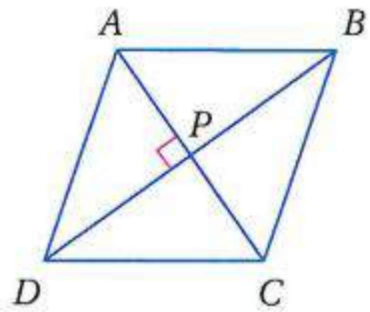
تدرب وحل المسائل:



جبر: استعن بالمعين $ABCD$ المبين جانبًا.

7) إذا كان $AB = 14$، فأوجد BC.

خصائص المعين الأضلاع المتتالية متطابقة

$$BC = AB = 14$$

8) إذا كان $m\angle BCD = 118°$، فأوجد $m\angle BAC$.

الزاويتان المتقابلتان متطابقان و قطرا المعين ينصف الزاوية

$$\angle BCD = \angle BAD = 118$$

$$\angle BCD = \frac{118}{2} = 59^{\circ}$$

9) إذا كان $AP = 3x - 1$ و $PC = x + 9$، فأوجد AC.

$$AP = PC$$

$$3x - 1 = x + 9$$

$$2x = 9 + 1$$

$$2x = 10$$

$$x = 5$$

$$AC = AP + PC$$

$$AC = 3x - 1 + x + 9$$

$$AC = 15 - 1 + 5 + 9$$

$$AC = 28$$

10) إذا كان $m\angle ABC = (2x-7)^\circ$ و $m\angle BCD = (2x+3)^\circ$، فأوجد $m\angle DAB$.

$m\angle ABC + m\angle BCD = 180^\circ$ الزاويتان المتحالفتان متكاملتان

$2x - 7 + 2x + 3 = 180^\circ$

$4x - 4 = 180^\circ$

$4x = 184$

$x = 46$

$m\angle BCD = 2x + 3$

$m\angle BCD = 95$

$m\angle DAB = m\angle BCD = 95^\circ$ الزوايا المتناظرة متطابقة

11) إذا كان $m\angle DPC = (3x-15)^\circ$، فأوجد قيمة x.

$m\angle DPC = 3x - 15 = 90$

$3x = 15 + 90$

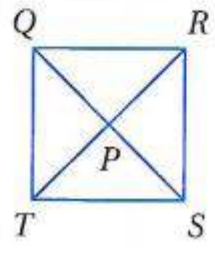
$3x = 105$

$x = 35$

برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين في كل مما يأتي:

12) المعطيات: $QRST$ متوازي أضلاع.
$\overline{TR} \cong \overline{QS}, m\angle QPR = 90^\circ$

المطلوب: $QRST$ مربع.



المعطيات: QRST متوازي أضلاع، $\overline{TR} \cong \overline{QS}$؛ $m\angle QPR = 90^\circ$

المطلوب: QRST مربع.

العبارات (المبررات):

1) QRST متوازي أضلاع؛ $m\angle QPR = 90^\circ$، $\overline{TR} \cong \overline{QS}$. (معطيات)

2) QRST مستطيل. (إذا كان قطرا متوازي أضلاع متطابقين فإنه مستطيل)

3) $\angle QPR$ قائمة. (تعريف الزاوية القائمة)

4) $\overline{QS} \perp \overline{TR}$ (تعريف التعامد)

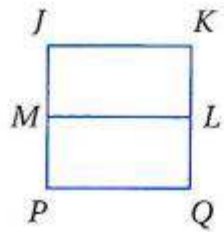
5) QRST معين. (إذا كان قطرا متوازي أضلاع متعامدين فإنه معين)

6) QRST مربع. (النظرية 1.2؛ إذا كان الشكل الرباعي مستطيلاً ومعيناً فإنه مربع)

13) المعطيات: $JKQP$ مربّع.

$\overline{ML}$ تنصّف كلّاً من $\overline{JP}$ و $\overline{KQ}$.

المطلوب: $JKLM$ متوازي أضلاع.



البرهان: العبارات (المبررات):

1) JKQP مربع. $\overline{ML}$ تنصف كلاً من $\overline{JP}$ و $\overline{KQ}$. (معطيات)

2) JKQP متوازي أضلاع. (جميع المربعات متوازيات أضلاع)

3) $\overline{JK} \parallel \overline{ML}$ (تعريف متوازي الأضلاع)

4) $\overline{JP} \cong \overline{KQ}$ (الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع متطابقة)

5) $JP = KQ$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

6) $JM = MP, KL = LQ$ (تعريف المنصف)

7) $JP = JM + MP, KQ = KL + LQ$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)

8) $JP = 2JM , KQ = 2KL$ (بالتعويض)

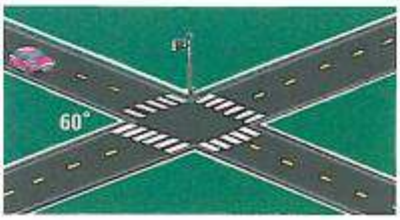
9) $2JM = 2KL$ (بالتعويض)

10) $JM = KL$ (خاصية القسمة)

11) $KL = JM$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

12) JKLM متوازي أضلاع. (إذا وجد ضلعان متقابلان في شكل رباعي متطابقين ومتوازيين فإنه متوازي أضلاع)

14) طرق: يتقاطع طريقان كما في الشكل. إذا كانت ممرّات المشاة لها الطول نفسه، فصنّف الشكل الرباعيّ المكوّن من هذه الممرات. ووضّح تبريرك.



