

٤-٥ متباينة المثلث

: تحليل النتائج:

(1)

$$BC + CA > AB \quad AB + CA > BC \quad AB + BC > CA$$

(٢) مجموع طولي ضلعين في مثلث أكبر من طول الضلع الثالث.

(٣)

$$|BC - CA| < AB \quad |AB - CA| < BC \quad |AB - BC| < CA$$

(٤)

سيكون الضلع الثالث أقل من مجموع طولي الضلعين الآخرين وأكبر من القيمة المطلقة للفرق بين طوليها.



(1A)

$$30 + 15 > ? 16$$

$$30 + 16 > ? 15$$

$$15 + 16 > ? 30$$

$$✓ 45 > 16$$

$$✓ 46 > 15$$

$$✓ 31 > 30$$

بما أن طولي كل قطعتين أكبر من طول القطعة الثالثة، فإن القطع المستقيمة التي أطوالها 15, 16, 30 يمكن تكون مثلث.

(1B)

$$2 + 8 > ? 11$$

$$✗ 10 \ngtr 11$$

بما أن طولي كل قطعتين ليس أكبر من طول القطعة الثالثة، فإن القطع المستقيمة التي أطوالها 2, 8, 11 لا يمكن تكون مثلث.



(2) $22 : D$

$$13 + 9 > ? n$$

$$22 < n \text{ أو } 22 > n$$

$$13 + n > ? 9$$

$$n > -4$$

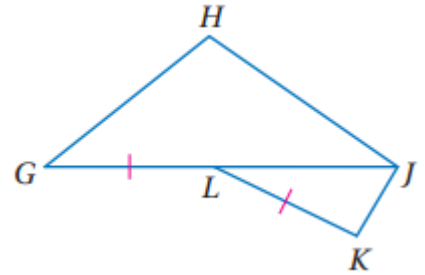
$$9 + n > ? 13$$

$$n > 4$$

$$4 < n < 22$$



(٣) اكتب برهانا ذا عمودين:



البرهان: العبارات (المبررات)

$$(١) \quad GL = LK \text{ (معطى)}$$

$$(٢) \quad JH + GH > GJ \text{ (نظرية متباينة المثلث)}$$

$$(٣) \quad GJ = GL + LJ \text{ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)}$$

$$(٤) \quad JH + GH > GL + LJ \text{ (بالتعويض)}$$

$$(٥) \quad JH + GH > LK + LJ \text{ (بالتعويض)}$$

$$(٦) \quad LK + LJ > JK \text{ (نظرية متباينة المثلث)}$$

$$(٧) \quad JH + GH > JK \text{ (خاصية التعدي)}$$



حدد ما إذا كانت القياسات المعطاة يمكن أن تمثل أطوال أضلاع مثلث في كل مما يأتي ،
وإذا لم يكن ذلك ممكنًا فوضح السبب. المثال ١

$$10 + 7 > ? 5$$

$$5 + 10 > ? 7$$

$$5 + 7 > ? 10$$

$$\checkmark 17 > 5$$

$$\checkmark 15 > 7$$

$$\checkmark 12 > 10$$

بما أن طولي كل قطعتين أكبر من طول القطعة الثالثة، فإن القطع المستقيمة التي أطوالها 5, 7, 10 يمكن تكون مثلث.

(٢)

$$3 + 4 > ? 8$$

$$\times 7 \not> 8$$

بما أن طولي كل قطعتين ليس أكبر من طول القطعة الثالثة، فإن القطع المستقيمة التي أطوالها 3, 4, 8 لا يمكن تكون مثلث.

(٣)

$$6 + 10 > ? 14$$

$$14 + 10 > ? 6$$

$$6 + 14 > ? 10$$

$$\checkmark 16 > 14$$

$$\checkmark 24 > 6$$

$$\checkmark 20 > 10$$

بما أن طولي كل قطعتين أكبر من طول القطعة الثالثة، فإن القطع المستقيمة التي أطوالها 6, 14, 10 يمكن تكون مثلث.

