# ٤-٤ البرهان غير المباشر

## تحقق صفحة 235

**1A)** الإفتراض هو: $x \le 5$

**1B)** الإفتراض هو: النقاط $L$, $K$, $J$ لا تقع على استقامة واحدة

**1C)** الإفتراض هو: $\Delta XYZ$ ليس متطابق الأضلاع

## تحقق صفحة 236

**اكتب برهانا غير مباشر لكل من العبارتين الآتيتين:**

**2A)**

المعطيات: $7x > 56$

المطلوب: $x > 8$

برهان غير مباشر:

الخطوة ١: افرض أن $x < 8$ أو $x = 8$

الخطوة ٢:

| $x$ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ |
|---|---|---|---|---|---|
| $7x$ | ٢٨ | ٣٥ | ٤٢ | ٤٩ | ٥٦ |

عندما تكون $x < 8$ فإن $7x < 56$ وعندما تكون $x = 8$ فإن $7x = 56$

الخطوة : يؤدي الفرض في الحالتين إلى تناقض مع المعلومة المعطاة $7x > 56$. لذلك فالفرض بأن $x \le 8$ خطأ والنتيجة الأصلية بأن $x > 8$ صحيحة بالتأكيد.

**(2B**

**المعطيات:** $-c > 0$

**المطلوب:** إثبات أن $c < 0$

**برهان غير مباشر:**

الخطوة ١: افرض أن $c > 0$ أو $c = 0$

الخطوة ٢:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $c$ | ٠ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ |
| $-c$ | ٠ | $-1$ | $-2$ | $-3$ | $-4$ |

إذا كانت $c > 0$ فإن $-c < 0$ وإذا كانت $c = 0$ فإن $-c = 0$

الخطوة ٣: يؤدي الفرض في الحالتين إلى تناقض مع المعلومة المعطاه $-c > 0$ لذلك فالفرض بأن $c \geq 0$ خطأ والنتيجة الأصلية بأن $c < 0$ صحيحة وبما أن $c < 0$ صحيحة فإن $c$ عدد سالب بالتأكيد.

**3) رحلة:**

افرض أن $x$ هي المسافة المقطوعة في المرحلة الأولى من رحلته، $y$ هي المسافة المقطوعة في المرحلة الثانية، $z$ هي المسافة المقطوعة في المرحلة الثالثة.

**المعطيات:** $x + y + z > 360$

**المطلوب:** $x > 120$ أو $y > 120$ أو $z > 120$.

**برهان غير مباشر:**

الخطوة١: افرض أن $x \leq 120, y \leq 120, z \leq 120$ .

الخطوة٢: إذا كانت $x \leq 120, y \leq 120, z \leq 120$ فإن

$x + y + z \leq 120 + 120 + 120$ أو $x + y + z \leq 360$

الخطوة ٣: وهذا يناقض العبارة المعطاة لذلك فالفرض خطأ والنتيجة الأصلية أن $x > 120$ أو $y > 120$ أو $z > 120$. أي أنه قطع أكثر من $120km$ في مرحلة واحدة على الأقل من رحلته.

## تحقق صفحة 237

**(4**

**المعطيات:** $x^2$ عدد صحيح فردي.

**المطلوب:** $x$ عدد فردي.

**برهان غير مباشر:**

الخطوة ١: افرض أن $x$ عدد زوجي. وهذا يعني أن $x = 2k$ حيث $k$ عدد صحيح.

الخطوة٢: $x^2 = (2k)^2$ بتعويض الفرض

$= 4k^2$ بالتبسيط

$= (2 \times 2)k^2$ بالتحليل

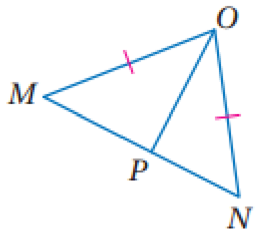
$= 2(2k^2)$ خاصية التجميع للضرب

وبما أن $k$ عدد صحيح فإن $2k^2$ عدد صحيح أيضا. وليكن $m$ يمثل العدد الصحيح $2k^2$ فإنه يمكن تمثيل $x^2$ بالعدد $2m$ حيث $m$ عدد صحيح وهذا يعني أن $x^2$ عدد زوجي ولكن هذا يناقض العبارة المعطاة بأن $x^2$ عدد فردي.

الخطوة ٣: بما أن الفرض: $x$ عدد زوجي أدى إلى تناقض مع المعطيات فإن النتيجة الأصلية بأن $x$ عدد فردي صحيحة بالتأكيد.

