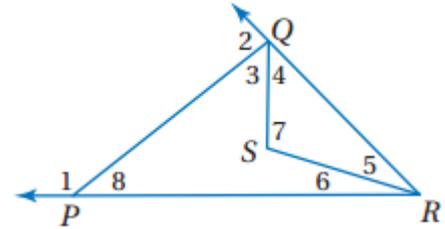


المتباينات في المثلث

4-3

تلقق

صفحة 228



(1A) قياساتها أقل من $\angle 1$: m

حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية:

$$\angle 1 > (\angle 5 + \angle 6)$$

$$\angle 1 > (\angle 3 + \angle 4)$$

إذن $\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$ قياساتها أقل من $\angle 1$: m

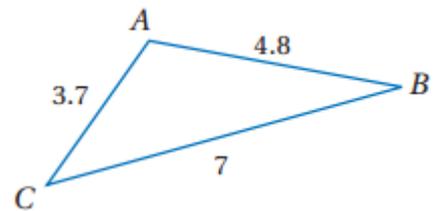
(1B) قياساتها أكبر من $\angle 8$: m

نظرية الزاوية الخارجة $\angle 2 = \angle 8 + (\angle 5 + \angle 6)$

إذن حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية: $\angle 2 > \angle 8$

تلقق

صفحة 229

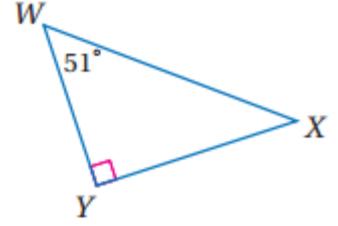


(2) الأضلاع بالترتيب من الأقصر إلى الأطول هي : $\overline{AC}, \overline{AB}, \overline{CB}$

الزوايا بالترتيب من الأصغر إلى الأكبر هي : $\angle A, \angle C, \angle B$



اكتب زوايا المثلث وأضلاعه مرتبة من الأصغر إلى الأكبر:



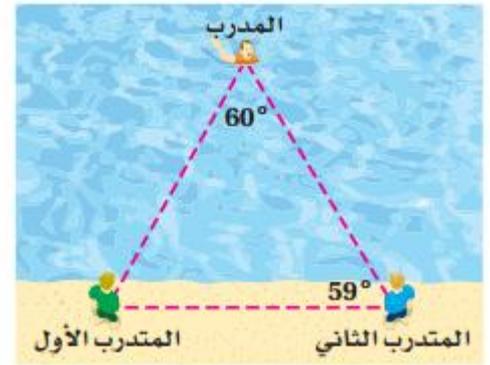
(3)

$$\angle X = 180^\circ - (51^\circ + 90^\circ) = 39^\circ$$

إن الزوايا هي: $\angle X, \angle W, \angle Y$

الأضلاع بالترتيب هي: $\overline{WY}, \overline{YX}, \overline{WX}$ حسب نظرية ٤, ١٠

(4) سباحو الإنقاذ:

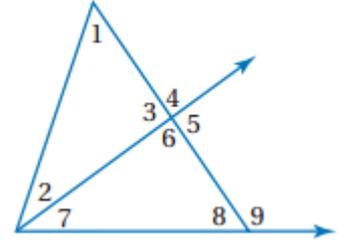


حسب نظرية ٤, ١٠:

إن الضلع المقابل للزاوية 59 أقصر من الضلع المقابل للزاوية 61
 إن المتدرب الأول هو الأقرب للمدرّب.



استعمل نظرية متباينة الزاوية الخارجية لكتابة جميع الزوايا المرقمة التي تحقق الشرط المعطى في كل مما يأتي: المثال ١



(1)

نظرية الزاوية الخارجة $\angle 4 = \angle 1 + \angle 2$
 إذن حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية:

$$\angle 4 > \angle 1$$

$$\angle 4 > \angle 2$$

إذن $m \angle 4$ أقل من $m \angle 1, m \angle 2$

(2)

حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية:

$$\angle 9 > \angle 7$$

$$\angle 5 > \angle 7$$

$$\angle 3 > \angle 7$$

(3)

حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية:

$$\angle 9 > \angle 2$$

$$\angle 6 > \angle 2$$

$$\angle 4 > \angle 2$$

(4)

حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية:

$$\angle 6 < \angle 7$$

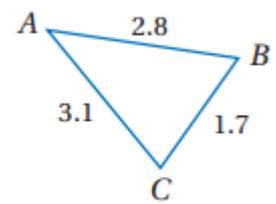
$$\angle 7 < \angle 7$$

$$\angle 2 < \angle 7$$

$$\angle 1 < \angle 7$$

(5) اكتب زوايا كل مثلث وأضلاعه مرتبة من الأصغر إلى الأكبر في السؤالين الآتيين:

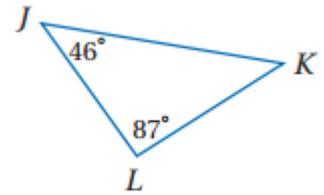
المثالان 2, 3



الأضلاع مرتبة من الأصغر إلى الأكبر: $\overline{BC}, \overline{AB}, \overline{AC}$

وحسب نظرية 9, 4 الزوايا من الأصغر إلى الأكبر: $m \angle A, m \angle C, m \angle B$

(6)



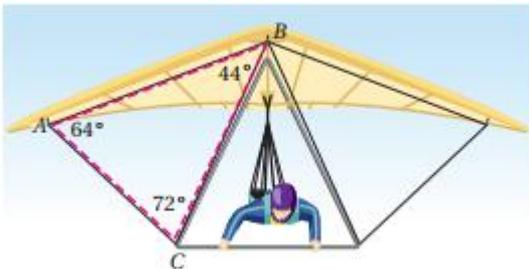
في $\triangle JLK$:

نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث $m \angle K = 180^\circ - (46^\circ + 87^\circ) = 47^\circ$

الزوايا مرتبة هي: $m \angle J, m \angle K, m \angle L$

حسب نظرية 10, 4 : الأضلاع مرتبة هي: $\overline{KL}, \overline{JL}, \overline{JK}$

(7) طيران شراعي:



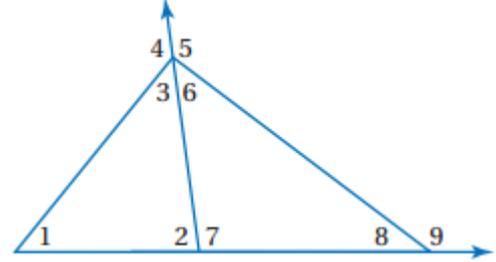
بما أن الزاوية المقابلة للضلع \overline{BC} أكبر من

الزاوية المقابلة للضلع \overline{AC}

إذن حسب نظرية 9, 4 : \overline{BC} أطول من \overline{AC}

تدرب وحل المسائل

استعمل نظرية متباينة الزاوية الخارجية لكتابة جميع الزوايا المرقمة التي تحقق الشرط المعطى في كل مما يأتي: المثال ١



(8)

$$\angle 4 = \angle 2 + \angle 1$$

حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية: $\angle 4 > \angle 2$

(9)

حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية:

$$\angle 2 < \angle 4$$

$$\angle 1 < \angle 4$$

(10)

حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية:

$$\angle 1 < \angle 9$$

$$\angle 3 < \angle 9$$

$$\angle 6 < \angle 9$$

$$\angle 7 < \angle 9$$

(11)

حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية:

$$\angle 2 > \angle 9$$

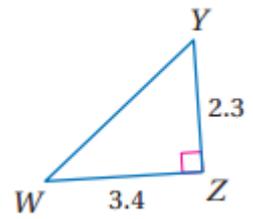
$$\angle 4 > \angle 9$$

$$\angle 5 > \angle 9$$

اكتب زوايا كل مثلث وأضلاعه مرتبة من الأصغر إلى الأكبر في السؤالين الأتيين:

المثلان 2, 3

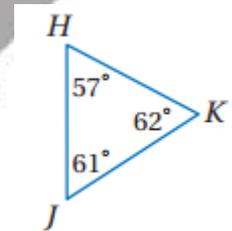
(12)



الأضلاع مرتبة: $\overline{YZ}, \overline{WZ}, \overline{WY}$

وحسب نظرية ٩, ٤: الزوايا مرتبة: $\angle W, \angle Y, \angle Z$

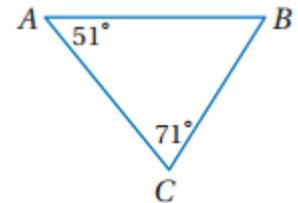
(13)



الزوايا مرتبة: $\angle H, \angle J, \angle K$

وبحسب نظرية ١٠, ٤: الأضلاع مرتبة هي: $\overline{JK}, \overline{HK}, \overline{HJ}$

(14)



نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث $\angle B = 180^\circ - (51^\circ + 71^\circ) = 58^\circ$

الزوايا مرتبة: $\angle A, \angle B, \angle C$

وبحسب نظرية ١٠, ٤: الأضلاع مرتبة هي: $\overline{BC}, \overline{AC}, \overline{AB}$