معين؛ قياس الزاوية المتكونة بين الشارعين 60°، والزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان، لذلك فقياس إحدى زوايا الشكل الرباعي 29° وبما أن لممري المشاة الطول نفسه فإن أضلاع الشكل الرباعي متطابقة، لذلك فإنها تشكل معيناً.

15) زراعة: حدّد مزارع حقلًا بأوتاد وحبال كما في الشكل المجاور. إذا كانت أضلاع الشكل الرباعي المتشكل متساوية الطول، وقطراه متعامدين، فهل هذه المعلومات كافية كي تتحقق من أنّ الحقل مربع؟ وضح تبريرك.

لا؛ إجابة ممكنة: بما أن الأضلاع الأربعة للشكل الرباعي متطابقة وقطريه متعامدان، فإن الشكل مربع أو معين. وللتحقق من أن الحقل مربع يحتاج المزارع إلى إثبات أن القطرين متطابقان.

هندسة إحداثيّة: حدد ما إذا كان $\square JKLM$ المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل مما يأتي معينًا أو مستطيلًا أو مربعًا. اكتب جميع التسميات التي تنطبق عليه. ووضح إجابتك.

16) $J(-4, -1), K(1, -1), L(4, 3), M(-1, 3)$

أولاً: استعمل صيغة المسافة بين نقطتين للمقارنة بين طولي القطرين.

$$JL = \sqrt{(-4-4)^2 + (-1-3)^2} = \sqrt{80}$$

$$KM = \sqrt{(1+1)^2 + (-1-3)^2} = \sqrt{20}$$

بما أن القطران JL, KM ليس متساويان إذن هما غير متطابقان إذن الشكل ليس مستطيل وليس مربع

ثانيا: استعمل صيغة الميل لتحديد ما إذا كان القطران متعامدان

ميل: $\overline{JL} = \dfrac{-4-4}{-1-3} = \dfrac{-8}{-4} = 2$

ميل: $\overline{KM} = \frac{1+1}{-1-3} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$

بما أن حاصل ضرب الميلين = -1 فإن القطرين متعامدان لذا فأن JKLM معين.

إذن الشكل معين ، لأن قطريه متعامدان و غير متطابقين.

17) $J(-3, -2), K(2, -2), L(5, 2), M(0, 2)$

أولاً: استعمل صيغة المسافة بين نقطتين للمقارنة بين طولي القطرين.

$$JL = \sqrt{(-3-5)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{80}$$

$$KM = \sqrt{(2-0)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{20}$$

بما أن القطران JL , KM ليس متساويان إذن هما غير متطابقان إذن الشكل JKLM ليس مستطيل وليس مربع

ثانيا: استعمل صيغة الميل لتحديد ما إذا كان القطران متعامدان

ميل: $\overline{JL} = \frac{-3-5}{-2-2} = \frac{-8}{-4} = 2$

ميل: $\overline{KM} = \frac{2-0}{-2-2} = \frac{2}{-4} = \frac{-1}{2}$

بما أن حاصل ضرب الميلين = -1 فإن القطرين متعامدان لذا فأن JKLM معين.

إذن الشكل معين ، لأن قطريه متعامدان و غير متطابقين.

18) $J(-2, -1), K(-4, 3), L(1, 5), M(3, 1)$

أولاً: استعمل صيغة المسافة بين نقطتين للمقارنة بين طولي القطرين.

$$JL = \sqrt{(-2-1)^2 + (-1-5)^2} = \sqrt{45}$$

$$KM = \sqrt{(-4-3)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{53}$$

بما أن القطران JL , KM ليس متساويان إذن هما غير متطابقان إذن الشكل JKLM ليس مستطيل وليس مربع

ثانيا: استعمل صيغة الميل لتحديد ما إذا كان القطران متعامدان

ميل: $\overline{JL} = \dfrac{-2-1}{-1-5} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$

ميل: $\overline{KM} = \dfrac{-4-3}{3-1} = \dfrac{-7}{2}$

بما أن حاصل ضرب الميلين $-1 \neq$ فإن القطرين غير متعامدان لذا فأن JKLM ليس معين.