اختيار من متعدد:

$$5 : A \quad (4)$$

بفرض أن طول الضلع الثالث x

$$5 + 9 > ? x$$

$$14 < x \text{ أو } 14 > x$$

$$5 + x > ? 9$$

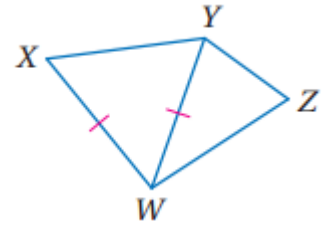
$$9 + x > ? 5$$

$$x > 4$$

$$x > -4$$

$$4 < x < 14$$

(٥) برهان: اكتب برهانا ذا عمودين:



المعطيات: $\overline{XW} \cong \overline{YW}$

المطلوب: $YZ + ZW > XW$

البرهان: العبارات والمبررات

(١) $\overline{XW} \cong \overline{YW}$ (معطى)

(٢) $XW = YW$ (تعريف القطع المستقيمة المتطابقة)

(٣) $YZ + ZW > YW$ (نظرية متباينة المثلث)

(٤) $YZ + ZW > XW$ (بالتعويض)

تدرب وحل المسائل

حدد ما إذا كانت القياسات المعطاة يمكن أن تمثل أطوال أضلاع مثلث في كل مما يأتي ،
وإذا لم يكن ذلك ممكنا فوضح السبب. المثال ١

(٦) $9 + 4 > 15$

$\times 13 \nless 15$

بما أن طولي كل قطعتين ليس أكبر من طول القطعة الثالثة، فإن القطع المستقيمة التي أطوالها 4, 9, 15 لا يمكن تكون مثلث.

(٧)

$16 + 21 > 11$

$16 + 11 > 21$

$11 + 21 > 16$

✓ $37 > 11$

✓ $27 > 21$

✓ $32 > 16$

بما أن طولي كل قطعتين أكبر من طول القطعة الثالثة، فإن القطع المستقيمة التي أطوالها 11, 21, 16 يمكن تكون مثلث.

(٨)

$$8.2 + 1.1 > ? 9.9$$

$$\times 9.3 \neq 9.9$$

بما أن طولي كل قطعتين ليس أكبر من طول القطعة الثالثة، فإن القطع المستقيمة التي أطوالها 8.2, 1.1, 9.9 لا يمكن تكون مثلث.

(٩)

$$2\frac{1}{2} + 1\frac{3}{4} > ? 5\frac{1}{8}$$

$$\times 4\frac{1}{4} \not> 5\frac{1}{8}$$

بما أن طولي كل قطعتين ليس أكبر من طول القطعة الثالثة، فإن القطع المستقيمة التي أطوالها $2\frac{1}{2}$, $1\frac{3}{4}$, $5\frac{1}{8}$ لا يمكن تكون مثلث.

اكتب متباينة تمثل مدى طول الضلع الثالث في مثلث علم طولاً ضلعين من أضلاعه في كل مما يأتي: المثال ٢

(١٠)

بفرض أن طول الضلع الثالث x

$$4 + 8 > ? x$$

$$12 < x \text{ أو } 12 > x$$

$$4 + x > ? 8 \quad 8 + x > ? 4$$

$$x > 4 \quad x > -4$$

$$4ft < x < 12ft$$

(١١)

بفرض أن طول الضلع الثالث x

$$11 + 5 > ? x$$

$$16 < x \text{ أو } 16 > x$$

$$5 + x > ? 11 \quad 11 + x > ? 5$$

$$x > 6 \quad x > -6$$

$$6m < x < 16m$$

(١٢)

بفرض أن طول الضلع الثالث x

$$2.7 + 4.2 > x$$

$$6.9 < x \text{ أو } 6.9 > x$$

$$4.2 + x > 2.7 \quad 2.7 + x > 4.2$$

$$x > 1.5 \quad x > -1.5$$

$$1.5cm < x < 6.9cm$$

(١٣)

