

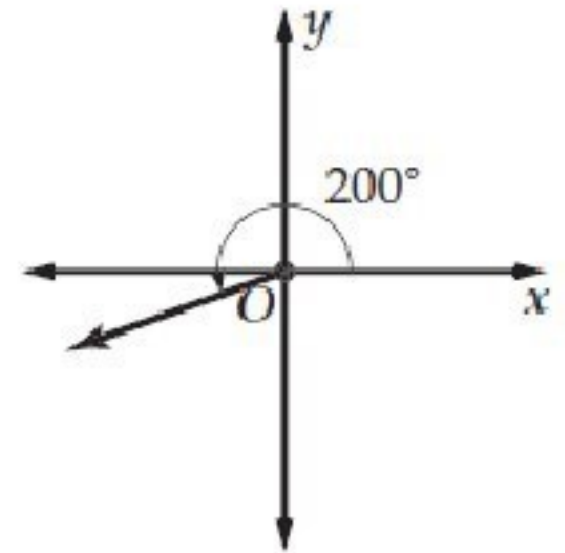
التهيئة

-

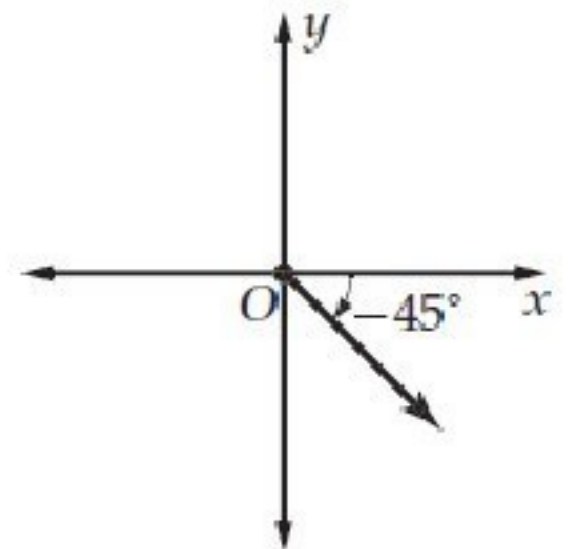
اختبار سريع:

ارسم كلا من الزاويتين المعطى قياسهما فيما يأتي في الوضع القياسي:

(1)

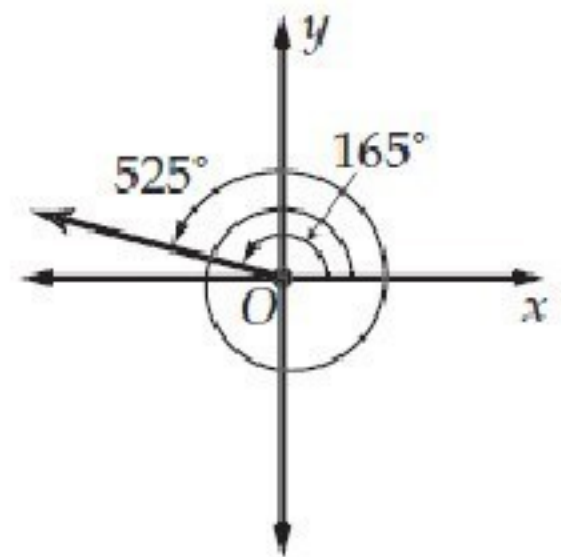
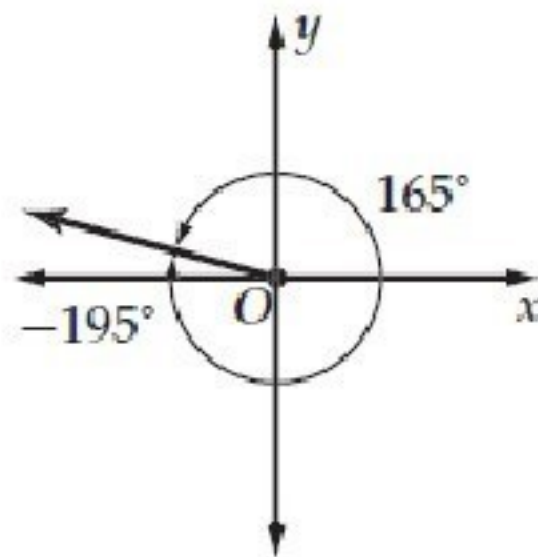


(2)