إذن الشكل لاشئ ، لأن قطريه غير متعامدان و غير متطابقين.

19) $J(-1,1), K(4,1), L(4,6), M(-1,6)$

أولاً: استعمل صيغة المسافة بين نقطتين للمقارنة بين طولي القطرين.

$$\overline{JL} = \sqrt{(-1-4)^2 + (1-6)^2} = \sqrt{50}$$

$$\overline{KM} = \sqrt{(4+1)^2 + (1-6)^2} = \sqrt{50}$$

بما أن القطران $\overline{JL}$, $\overline{KM}$ متساويان إذن هما متطابقان إذن الشكل مستطيل

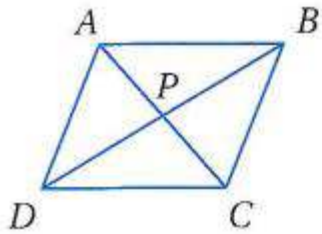
ثانيا: استعمل صيغة الميل لتحديد ما إذا كان القطران متعامدان

ميل: $\overline{JL} = \dfrac{-1-4}{1-6} = \dfrac{-5}{-5} = 1$

ميل: $\overline{KM} = \dfrac{4+1}{1-6} = \dfrac{-5}{-5} = \dfrac{5}{-5} = -1$

بما أن حاصل ضرب الميلين $= -1$ فإن القطرين متعامدان لذا فأن JKLM معين.

إذن الشكل مستطيل ومعين ومربع؛ لأن جميع أضلاعه متطابقة وجميع زواياه قوائم.



في المعين $ABCD$ ، إذا كان $m\angle ABD = 24^\circ$
$PB = 12, AB = 15,$ فأوجد كلًا مما يأتي :

AP (20

بما أن الشكل معين إذن القطران متعامدان إذن ΔAPB قائم الزاوية وباستخدام فيثاغورث ينتج أن:

$$(AB)^2 = (AP)^2 + (PB)^2$$

$$(15)^2 = (AP)^2 + (12)^2$$

$$225 = (AP)^2 + 144$$

$$(AP)^2 = 81$$

$$AP = 9$$

CP (21

$$AP = CP = 9$$

$m\angle BDA$ (22

من خصائص المعين أن الأضلاع المتجاورة متطابقة وبالتالي يكون ΔADB متطابق الضلعين وبالتالي يكون زوايا القاعدة متساوية

$$\because AB = AD$$

$$\angle ABD = \angle BDA = 24^\circ$$

$m\angle ACB$ (23

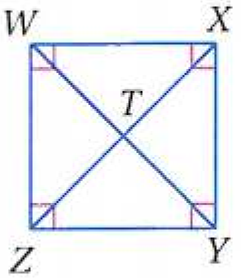
$$\angle DCB = 180 - (\angle DBC + \angle BDC)$$

$$\angle DCB = 180 - (24 + 24)$$

$$\angle DCB = 132$$

$$\angle ACB = \frac{132}{2} = 66^\circ$$

في المربع $WXYZ$، إذا كان $WT = 3$ ، فأوجد كلًّا مما يأتي :



ZX (24

من خصائص المربع القطران متطابقان وينصف كل منهما الأخر

$$WT = TY = 3$$

$$WY = 2 \times 3 = 6$$

$$WY = ZX = 6$$

XY (25

$$(XY)^2 = (XT)^2 + (TY)^2$$

$$(XY)^2 = (3)^2 + (3)^2$$

$$(XY)^2 = 18$$

$$XY = 3\sqrt{2}$$

$m\angle WTZ$ (26

من خصائص المربع أن قطراه متعامدان

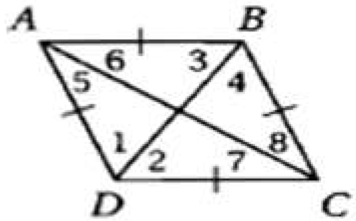
$$\angle WTZ = 90^\circ$$

$m\angle WYX$ (27

$$\angle WYX = \frac{90}{2} = 45^\circ$$

برهان: اكتب برهانًا حرًّا لكل مما يأتي :

(28 النظريّة 5.16



المعطيات: ABCD معين

المطلوب: إثبات أن كل قطر ينصف زاويتين متقابلتين

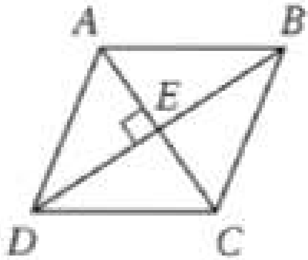
البرهان:

نعلم أن ABCD معين. وحسب تعريف المعين يكون ABCD متوازي أضلاع. وبما أن الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة، فإن $\angle ABC \cong \angle ADC$ و $\angle BAD \cong \angle BCD$. ولأن جميع أضلاع المعين متطابقة فإن $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CD} = \overline{DA}$ وحسب SAS يكون $\Delta ABC \cong \Delta ADC$ إذن $\angle 5 \cong \angle 6$ و $\angle 7 \cong \angle 8$ لأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة. وكذلك $\Delta BAD \cong \Delta BCD$ حسب SAS. ولذا $\angle 3 \cong \angle 4$ و $\angle 1 \cong \angle 2$ لأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة. ومن تعريف منصف الزاوية، فإن كل قطر ينصف زاويتين متقابلتين.

