

3-6 كثيرات الحدود

تحقق من فهمك



١ (ب) $3x^2 - 2x + 4x - 1$

١ (أ) س

١ (د) $10x^4 - 8x^3 + 1$

١ (ج) $5x^5 + 7x^7 + 1$

| الفقرة | العبارة | هل هي كثيرة حدود | وحيد حد / ثنائية حد / ثلاثية حد |
|--------|----------------------|---|---------------------------------|
| 1 أ | س | نعم ، س متغير | وحيدة حد |
| 1 ب | $3x^2 - 2x + 4x - 1$ | نعم ، $3x^2 - 2x + 4x - 1 = 3x^2 + 2x - 1$ | ثلاثية حدود |
| 1 ج | $5x^5 + 7x^7 + 1$ | نعم ، $5x^5 + 7x^7 + 1$ مجموع وحيدتي حد | ثنائية حد |
| 1 د | $10x^4 - 8x^3 + 1$ | لا ، لان $10x^4 - 8x^3 + 1$ ليست وحيدة حد . | — |

تحقق من فهمك

١٢ (أ) ٧ ص ٥ ع

٢ (ب) ٢ م ن - ٣ م ن - ٧ م ٢ ن - ١٣

درجة الحد ٢ م ن = ١ + ١ = ٢ ، درجة الحد ٣ م ن = ٢ + ١ = ٣
درجة الحد ٧ م ٢ ن = ٢ + ٢ = ٤ ، درجة الحد ١٣ = صفر .
إذا درجة كثيرة الحدود = ٤ .

درجة وحيدة الحد = ١ + ٥ + ١ = ٧ .

تحقق من فهمك

١٣ (أ) ٨ - ٢ س ٢ + ٤ س ٤ - ٣ س ٣

٣ (ب) ص + ٥ ص ٣ - ٢ ص ٢ - ٧ ص ٦ + ١٠

- ٧ ص ٦ + ٥ ص ٣ - ٢ ص ٢ + ص + ١٠ .
المعامل الرئيسي = - ٧ .

٤ س ٤ - ٢ س ٢ - ٣ س + ٨ . المعامل الرئيسي = ٤ .

تحقق من فهمك

١٤ (أ) كم طنًا أنتج عام ١٤٣١ هـ؟

$$ن = 1426 - 1431 = 5 ,$$

الكمية التي انتجت عام ١٤٣١ هـ = ٣ ن - ٢ ن + ١٠

$$= 3(5) - 2(5) + 10 = 10 + 5 \times 2 - 25 \times 3 = 75 = 0$$

الكمية التي انتجت عام ١٤٣١ هـ = ٧٥٠٠٠٠٠ طن .

رجوع

٤ب) إذا استمر هذا النمط، فكم طنًا سيتم إنتاجه عام ١٤٤١ هـ؟

$$\begin{aligned} \text{ن} &= 1426 - 1441 = 15, \\ \text{الكمية التي انتجت عام 1431 هـ} &= 3\text{ن}^2 - 2\text{ن} + 10 \\ &= 3(15)^2 - 2(15) + 10 = 10 + 15 \times 2 - 225 \times 3 = 10 + 30 - 675 = 655 \\ \text{الكمية التي انتجت عام 1431 هـ} &= 65500000 \text{ طن.} \end{aligned}$$



مثال ١ حدّد إذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود أم لا، وإذا كانت كذلك، فصنّفها إلى وحيدة حد، أو ثنائية حد، أو ثلاثية حدود:

(١) $2\text{ص} - 5 + 3\text{ص}^2$ (٢) 3س^2 (٣) $5\text{م}^2\text{ن}^3 + 6$ (٤) $5\text{ك} - 4 + 6\text{ك}$

| السؤال | العبارة | هل هي كثيرة حدود | وحيد حد / ثنائية حد / ثلاثية حد |
|--------|-------------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|
| 1 | 2 ص - 5 + 3 ص ² | نعم ، لأنها مجموع ثلاث وحيدات حد | ثلاثية حدود |
| 2 | 3 س ² | نعم ، لأنها وحيدة حد | وحيدة حد |
| 3 | 5 م ² ن ³ + 6 | نعم ، لأنها مجموع وحيدتي حد | ثنائية حد |
| 4 | 5 ك - 4 + 6 ك | لا ، لأن 5 ك - 4 ليست وحيدة حد . | — |

رجوع

مثال ٢

أوجد درجة كل كثيرة حدود فيما يأتي:

$$\frac{3}{4} (٨$$

$$٧- (٧ ع$$

$$٦ (٦ ٣ن - ٤ن$$

$$٣- (٥$$

درجة وحيدة الحد = صفر درجة كثيرة الحدود = 4 درجة وحيدة الحد = 1 درجة وحيدة الحد = صفر

$$١١ (١١ ٦دن + ٣٣ + ٢٢ن + ١ + د$$

$$١٠ (١٠ ٢أ٢ ب + ٥ - أ ب$$

$$٩ (٩ ١٢ - ٧ك٢ ن + ٨ ن$$

درجة الحد 6 د ن = 3 + 1 = 4
درجة الحد 3 د ن = 2 + 2 = 4
درجة الحد 2 د = 1
درجة الحد 1 = صفر
درجة كثيرة الحدود = 4 .