بفرض أن طول الضلع الثالث x

$$\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4} > x$$

$$3\frac{3}{4} < x \text{ أو } 3\frac{3}{4} > x$$

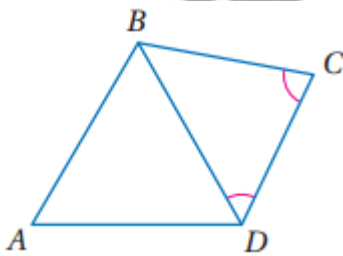
$$\frac{1}{2} + x > 3\frac{1}{4} \quad 3\frac{1}{4} + x > \frac{1}{2}$$

$$x > 2\frac{3}{4} \quad x > -2\frac{3}{4}$$

$$2\frac{3}{4}km < x < 3\frac{3}{4}km$$

برهان: اكتب برهانا ذا عمودين: مثال ٣

(١٤)



البرهان: العبارات (المبررات)

$$\angle BCD \cong \angle CDB \text{ (معطى)}$$

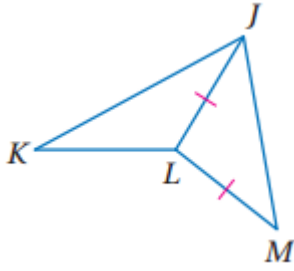
$$\overline{BC} \cong \overline{BD} \text{ (عكس نظرية المثلث متطابق الضلعين)}$$

$$BC = BD \text{ (تعريف القطع المستقيمة)}$$

$$AB + AD > BD \text{ (نظرية متباينة المثلث)}$$

$$AB + AD > BC$$

(١٥)



البرهان: العبارات (المبررات)

(١) $\overline{JL} \cong \overline{LM}$ (معطى)

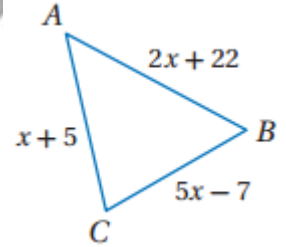
(٢) $\overline{JL} = \overline{LM}$ (تعريف القطع المستقيمة المتطابقة)

(٣) $JK + KL > JL$ (نظرية متباينة المثلث)

(٤) $JK + KL > LM$ (بالتعويض)

جبر: حدد القيم الممكنة لـ x في كل من السؤالين الآتيين:

(١٦)



$$x + 5 + 5x - 7 > 2x + 22$$

$$6x - 2 > 2x + 22$$

$$4x > 24$$

$$x > \frac{24}{4}$$

$$x > 6$$

$$2x + 22 + x + 5 > 5x - 7$$

$$3x > -27 + 5x - 7$$

$$3x - 5x > -27 - 7$$

$$-2x > -34$$

$$x > \frac{34}{2}$$

$$x > 17$$

$$2x + 22 + 5x - 7 > x + 5$$

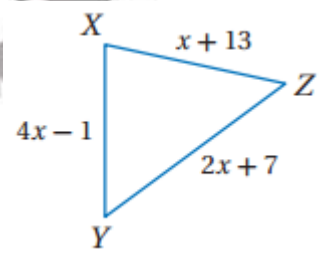
$$7x + 15 > x + 5$$

$$7x - x > 5 - 15$$

$$6x > -10$$

$$x > \frac{-10}{6}$$

إذن القيم الممكنة لـ x هي: $6 < x < 17$ (١٧)



$$x + 13 + 4x - 1 > 2x + 7$$

$$5x - 12 > 2x + 7$$

$$5x - 2x > 7 + 12$$

$$3x > 19$$

$$x > \frac{19}{3}$$

$$4x - 1 + 2x + 7 > x + 13$$

$$6x + 6 > x + 13$$

$$6x - x > 13 - 6$$

$$5x > 7$$

$$x > \frac{7}{5}$$

$$x + 13 + 2x + 7 > 4x - 1$$

$$3x + 20 > 4x - 1$$

$$3x - 4x > -1 - 20$$

$$x > 21$$

إذن القيم الممكنة لـ x هي: $21 < x < \frac{7}{5}$

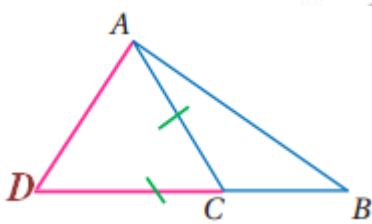
(18a) قيادة سيارة:

(18a) الطريق ١؛ في أي مثلث مجموع طولي أي ضلعين أكبر من طول الضلع الثالث لذلك فمجموع المسافتين على الطريق ٢ والطريق ٣ أكبر من المسافة على الطريق ١.