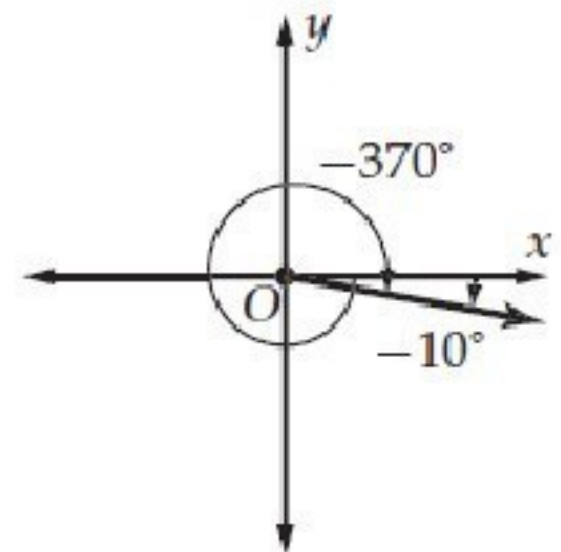
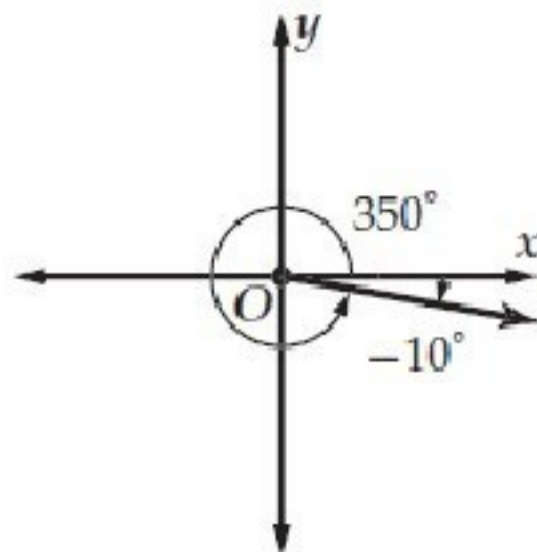


أوجد زاوية بقياس موجب وأخرى بقياس سالب مشتركتين في ضلع الانتهاء مع كل من الزوايا الآتية ومثلها في الوضع القياسي:

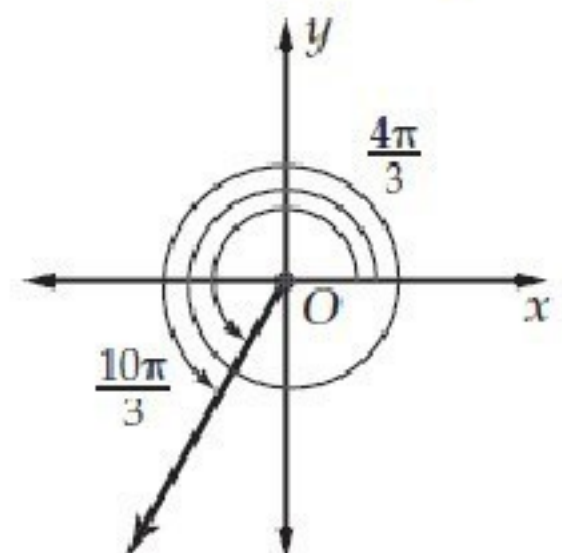
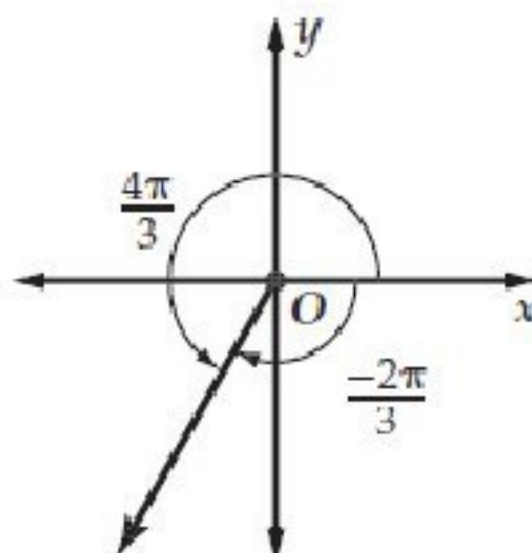
$525^\circ, -195^\circ$ (3)



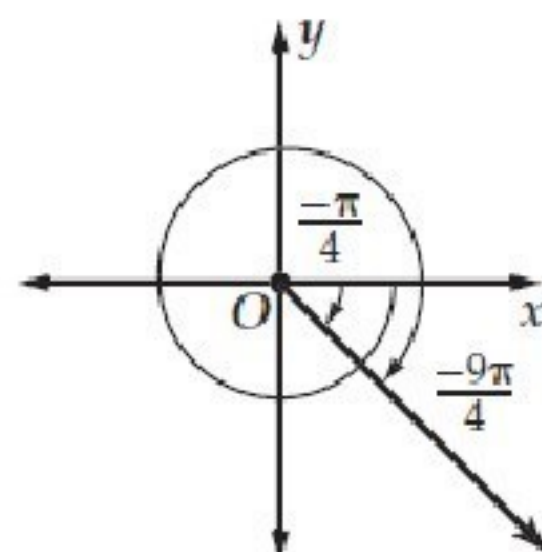
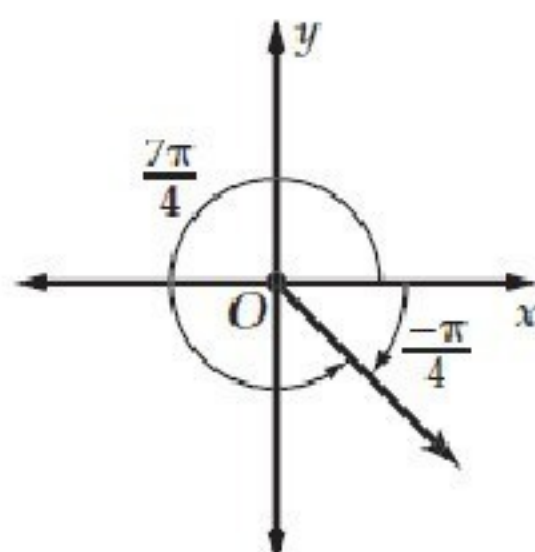
$350^\circ, -10^\circ$ (4)