(29 النظريّة 5.17

المعطيات: ABCD متوازي أضلاع؛ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$.

المطلوب: ABCD معين.



البرهان: نعلم أن ABCD متوازي أضلاع، وبما أن قطري متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر، فإن $\overline{AE} \cong \overline{EC}$. وكذلك $\overline{BE} \cong \overline{BE}$ لأن تطابق القطع المستقيمة يحقق خاصية الانعكاس.

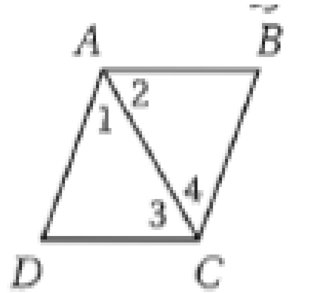
ونعلم أيضاً أن $\overline{AC} \perp \overline{BD}$. إذن $\angle AEB$ و $\angle BEC$ قائمتان حسب تعريف المستقيمين المتعامدين.

إذن $\angle AEB \cong \angle BEC$ لأن جميع الزوايا القائمة متطابقة

لذلك $\Delta BEC \cong \Delta AEB$ بحسب SAS.
إذن $\overline{CB} \cong \overline{AB}$ لأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة.
وبما أن الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة.
فإن $\overline{CD} \cong \overline{AB}$ و $\overline{AD} \cong \overline{CB}$ إذن $\overline{AD} \cong \overline{CB} \cong \overline{CD} \cong \overline{AB}$ تطابق القطع المستقيمة يحقق خاصية التعدي.
وبما أن جميع أضلاع الشكل ABCD متطابقة، فإنه معين حسب التعريف.

30) النظريّة 5.18

30) المعطيات: ABCD متوازي أضلاع، القطر $\overline{AC}$ ينصف كلاً من $\angle DAB , \angle BCD$.
المطلوب: ABCD معين.

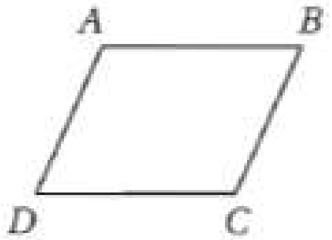


البرهان: نعلم أن ABCD متوازي أضلاع
وبما أن الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع متوازية، فإن $\overline{DC} \parallel \overline{AB}$.
وحسب التعريف $\angle 2$ و $\angle 3$ متبادلتان داخلياً بالنسبة للضلعين المتوازيين $\overline{AB}$ و $\overline{DC}$.
وبما أن الزاويتين المتبادلتين داخلياً متطابقتان، فإن $\angle 3 \cong \angle 2$
ولأن تطابق الزوايا يحقق خاصية التماثل، فإن $\angle 2 \cong \angle 3$ ونعلم أن $\overline{AC}$ تنصف كل من $\angle DAB$ و $\angle BCD$، إذن $\angle 2 \cong \angle 1$ و $\angle 4 \cong \angle 3$ حسب التعريف.
ومن خاصية التعدي $\angle 3 \cong \angle 1$ و $\angle 4 \cong \angle 2$
ولأن الأضلاع المقابلة للزوايا المتطابقة في مثلث تكون متطابقة، فإن $\overline{DC} \cong \overline{BC}$ و $\overline{AD} \cong \overline{AB}$
إذن ولأن ضلعين متجاورين في متوازي الأضلاع متطابقان فإن ABCD معين.

31) النظريّة 5.19

المعطيات: ABCD متوازي أضلاع، $\overline{AB} \cong \overline{BC}$

المطلوب: ABCD معين.



البرهان: بما أن الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة، فإن $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ و $\overline{AB} \cong \overline{CD}$. ونعلم أيضاً أن $\overline{AB} \cong \overline{BC}$

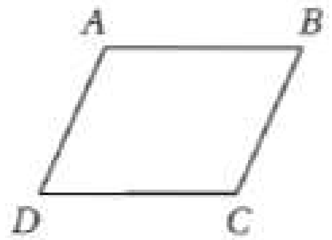
وحسب خاصية التعدي تكون $\overline{CD} \cong \overline{BC}$. إذن $\overline{AD} \cong \overline{AB} \cong \overline{CD} \cong \overline{BC}$

لذلك ABCD معين حسب التعريف.