## تحقق صفحة 238

**(5**




**المعطيات:** $\overline{MO} \cong \overline{ON}, \overline{MP} \ncong \overline{NP}$

**المطلوب:** $\angle MOP \ncong \angle NOP$

**برهان غير مباشر:**

الخطوة 1: نفرض أن $\angle MOP \cong \angle NOP$

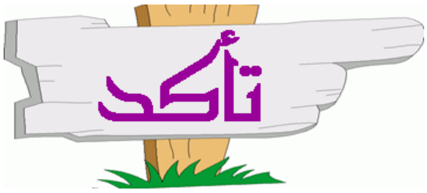
الخطوة 2: تعلم أن $\overline{MO} \cong \overline{ON}$ وأن $\overline{OP} \cong \overline{OP}$ حسب خاصية الانعكاس.

وإذا كانت $\angle MOP \cong \angle NOP$

فإن $\Delta MOP \cong \Delta NOP$ حسب $SAS$.

ويكون $\overline{MP} \cong \overline{NP}$ لأن العناصر المتطابقة في المثلثين المتطابقين تكون متطابقة.

الخطوة 3: $\overline{MP} \cong \overline{NP}$ تناقض المعلومة المعطاه.لذلك فالفرض خطأ إذن $\angle MOP \ncong \angle NOP$




**اكتب الأفتراض الذي تبدأ به برهانا غير مباشر لكل عبارة مما يأتي:** المثال١

1) $\overline{AB} \ncong \overline{CD}$

2) $\Delta XYZ$ متطابق الضلعين أو متطابق الأضلاع.

3) إذا كان $4x < 24$، فإن $x \geq 6$

4) $\angle A$ زاوية قائمة

**اكتب برهان غير مباشر لكل من العبارتين الآتيتين:** المثال٢

5) إذا كان $2x + 3 < 7$، فإن $x < 2$

المعطيات: $2x + 3 < 7$

المطلوب: $x < 2$

البرهان غير المباشر:

الخطوة ١: افرض أن $x > 2$ أو $x = 2$ صحيحة.

الخطوة ٢:

| $x$ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ |
|---|---|---|---|---|---|
| $2x+3$ | ٧ | ٩ | ١١ | ١٣ | ١٥ |

عندما تكون $x > 2$ فإن $2x + 3 > 7$ وعندما تكون $x = 2$ فإن $2x + 3 = 7$.

الخطوة ٣: يؤدي الفرض في الحالتين إلى تناقض مع المعلومة المعطاة بأن $2x + 3 < 7$ لذلك فالفرض بأن $x \geq 2$ خطأ. والنتيجة الأصلية بأن $x < 2$ صحيحة بالتأكيد.

6) إذا كان $3x - 4 > 8$، فإن $x > 4$

المعطيات: $3x - 4 > 8$

المطلوب: $x > 4$

برهان غير مباشر:

الخطوة١: افرض أن $x < 4$ أو $x = 4$ صحيحة.

الخطوة٢:

| $x$ | ٠ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ |
|---|---|---|---|---|---|
| $3x - 4$ | $-4$ | $-1$ | ٢ | ٥ | ٨ |

عندما $x < 4$ فإن $3x - 4 < 8$ وعندما $x = 4$ فإن $3x - 4 = 8$ .

الخطوة٣: يؤدي الفرض في الحالتين إلى تناقض مع المعلومة المعطاة بأن $3x - 4 > 8$ لذلك فالفرض بأن $x \le 4$ خطأ. والنتيجة الأصلية بأن $x > 4$ صحيحة بالتأكيد.

7) كرة قدم: المثال٣

أفرض أن المتوسط يساوي $a$ هدفا

برهان غير مباشر:

الخطوة ١: افرض أن متوسط عدد الأهداف التي سجلها فهد في كل مباراة كان أكبر من أو يساوي ٣، أي $a \ge 3$.

الخطوة٢: الحالة ١ الحالة ٢

| الحالة ١ | الحالة ٢ |
|---|---|
| $a = 3$ | $a > 3$ |
| $\frac{13}{6} \stackrel{?}{=} 3$ | $\frac{13}{6} > ?3$ |
| $2.2 \neq 3$ | $2.2 \not> 3$ |

الخطوة ٣: النتائج ليست صحيحة لذلك فالفرض خطأ. إذن فمتوسط عدد الأهداف التي سجلها فهد في كل مباراة أقل من ٣ أهداف.

(8

المعطيات: $5x-2$ عدد فردي.

المطلوب: $x$ عدد فردي.

برهان غير مباشر:

الخطوة١: افرض أن $x$ عددا ليس فرديا. أي أفرض أ ن $x$ عدد زوجي.

الخطوة٢: ليكن $x=2k$ حيث $k$ عدد صحيح.

$5x-2=5(2k)-2$ بتعويض الفرض.

$=10k-2$ خاصية الضرب.

