

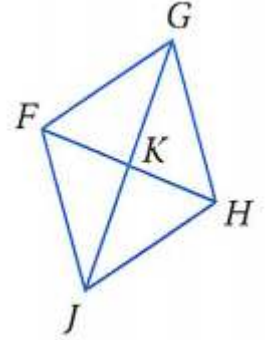
## المعين والمربع

5-5

تحقق

استعن بالمعين  $FGHJ$  أعلاه.

1A إذا كان  $FG = 13$ ,  $FK = 5$ , فأوجد  $KJ$ .



من خصائص المعين قطرة متعامدان وينصف كلا منهما الآخر  
إذن  $\triangle FGK$  قائم الزاوية  
وباستخدام نظرية فيثاغورث:

$$(FG)^2 = (GK)^2 + (FK)^2$$

$$(13)^2 = (GK)^2 + (5)^2$$

$$(GK)^2 = (13)^2 - (5)^2 = 144$$

$$GK = 12$$

$$JK = GK = 12$$

(1B) **جبر:** إذا كان  $m\angle KFG = (9y - 5)^\circ$  ,  $m\angle JFK = (6y + 7)^\circ$  , فأوجد قيمة  $y$ .

من خصائص المعين أن الاقطار تنصف الزوايا

$$\angle KFG = \angle JFK$$

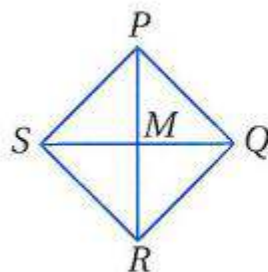
$$9y - 5 = 6y + 7$$

$$9y - 6y = 7 + 5$$

$$3y = 12$$

$$y = 4$$

(2) اكتب برهانًا حرًا.



المعطيات:  $\overline{SQ}$  عمود منصف لـ  $\overline{PR}$ .

$\overline{PR}$  عمود منصف لـ  $\overline{SQ}$ .

$\triangle RMS$  متطابق الضلعين.

المطلوب:  $PQRS$  مربع.

المعطيات:  $\overline{SQ}$  عمود منصف لـ  $\overline{PR}$  ،  $\overline{PR}$  عمود منصف لـ  $\overline{SQ}$ .

$\triangle RMS$  متطابق الضلعين.

المطلوب:  $PQRS$  مربع.

برهان حر:

بما أن  $\overline{SQ}$  عمود منصف لـ  $\overline{PR}$  فإن  $\overline{SQ} \perp \overline{PR}$  و  $\overline{MP} \cong \overline{MR}$  حسب التعريف.

وبما أن  $\overline{PR}$  عمود منصف لـ  $\overline{SQ}$  ، فإن  $\overline{MS} \cong \overline{QM}$

وبما أن  $\triangle RMS$  متطابق الضلعين فإن  $\overline{MS} \cong \overline{MR}$  حسب التعريف.

وبالتعويض تكون  $\overline{MS} \cong \overline{MP}$  ، إذن وبحسب تعريف التطابق وخاصية التعدي

يكون  $MS = MP = QM = MR$  ، ومن مسلمة جمع القطع المستقيمة ينتج

أن:  $MP + MR = PR$  و  $MS + MQ = SQ$

وبالتعويض يكون  $MS + MS = PR$  و  $MS + MS = SQ$  ،

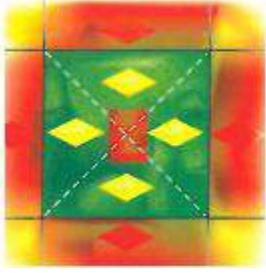
إذن  $SQ = PR$

لذلك وحسب تعريف التطابق يكون  $\overline{SQ} = \overline{PR}$

ولأن قطري  $PQRS$  ينصف كل منهما الآخر ، فإن  $PQRS$  مستطيل.

ولأن القطرين متعامدان فإن  $PQRS$  معين. ولأن  $PQRS$  مستطيل ومعين فإنه

مربع.



3) **خياطة:** خاطت كوثر غطاء طاولة باستعمال قطع ملونة من القماش كما في الرسم المجاور.

(A) رسمت كوثر قطري كل من القطع الصفراء فوجدت أنهما متعامدان، هل يمكنها استنتاج أن كل قطعة صفراء معين؟ وضح إجابتك.