32) النظريّة 5.20

المعطيات: ABCD مستطيل ومعين.

المطلوب: ABCD مربع.



البرهان: نعلم أن ABCD مستطيل ومعين.

إذن ABCD متوازي أضلاع أيضاً لأن جميع المستطيلات والمعينات متوازي أضلاع. وحسب تعريف المستطيل فإن $\angle A, \angle B, \angle C, \angle D$ جميعها قوائم.

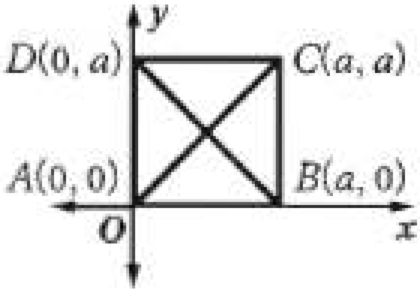
وحسب تعريف المعين، جميع الأضلاع متطابقة، لذلك ABCD مربع لأنه متوازي أضلاع أضلاعه الأربعة متطابقة وزواياه الأربع قوائم.

برهان: اكتب برهانًا إحداثيًّا للعبارة في كل من السؤالين الآتيين :

33) قطرا المربّع متعامدان.

المعطيات: ABCD مربع.

المطلوب: $\overline{AC} \perp \overline{DB}$



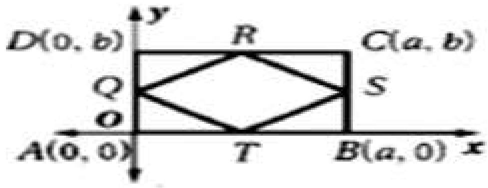
البرهان:

ميل $\overline{DB}$: $m = \frac{0-a}{a-0} = -1$

ميل $\overline{AC}$: $m = \frac{0-a}{0-a} = 1$

بما أن ميل $\overline{AC}$ يساوي سالب مقلوب ميل $\overline{DB}$ ، فإنهما متعامدان.

34) تشكّل القطع المستقيمة الواصلة بين منتصفات أضلاع مستطيل معيّنًا.



المعطيات: ABCD مستطيل T, S, R, Q منتصفات أضلاع المستطيل.

المطلوب: QRST معين

البرهان: إحداثيات نقطة المنتصف Q هي:

$$\left(\frac{0+0}{2}, \frac{b+0}{2}\right) = \left(0, \frac{b}{2}\right)$$

إحداثيات نقطة المنتصف R هي:

$$\left(\frac{a+0}{2}, \frac{b+b}{2}\right) = \left(\frac{a}{2}, \frac{2b}{2}\right) = \left(\frac{a}{2}, b\right)$$

إحداثيات نقطة المنتصف T هي:

$$\left(\frac{a+0}{2}, \frac{0+0}{2}\right) = \left(\frac{a}{2}, 0\right)$$

$$QR=\sqrt{\left(\frac{a}{2}-0\right)^2+\left(b-\frac{b}{2}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{b}{2}\right)^2}$$

$$RS=\sqrt{\left(a-\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{b}{2}-b\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(-\frac{b}{2}\right)^2}$$

$$=\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{b}{2}\right)^2}$$

$$ST=\sqrt{\left(a-\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{b}{2}-0\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{b}{2}\right)^2}$$

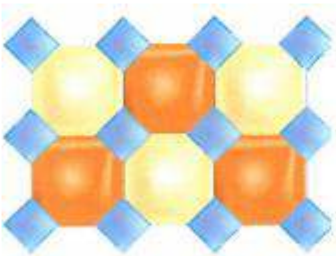
$$QT=\sqrt{\left(\frac{a}{2}-0\right)^2+\left(0-\frac{b}{2}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(-\frac{b}{2}\right)^2}$$

$$=\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{b}{2}\right)^2}$$

بما أن $QR=RS=ST=QT$ فإن $\overline{ST}\cong\overline{QT}\cong\overline{RS}\cong\overline{RQ}$

إذن $QRST$ معين

35) **تصميم:** يتكون نمط الفسيفساء المبين جانبًا من قطع ثمانيّة منتظمة وأخرى رباعيّة. صنِّف الأشكال الرباعيّة في النمط، ووضح تبريرك.

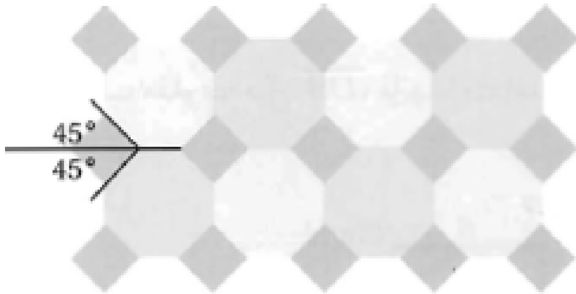


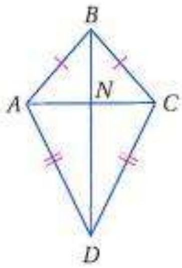
35) مربعات: إجابة ممكنة: بما أن الثمانيات منتظمة فإن الأضلاع متطابقة وتشترك الأشكال الرباعية مع الثمانيات في أضلاع، لذا فإن الأشكال الرباعية معينات أو مربعات.