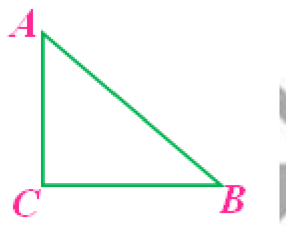
$=2(5k-1)$ خاصية التوزيع.

وبما أن k عدد صحيح فإن $5k-1=$ عدد صحيح أيضا. افرض أن $p$ يمثل العدد $5k-1$ فيمكن تمثيل $5x-2$ بـ $2p$، حيث $p$ عدد صحيح وهذا يعني أن $5x-2$ عدد صحيح زوجي ولكن هذا يناقض المعطيات بأن $5x-2$ عدد فردي.

الخطوة٣: بما أن الفرض بأن $x$ عدد زوجي أدى إلى تناقض مع المعطيات فإن النتيجة الأصلية بأن $x$ عدد فردي نتيجة صحيحة.

اكتب برهانا غير مباشر لكل عبارة من العبارات الآتية:

(9




المعطيات: $ABC$ مثلث قائم الزاوية؛ $\angle C$ زاوية قائمة.

المطلوب: $AB>AC$ و $AB>BC$

برهان غير مباشر:

الخطوة١: أفرض أن وتر المثلث القائم الزاوية ليس الضلع الأطول أي أن $AB<BC$ و $AB<AC$

الخطوة ٢: إذا كان $AB<BC$ فإن $m\angle C<m\angle A$. وبما أن $m\angle C=90$، فإن $m\angle A>90$ إذن $m\angle C+m\angle A>180$ وبالتبرير نفسه $m\angle C+m\angle B>180$

الخطوة ٣: كلا العلاقتين تناقضان الحقيقة بأن مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي $180°$. لذلك فالوتر هو أطول أضلاع المثلث قائم الزاوية.

(10

المعطيات: $\angle A, \angle B$ متكاملتان

المطلوب: $\angle A, \angle B$ لا يمكن أن تكونا منفرجتين معا.

برهان غير مباشر:

الخطوة١: أفرض أن $\angle A, \angle B$ كلاهما زاوية منفرجة.

الخطوة 2: من تعريف الزاوية المنفرجة $m\angle A > 90$ و$m\angle B > 90$ لذلك

$m\angle A + m\angle B > 180^\circ$

الخطوة ٣: وهذا يناقض المعلومة المعطاة بأن $m\angle A + m\angle B = 180^\circ$ لذلك فالنتيجة الأصلية بأن $\angle A, \angle B$ لا يمكن أن يكونا منفرجتين معا صحيحة بالتأكيد.

## تدرب وحل المسائل

اكتب الافتراض الذي تبدأ به برهاناً غير مباشر لكل عبارة مما يأتي: المثال١

(11 اذا كان $2x > 16$، فإن $x \le 8$

(12 $\angle 1, \angle 2$ زاويتان متكاملتان

(13 إذا كان ميلا مستقيمان متساويين فإنهما غير متوازيين.

(14 العدد الفردي يقبل القسمة على 2.

اكتب برهانا غير مباشر لكل مما يأتي: المثال٢

(15

المعطيات: $-3x + 4 < 7$

المطلوب: $x > -1$

برهان غير مباشر: الخطوة ١: افرض أن $x \le -1$ صحيحة.

الخطوة ٢:

| $x$ | $-5$ | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $-3x + 4$ | ١٩ | ١٦ | ١٣ | ١٠ | ٧ |

عندما تكون $x < -1$ فإن $-3x + 4 > 7$ عندما تكون $x = -1$ فإن $-3x + 4 = 7$

الخطوة ٣: يؤدي الفرض في الحالتين إلى تناقض مع المعلومة المعطاة بأن $-3x + 4 < 7$ لذلك فالفرض بأن $x \le -1$ خطأ والنتيجة الأصلية بأن $x > -1$ صحيحة بالتأكيد.

**16)**

المعطيات: $-2x - 6 > 12$

المطلوب: $x < -9$

برهان غير مباشر:

الخطوة١: أفرض أن $x \geq -9$ صحيحة.

خطوة ٢:

| $x$ | $-9$ | $-8$ | $-7$ | $-6$ | $-5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $-2x-6$ | ١٢ | ١٠ | ٨ | ٦ | ٤ |

عندما تكون $x > -9$ فإن $-2x - 6 < 12$ وعندما تكون $x = -9$ فإن $-2x - 6 = 12$

الخطوة ٣: يؤدي الفرض في الحالتين إلى تناقض مع المعلومة المعطاة بأن $-2x - 6 > 12$ لذلك فالفرض بأن $x \geq -9$ خطأ والنتيجة الأصلية بأن $x < -9$ صحيحة بالتأكيد.

**17) العاب حاسوب:** المثال٣

أفرض أن ثمن إحدى الألعاب $x$ والأخرى $y$.

