

3-8 حل المعادلات التربيعية بإكمال مربع

تحقق من فهمك

(١) أوجد قيمة x التي تجعل ثلاثية الحدود $x^2 - 8x + 16$ مربعاً كاملاً.

تحقق من فهمك

(٢) حل المعادلة: $x^2 - 12x + 36 = 0$ بإكمال المربع.

تحقق من فهمك



(٣) حلّ المعادلة: $3x^2 - 9x - 3 = 21$ بإكمال المربع.

تحقق من فهمك



(٤) إذا أمكن زيادة المبلغ إلى ٩٨٠ ريالاً، فما عدد قطع الزي التي يمكن شراؤها؟

رجوع

أوجد قيمة جـ التي تجعل كل ثلاثية حدود فيما يأتي مربعًا كاملاً:

(١) $x^2 - 18x + \text{جـ}$ (٢) $x^2 + 22x + \text{جـ}$

(٣) $x^2 + 9x + \text{جـ}$ (٤) $x^2 - 7x + \text{جـ}$

حلّ كل معادلة فيما يأتي بإكمال المربع، مقررًا الحل إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضروريًا:

(٥) $x^2 + 4x - 6 = 0$ (٦) $x^2 - 8x - 9 = 0$

(٧) $x^2 + 9x - 1 = 0$ (٨) $x^2 + 10x + 22 = 4$

(٩) **إنشاءات:** بيني إسماعيل صالة مستطيلة الشكل خلف منزل عائلته، مساحتها ١٤٤ مترًا مربعًا، وطولها يزيد على عرضها بمقدار ١٠ أمتار، فما بُعدا الصالة؟

أوجد قيمة جـ التي تجعل كل ثلاثية حدود فيما يأتي مربعًا كاملاً:

$$(10) \text{ من } x^2 + 26x + \text{جـ} \quad (11) \text{ من } x^2 - 24x + \text{جـ} \quad (12) \text{ من } x^2 - 19x + \text{جـ}$$

$$(13) \text{ من } x^2 - 22x + \text{جـ} \quad (14) \text{ من } x^2 - 15x + \text{جـ} \quad (15) \text{ من } x^2 - 13x + \text{جـ}$$

حلّ كل معادلة فيما يأتي بإكمال المربع، مقربًا الحل إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضروريًا:

$$(16) \text{ من } x^2 + 6x - 16 = 0 \quad (17) \text{ من } x^2 - 2x - 14 = 0$$

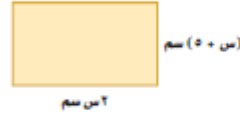
$$(18) \text{ من } x^2 - 8x - 1 = 0 \quad (19) \text{ من } x^2 + 3x + 21 - 22 = 0$$

$$(20) \text{ من } x^2 - 2x + 5 = 0 \quad (21) \text{ من } x^2 + 12x + 81 - 15 = 0$$

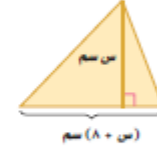
(٢٢) ثقافة مالية: يمكن تمثيل سعر سهم معين (س) بالمعادلة التربيعية $s = 3,5 - 0,05s^2$ ، حيث (ن) عدد الأيام بعد شراء الأسهم، فمتى يصبح سعر السهم ٦٠ ريالاً؟

هندسة: أوجد قيمة س في كل شكل مما يأتي، وقرب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضرورياً:

(٢٤) $m = 110 - s^2$

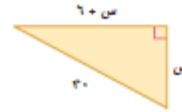


(٢٣) $m = 45 - s^2$



(٢٥) نظرية الأعداد: عددان صحيحان زوجيان متتاليان ناتج ضربهما ٢٢٤، فما هما؟

(٢٦) هندسة: أوجد مساحة المثلث المجاور.




(٢٧) **علم الفلك:** يُعبّر عن ارتفاع جسم بعد ثانية من سقوطه بالمعادلة $h = \frac{1}{2}gt^2 + l$ ، حيث (ل) الارتفاع الابتدائي، (ج) التسارع الناتج عن الجاذبية، فإذا كان تسارع الجاذبية بالقرب من سطح كوكب المريخ 3.7 م/ث^2 ، وعلى سطح الأرض 9.8 م/ث^2 ، وسقط الجسم من ارتفاع ابتدائي مقداره ١٢٠ مترًا فوق سطح كل من الكوكبين، فأجب عن السؤالين الآتيين:

(أ) أيّ الكوكبين يصل الجسم إلى سطحه أولاً؟

(ب) كم يستغرق الجسم للوصول إلى سطح كل من الكوكبين تقريبًا الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة؟

(٢٨) أوجد قيمة جـ التي تجعل ثلاثية الحدود: $س^٢ + جـ س + ٢٢٥$ مربعًا كاملاً.