وزوايا رؤوس الأشكال الرباعية تتكون من الزوايا الخارجية لأضلاع الثمانيات المجاورة للرؤوس.

ومجموع قياسات الزوايا الخارجية لأي مضلع يساوي 360° دائماً، ولأن الثماني المنتظم له 8 زوايا خارجية متطابقة

فإن قياس كل منها يساوي 45° وكما هو مبين في الشكل فإن قياس كل زاوية للأشكال الرباعية في النمط يساوي $45^\circ + 45^\circ$ أو 90° لذلك فالشكل الرباعي يكون مربعاً

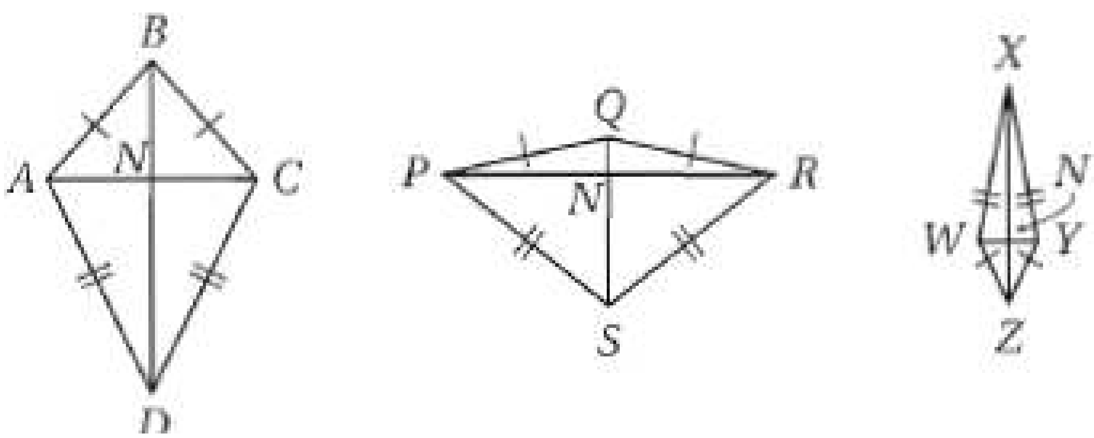




36) **تمثيلات متعددة:** سوف تستقصي في هذه المسألة خصائص شكل الطائرة الورقيّة، وهو شكل رباعي يتكون من زوجين متمايزين من الأضلاع المتجاورة والمتطابقة.

a) **هندسيًّا:** ارسم قطعةً مستقيمةً، ثم افتح الفرجار وثبته عند أحد طرفيها وارسم قوسًا فوقها، ومن دون تغيير فتحة الفرجار، ثبّت رأس الفرجار عند الطرف الآخر للقطعة المستقيمة، وارسم قوسًا يقطع القوس السابق. غيِّر فتحة الفرجار وارسم قوسين أسفل القطعة المستقيمة كما فعلت سابقًا.

استعمل المسطرة وصل بين طرفَي القطعة والأقواس، وسينتج لك شكل طائرة ورقية سمّها $ABCD$. ثم كرِّر ذلك مرتين، وسمِّ شكلي الطائرتين الورقيتين $PQRS$, $WXYZ$، ثم ارسم قطري كل منهما، ولتكن نقطة تقاطع قطري كل منها N.



b) **جدوليًّا:** استعمل مسطرة لقياس المسافة من N إلى كل رأس. وسجِّل النتائج في جدول على النحو الآتي.

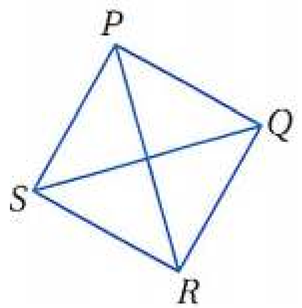
الشكل	المسافة من N إلى كل رأس على القطر الأقصر		المسافة من N إلى كل رأس على القطر الأطول	
$ABCD$	0.8 cm	0.8 cm	0.9 cm	1.5 cm
$PQRS$	1.2 cm	1.2 cm	0.3 cm	0.9 cm
$WXYZ$	0.2 cm	0.2 cm	1.1 cm	0.4 cm

c) **لفظيًّا:** اكتب تخمينًا حول قطري شكل الطائرة الورقيّة.