الخطوة 1: المعطيات: $x + y > 400$

المطلوب: $x > 200$ أو $y > 200$

برهان غير مباشر:

افرض أن $x \leq 200$ و $y \leq 200$

الخطوة 2: إذا كانت $x \leq 200$ و $y \leq 200$ فإن:

$x + y \leq 200 + 200$ أو $x + y \leq 400$ وهذا يناقض الفرض $x + y > 400$.

الخطوة 3: بما أن الفرض $x \leq 200$ و $x \leq 200$ أدى إلى تناقض مع حقيقة معلومة فإن هذا الفرض خطأ لذلك فالنتيجة بأن $x > 200$ أو $y > 200$ ستكون صحيحة أي أن ثمن لعبة واحدة من اللعبتين على الأقل أكبر من 200 ريال.

18) جمع التبرعات:
الخطوة 1: أفرض أنه بيع أقل من 150 تذكرة للكبار.
الخطوة ٢: إذا بيع ١٤٩ تذكرة للكبار فسيكون:
عدد تذاكر الأطفال التي بيعت = ٣٧٥ – ١٤٩ = ٢٢٦ تذكرة والثمن الكلي لبيع ١٤٩ تذكرة للكبار و٢٢٦ تذكرة للأطفال = ١٢,٥ × ٢٢٦ + ٣٠ × ١٤٩ = ٧٢٩٥
الخطوة ٣: بما أن النتيجة خطأ فإن الفرض خطأ إذاً عدد تذاكر الكبار التي بيعت ≤ ١٥٠ تذكرة.

اكتب برهاناً غير مباشر لكل مما يأتي: المثالان٣,٤

١٩)
المعطيات: $xy$ عدد صحيح فردي.
المطلوب: كلا من $x$ و$y$ عدد صحيح فردي.
برهان غير مباشر:
الخطوة١: أفرض أن $x$ و $y$ عددان ليسا فرديين معا. أي افرض أن $x$ أو $y$ عدد زوجي.
الخطوة٢: تحتاج فقط إلى بيان أن الفرض: $x$ عدد زوجي يؤدي إلى تناقض لأن البرهان عند افتراض أن $y$ عدد زوجي يتبع التبرير نفسه. لذلك افرض أن $x$ عدد زوجي وأن $y$ عدد فردي هذا يعني أن $x = 2k$ و$y = 2m + 1$ حيث $k$ و$m$ عددان صحيحان.

$xy = (2k)(2m+1)$ بتعويض الفرض
$= 4km + 2k$ خاصية التوزيع
$= 2(2km + k)$ خاصية التوزيع

بما أن $k$ و$m$ عددان صحيحان فإن $2km + k$ عدد صحيح أيضا ليكن $p$ يمثل العدد $2km + k$. لذا فيمكن أن يمثل العدد $xy$ بـ $2p$ حيث $p$ عدد صحيح. وهذا يعني أن $xy$ عدد زوجي ولكن هذا يناقض المعطيات بأن $xy$ عدد فردي.
بما أن الفرض: $x$ عدد زوجي و$y$ عدد فردي يؤدي إلى تناقض مع المعطيات فإن النتيجة الأصلية بأن كلا من $x$ و $y$ عدد صحيح فردي نتيجة صحيحة بالتأكيد.

٢٠)

المعطيات: $n^2$ عدد زوجي.

المطلوب: $n$ عدد زوجي

برهان غير مباشر:

المعطيات: $n^2$ عدد زوجي

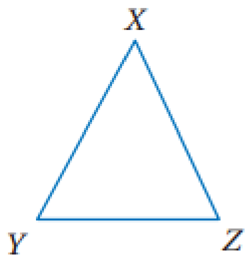
المطلوب: n عدد زوجي أي $n^2$ يقبل القسمة على ٤

البرهان:

- بفرض أن $n^2$ لا يقبل القسمة على ٤، أي ان ٤ ليس عامل من عوامل $n^2$.
- إذا كان مربع عدد هو عدد زوجي ، إذن العدد هو أيضا عدد زوجي لذا اذا كان $n^2$ عدد زوجي ، n يجب أن تكون عدد زوجي.
- نفرض أن $n = 2a$
- $n^2 = (2a)^2$
- $n^2 = 4a^2$
- 4 عامل من عوامل $n^2$ و هذا يتعارض مع الفرض

إذن n عدد زوجي

٢١)




المعطيات: $XZ > YZ$

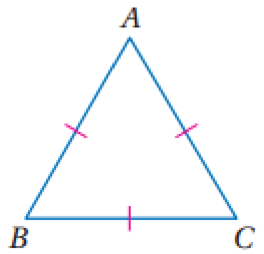
المطلوب: $\angle X \ncong \angle Y$

برهان غير مباشر:

الخطوة ١: أفرض أن $\angle X \cong \angle Y$.

