 = 180 - 2(180 - x) = 2x - 180$$

مسائل مهارات التفكير العليا

32) تحد:

نعلم أن ΔWJZ متطابق الأضلاع، وبما أن المثلث المتطابق الأضلاع يكون متطابق الزوايا، فإن $\angle JZW \cong \angle WJZ \cong \angle ZWJ$ وبحسب تعريف تطابق الزوايا

$$m\angle ZWJ = m\angle WJZ = m\angle JZW$$

وبما أن $\angle ZWP \cong \angle WJM \cong \angle JZL$ فإن:

$m\angle ZWP = m\angle WJM = m\angle JZL$ ومن تعريف تطابق الزوايا وباستعمال مسلمة جمع الزوايا ينتج أن:

$$m\angle ZWJ = m\angle ZWP + m\angle PWJ,$$
$$m\angle WJZ = m\angle WJM + m\angle MJZ,$$
$$m\angle JZW = m\angle JZL + m\angle LZW$$

وبالتعويض ينتج أن:

$$m\angle ZWP + m\angle PWJ = m\angle WJM + m\angle MJZ = m\angle JZL + m\angle LZW$$

وبالتعويض مرة أخرى ينتج أن:

$$m\angle ZWP + m\angle PWJ = m\angle ZWP + m\angle PJZ = m\angle ZWP + m\angle LZW$$

وبحسب خاصية الطرح للمساواة ينتج أن:

$m\angle PWJ = m\angle PJZ = m\angle LZW$. ومن تعريف التطابق ينتج أن

$\angle PWJ \cong \angle PJZ \cong \angle LZW$. وبحسب مسلمة ASA ينتج أن

$\Delta WZL \cong \Delta ZJM \cong \Delta JWP$. ولأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين تكون متطابقة، فإن $\overline{WP} \cong \overline{ZL} \cong \overline{JM}$

تبرير:

33) أحيانا، تكون صحيحة فقط عندما يكون قياس زاوية الرأس عددا زوجيا.

34) غير صحيحة أبدا، لان قياس زاوية الرأس يساوي (قياس إحدى زاويتي القاعدة)2 – 180)، إذا كان قياس احدي زاويتي القاعدة عدد صحيح فان مجموع قياس زاويتي القاعدة يكون عددا زوجيا وبالتالي فان قياس زاوية الرأس سيكون زوجيا أيضا.

35) مسألة مفتوحة:

لا يمكن أن يحوى المثلث أكثر من زاوية منفرجة، لذا لا يمكن رسم المثلث المطلوب.

36) اكتب:

مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي 180 وزاويتا القاعدة لهما نفس القياس، لذا فان قياس زاوية رأس المثلث يساوي 180 ناقصا مثلي قياس إحدى زاويتي القاعدة

تدريب على الاختبار المعياري

37) $A \quad : \angle A \cong \angle BCA$

38) D

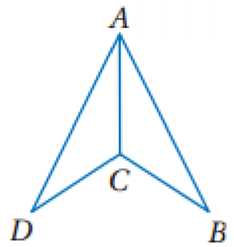
$x = -3$

$4 \times (-3)^2 - 7 \times (-3) + 5$

$36 + 21 + 5 = 62$

مراجعة تراكمية

39)



$\because AB = AD = 27in$ (معطى)

$\because CB = DC = 7in$

$\because AC = AC$ حسب خاصية الانعكاس

$\therefore \Delta ADC \cong \Delta ABC$ حسب SSS

اذكر الخاصية التي تبرر كلا من العبارات الآتية:

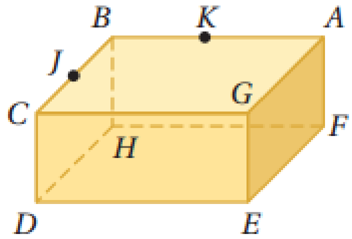
40) خاصية التوزيع

41) خاصية الجمع للمساواة

42) خاصية التعويض

43) خاصية التعدي

انظر إلي الشكل المجاور:



44) 6 مستويات.

45) A, K, B

استعد للدرس اللاحق

أوجد إحداثيات نقطة المنتصف للقطعة التي إحداثيات طرفيها كما يأتي:

46) $A(2,15),\ B(7,9)$

$$\left(\frac{2+7}{2}\right),\left(\frac{9+15}{2}\right)$$

$$(4.5,12)$$

47) $C(-4,6),\ D(2,-12)$

$$\left(\frac{-4+2}{2}\right),\left(\frac{6-12}{2}\right)$$

$$(-1,-3)$$

48) $E(3,2.5),\ F(7.5,4)$

$$\left(\frac{7.5+3}{2}\right),\left(\frac{2.5+4}{2}\right)$$

$$(5.25,3.25)$$