(18b)

الطريق ٢ ثم الطريق ٣؛ بما أنه يمكن لتوفيق أن يقود سيارته بسرعة 60 km/h في الساعة على الطريق ١ الذي طوله 60 km فإنه يستغرق ساعة تقريبا للوصول إلى المجمع. أو أن يقود سيارته بسرعة 100 km/h على الطريق ٢ ثم الطريق ٣ اللذين مجموع طوليها 85 km لذلك يستغرق 0.85 من الساعة أو 51 دقيقة تقريبا للوصول إلى المجمع. إذن استعمال الطريق ٢ ثم الطريق ٣ يستغرق وقتا أقل من الطريق ١.

(١٩) برهان:



البرهان: العبارات (المبررات)

(١) ارسم \overline{CD} بحيث تقع C بين D و B و $\overline{CD} \cong \overline{AC}$ (استعمل المسطرة).

(٢) $CD = AC$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

(٣) $\angle CAD \cong \angle ADC$ (نظرية المثلث متطابق الضلعين)

(٤) $m\angle CAD = m\angle ADC$ (تعريف الزاويتين المتطابقتين)

(٥) $m\angle BAC + m\angle CAD = m\angle BAD$ (مسلمة جمع الزوايا)

(٦) $m\angle BAC + m\angle ADC = m\angle BAD$ (بالتعويض)

(٧) $AB < BD$ (علاقة الزوايا والأضلاع في المثلث)

(٨) $BD = BC + CD$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)

(٩) $AB < BC + CD$ (بالتعويض)

$$(١٠) AB < BC + AC \text{ (بالتعويض)}$$

اكتب متباينة تمثل مدى القيم الممكنة لـ x في كل من الأسئلة الآتية:

(٢٠)

$$4+6 > ? x$$

$$10 < x \text{ أو } 10 > x$$

$$4+x > ? 6$$

$$6+x > ? 4$$

$$x > 2$$

$$x > -2$$

$$2 < x < 10$$

(٢١)

$$12+8 > ? x$$

$$20 < x \text{ أو } 20 > x$$

$$8+x > ? 12$$

$$12+x > ? 8$$

$$x > 4$$

$$x > -4$$

$$4 < x < 20$$

(٢٢)

$$5+7 > ? x+1$$

$$12-1 > x$$

$$11 < x \text{ أو } 11 > x$$

$$5+x+1 > ? 7$$

$$7+x+1 > ? 5$$

$$x+6 > 7$$

$$x+8 > 5$$

$$x > 1$$

$$x > -3$$

$$1 < x < 11$$

(٢٣)

$$x + 2 + x + 4 > x + 6$$

$$2x + 6 > x + 6$$

$$2x > x$$

$$2x - x > 0$$

$$x > 0$$

$$x + 4 + x + 6 > x + 2$$

$$x + 2 + x + 6 > x + 4$$

$$2x + 10 > x + 2$$

$$2x + 8 > x + 4$$

$$2x - x > 2 - 10$$

$$2x > x - 4$$

$$x > -8$$

$$x > -4$$

$$x < 0$$

(٢٤) مسرح:

نعم؛ القياسات الظاهرة على الرسم لا تشكل مثلثا. فحسب نظرية متباينة المثلث، مجموع طولي أي ضلعين لمثلث أكبر من طول أكبر من طول الضلع الثالث. والأطوال في الرسم هي $1ft, 3\frac{7}{8}ft, 6\frac{3}{4}ft$. وبما أن $1 + 3\frac{7}{8} \not> 6\frac{3}{4}$ فإن هذه الأطوال لا تمثل أضلاع مثلث. وعليهما أن يعيدا حساب القياسات في قص الخشب.