الخطوة ٢: $\overline{XZ} \cong \overline{YZ}$ حسب عكس نظرية المثلث متطابق الضلعين.

الخطوة ٣: وهذا يناقض المعلومة المعطاة بأن $XZ > YZ$ لذلك فالفرض بأن $\angle X \cong \angle Y$ خطأ لذا فإن النتيجة الأصلية بأن $\angle X \ncong \angle Y$ نتيجة صحيحة بالتأكيد.




٢٢)

المعطيات: $\Delta ABC$ متطابق الأضلاع.

المطلوب: $\Delta ABC$ متطابق الزاويا.

برهان غير مباشر:

الخطوة ١: أفرض أن $\Delta ABC$ ليس متطابق الزاويا.

الخطوة ٢: $m\angle B > m\angle C$ فإن $\overline{AB} > \overline{AC}$ حسب متباينة زاوية ضلع في مثلث.

الخطوة ٣: يناقض هذا المعلومة المعطاة بأن $\Delta ABC$ متطابق الأضلاع. لذا فإن الفرض بأن $\Delta ABC$ ليس متطابق الزاويا خطأ والنتيجة الأصلية بأن $\Delta ABC$ متطابق الزوايا نتيجة صحيحة بالتأكيد.

٢٣)

المعطيات: $\Delta ABC$

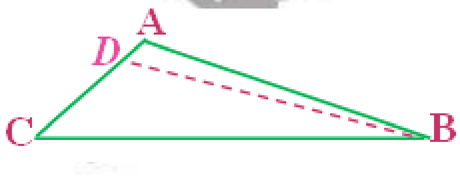
المطلوب: $\Delta ABC$ لا يمكن أن يكون له أكثر من زاوية قائمة واحدة.

برهان غير مباشر:

الخطوة ١: أفرض أن للمثلث $ABC$ أكثر من زاوية قائمة.

الخطوة ٢: إذا كانت $\angle B$ و $\angle C$ زاويتين قائمتين فإن $m\angle B + m\angle C = 180^\circ$. لكن $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^\circ$ لأن مجموع قياسات زوايا المثلث $180^\circ$. وبالتعويض $m\angle A + 180^\circ = 180^\circ$ إذن $m\angle A = 0^\circ$

الخطوة ٣: يناقض هذا المعلومة المعطاة بأن $\Delta ABC$ مثلث لذلك فالفرض بأن للمثلث $\Delta ABC$ أكثر من زاوية قائمة خطأ والنتيجة الأصلية بأنه لايمكن أن يكون للمثلث $\Delta ABC$ أكثر من زاوية قائمة نتيجة صحيحة.




٢٤)

المعطيات: $m\angle A > m\angle ABC$

المطلوب: $BC > AC$

برهان:

أفرض أن $BC < AC$. فحسب خاصية المقارنة يكون $BC = AC$ أو $BC < AC$.

الحالة ١: إذا كان $BC = AC$ فإن $\angle ABC \cong \angle A$ حسب نظرية المثلث متطابق الضلعين (إذا كان ضلعان لمثلث متطابقين فإن الزاويتين المقابلتين لهما متطابقتان).

لكن $\angle ABC \cong \angle A$ تناقض العبارة المعطاة بإن $m\angle A > m\angle ABC$. إذن

$BC \neq AC$.

الحالة ٢:

إذا كان $BC < AC$ فإنه يوجد نقطة $D$ بين $A$ و $c$ بحيث يكون $\overline{DC} \cong \overline{BC}$

ارسم القطعة المستقيمة المساعدة $\overline{BD}$ بما أن $DC = BC$ فإن

$\angle BDC \cong \angle DBC$ حسب نظرية المثلث متطابق الضلعين ولأن $\angle BDC$ زاوية خارجية لـ $BAD$ وحسب نظرية الزاوية الخارجية (قياس الزاوية الخارجية لمثلث أكبر من قياس كل من الزاويتين الداخليتين البعيدتين عنها) يكون

$m\angle BDC > m\angle A$ وحسب مسلمة جمع الزوايا يكون:

$m\angle ABC = m\angle ABD + m\angle DBC$. إذن وحسب تعريف المتباينة يكون

$m\angle ABC > m\angle DBC$. وبالتعويض وخاصية التعدي للمتباينة يكون

$m\angle ABC > m\angle A$ ولكن هذا يناقض العبارة المعطاة بأن

$m\angle A > m\angle ABC$. وفي الحالتين وصلنا إلى تناقض فالفرض خطأ لذلك

$BC > AC$.

٢٥) اكتب برهان غير مباشر:

المعطيات: $\frac{1}{b} < 0$

المطلوب: $b$ عدد سالب.