(15) كرة قدم:



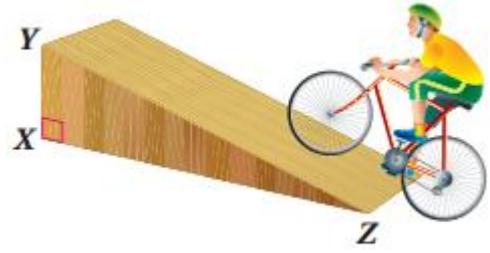
باستعمال نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث فإن قياس

الزاوية المقابلة للقطعة المستقيمة من ماهر إلى خالد

70° وبما أن $48 < 70$ فإن المسافة من ماهر إلى أحمد

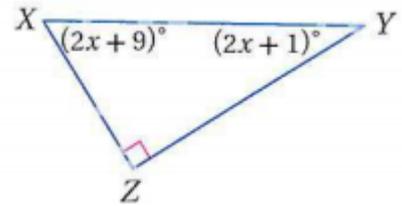
ستكون هي الأقصر وهذا يعني أن ماهر سيختار أحمد ليمرر له الكرة.

(16) منحدرات:



بما أن $m\angle X = 90^\circ$ فإن $m\angle Y + m\angle Z = 90^\circ$ إذن $m\angle Y < 90^\circ$ بحسب تعريف المتباينة لذا فإن $m\angle X > m\angle Y$ أي أن الضلع الذي يقابل $\angle X$ أطول من الضلع الذي يقابل $\angle Y$. وبما أن \overline{YZ} يقابل $\angle X$ و \overline{XZ} يقابل $\angle Y$ فإن $\overline{YZ} > \overline{XZ}$ وهذا يعني أن السطح العلوي للمنحدر أطول من طول المنحدر.

(17)



بما أن $m\angle Z = 90^\circ$ فإن $m\angle X + m\angle Y = 90^\circ$ إذن

$$(2x + 1) + (2x + 9) = 90^\circ$$

$$4x + 10 = 90$$

$$4x = 80$$

$$x = 20$$

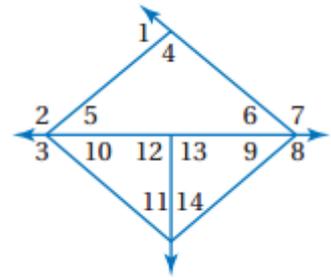
$$\angle Y = 2 \times 20 + 1 = 41^\circ$$

$$\angle X = 2 \times 20 + 9 = 49^\circ$$

إذن الزوايا مرتبة: $\angle Y, \angle X, \angle Z$

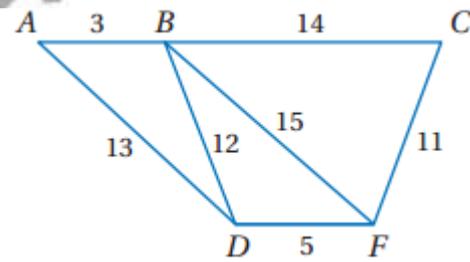
وبحسب نظرية ٤, ١٠: الأضلاع مرتبة هي: $\overline{XZ}, \overline{YZ}, \overline{XY}$

استعمل الشكل المجاور لتحديد الزاوية ذات القياس الأكبر في كل مجموعة مما يأتي:



- (18) $\angle 1$ هي الأكبر حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية
 (19) $\angle 2$ هي الأكبر حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية
 (20) $\angle 7$ هي الأكبر حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية
 (21) $\angle 3$ هي الأكبر حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية
 (22) $\angle 3$ هي الأكبر حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية
 (23) $\angle 8$ هي الأكبر حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية

استعمل الشكل المجاور لتحديد العلاقة بين قياسات الزوايا المعطاة في كل من الأسئلة الآتية:



(24)

بما أن الضلع المقابل لـ $\angle ABD$ أكبر من الضلع المقابل لـ $\angle BDA$

إذن حسب نظرية ٤, ٩ : $m \angle ABD > m \angle BDA$

(25)

بما أن الضلع المقابل لـ $\angle BCF$ أكبر من الضلع المقابل لـ $\angle CFB$

إذن حسب نظرية ٤, ٩ : $m \angle BCF > m \angle CFB$

(26)

بما أن الضلع المقابل لـ $\angle BFD$ أصغر من الضلع المقابل لـ $\angle BDF$

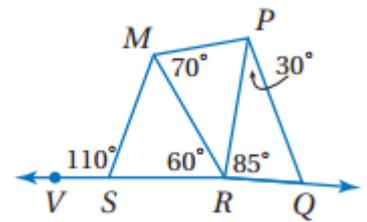
إذن حسب نظرية ٤, ٩ : $m \angle BFD < m \angle BDF$