حدد ما إذا كانت القياسات المعطاة يمكن أن تمثل أطوال أضلاع مثلث في كل مما يأتي ، وإذا لم يكن ذلك ممكنا فوضح السبب.

(٢٥)

$$\text{لا؛ لأن } \sqrt{8} + \sqrt{2} \not> \sqrt{35}$$

بما أن طولي كل قطعتين ليس أكبر من طول القطعة الثالثة، فإن القطع المستقيمة التي أطوالها $\sqrt{2}, \sqrt{8}, \sqrt{35}$ لا يمكن تكون مثلث.

(٢٦)

$$\sqrt{99} \approx 9.9$$

$$\sqrt{48} \approx 6.9$$

$$\sqrt{65} \approx 8.1$$

$$9.9 + 8.1 >? 6.9$$

$$\checkmark 18 > 6.9$$

$$6.9 + 8.1 >? 9.9$$

$$\checkmark 15 > 9.9$$

$$9.9 + 6.9 >? 8.1$$

$$\checkmark 16.8 > 8.1$$

بما أن طولي كل قطعتين أكبر من طول القطعة الثالثة، فإن القطع المستقيمة التي أطوالها $\sqrt{99}$, $\sqrt{48}$, $\sqrt{65}$ يمكن تكون مثلث.

(٢٧) حدد ما إذا كانت النقاط $X(1, -3)$, $Y(6, 1)$, $Z(2, 2)$ تمثل رؤوس مثلث. وضح إجابتك.

$$d_{(X,Y)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(6 - 1)^2 + (1 + 3)^2}$$

$$d = \sqrt{25 + 16}$$

$$d = \sqrt{41} \approx 6.4$$

$$d_{(Y,Z)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(2 - 6)^2 + (2 - 1)^2}$$

$$d = \sqrt{16 + 1}$$

$$d = \sqrt{17} \approx 4.1$$

$$d_{(X,Z)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(2 - 1)^2 + (2 + 3)^2}$$

$$d = \sqrt{1 + 25}$$

$$d = \sqrt{26} \approx 5.1$$

$$4.1 + 5.1 >? 6.4$$

$$\checkmark 9.2 > 6.4$$

$$6.4 + 5.1 >? 4.1$$

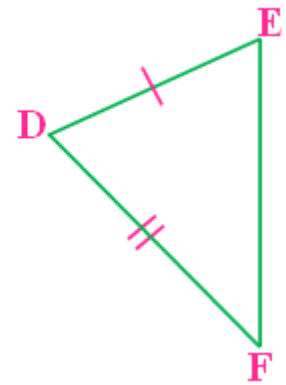
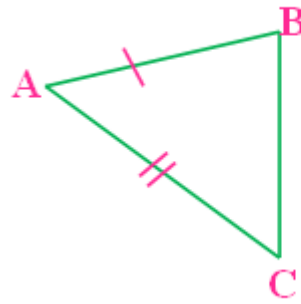
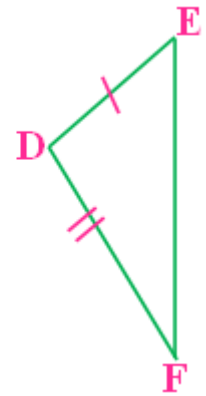
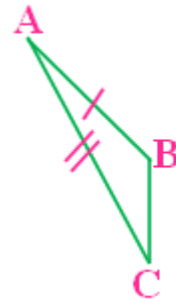
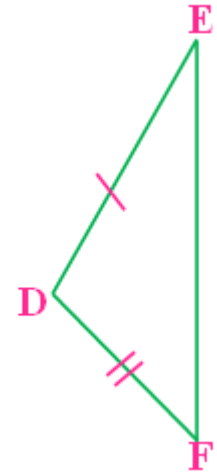
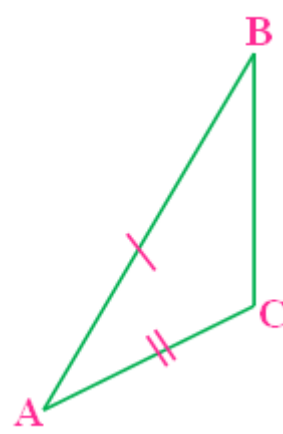
$$\checkmark 11.5 > 4.1$$

$$6.4 + 4.1 >? 5.1$$

$$\checkmark 10.5 > 5.1$$

بما أن طولي كل قطعتين أكبر من طول القطعة الثالثة، فإن النقط المعطاة يمكن تكون مثلث.

