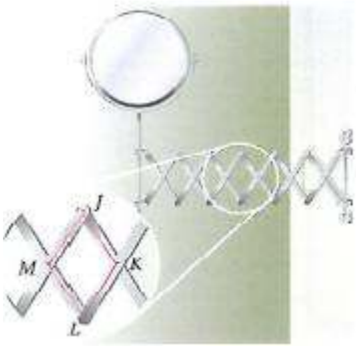
5-2 متوازي الأضلاع

تحقق



1) **مرايا:** تُستعمل في مرآة الحائط المبينة جانبًا متوازيات أضلاع يتغير شكلها كُلّما مُدّ الذراع. في $\square JKLM$، إذا كان $m\angle J = 47, MJ = 8\text{ cm}$، فأوجد كلًّا مما يأتي:

A) LK

$LK = MJ$ **(كل ضلعين في متوازي الأضلاع متطابقان)**

$= 8\text{cm}$

B) $m\angle L$

$m\angle L = m\angle J$ **(كل زاويتين متقابلتين في متوازي الأضلاع متطابقتان)**

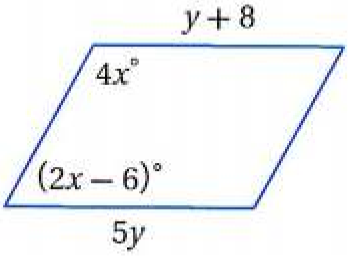
$= 47^\circ$

C) إذا مُدّ الذراع حتى أصبح $m\angle J = 90^\circ$، فكم يصبح قياس كل من $\angle K, \angle L, \angle M$؟ برّر إجابتك.

سيكون قياس كل من الزوايا الأخرى 90° تبعاً للنظرية 1.6.

أوجد قيمة المتغير في كل من متوازيي الأضلاع الآتيين:

2A)



$y + 8 = 5y$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

$4y = 8$

$y = 2$

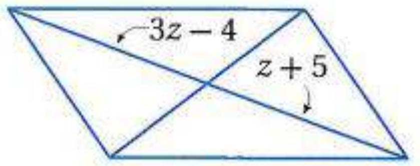
$$4x + (2x - 6) = 180^\circ$$

$$6x = 186^\circ$$

$$x = 31$$

$$x = 31,\ y = 2$$

(2B



$3z - 4 = z + 5$ (قطرا متوازي الأضلاع ينصف كلا منهما الآخر)

$$2z = 9$$

$$z = 4.5$$

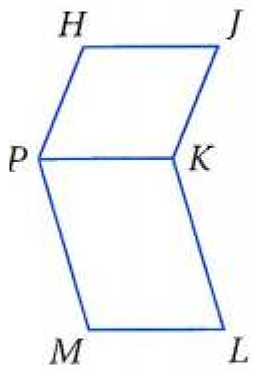
3) **هندسة إحداثية :** أوجد إحداثيي نقطة تقاطع قطري $\square RSTU$ الذي رؤوسه $R(-8, -2), S(-6, 7), T(6, 7), U(4, -2)$.

بما أن قطري متوازي الأضلاع ينصف كلا منهما الآخر، فإن نقطة تقاطعهما هي نقطة منتصف كل من $\overline{SU}$, $\overline{RT}$. أوجد نقطة منتصف $\overline{RT}$ التي طرفاها $(-8, -2), (6\ 7)$

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) = \left(\frac{-8+6}{2}, \frac{-2+7}{2}\right)$$ (صيغة نقطة المنتصف)

$$= (-1, 2.5)$$ (بالتبسيط)

إذن إحداثيا نقطة تقاطع قطري RSTU هما $(-1, 2.5)$



4) اكتب برهانًا ذا عمودين.

المعطيات: $\square HJKP$, $PKLM$

المطلوب: $\overline{HJ} \cong \overline{ML}$

المعطيات: متوازيا الأضلاع HJKP, PKLM

المطلوب: $\overline{HJ} \cong \overline{ML}$

البرهان:

العبارات (المبررات):

1) HJKP, PKLM متوازيا أضلاع (معطيات)

2) $\overline{HJ} \cong \overline{PK}$, $\overline{PK} \cong \overline{ML}$ (الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة)

3) HJ = ML (خاصية التعدي)

تأكد:

1) **ملاحة:** يستعمل البحّارة مسطرتين متوازيتين يصل بينهما ذراعان متساويا الطول لتحديد اتجاه إبحارهم، فيضعون حافة إحدى المسطرتين بمحاذاة مسار الإبحار ثم يحركون المسطرة الأخرى حتى تصل إلى قرص بوصلة مرسوم على الخريطة. تُشكّل المسطرتين والذراعين الواصلين بينهما $\square MNPQ$.

a) إذا كان $MQ = 2\text{in}$ ، فأوجد NP.

$NP = 2\text{in}$ لأن كل ضلعين متناظرين متطابقين

b) إذا كان $m\angle NMQ = 38^\circ$ ، فأوجد $m\angle MNP$.