$\frac{10\pi}{3}, -\frac{5\pi}{3}$ (5)



$$\frac{7\pi}{4}, -\frac{9\pi}{4} \quad (6)$$



حول قياس الزاوية المكتوبة بالدرجات إلى الراديان، والمكتوبة بالراديان إلى درجات في كل مما يأتي:

$$-\frac{\pi}{3} \quad (7)$$

$$270^\circ \quad (8)$$

$$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \quad (9)$$

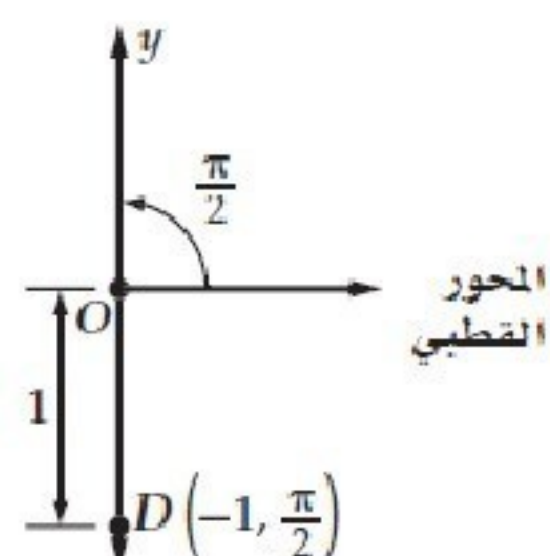
$$3.6 \text{ m تقريباً} \quad (10)$$

الإحداثيات القطبية

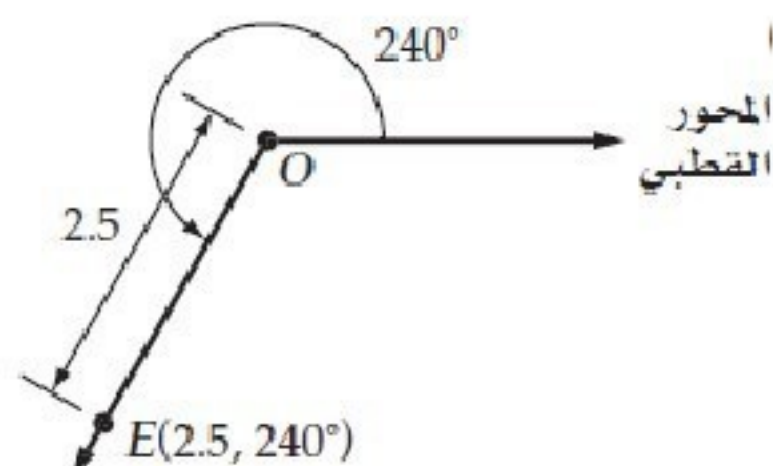
2-1

تحقق

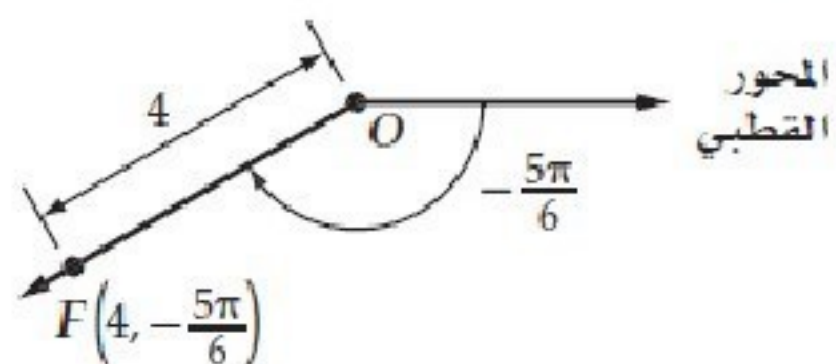
(1A)