لا؛ لا يمكن التوصل لهذا الاستنتاج إلا إذا علمت أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

(B) إذا كانت الزوايا الأربع للقطعة الخضراء متساوية القياس، والضلعان الأيسر والسفلي متساويي الطول، فهل يمكنها استنتاج أن القطعة الخضراء مربع؟ وضح إجابتك.

نعم؛ إذا كانت الزوايا الأربع متطابقة فسيكون قياس كل واحدة منها  $360 \div 4 = 90$  وعلية تكون الزوايا المتقابلة متطابقة وتكون القطعة متوازي أضلاع. وإذا كانت كل زاوية  $90^\circ$  فإن للشكل الرباعي أربع زوايا قوائم، وعلية تكون القطعة مستطيلاً، وإذا كان الضلعان المتتاليان متطابقين فستكون أيضاً مربعاً.

4) حدد ما إذا كان  $\square JKLM$  الذي إحداثيات رؤوسه  $L(-3, -14)$ ,  $M(-6, -3)$ ,  $J(5, 0)$ ,  $K(8, -11)$  معيناً أو مستطيلاً أو مربعاً؟ اكتب جميع التسميات التي تنطبق عليه. وضح إجابتك.

أولاً: استعمل صيغة المسافة بين نقطتين للمقارنة بين طولي القطرين.

$$KM = \sqrt{(8+6)^2 + (-11+3)^2} = 2\sqrt{65}$$

$$JL = \sqrt{(5+3)^2 + (0+14)^2} = 2\sqrt{65}$$

بما أن القطران  $JL$ ,  $KM$  متساويان إذن هما متطابقان إذن الشكل مستطيل  
ثانياً: استعمل صيغة الميل لتحديد ما إذا كان القطران متعامدان

$$\text{ميل: } \frac{-7}{4} = \frac{14}{-8} = \frac{8+6}{-11+3} = \overline{KM}$$

$$\text{ميل: } \frac{4}{7} = \frac{8}{14} = \frac{3+5}{0+14} = \overline{JL}$$

بما أن حاصل ضرب الميلين  $= -1$  فإن القطرين متعامدان لذا فإن  $JKLM$  معين.

تحقق:

$$JK = \sqrt{(5-8)^2 + (0+11)^2} = \sqrt{130}$$

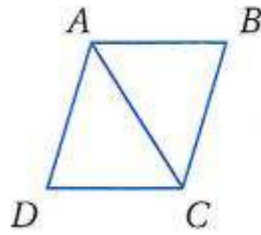
$$KL = \sqrt{(8+3)^2 + (-11+14)^2} = \sqrt{130}$$

لذا فإن JKLM معين.

$$\frac{-3}{11} = \frac{8-5}{11+0} = \overline{JK} \text{ ميل:}$$

$$\frac{11}{3} = \frac{3+8}{-11+14} = \overline{KL} \text{ ميل:}$$

بما أن حاصل ضرب الميلين  $= -1$  فإن الضلعين المتتاليين  $\overline{JK}$  و  $\overline{KL}$  متعامدان لذا فإن JKLM مربع.



**جبر:** استعن بالمعين  $ABCD$  المبين جانباً.  
(1) إذا كان  $m\angle BCD = 114^\circ$ ، فأوجد  $m\angle BAC$ .

الزوايا المتناظرة متطابقة  $\angle BCD = \angle BAD = 114^\circ$   
 $AC$  ينصف  $\angle BAD$

$$\angle BAC = \frac{114}{2} = 57^\circ$$

(2) إذا كان  $AB = 2x + 3$ ،  $BC = x + 7$ ، فأوجد  $CD$ .

بما أن الشكل معين إذن جميع أضلاعه متطابقة  
 $BC = AB = CD = AD$

$$x + 7 = 2x + 3$$

$$2x - x = 7 - 3$$

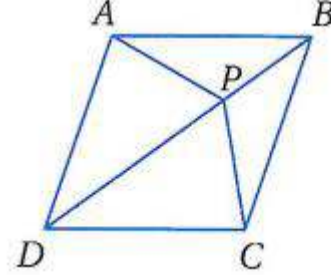
$$x = 4$$

$$AD = x + 7$$

$$AD = 4 + 7$$

$$AD = 11$$

(3) **برهان:** اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات أنه إذا كان  $ABCD$  معيناً وكان  $\overline{DB}$  قطرًا فيه، فإن  $\overline{AP} \cong \overline{CP}$ .