(27)

بما أن الضلع المقابل لـ $\angle DBF$ أصغر من الضلع المقابل لـ $\angle BFD$

إذن حسب نظرية ٤, ٩ : $m \angle DBF < m \angle BFD$

استعمل الشكل المجاور لتحديد العلاقة بين قياسات الأضلاع المعطاة في كل من الأسئلة الآتية:



(28)

بما أن الزاوية المقابلة لـ \overline{MR} هي $(180^\circ - 110^\circ = 80^\circ)$ وهي أكبر من الزاوية

المقابلة المقابل لـ \overline{SM} إذن حسب نظرية ٤,١٠ : $\overline{MR} > \overline{SM}$

(29)

بما أن الزاوية المقابلة لـ \overline{RP} وهي أكبر من الزاوية المقابلة المقابل لـ \overline{MP} التي تساوي ٣٥ حسب نظرية زوايا المتجاورة على مستقيم.

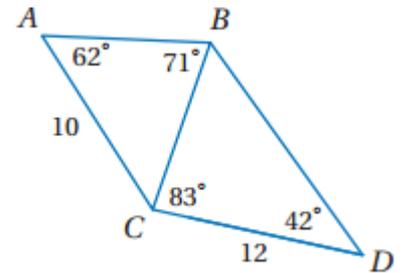
إذن حسب نظرية ٤,١٠ : $\overline{RP} > \overline{MP}$

(30)

بما أن الزاوية المقابلة لـ \overline{RQ} أصغر من الزاوية المقابلة المقابل لـ \overline{PQ}

إذن حسب نظرية ٤,١٠ : $\overline{RQ} < \overline{PQ}$

اكتب اضلاع كل مثلث في الشكل المجاور مرتبة من الأقصر إلى الأطول.



(31)

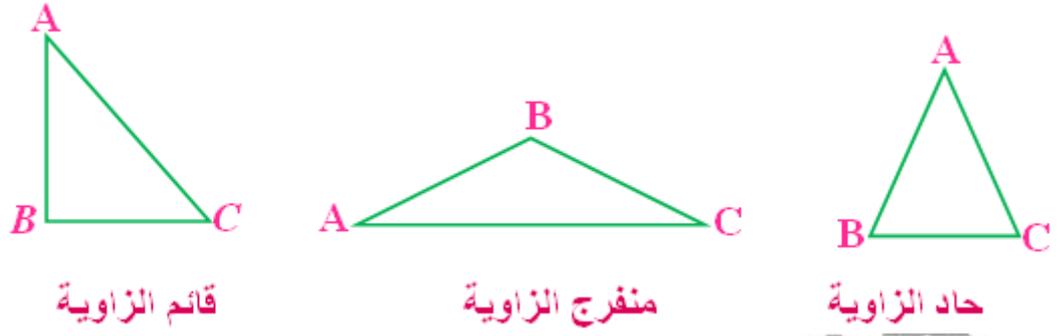
$$\angle ACB = 180^\circ - (62 + 71) = 47^\circ$$

$$\angle CBD = 180^\circ - (83 + 42) = 55^\circ$$

في $\triangle ABC$ يكون $\overline{AB} < \overline{BC} < \overline{AC}$ حسب نظرية ٤,١٠

وفي $\triangle BCD$ يكون $\overline{BC} < \overline{CD} < \overline{BD}$ حسب نظرية ٤,١٠

(32a) تمثيلات متعددة: هندسياً



(32b) جدولياً:

المثلث	AB	BC	AB + BC	CA
الحاد	2	2,4	4,4	3,2
المنفرج	2,6	3,4	6,0	5,0
القائم	2,7	2,8	5,5	3,9

(32c) جدولياً:

المثلث	BC	CA	BC + CA	AB
الحاد	2,4	3,2	5,6	2
المنفرج	3,4	5,0	8,4	2,6
القائم	2,8	3,9	6,6	2,7

المثلث	AB	CA	AB + CA	BC
الحاد	2	3,2	5,2	2,4
المنفرج	2,6	5,0	7,6	3,4
القائم	2,7	3,9	6,5	2,8

(32d) جبرياً:

$$AB + BC > CA, BC + CA > AB, AB + CA > BC$$

(32e) لفظياً:

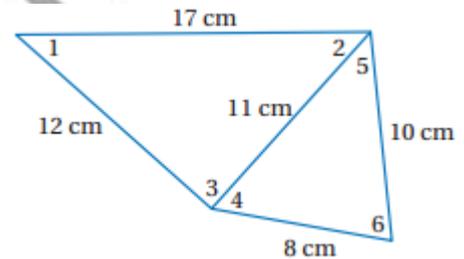
مجموع طولي أي ضلعين في أي مثلث أكبر من طول الضلع الثالث.

