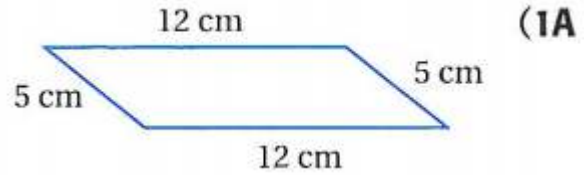


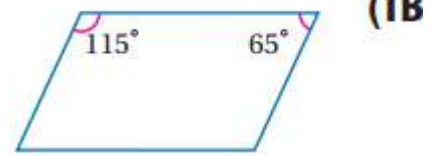
# تميز متوازي الأضلاع

5-3

تحقق

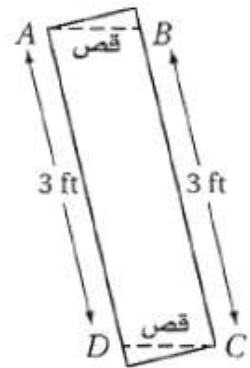


نعم؛ لأن كل ضلعين متقابلين فيه متطابقان.



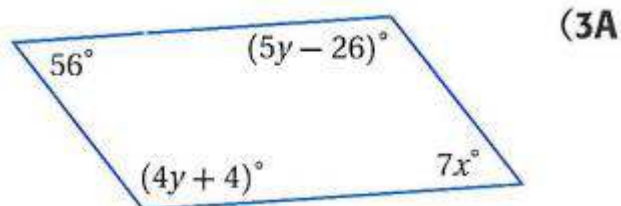
لا؛ لأنه لا يحقق أي واحد من اختبارات متوازي الأضلاع.

(2) **لوحات:** عُد إلى فقرة "لماذا؟" بداية الدرس، وضح لماذا يكون خطي القص أعلى وأسفل كل شريط متوازيين.



بما أن كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي ABCD متطابقان فإن  
ABCD متوازي أضلاع إذن  $AB \parallel DC$

أوجد قيمتي  $x, y$  في كل مما يأتي بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.



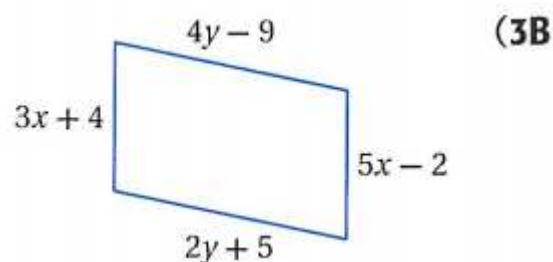
كل زاويتين متقابلتين متطابقتين

$$7x = 56$$

$$x = 8$$

$$5y - 26 = 4y + 4$$

$$y = 4 + 26 = 30$$



كل ضلعين متقابلين متطابقين

$$4y - 9 = 2y + 5$$

$$4y - 2y = 5 + 9$$

$$2y = 14$$

$$y = 7$$

$$3x + 4 = 5x - 2$$

$$3x - 5x = -2 - 4$$

$$-2x = -6$$

$$x = 3$$

حدّد ما إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع أم لا في كل مما يأتي. برّر إجابتك  
باستعمال الطريقة المحددة في السؤال :

(4A)  $A(3, 3), B(8, 2), C(6, -1), D(1, 0)$  ، صيغة المسافة

$$A, B = (3, 3), (8, 2)$$

$$AB = \sqrt{(3-2)^2 + (3-8)^2}$$

$$AB = \sqrt{1+25} = \sqrt{26}$$

$$C, D = (6, -1), (1, 0)$$

$$CD = \sqrt{(-1-0)^2 + (6-1)^2}$$

$$CD = \sqrt{1+25} = \sqrt{26}$$

$$B, C = (8, 2), (6, -1)$$

$$BC = \sqrt{(2+1)^2 + (8-6)^2}$$

$$BC = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$$

$$A, D = (3, 3), (1, 0)$$

$$AD = \sqrt{(3-0)^2 + (3-1)^2}$$

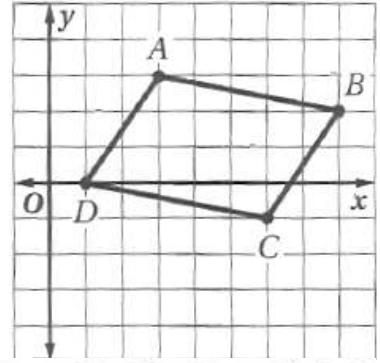
$$AD = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$$

إذا كانت الأضلاع المتقابلة لشكل رباعي متطابقة فإنه متوازي أضلاع.

$$AD = \sqrt{13} ; BC = \sqrt{13} ; DC = \sqrt{26} ; AB = \sqrt{26}$$

حيث أن المسافة بين أي نقطتين  $= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

بما أن  $AD = BC$  و  $AB = DC$  فإن  $AD = BC$  و  $AB = DC$  لذلك فالشكل  
الرباعي ABCD متوازي أضلاع حسب النظرية 5.9.