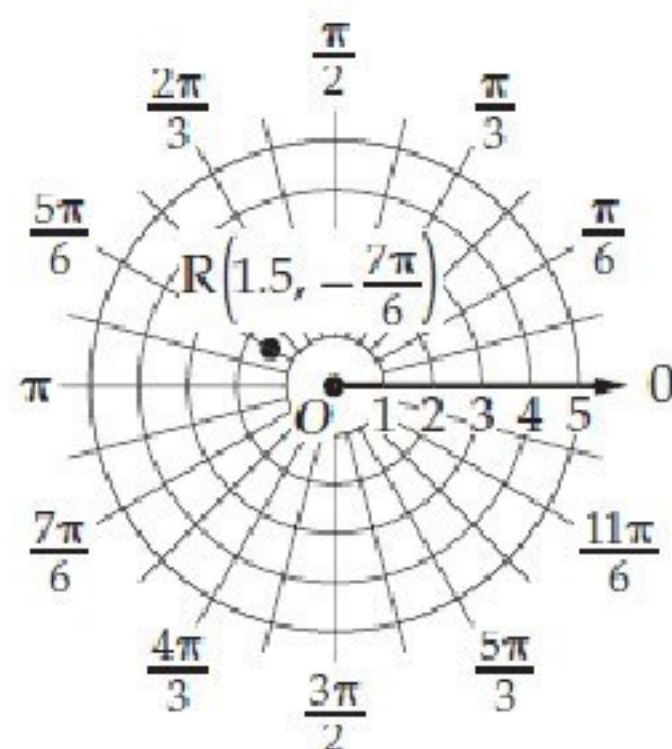
(1B)



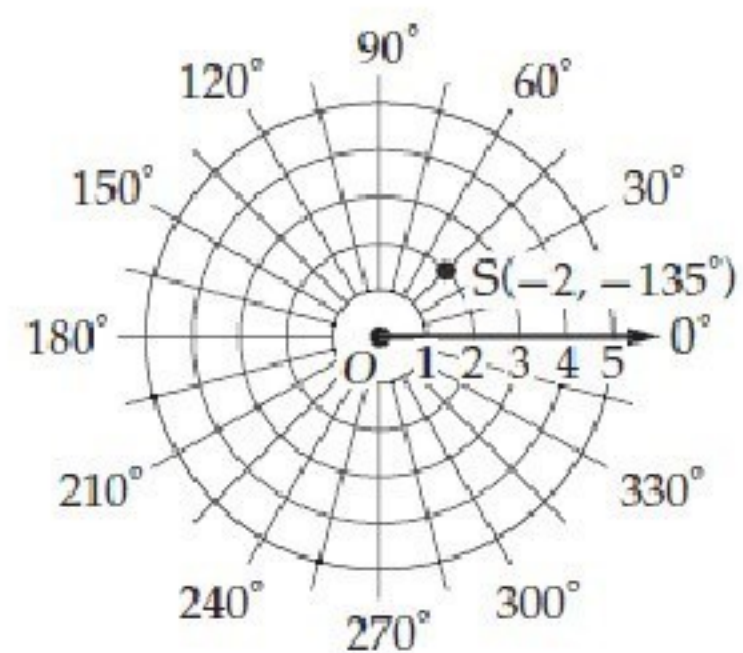
(1C)



(2A)



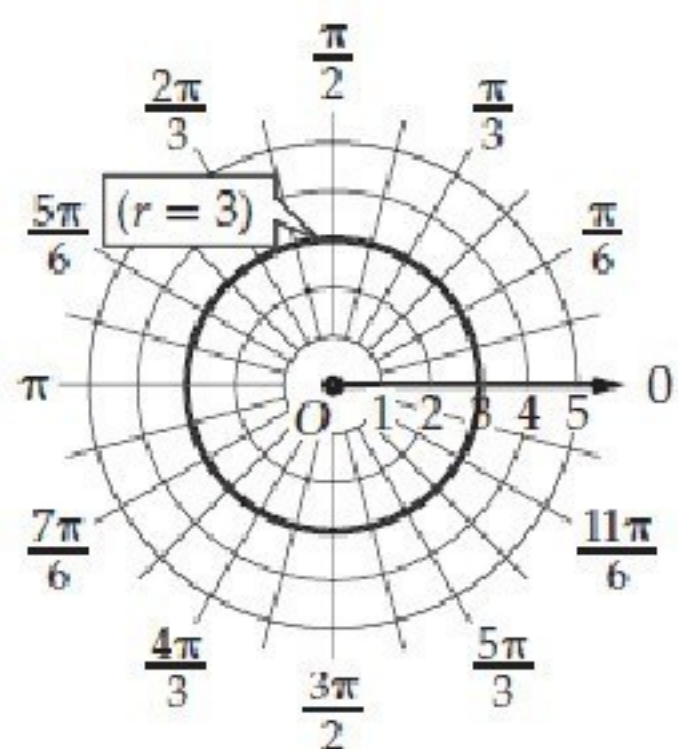
(2B)