برهان غير مباشر:

الخطوة ١: افرض أن $b > 0$ وأن $b \neq 0$ لأن ذلك سيجعل $\frac{1}{b}$ غير معرف.

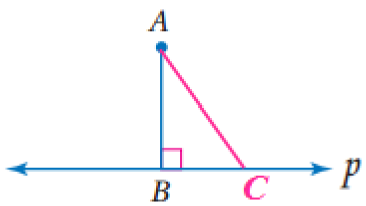
الخطوة ٢: $b > 0$ فإن $\frac{1}{b} > 0$ لأن ناتج قسمة عدد موجب على عدد موجب يكون موجبا.

الخطوة ٣: لكن $\frac{1}{b} > 0$ يناقض المعطيات لذلك فالفرض خطأ إذن b عدد سالب بالتأكيد.

٢٦) كرة سلة:
نعلم أن الفريق الآخر سجل ٣ نقاط ويعتقد أخو عدنان بأنهم ثلاث نقاط من رمية واحدة ونعلم أيضا أنه يمكن للاعب أن يسجل ٣ نقاط بتسجيل نقطتين والحصول على رمية حرة نتيجة خطأ الفريق المنافس.
الخطوة ١: افرض أن لاعبا من الفريق المنافس سجل نقطتين من رمية وحصل على رمية حرة.
الخطوة٢: بما أن عدد نقاط الفريق المنافس كان قبل أن يخرج عدنان من الملعب ٢٦ نقطة فإن عدد نقاطهم بعد تسجيل نقطتين وحصولهم على رمية حرة سيكون ٢٦ + ٣ أو ٢٩.
الخطوة٣: بما أن عدد النقاط صحيح عندما افترضنا أن الفريق المنافس سجل نقطتين من رمية وحصل على رمية حرة فإن افتراض أخو عدنان قد يكون غير صحيح.
فالفريق المنافس يمكن أن يكون قد حصل على ثلاث نقاط من رمية واحدة من خارج منطقة الهدف أو على نقطتين ورمية حرة.

٢٧) ألعاب الكترونية:
الباب الأيمن، فإذا كان الإعلان على الباب الأيسر صحيحا فإن الإعلانين سيكونان صحيحين. إلا أن أحد الإعلانين خطأ لذا يجب أن يكون الإعلان المكتوب على الباب الأيسر خطأ.

٢٨)




المعطيات: $\overline{AB} \perp \overleftrightarrow{P}$

المطلوب: $\overline{AB}$ أقصر قطعة مستقيمة من $A$ إلى $P$.

برهان غير مباشر:

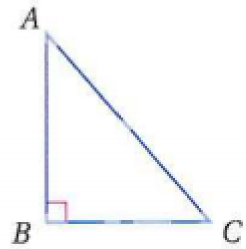
الخطوة ١: أفرض أن $\overline{AB}$ ليست أقصر قطعة مستقيمة من $A$ إلى $P$.

الخطوة ٢: بما أن $\overline{AB}$ ليست أقصر قطعة مستقيمة من A إلى $P$ فإنه توجد نقطة $C$ على $P$ بحيث تكون $\overline{AC}$ أقصر قطعة مستقيمة. وبما أن $\Delta ABC$ قائم الزاوية

وتره $\overline{AC}$ فإن $\Delta ABC$ أطول ضلع $\Delta ABC$ لأنه يقابل أكبر زاوية في $\Delta ABC$ حسب متباينة زاوية – ضلع في المثلث.

الخطوة ٣: يناقض هذا الفرض بأن $\overline{AC}$ أقصر ضلع ولذلك فالفرض خطأ والصحيح هو أن $\overline{AB}$ أقصر بالتأكيد.

**٢٩) برهان مباشر:**




**المعطيات:** $\Delta ABC$ قائم الزاوية

**المطلوب:** $\overline{AC}$ أطول ضلع في المثلث

**برهان مباشر:**

المثلث قائم الزاوية في $B$ إذن مجموع الزاويتين الاخرتين = ٩٠

أي كل منهما أقل من ٩٠ وهذا يعني أن $B$ هي أكبر زوايا المثلث

وبالتالي يكون الوتر $\overline{AC}$ هو أطول ضلع في المثلث

**٣٠) نظرية الأعداد:**

30a) $n^3+3$

30b)

| $n$ | $n^3+3$ |
|---|---|
| ٢ | ١١ |
| ٣ | ٣٠ |
| ١٠ | ١٠٠٣ |
| ١١ | ١٣٣٤ |
| ٢٤ | ١٣٨٢٧ |
| ٢٥ | ١٥٦٢٨ |
| ١٠٠ | ١٠٠٠٠٠٣ |

| | |
|---|---|
| ١٠٣٠٣٠٤ | ١٠١ |
| ١٤٥٥٣١٥٧٩ | ٥٢٦ |
| ١٤٦٣٦٣١٨٦ | ٥٢٧ |

30c) يكون $n$ عدد ا فرديا عندما يكون $n^3+3$ عددا زوجيا.