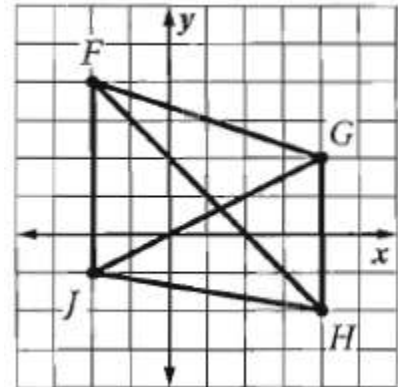


**(4B)**  $F(-2, 4)$ ,  $G(4, 2)$ ,  $H(4, -2)$ ,  $J(-2, -1)$  ، صيغة نقطة المنتصف  
إذا كان قطرا شكل رباعي ينصف كل منهما الآخر، فإنه متوازي أضلاع،  
وينصف قطرا شكل رباعي كل منهما الآخر إذا كانت نقطتا منتصفيهما  
متطابقتين.

نقطة منتصف القطر  $\overline{FH}$  هي  $(1, 1)$ . ونقطة منتصف القطر  $\overline{GJ}$  هي  
 $(1, 0.5)$ .

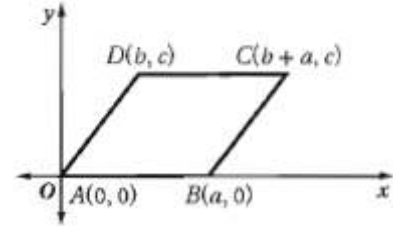
$$\left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) = \text{حيث أن نقطة المنتصف}$$

وبما أن نقطتي منتصفي القطرين  $\overline{FH}$  و  $\overline{GJ}$  ليس لهما الإحداثيات نفسها،  
فإن الشكل الرباعي  $FGHJ$  ليس متوازي أضلاع.



5) اكتب برهاناً إحدائياً للعبارة الآتية: إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع فإنّ أضلاعه المتقابلة متطابقة.

**المعطيات: ABCD متوازي أضلاع.**  
**المطلوب:  $AB = CD, AD = BC$**



**برهان إحدائي:**

$$AB = \sqrt{((a-0)^2 + (0-0)^2)} = a$$

$$DC = \sqrt{((b+a-b)^2 + (c-c)^2)} = a$$

$$AD = \sqrt{((c-0)^2 + (b-0)^2)} = \sqrt{(c^2 + b^2)}$$

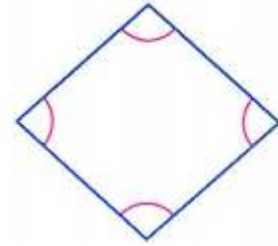
$$BC = \sqrt{((a-(b+a))^2 + (c-0)^2)} = \sqrt{(c^2 + b^2)}$$

**بما أن  $AB = DC$  و  $AD = BC$ ، فإنّ  $AB = DC$  و  $AD = BC$ .**



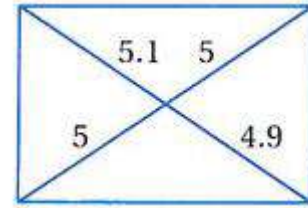
**المثال 1** حدّد ما إذا كان شكل رباعي فيما يأتي متوازي أضلاع أم لا. برّر إجابتك.

(1)



نعم؛ لأن كل زاويتين متقابلتين متطابقتان.

(2)



لا؛ لأنه لا يحقق أي شرط من شروط متوازي الأضلاع.

(3)



**نجارة:** صنع نجار درزينا لدرج يتكوّن من عمودين رأسيين؛

الأول مثبت فوق الدرجة الأولى، والثاني مثبت فوق الدرجة الأخيرة،

ويصل بينهما قاطعان خشبيان كما في الشكل المجاور. كيف يمكن

للنجار التحقق من أن القاطعين الخشبيين العرضيين متوازيان، وذلك

بأقل عدد من مرات القياس، إذا علمت بأن الدرجتين الأولى والأخيرة

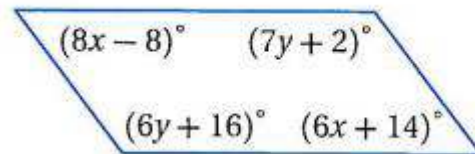
مستويتان مع الأرض.

إذا كان القاطعان الخشبيان متطابقان فإن الشكل متوازي أضلاع وبالتالي يكون

القاطعان الخشبيين متوازيان.