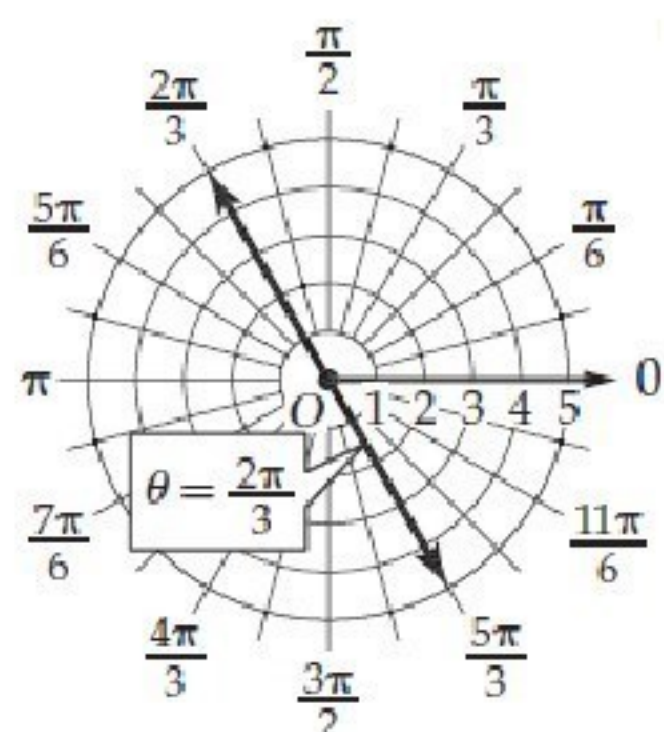
$(5, -120^\circ), (-5, 60^\circ), (-5, -300^\circ)$ (3A)

$(-2, -\frac{11\pi}{6}), (+2, -\frac{5\pi}{6}), (+2, -\frac{5\pi}{6})$ (3B)

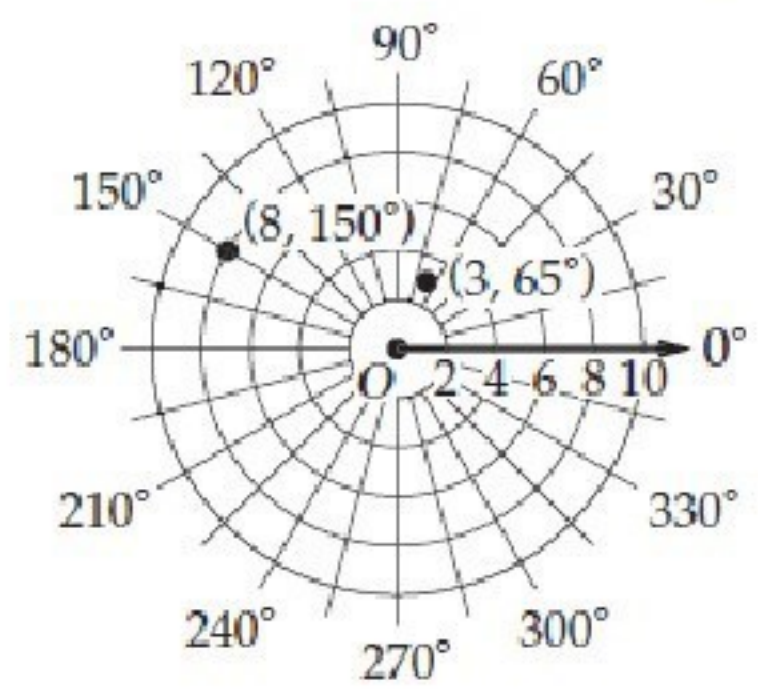
(4A)



(4B)



(5A



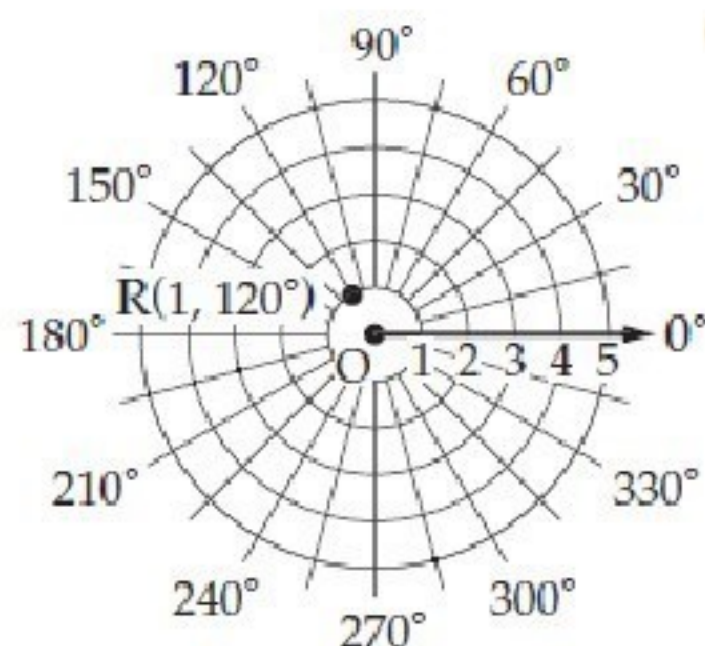
8.30 mil (5B

تدرب وحل المسائل:

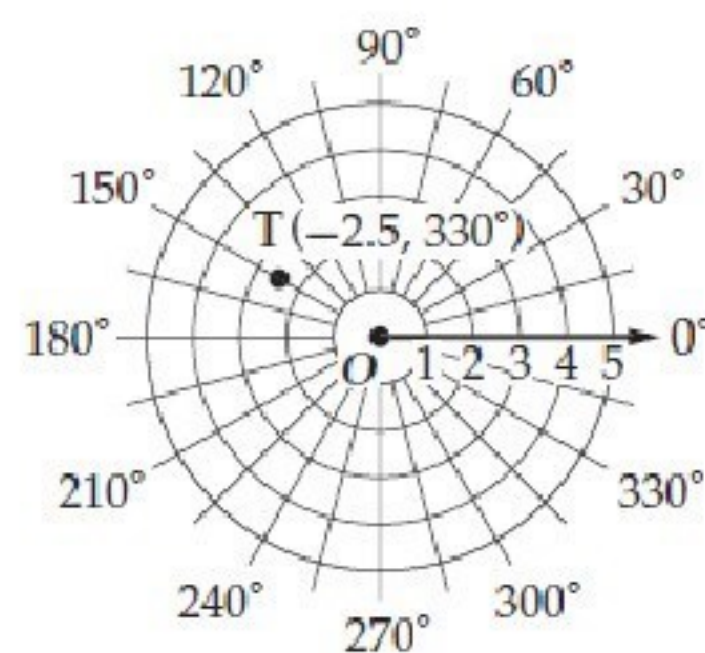


مثل كل نقطة مما يأتي في المستوى القطبي:

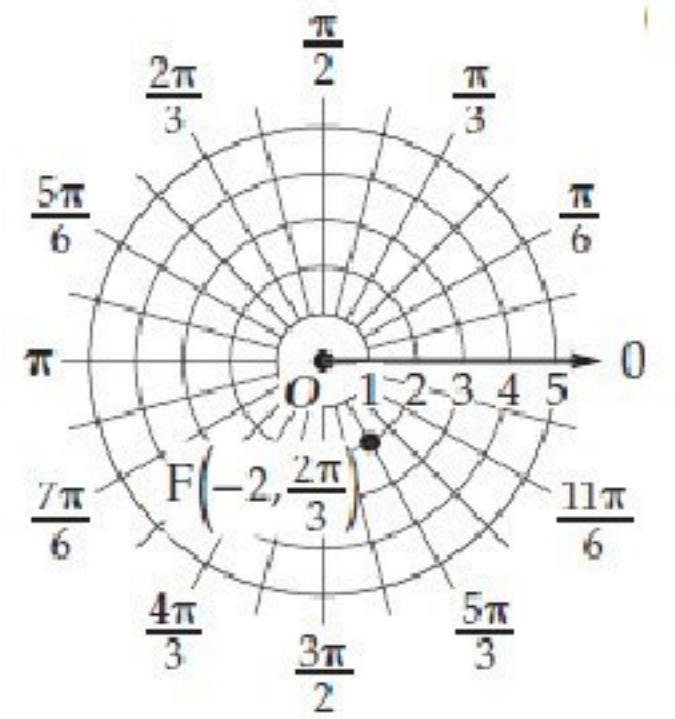
(1)



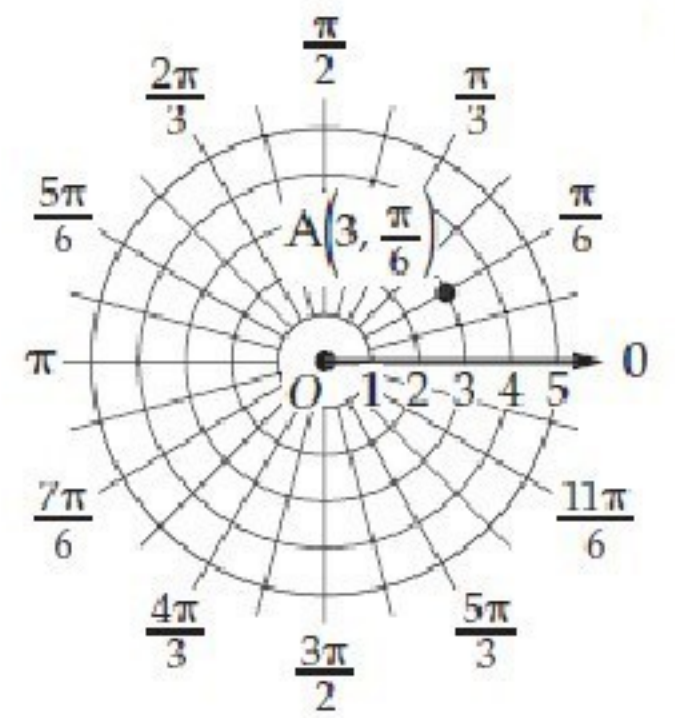
(2)