(28a) تمثيلات متعددة:
(a) هندسياً:



(28b) جدولياً:

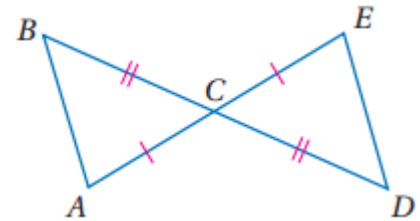
أزواج المثلثات	BC	$m \angle A$	EF	$m \angle D$
١	٠,٧٥	٢٦	٢	١٠٥
٢	٠,٣	١٥	١	٩٧
٣	٠,٨	٤٤	١,٤	١٠١

(28c) لفظياً:

قياس الزاوية التي تقابل الضلع الأطول من الضلعين غير المتطابقين أكبر من قياس الزاوية التي تقابل الضلع الأقصر منهما.

مسائل مهارات التفكير العليا

(٢٩) تحد:



بفرض أن الضلع الثالث x

بما أن $AC = 7, DC = 9$

$$7 + 9 > x$$

$$16 < x \text{ أو } 16 > x$$

$$9 + x > 7$$

$$7 + x > 9$$

$$x > -2$$

$$x > 2$$

المحيط أكبر من ٣٦ وأقل من ٦٤ نعلم من الشكل أن:

$\angle ACB \cong \angle ECD$ و $\overline{DC} \cong \overline{BC}$ و $\overline{AC} \cong \overline{EC}$ لأن الزاوية المتقابلة بالرأس

متطابقة إذن $\triangle ACB \cong \triangle ECD$ وباستعمال نظرية متباينة المثلث تكون قيمة كل

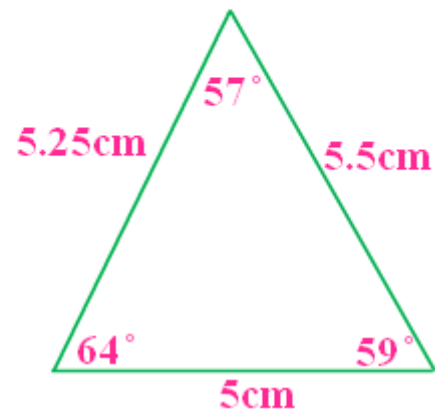
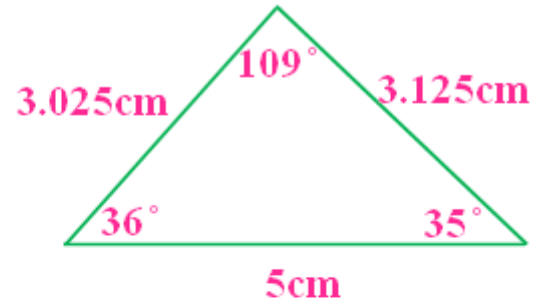
من AB, ED محصورة بين العددين 16, 2 لذلك أصغر قيمة للمحيط أكبر من

$2(2 + 7 + 9)$ أو ٣٦؛ وأكبر قيمة للمحيط أصغر من $2(16 + 7 + 9)$ أو ٦٤.

(٣٠) تبرير:

يجب أن يكون طول كل من الضلعين المتطابقين أكبر من 3cm وعند استعمالها لإيجاد أكبر قيمة لطول الساق فإن المتباينة ستكون $٦ < ٠$ وهي صحيحة دائما لذلك لا توجد قيمة عظمة للطول.