30d) برهان غيرمباشر:

الخطوة ١: افرض أن $n$ عدد زوجي وليكن $n=2k$ حيث $k$ عدد صحيح.

الخطوة ٢: $n^3+3=(2k)^3+3$ بتعويض الفرض

$=8k^3+3$ بالتبسيط

$=(8k^3+2)+1$ بكتابة ٣ على صورة $2+1$ وتجمع أول حدين.

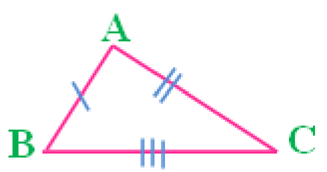
$=2(4k^3+1)+1$ خاصية التوزيع

وبما أن $k$ عدد صحيح فإن $14+k^3$ عدد صحيح أيضا لذا فإن $n^3+3$ عدد فردي.

الخطوة ٣: وهذا يناقض الفرض بأن $n^3+3$ عدد زوجي لذا فإن الفرض خطأ والنتيجة بأن $n$ عدد فردي نتيجة صحيحة.

## مسائل مهارات التفكير العليا

٣١)




العبارة هي: $\Delta ABC$ مختلف الأضلاع.

المعطيات: $\Delta ABC$ فيه $AB\neq BC$؛ $AB\neq AC$، $BC\neq AC$

المطلوب: $\Delta ABC$ مختلف الأضلاع.

برهان غير مباشر:

الخطوة ١: أفرض أن $\Delta ABC$ ليس مختلف الأضلاع.

الحالة ١: $\Delta ABC$ متطابق الضلعين.

الخطوة ٢: إذا كان $\Delta ABC$ متطابق الضلعين فإن $AB=BC$ أو $BC=AC$ أو $AB=AC$.

الخطوة ٣: يناقض هذا المعطيات إذن $\Delta ABC$ ليس متطابق الضلعين.

الحالة ٢: $\Delta ABC$ متطابق الأضلاع.

ولكي يكون المثلث متطابق الأضلاع يجب أن يكون متطابق الضلعين أيضا وفي الحالة الأولى أثبت أن $\Delta ABC$ ليس متطابق الضلعين إذن فالمثلث $\Delta ABC$ ليس متطابق الأضلاع لذلك $\Delta ABC$ مختلف الأضلاع.

٣٢) تحدٍ:

المعطيات: $x$ عدد نسبي لا يساوي الصفر و$y$ عدد غير نسبي.

المطلوب: $xy$ عدد غير نسبي.

برهان غير مباشر:

الخطوة ١: بما أن $x$ عدد نسبي لا يساوي الصفر فإن $x = \frac{a}{b}$ حيث $a$ و$b$ عددان صحيحان ، حيث $b \neq 0$ وبالتعويض، $xy = \frac{a}{b} \times y = \frac{ay}{b}$

أفرض أن $xy$ عدد نسبي فيكون $xy = \frac{c}{d}$ حيث $c$ و$d$ عددان صحيحان، $d \neq 0$

الخطوة ٢: $xy = \frac{ay}{b}$ $x$ عدد نسبي

$\frac{c}{d} = \frac{ay}{b}$ بتعويض الفرض

$cb = ayd$ بضرب كلا الطرفين في $db$

$\frac{cb}{ad} = y$ بقسمة كلا الطرفين على $ad$.

حيث $a \neq 0$ لأن $x = \frac{a}{b \neq 0}$.

بما أن $a, b, c, d$ أعداد صحيحة و$d \neq 0$، و$a \neq 0$ فإن $\frac{cb}{ad}$ هو ناتج قسمة عددين صحيحين. أي أن $y$ عدد نسبي.

الخطوة ٣: بما أن الفرض: $xy$ عدد نسبي أدى إلى تناقض مع المعطيات فإن النتيجة الأصلية بأن $xy$ عدد غير نسبي نتيجة صحيحة.

٣٣) اكتشف الخطأ:

كلاهما على خطأ بما أن الفرض صحيح عندما تكون النتيجة خطأ فإن العبارة خطأ.