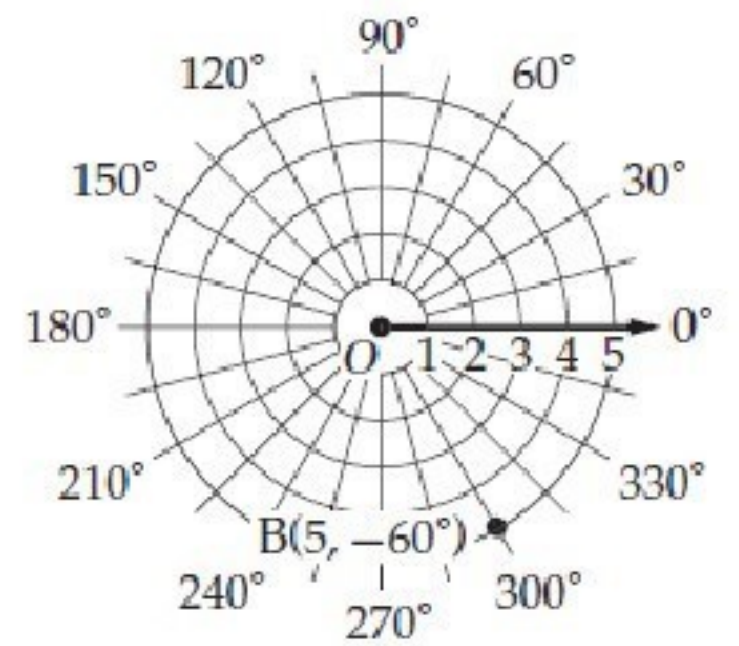
(3)



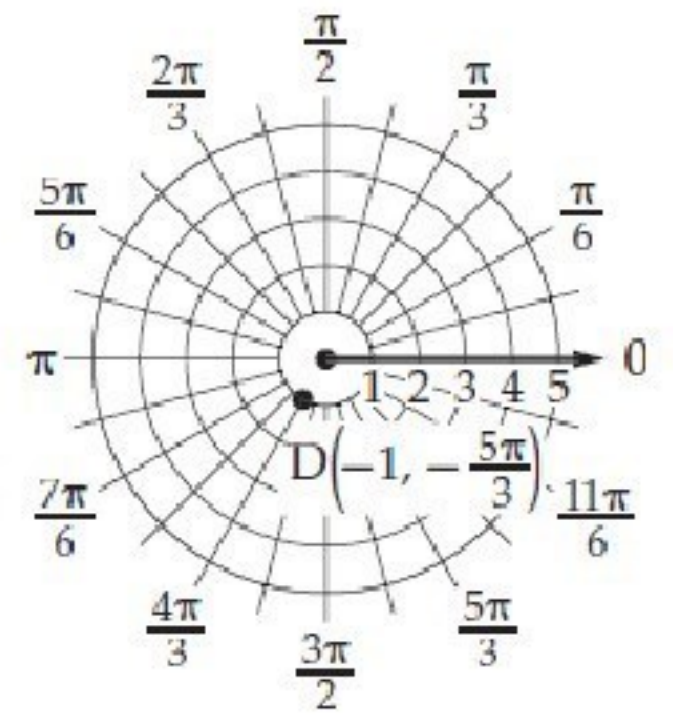
(4)



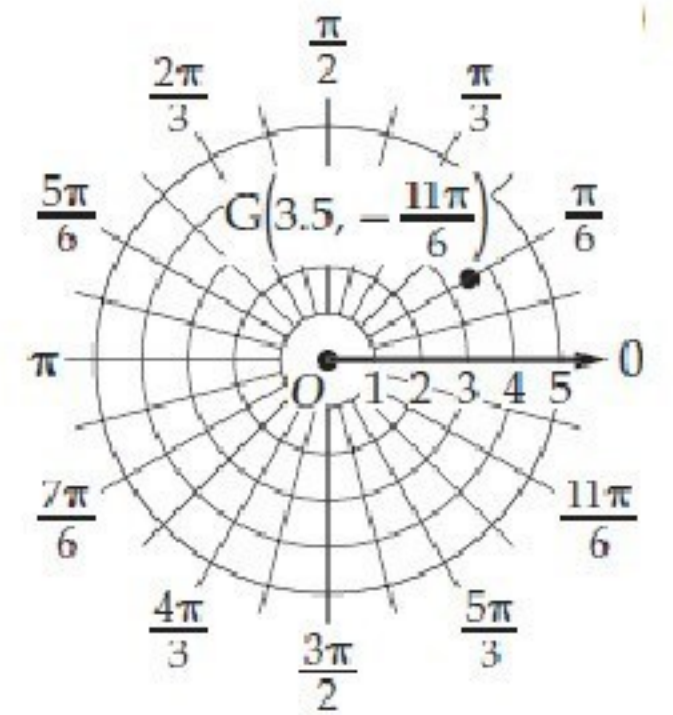
(5)