(٢٩) **رسم:** لدى أحمد إطار طوله ٦٠ بوصة، وعرضه ٤ بوصات، ويرغب في زيادة بُعدي الإطار على أن تكون الزيادة في الطول تعادل ١٠ أمثال الزيادة في العرض؛ لتناسب قطعة قماش مساحتها ٤٨٠ بوصة مربعة. فما بُعدا الإطار الجديد؟

 تمثيلات متعددة: سوف تستكشف في هذه المسألة خاصية للمعادلات التربيعية.

(أ) جدولياً، انسخ الجدول المجاور وأكمل العمود الثاني.

عدد الجدور	ب ^٢ - أ ج	ثلاثية الحدود
١	٠	س ^٢ - ١٦س + ٦٤
		س ^٢ - ١١س + ٣
		س ^٢ + ١٦س + ٩
		س ^٢ - ١٢س + ٧
		س ^٢ + ١٠س + ٢٥
		س ^٢ - ٣س + ١٢

(ب) جبرياً، اكتب كل ثلاثية حدود على صورة معادلة وحلها بإكمال المربع، وأكمل العمود الثالث في الجدول بكتابة عدد جذور كل معادلة.

(ج) نظظياً، قارن عدد الجذور لكل معادلة بالنتيجة في العمود ب^٢ - أ ج، وهل هناك علاقة بينهما؟ وإن كانت هناك علاقة فصفها.

(د) تحليلًا، تنبأ بعدد حلول س^٢ - ٩س - ١٥ = ٠، وتحقق من صحة تنبؤك بحل المعادلة.

(٣١) **تحذّر:** اشتق معادلة محور التماثل بإكمال المربع للمعادلة من $-أس + ب س + جـ = ٠$ ، وأعد كتابة المعادلة على الصورة من $-أ(س - هـ) + ٢ك$.

(٣٢) **تبرير:** حدّد عدد حلول المعادلة من $٢ + ب س - جـ$ إذا كانت $جـ > -\left(\frac{ب}{٢}\right)^٢$. فسر إجابتك.

(٣٣) حدّد العبارة التي تختلف عن العبارات الثلاث الأخرى. وفسر إجابتك.

$$٢ + ب س + جـ = \frac{١}{٩}$$

$$٢ - ب س + جـ = \frac{٢}{٩}$$

$$٢ + ب س + جـ = \frac{١}{٤}$$

$$٢ - ب س + جـ = \frac{١}{٤}$$

(٣٤) **مسألة مفتوحة:** اكتب معادلة تربيعية حلها الوحيد هو ٤.

(٣٥) **اكتب:** قارن بين الطرق الآتية: إكمال المربع، التمثيل البياني، التحليل للعوامل التي تُستعمل لحل المعادلة: من $٢ - ٥س - ٧ = ٠$

تدريب على اختبار

٣٦ طول مستطيل يساوي ثلاثة أمثاله عرضه ومساحته ٧٥ ستمتزا مريعا، فما طوله؟

- (أ) ٢٥ سم (ب) ١٥ سم
(ج) ١٠ سم (د) ٥ سم

٣٧ إجابة قصيرة، يمكن تمثيل عدد سكان إحدى المدن بالمعادلة $ص = ٢٢٠٠٠ + ١٢٠٠ ن$ ، حيث (ص) عدد السكان، (ن) عدد السنوات بعد عام ١٤٣١ هـ، فما عدد السنوات اللازمة بعد عام ١٤٣١ هـ ليصبح عدد سكانها ٢٨٠٠٠ نسمة؟

مراجعة تراكمية

اكتب كلاً مما يأتي في أبسط صورة، مفترضاً أن المقام لا يساوي صفراً: (الدرس ٦-٢)

$$(٣٨) \frac{٦١}{٣١} \quad (٣٩) \frac{٧٤}{٥٤} \quad (٤٠) \frac{٤٣}{٧٧}$$

حل كلا من المتباينات الآتية: (الدرس ٥-٤)

$$(٤١) |٣ - ٢ص| \leq ٨ \quad (٤٢) |٥ - ٢| \geq ١٣$$