مسائل مهارات التفكير العليا

(33) تبرير:

أحياناً؛ إذا كان قياسا زاويتي القاعدة أقل من 60° فإن القاعدة ستكون الضلع الأطول وإذا كان قياسا زاويتي القاعدة أكبر من 60° فإن القاعدة ستكون الضلع الأقصر.

(34) تحد:



$$m \angle 4, m \angle 6, m \angle 3, m \angle 1 ; m \angle 2 = m \angle 5$$

بما أن الضلع المقابل لـ $\angle 5$ هو أقصر ضلع في المثلث الذي يحتويها و $m \angle 2 = m \angle 5$ فإن كلا من $m \angle 6, m \angle 4, m \angle 1, m \angle 3$ أكبر من

$$m \angle 5, m \angle 2$$

وبما أن الضلع المقابل لـ $\angle 4$ أقصر من الضلع المقابل لـ $\angle 6, \angle 1$ ،
وبما أن الضلع المقابل لـ $\angle 6, \angle 1$ أقصر من الضلع المقابل لـ $\angle 3$ إذن:

$$m \angle 5, m \angle 2 < m \angle 4 < m \angle 1, m \angle 6 < m \angle 3$$

(35) اكتب:

بما أن الوتر في المثلث قائم الزاوية يقابل الزاوية القائمة وكلا من الزاويتين الأخرين حادثان دائماً فإن الوتر يقابل دائماً الزاوية الكبرى في المثلث ولذلك فإنه الضلع الأطول دائماً.

تدريب على الاختبار المعياري

(36) A منفرج الزاوية ومختلف الأضلاع

بما أن يوجد زاويتين بالمثلت إحداهما ٤٥ والآخرى ٩٢ إذن قياس الزاوية الثالثة:

$$180^\circ - (45 + 92) = 43^\circ$$

وبما أن المثلث يحتوي على زاوية أكبر من ٩٠ وهي ٩٢ إذن المثلث منفرج الزاوية ومختلف الأضلاع لأن جميع زواياه مختلفة

(37) B: |15|

مراجعة تراكمية

(38)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 4}{3 + 2} = \frac{1}{5}$$

ميل المستقيم المعطى = $\frac{1}{5}$

$$-5 \times \left(\frac{1}{5}\right) = -1$$

∴ ميل المستقيم العمودي = -5

$$\left(\frac{3 + (-2)}{2}, \frac{5 + 4}{2}\right) = (0.5, 4.5) \text{ : نقطة المنتصف}$$

بكتابة معادلة المستقيم المار بالنقطة (0.5, 4.5) و ميلها -5

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

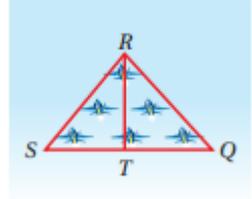
$$y - 4.5 = -5(x - 0.5)$$

$$y - 4.5 = -5x + 2.5$$

$$y = -5x + 2.5 + 4.5$$

$$y = -5x + 7$$

(39) طائرات:



المعطيات: T نقطة منتصف \overline{SQ} .
 $\overline{SR} \cong \overline{QR}$

المطلوب: $\triangle SRT \cong \triangle QRT$

البرهان: العبارات (المبررات)

(1) T نقطة منتصف \overline{SQ} (معطى).

(2) $\overline{ST} \cong \overline{TQ}$ (تعريف نقطة المنتصف)

(3) $\overline{SR} \cong \overline{QR}$ (معطى)

(4) $\overline{RT} \cong \overline{RT}$ (خاصية الانعكاس)

(5) $\triangle SRT \cong \triangle QRT$ (SSS)

استعد للدرس اللاحق

(40)

$$z(x - y) = 3(8 - 2) = 3 \times 6 = 18$$

$$z(x - y) = 13 \text{ عبارة خاطئة}$$

(41)

$$2x = 3yz$$

$$2 \times 8 = 3 \times 2 \times 3$$

$$16 = 18 \quad \times$$

إذن $2x = 3yz$ عبارة خاطئة

(42)

$$x + y > z + y$$

$$8 + 2 > 3 + 2 \rightarrow 10 > 5$$

إذن $x + y > z + y$ عبارة صحيحة

حقيبيه إنجاز المعلم والمعلمه