**جبر:** أوجد قيمتي  $x, y$  في كل مما يأتي بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

(4)



$$8x - 8 = 6x + 14$$

$$8x - 6x = 14 + 8$$

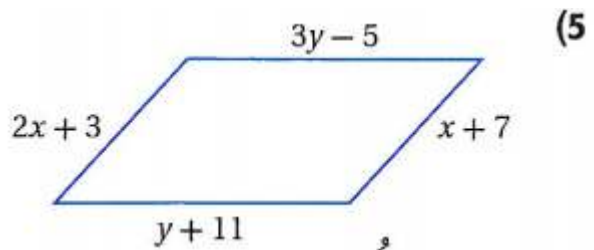
$$2x = 22$$

$$x = 11$$

$$7y + 2 = 6y + 16$$

$$7y - 6y = 16 - 2$$

$$y = 14$$



$$x + 7 = 2x + 3$$

$$2x - x = 7 - 3$$

$$x = 4$$

$$3y - 5 = y + 11$$

$$3y - y = 11 + 5$$

$$2y = 16$$

$$y = 8$$

**هندسة إحداثية:** مثل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي الذي أعطيت إحداثيات رؤوسه فيما يأتي. وحدّد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا، برّر إجابتك باستعمال (6)  $A(-2, 4)$ ,  $B(5, 4)$ ,  $C(8, -1)$ ,  $D(-1, -1)$ ، صيغة الميل.

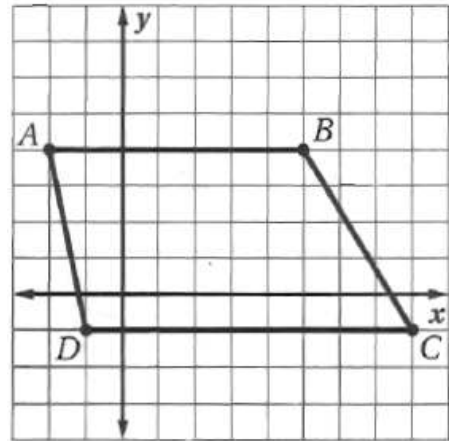
$$\text{ميل } \overline{AB} = \frac{-7}{0} = \frac{-2-5}{4-4}$$

$$\text{ميل } \overline{BC} = \frac{3}{5} = \frac{5-8}{4+1}$$

$$\text{ميل } \overline{CD} : \frac{9}{5} = \frac{8+1}{0}$$

$$\text{ميل } \overline{AD} : \frac{-1}{5} = \frac{-2+1}{4+1}$$

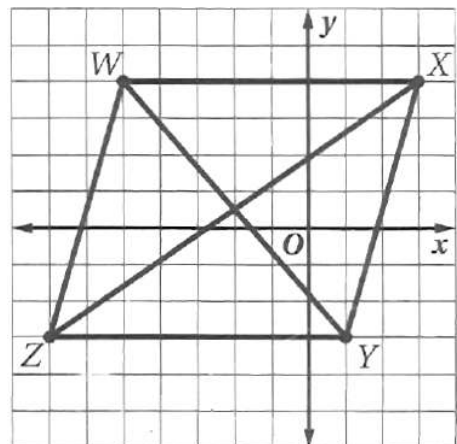
بما أن ميل  $\overline{BC} \neq \text{ميل } \overline{AD}$ ، فإن ABCD ليس متوازي أضلاع.



(7)  $W(-5, 4)$ ,  $X(3, 4)$ ,  $Y(1, -3)$ ,  $Z(-7, -3)$ ، صيغة نقطة المنتصف.

نعم؛ نقطة منتصف كل من  $\overline{WY}$  و  $\overline{XZ}$  هي  $\left(-2, \frac{1}{2}\right)$

وبما أن القطرين ينصف كل منهما الآخر، فإن الشكل WXYZ متوازي أضلاع.



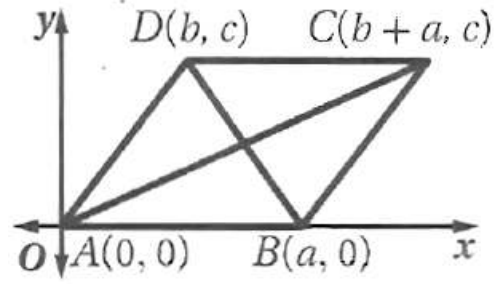
(8) اكتب برهانًا إحدائيًا للعبرة الآتية: إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن

قطريه ينصف كل منهما الآخر.

المعطيات: ABCD متوازي أضلاع.



المطلوب:  $\overline{AC}$  و  $\overline{DB}$  ينصف كل منهما الآخر.



البرهان:

نقطة منتصف  $\overline{AC}$

$$\left( \frac{a+b}{2}, \frac{c}{2} \right) = \left( \frac{0+(a+b)}{2}, \frac{0+c}{2} \right)$$

ونقطة منتصف  $\overline{DB}$

$$\left( \frac{a+b}{2}, \frac{c}{2} \right) = \left( \frac{a+b}{2}, \frac{0+c}{2} \right)$$

إذن،  $\overline{AC}$  و  $\overline{DB}$  ينصف كل منهما الآخر.