القطر الأول في شكل الطائرة الورقية ينصف القطر الآخر.

مسائل مهارات التفكير العليا:

37) **اكتشف الخطأ:** في الشكل الرباعي $SRQP$ المبين جانبًا، $\overline{PR} \cong \overline{QS}$.
قال محمد: إن الشكل مربّع. بينما قال إبراهيم: إنه معيّن.
هل أي منهما على صواب؟ وضّح تبريرك.



كلاهما خطأ؛ بما أنهما لا يعلمان أن أضلاع لشكل الرباعي متطابقة، فلا يمكن استنتاج أن الشكل مربع أو معين.

38) **تبرير:** حدد ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة أم خطأ؟ ثم اكتب عكسها ومعكوسها ومعاكسها الإيجابي، وحدد قيمة الصواب لكل منها. وضّح تبريرك.

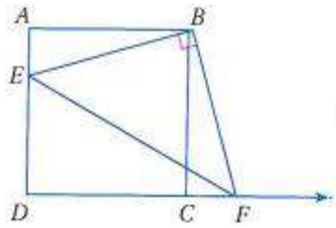
إذا كان الشكل الرباعي مربّعًا فإنّه مستطيل.

صحيحة؛ بما أن المستطيل شكل رباعي زواياه الأربع قائمة، والمربع مستطيل ومعين؛ فإن المربع يكون مستطيلاً دائماً.

العكس: إذا كان شكل رباعي مستطيلاً فإنه مربع. خطأ،
المستطيل شكل رباعي زواياه الأربع قوائم. وأضلاعه المتقابلة متطابقة، وليست جميع أضلاعه متطابقة بالضرورة. إذن فهو ليس مربعاً بالضرورة.

المعكوس: إذا كان الشكل الرباعي ليس مربعاً فإنه ليس مستطيلاً. خطأ،
الشكل الرباعي الذي زواياه الأربع قائمة وأضلاعه المتقابلة ليس مربعاً ولكنه مستطيل.

المعاكس الإيجابي: إذا كان شكل رباعي ليس مستطيلاً، فإنه ليس مربعاً،
صحيحة؛ إذا كان شكل رباعي ليس مستطيلاً فإنه ليس مربعاً حسب التعريف.



39) **تحدٍّ:** مساحة المربع $ABCD$ تساوي 36 وحدة مربّعة.
ومساحة ΔEBF تساوي 20 وحدة مربّعة. إذا كانت $\overline{EB} \perp \overline{BF}$،
وطول $\overline{AE}$ يساوي وحدتين، فأوجد طول $\overline{CF}$.

مساحة المربع = 36 ← طول ضلع المربع = 6 وحدات
باستخدام فيثاغورث

ΔABE

$$EB = \sqrt{36+4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

مساحة المثلث = 20

$$\frac{1}{2} \times BF \times 2\sqrt{10} = 20$$

$$BF = \frac{20}{\sqrt{10}}$$

$$BF = 2\sqrt{10}$$

باستخدام فيثاغورث

ΔBCF

$$CF^2 = \left(2\sqrt{10}\right)^2 - 6^2 = 4$$

$$CF = \sqrt{4} = 2$$

40) **مسألة مفتوحة:** أوجد إحداثيات رؤوس مربّع قطراه محتويان في المستقيمين $y = -x + 6$, $y = x$. وضّح تبريرك.

$(0, 0), (6, 0), (0, 6), (6, 6)$؛ القطران متعامدان، لذا فإن أي أربع نقاط تبعد البعد نفسه عن نقطة تقاطع القطرين تشكل رؤوس مربع.

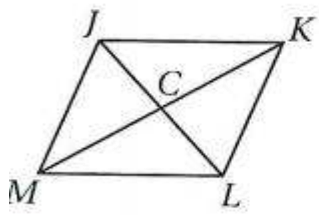
41) **اكتب:** قارن بين جميع خصائص الأشكال الرباعيّة الآتية : متوازي الأضلاع، المستطيل ، المعيّن، المربّع.

متوازي الأضلاع: **الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع متوازية ومتطابقة. والزوايا المتقابلة متطابقة. وقطراه ينصف كل منهما الآخر وكل قطر يقسم متوازي الأضلاع إلى مثلثين متطابقين.**
المستطيل: **للمستطيل جميع خصائص متوازي الأضلاع. وزواياه الأربع قائمة، وقطراه متطابقان.**

المعين: للمعين جميع خصائص متوازي الأضلاع، وجميع أضلاعه متطابقة، وقطراه متعامدان وينصفان زوايا المعين.
المربع: للمربع جميع خصائص متوازي الأضلاع وخصائص المستطيل وخصائص المعين.

تدريب على الاختبار المعياري

42) في المعين $JKLM$ ، إذا كان $CK = 8$ ، $JK = 10$ ، فأوجد JC.