كل زاويتين متحالفتين مجموعهم $= 180^\circ$

$$38 + m\angle NMQ = 180^\circ$$

$$m\angle NMQ = 180 - 38$$

$$m\angle NMQ = 142^\circ$$

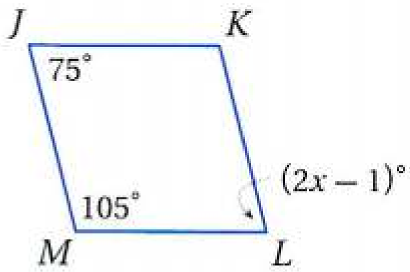
c) إذا كان $m\angle MQP = 128^\circ$ ، فأوجد $m\angle MNP$.

من خصائص متوازي الأضلاع كل زاويتين متقابلين متطابقين

$$\angle MNP = 128^\circ$$

المثال 2 **جبر:** أوجد قيم المتغيرات في كل من متوازيات الأضلاع الآتية :

2)



من خصائص متوازي الأضلاع كل زاويتين متقابلين متطابقين

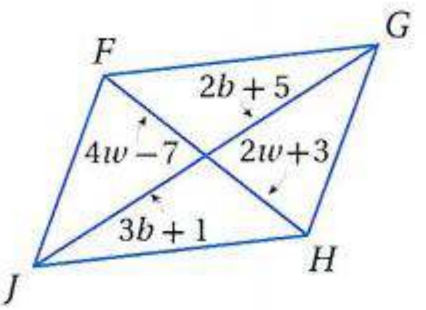
$\angle L = 75^\circ$

$2x - 1 = 75$

$2x = 76$

$x = 38$

(3



حسب نظرية قطرا متوازي الأضلاع

$2w + 3 = 4w - 7$

$2w - 4w = -7 - 3$

$-2w = -10$

$w = 5$

$2b + 5 = 3b + 1$

$2b - 3b = 1 - 5$

$-b = -4$

$b = 4$

المثال 3 (4 **هندسة إحداثية :** أوجد إحداثيي نقطة تقاطع قطري $\square ABCD$ الذي رؤوسه $A(-4, 6), B(5, 6), C(4, -2), D(-5, -2)$.

بما أن قطري متوازي الأضلاع ينصف كلا منهما الآخر، فإن نقطة تقاطعهما هي نقطة منتصف كل من $\overline{BD}$, $\overline{AC}$. أوجد نقطة منتصف $\overline{AC}$ التي طرفاها

$(-4،6), (4 \quad -2)$

$$\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right) = \left(\frac{-4+4}{2}, \frac{6-2}{2}\right)$$

(صيغة نقطة المنتصف)

$$m\angle WZX + m\angle ZXW = 90^\circ$$
$$x - 11 + x - 9 = 90$$
$$2x - 20 = 90$$
$$2x = 110$$
$$x = 55$$
$$\angle ZXW = x - 11 = 55 - 11$$
$$\angle ZXW = 44$$
$$\angle ZXY = 90 - 44 = 46^\circ$$

(بالتبسيط)

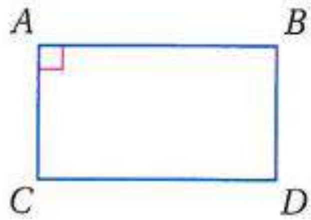
إذن إحداثيا نقطة تقاطع قطري $\overline{ABCD}$ هما $(0،2)$

المثال 4 **برهان:** اكتب برهانًا من النوع المحدد في كل من السؤالين الآتيين :

5) برهانًا حرًّا.

المعطيات: $ABCD$ متوازي أضلاع، $\angle A$ قائمة.

المطلوب: $\angle B, \angle C, \angle D$ قوائم. (النظرية 5.6)



المعطيات: ABCD متوازي أضلاع فيه الزاوية A قائمة.

المطلوب: الزوايا B, C, D قوائم. (النظرية 5.6).

البرهان: حسب تعريف متوازي الأضلاع $\overline{AD} \parallel \overline{CB}$

ولأن $\angle A$ قائمة فإن $\overline{AD} \perp \overline{AB}$.

وحسب نظرية القاطع العمودي يكون $\overline{AB} \perp \overline{CB}$.

إذن $\angle B$ قائمة لأن المستقيمين المتعامدين يشكلان زاوية قائمة

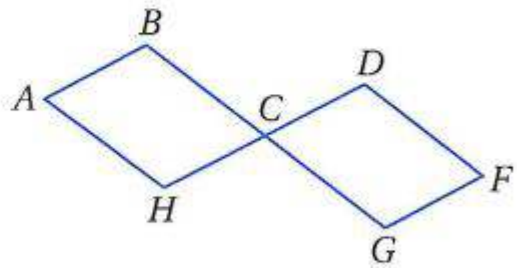
وكذلك $\angle D \cong \angle B$ و $\angle A \cong \angle C$ لأن الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة.

إذن الزوايا C, D قائمتان لأن لجميع الزوايا المتطابقة القياس نفسه.

6) برهانًا ذا عمودين.

المعطيات: $DCGF$, $ABCH$ متوازيا أضلاع.

المطلوب: $\angle A \cong \angle F$.



المعطيات: متوازيا الأضلاع DCGF, ABCH.

المطلوب: $\angle A \cong \angle F$

البرهان:

العبارات (المبررات):

1) ABCH و DCGF متوازيا أضلاع. (معطى)

2) Ê BCH ≅ Ê DCG (الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان)

3) Ê A ≅ Ê BCH و Ê F ≅ Ê DCG (الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة)

4) Ê A ≅ Ê F (خاصية التعدي)