درجة الحد 2 أ٢ ب = 5 + 2 = 7
درجة الحد 5 = صفر
درجة الحد أ ب = 1 + 1 = 2 .
درجة كثيرة الحدود = 7 .

درجة الحد 12 = صفر
درجة الحد 7 ك٢ ن = 1 + 2 = 3
درجة الحد 8 ن = 1 .
درجة كثيرة الحدود = 3 .

مثال ٣

اكتب كل كثيرة حدود فيما يأتي بالصورة القياسية، وحدد المعامل الرئيس فيها:

$$١٤ (١٤ ١ - ٢أ٥ - ٣أ٤ + أ٢$$

$$١٢ (١٢ - ٣ص + ٣ص - ٢ + ٢ (١٣ ٤ع - ٢ع - ٥ع$$

| المعامل الرئيس | الصورة القياسية | العبارة |
|------------------------|--------------------|-------------------------|
| المعامل الرئيسي = -1 . | $٣ص - ٣ص + ٢ص$ | (12) $٣ص - ٣ص + ٢ص$ |
| المعامل الرئيسي = -5 | $٤ع - ٤ع + ٢ع$ | (13) $٤ع - ٢ع + ٤ع$ |
| المعامل الرئيسي = 4 | $٤ - ٢أ + ٢أ٢ - ١$ | (14) $٢أ + ٢أ٢ - ١ - ٤$ |

رجوع

مثال ٤ (١٥ جامعات: افترض أنه يمكن تمثيل عدد الطلاب المسجلين في جامعة من عام ١٤١٩ هـ إلى ١٤٢٨ هـ بالمئات بالمعادلة $N = 5 + 1س + ٥ + ٠,٥س$ ، حيث $س$ عدد السنوات منذ عام ١٤١٩ هـ.

(أ) ما عدد الطلاب الذين تم تسجيلهم في الجامعة في عام ١٤٢٤ هـ؟

(ب) ما عدد الطلاب الذين تم تسجيلهم في الجامعة في عام ١٤٢٦ هـ؟

$$\begin{aligned} \text{(أ) } س &= 1419 - 1424 = 5 \\ \text{عدد الطلاب الذين تم تسجيلهم في عام 1424 هـ} &= 5 + 1س + ٥ + ٠,٥س = 0.5 + 5 \times 1.5 + 2(5) = 0.5 + 7.5 + 10 = 18 \\ &= 18 \times 100 = 1800 \text{ أي 1800 طالب.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ب) } س &= 1419 - 1426 = 7 \\ \text{عدد الطلاب الذين تم تسجيلهم في عام 1426 هـ} &= 5 + 1س + ٥ + ٠,٥س = 0.5 + 7 \times 1.5 + 2(7) = 0.5 + 10.5 + 14 = 25 \\ &= 25 \times 100 = 2500 \text{ أي 2500 طالب.} \end{aligned}$$

تدرب وحل المسائل

مثال ١ حدّد إذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود أم لا، وإذا كانت كذلك فصنّفها إلى وحيدة حد، أو ثنائية حد، أو ثلاثية حدود:

$$(١٨) \text{ جـ } ٢ - ٤ \text{ جـ } ٢ + ١$$

$$(١٧) ٢١$$

$$(١٦) ٥ \text{ ص } ٣ + ٤ \text{ س } ٢$$

$$(٢١) ٥ \text{ ن } ٣ + ٣ \text{ ك } ٢$$

$$(٢٠) ٢١ - أ$$

$$(١٩) ٣ + د - ٣$$

| السؤال | العبارة | هل هي كثيرة حدود | وحيد حد / ثنائية حد / ثلاثية حد |
|--------|-----------------------------------|---|---------------------------------|
| 16 | $٥ \text{ ص } ٣ + ٤ \text{ س } ٢$ | لا ، لأن $٥ \text{ ص } ٣$ ليست وحيدة حد س ² | _____ |
| 17 | 21 | نعم ، لأنها ثابت | وحيدة حد |
| 18 | $١ + ٢ \text{ جـ } ٢ - ٤$ | نعم ، لأنها مجموع ثلاث وحيدات حد | ثلاثية حد |
| 19 | $٣ + د - ٣$ | لا ، لأن $٣ - د$ ليست وحيدة حد . | _____ |
| 20 | $٢١ - أ$ | نعم ، لأنها مجموع وحيدتي حد | ثنائية حد |
| 21 | $٥ \text{ ن } ٣ + ٣ \text{ ك } ٢$ | نعم ، لأنها مجموع وحيدتي حد | ثنائية حد |

مثال ٢ أوجد درجة كل كثيرة حدود فيما يأتي:

$$(٢٤) - ٤$$

$$(٢٣) ٨ - ٣س$$

$$(٢٢) ١٣ - ٤أب + ٥أب$$

درجة وحيدة الحد = صفر

درجة الحد 3 س = 1

درجة الحد 13 = صفر

درجة الحد 8 = صفر

درجة الحد 4 أب = 1 + 1 = 2 ، درجة

درجة كثيرة الحدود = 3 .