٣٤) اكتب:

إذا لم يكن $x$ عدد فرديا فإن $5x-2$ ليس عددا فرديا فإذا لم يكن $x$ عدد فرديا فإنه زوجي وإذا كان $x$ عددا زوجيا فإن $5x$ عدد زوجي لأن حاصل ضرب أي عدد في عدد زوجي يكون زوجيا. $5x-2$ يكون عدد زوجي أيضا لأن ناتج طرح ٢ من أي عدد زوجي يكون زوجيا أيضا. لذلك فالعبارة " إذا لم يكن $x$ عددا فرديا فإن $5x-2$ ليس عددا فرديا" صحيحة البرهان المباشر للمعاكس الإيجابي للعبارة والبرهان غير المباشر للعبارة نفسها يبدآن بالفرضيات نفسها ويتوصلان إلى النتائج نفسها.

## تدريب على الاختبار المعياري

٣٥) $D : 38$

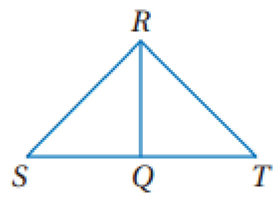
مجموع اي ضلعين في مثلث اكبر من الضلع الثالث لذا ٣٨ لا يكون المحيط المثلث

لان $38-(12+7)=19$

٣٦) $A : -a > -b$

## مراجعة تراكمية

٣٧) اكتب برهانا ذا عمودين:



المعطيات: $\overline{RQ}$ تنصف $\angle SRT$

المطلوب: إثبات أن $m\angle SQR > m\angle SRQ$

البرهان: العبارات (المبررات)

١) $\overline{RQ}$ تنصف $\angle SRT$ (معطى)

2) $\angle SRQ \cong \angle QRT$ (تعريف المنصف)

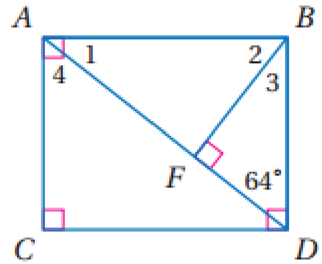
3) $m\angle SRQ = m\angle QRT$ (تعريف الزوايا المتطابقة )

4) $m\angle SQR = m\angle T + m\angle QRT$ (نظرية الزاوية الخارجية)

5) $m\angle SQR > m\angle QRT$ (تعريف المتباينة).

6) $m\angle SQR > m\angle SRQ$ (بالتعويض).

أوجد كل من القياسين الآتيين:




٣٨)

بما أن $\angle BFD = 90^\circ$ إذن:

$$\angle 3 = 180^\circ - \left(90^\circ + 64^\circ\right)$$

$$\angle 3 = 26^\circ$$

$$\angle 2 = 90^\circ - 26^\circ = 64^\circ$$

$$\angle 1 = 180^\circ - \left(90^\circ + 64^\circ\right)$$

$$\angle 1 = 26^\circ$$

39)

$$\angle 4 = 90^\circ - \angle 1$$

$$\angle 4 = 90^\circ - 26^\circ$$

$$\angle 4 = 64^\circ$$

٤٠) هندسة إحداثية:

بما أن المستقيمين متوازيين إذن ميل كل منهما متساويين = ٢

ارسم المستقيم $p$ على أن يمر بنقطة مقطع المحور $y$ للمستقيم $y = 2x + 2$

وهي $(0,2)$ ويكون عمودياً على كلا المستقيمين.

ميل المستقيم $p = \frac{-1}{2}$ والمستقيم $p$ يمر بالنقطة $(0,2)$

إذن بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم $p$ هي:

$$(y-y_1)=m(x-x_1)$$

$$y-2=\frac{-1}{2}(x-0)$$

$$y-2=\frac{-1}{2}x$$

$$y=\frac{-1}{2}x+2$$

تحديد نقطة تقاطع المستقيمين $y=2x-3$ والمستقيم $p$

$$2x-3=\frac{-1}{2}x+2$$

$$2x+\frac{1}{2}x=2+3$$

$$\frac{5}{2}x=5$$

$$x=2$$

$$y=2x-3$$

$$y=2\times 2-3$$

$$y=1$$

نقطة التقاطع هي $(2,1)$

المسافة بين $(2,1),(0,2)$:

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$d=\sqrt{(0-2)^2+(2-1)^2}$$

$$d=\sqrt{4+1}$$

$$d=\sqrt{5}$$

## استعد للدرس اللاحق

(41

$$4x + 7 < 180$$
$$4x < 180 - 7$$
$$4x < 173$$
$$\frac{4x}{4} < \frac{173}{4}$$
$$x < 43.25$$

(42

$$8x - 14 < 3x + 19$$
$$8x < 3x + 19 + 14$$
$$8x < 3x + 33$$
$$8x - 3x < -3x + 3x + 33$$
$$5x < 33$$
$$\frac{5x}{5} < \frac{33}{5}$$
$$x < 6.6$$

(43

$$3x + 54 < 90$$
$$3x < 90 - 54$$
$$3x < 36$$
$$\frac{3x}{3} < \frac{36}{3}$$
$$x < 12$$