A 4 **C** 8

B 6 **D** 10

B : 6

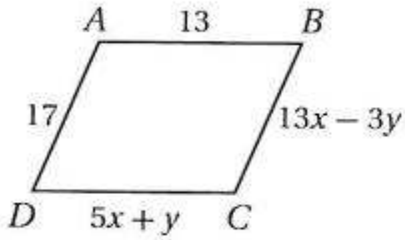
$$(JK)^2 = (CK)^2 + (JC)^2$$

$$(10)^2 = (8)^2 + (JC)^2$$

$$(JC)^2 = 100 - 64 = 36$$

$$JC = 6$$

43) **جبر:** ما قيمة كل من y , x بحيث يكون $ABCD$ متوازي أضلاع؟



F $x = 3, y = 2$

G $x = \frac{3}{2}, y = -1$

H $x = 2, y = 3$

J $x = 3, y = -1$

$H: x = 2, y = 3$

$$13 = 5x + y \rightarrow y = 13 - 5x$$

$$17 = 13x - 3y$$

$$17 = 13x - 3(13 - 5x)$$

$$17 = 13x - 39 + 15x$$

$$17 + 39 = 28x$$

$$28x = 56$$

$$x = 2$$

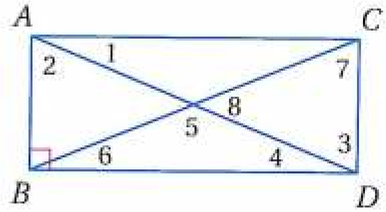
$$y = 13 - 5x$$

$$y = 13 - 10 = 3$$

مراجعة تراكمية

في المستطيل $ABDC$ ، إذا كان $m\angle 1 = 38°$. فأوجد كلًّا من القياسات الآتية :

44) $m\angle 2$



$$\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$$

$$38^\circ + \angle 2 = 90^\circ$$

$$\angle 2 = 90 - 38 = 52^\circ$$

45) $m\angle 5$

$$\angle 5 = 180 - (\angle 4 + \angle 6)$$

$$\angle 6 = \angle 4 = \angle 1 = 38^\circ$$

$$\angle 5 = 180 - (38 + 38)$$

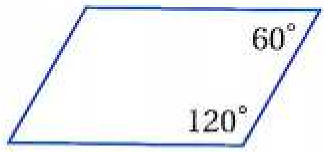
$$\angle 5 = 104^\circ$$

46) $m\angle 6$

$$\angle 6 = \angle ACB = 38^\circ$$

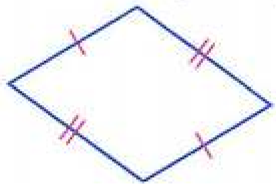
حدد ما إذا كان الشكل الرباعي في كل مما يأتي متوازي أضلاع أم لا؟ برّر إجابتك.

(47



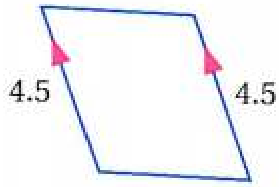
لا؛ الشكل لا يحقق أيا من شروط متوازي الأضلاع.

(48



نعم؛ كل ضلعين متقابلين متطابقان.

(49



نعم؛ يوجد ضلعان متقابلان متوازيان ومتطابقان.

(50 **قياسات:** قال مروان: إنّ الحديقة الخلفيّة لمنزله على شكل مثلث أطوال أضلاعه 22 ft, 23 ft, 45 ft. فهل ترى أنّ هذه القياسات صحيحة؟ وضّح تبريرك.

لا؛ تنص نظرية متباينة المثلث على أن مجموع طولي أي ضلعين لمثلث يجب أن يكون أكبر من طول الضلع الثالث. وبما أن 45 = 23 + 22، فإن أطوال أضلاع حديقة منزل مروان لا يمكن أن تكون 22 ft، 23 ft، و45 ft.

استعد للدرس اللاحق

حل كل معادلة مما يأتي :

(51 $\frac{1}{2}(5x + 7x - 1) = 11.5$

$$\frac{1}{2}(5x + 7x - 1) = 11.5 \qquad \times 2$$

$$5x + 7x - 1 = 23$$

$$12x = 23 + 1$$

$$12x = 24$$

$$x = 2$$

$$\frac{1}{2}(10x+6x+2)=7 \quad (52$$

$$\frac{1}{2}(10x+6x+2)=7 \qquad \times 2$$

$$10x+6x+2=14$$

$$16x=12$$

$$x=\frac{12}{16}$$

$$x=\frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{2}(12x+6-8x+7)=9 \quad (53$$

$$\frac{1}{2}(12x+6-8x+7)=9 \qquad \times 2$$

$$12x+13-8x=18$$

$$4x+13=18$$

$$4x=5$$

$$x=\frac{5}{4}$$