المعطيات:  $ABCD$  معين فيه  $\overline{BD}$  قطر.

المطلوب:  $\overline{AP} \cong \overline{CP}$

البرهان: العبارات (المبررات)

(1)  $ABCD$  معين فيه  $\overline{BD}$  قطر

(2)  $\angle ABP \cong \angle CBP$

(3)  $\overline{PB} \cong \overline{PB}$

(4)  $\overline{AB} \cong \overline{CB}$

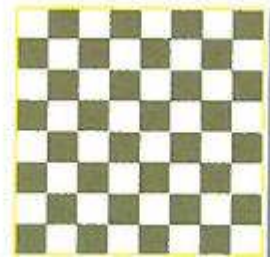
(5)  $\triangle APB \cong \triangle CPB$

(6)  $\overline{AP} \cong \overline{CP}$

(معطى)  
(قطرا المعين ينصفان زواياه)  
(خاصية الانعكاس)  
(تعريف المعين)  
(SAS)  
(العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة)

(4) **بلاط:** تتكون الأرضية أدناه من 64 بلاطة

متطابقة. استعمل هذه المعطيات لإثبات أن الأرضية نفسها مربعة.



بما أن جميع بلاط الأرضية متطابق إذن الشكل متوازي أضلاع وبما أن الأضلاع المتتالية متطابقة إذن الشكل معين وبحسب النظرية 5.20 فإن الشكل مربع

**هندسة إحداثية:** حدد ما إذا كان  $\square QRST$  المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل مما يأتي معيناً أو مستطيلاً أو مربعاً. اكتب جميع التسميات التي تنطبق عليه. وضع إجابتك.

$$Q(1, 2), R(-2, -1), S(1, -4), T(4, -1) \quad (5)$$

أولاً: استعمل صيغة المسافة بين نقطتين للمقارنة بين طولي القطرين.

$$QS = \sqrt{(1-1)^2 + (2+4)^2} = \sqrt{36} = 6$$

$$RT = \sqrt{(-2-4)^2 + (-1+1)^2} = \sqrt{36} = 6$$

بما أن القطران  $RT, QS$  متساويان إذن هما متطابقان إذن الشكل مستطيل  
ثانياً: استعمل صيغة الميل لتحديد ما إذا كان القطران متعامدان

$$\text{ميل: } \frac{0}{6} = \frac{1-1}{4+2} = \frac{8+6}{-11+3} = \overline{QS}$$

$$\text{ميل: } \frac{-6}{0} = \frac{-2-4}{-1+1} = \overline{RT}$$

بما أن حاصل ضرب الميلين  $= -1$  فإن القطرين متعامدان لذا فإن  $QRST$  معين.

إذن الشكل **مستطيل ومعين ومربع**؛ لأن الضلعين المتتاليين متطابقان ومتعامدان.

$$Q(-2, -1), R(-1, 2), S(4, 1), T(3, -2) \quad (6)$$

(6) لا شيء؛ لأن قطريه غير متعامدين وغير متطابقين.  
أولاً: استعمل صيغة المسافة بين نقطتين للمقارنة بين طولي القطرين.

$$QS = \sqrt{(-2-4)^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{40}$$

$$RT = \sqrt{(-1-3)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{32}$$

بما أن القطران  $RT, QS$  ليس متساويان إذن هما غير متطابقان إذن الشكل ليس مستطيل وبما أنه ليس مستطيل إذن الشكل ليس مربع  
ثانياً: استعمل صيغة الميل لتحديد ما إذا كان القطران متعامدان

$$\text{ميل: } 3 = \frac{-6}{-2} = \frac{-2-4}{-1-1} = \frac{8+6}{-11+3} = \overline{QS}$$

$$\text{ميل: } -1 = \frac{-4}{4} = \frac{-1-3}{2+2} = \overline{RT}$$

بما أن حاصل ضرب الميلين  $-1 \neq$  فإن القطرين غير متعامدان لذا فإن QRST ليس معين.

إذن الشكل ليس مستطيل ولا معين ولا مربع