(٣١) مسألة مفتوحة:



(٣٢) اكتب:

تنص نظرية متباينة المثلث على أن مجموع طولي أي ضلعين للمثلث يكون دائما أكبر من طول الضلع الثالث للمثلث لذا يمكن كتابة ثلاث متباينات فمثلا للمثلث الذي أطوال أضلاعه a, b, c يمكن كتابة:

$$a + b > c, a + c > b, b + c > a$$

وعادة ما ينتج من إحدى المتباينات عدد سالب ولا يلزم استعمالها عند إيجاد القيمة الصغرى والقيمة العظمى للضلع غير المعروف والمتباينتان الباقيتان تعطيان القيمة التي سيكون طول الضلع أكبر منها والقيمة التي سيكون طول الضلع أصغر منها.

تدريب على الاختبار المعياري

$$m \angle ADC = m \angle BCD : B \quad (33)$$

$$z = 14w - 7 : D \quad (34)$$

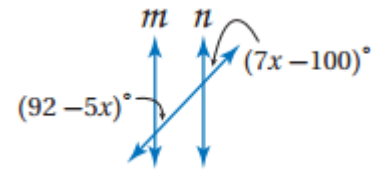
مراجعة تراكمية

اكتب الافتراض الضروري التي تبدأ به برهاناً غير مباشر لكل مما يأتي:

$$Y > 6 \text{ أو } Y < 6 \quad (35)$$

(36) إذا قطع مستقيم مستقيمين آخرين، وكانت الزاويتان المتبادلتان داخلياً متطابقتان، فإن المستقيمين غير متوازيين.

أوجد قيمة x على أن يكون $m \perp n$ في كل مما يأتي، واذكر المسلمة أو النظرية: (37)



$$7x - 100 = 92 - 5x$$

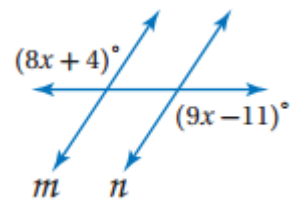
$$7x + 5x = 92 + 100$$

$$12x = 192$$

$$x = 16$$

مسلمة الزاويتين المتناظرتين.

(38)



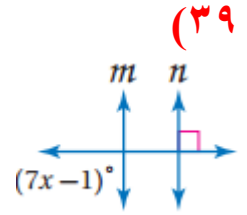
$$8x + 4 = 9x - 11$$

$$8x - 9x = -11 - 4$$

$$-x = -15$$

$$x = 15$$

نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجيا.



$$7x - 1 = 90$$

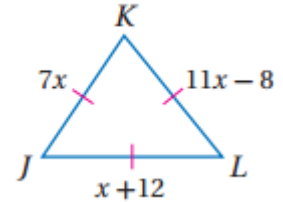
$$7x = 91$$

$$x = 13$$

نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجيا.

استعد للدرس اللاحق

أوجد قيمة x وأطوال الأضلاع المجهولة في كل مثلث مما يأتي:



$$11x - 8 = 7x$$

$$11x - 7x = 8$$

$$4x = 8$$

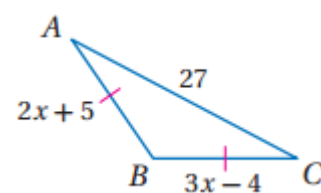
$$x = 2$$

$$KL = 11x - 8 = 11 \times 2 - 8 = 14$$

$$KJ = 7x = 7 \times 2 = 14$$

$$JL = x + 12 = 2 + 12 = 14$$

(٤١)



$$2x + 5 = 3x - 4$$

$$2x - 3x = -4 - 5$$

$$-x = -9$$

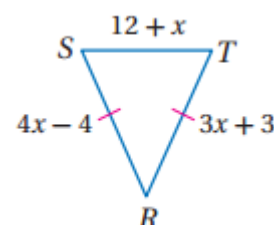
$$x = 9$$

$$BC = 3x - 4$$

$$= 3 \times 9 - 4 = 23$$

$$AB = BC = 23$$

(٤٢)



$$4x - 4 = 3x + 3$$

$$x = 3 + 4$$

$$x = 7$$

$$RT = 3 \times 7 + 3 = 24$$

$$SR = RT = 24$$

$$ST = 12 + 7 = 19$$