الحد 5 أ³ب = 1 + 3 = 4 .

درجة كثيرة الحدود = 4 .

$$(٢٧) ٥ص٣ن + ٧ - ٢ص٢ع - ٣ن$$

$$(٢٦) ١٠ + ٢ج - ٤د - ٦ج٢$$

$$(٢٥) ١٧ج٢هـ$$

درجة الحد 2 ع²ص = 2 + 2 = 4

درجة الحد 10 = صفر

درجة وحيدة الحد = 1 + 2 = 3

درجة الحد 7 = صفر

درجة الحد 2 ج⁴د = 4 + 1 = 5

درجة الحد 5 ص³ن = 4 + 3 = 7 .

درجة الحد 6 د²ج = 2 + 1 = 3 .

درجة كثيرة الحدود = 7 .

درجة كثيرة الحدود = 5 .

مثال ٣ اكتب كل كثيرة حدود فيما يأتي بالصورة القياسية، وحدد المعامل الرئيس فيها:

$$(٣٠) ٥ج - ٣ج - ٤$$

$$(٢٩) ٨ص + ٧ص٣$$

$$(٢٨) ٥س - ٢س + ٣س$$

- 5 ج² - 3 ج + 4

7 ص³ + 8 ص .

5 س² + 3 س - 2 .

العامل الرئيسي = - 5

العامل الرئيسي = 7

العامل الرئيسي = 5

رجوع

$$(33) \quad -b^6 - 9b^2 + 10b - b^6$$

$$(32) \quad \frac{1}{2} \text{س} - 3\text{س} + 7$$

$$(31) \quad -d^4 + d^2 - 1$$

$$-b^6 - 9b^2 + 10b - b^6 \text{ العامل الرئيسي } = -1$$

$$-3\text{س} + \frac{2}{1} + 7 \text{ العامل الرئيسي } = -3$$

$$-d^4 + d^2 - 1 \text{ العامل الرئيسي } = -4$$

(34) **ألعاب نارية:** أطلق صاروخ ألعاب نارية من ارتفاع 1 م من الأرض وبسرعة 150 م/ث. ويمكن تمثيل ارتفاع الصاروخ ع بعد ن ثانية بالمعادلة $-5n^2 + 150n + 1$.

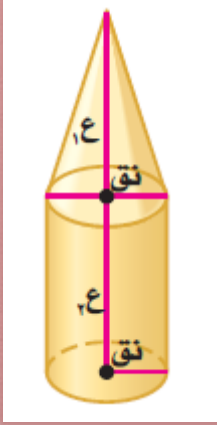
(أ) ما الارتفاع الذي يصله الصاروخ بعد 3 ثوانٍ؟

$$\begin{aligned} \text{أ / ارتفاع الصاروخ بعد 3 ثوان} &= -5n^2 + 150n + 1 = -5(3)^2 + 150(3) + 1 \\ &= -45 + 450 + 1 = 106 \text{ م} \end{aligned}$$

(ب) ما الارتفاع الذي يصله الصاروخ بعد 5 ثوانٍ؟

$$\begin{aligned} \text{ب/ ارتفاع الصاروخ بعد 5 ثوان} &= -5n^2 + 150n + 1 = -5(5)^2 + 150(5) + 1 \\ &= -125 + 750 + 1 = 126 \text{ م} \end{aligned}$$

(٣٥) **مشروع:** يصمم طارق وعمر هيكل صاروخ، بحيث يكون الجزء العلوي منه على شكل مخروط، وبقية جسمه على شكل أسطوانة نصف قطرها نق، كما في الشكل المجاور. إذا علمت أن حجم المخروط يساوي $\frac{1}{3}$ ط \times مربع نصف القطر (نق) \times الارتفاع (ع_١)، وحجم الأسطوانة يساوي ط \times مربع نصف القطر (نق) \times الارتفاع (ع_٢).
(أ) اكتب كثيرة حدود تمثل حجم الصاروخ.



(أ) **حجم الصاروخ = حجم الاسطوانة + حجم المخروط**

$$= ط \text{ نق}^2 \text{ ع}_1 + \frac{3}{1} ط \text{ نق}^2 \text{ ع}_2$$

(ب) إذا كان ارتفاع جسم الصاروخ ٨ سم، وارتفاع الجزء العلوي منه ٦ سم، ونصف قطر القاعدة ٣ سم، فما حجم الصاروخ؟

(ب) **حجم الصاروخ = ط نق^٢ ع_١ + $\frac{3}{1}$ ط نق^٢ ع_٢ .**

$$= 3,14 \times 3^2 \times 8 + \frac{3}{1} \times 3,14 \times 3^2 \times 6$$

$$= 8 \times 9 \times 3,14 + 2 \times 9 \times 3,14$$

$$= 226.08 + 56.52$$

$$= 282.6$$