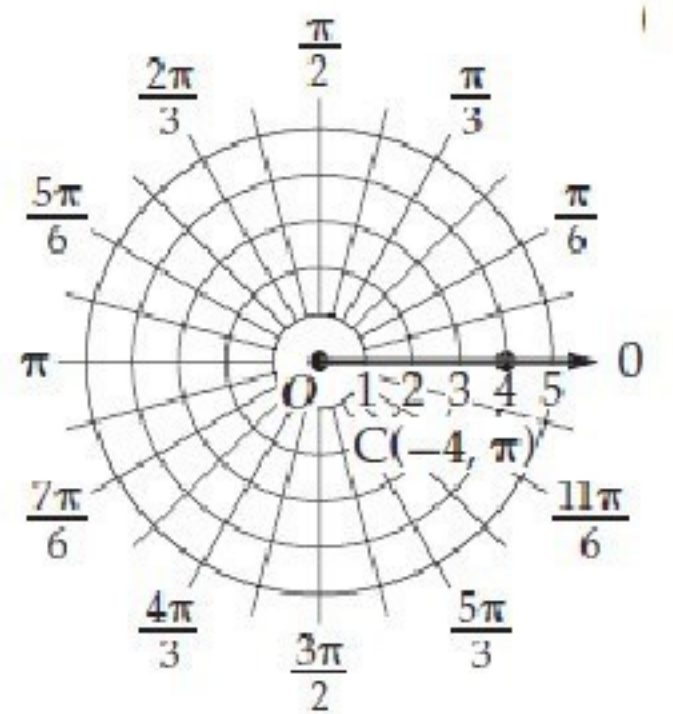
(6)



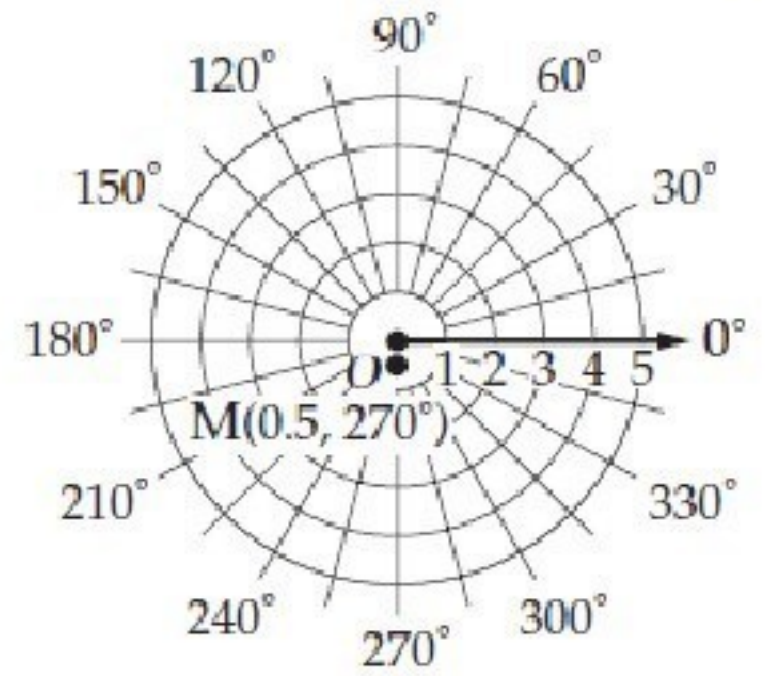
(7)



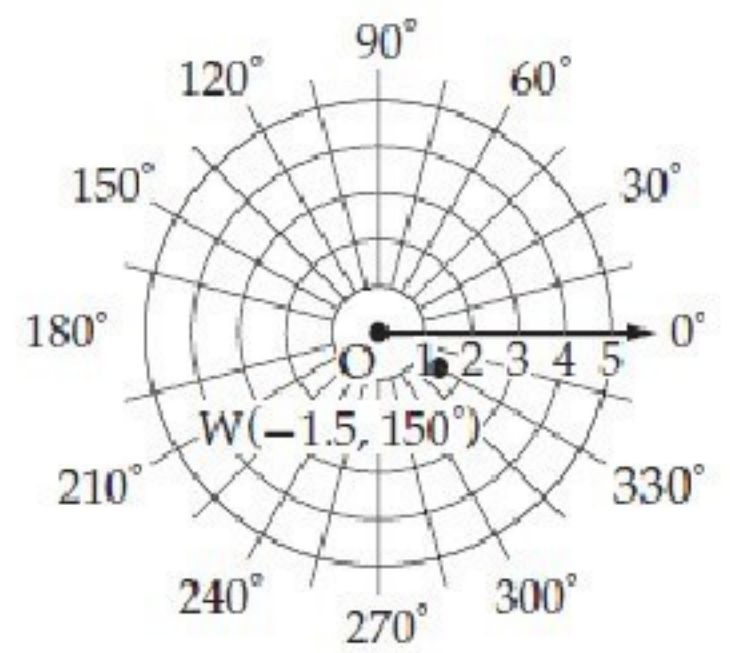
(8)



(9)

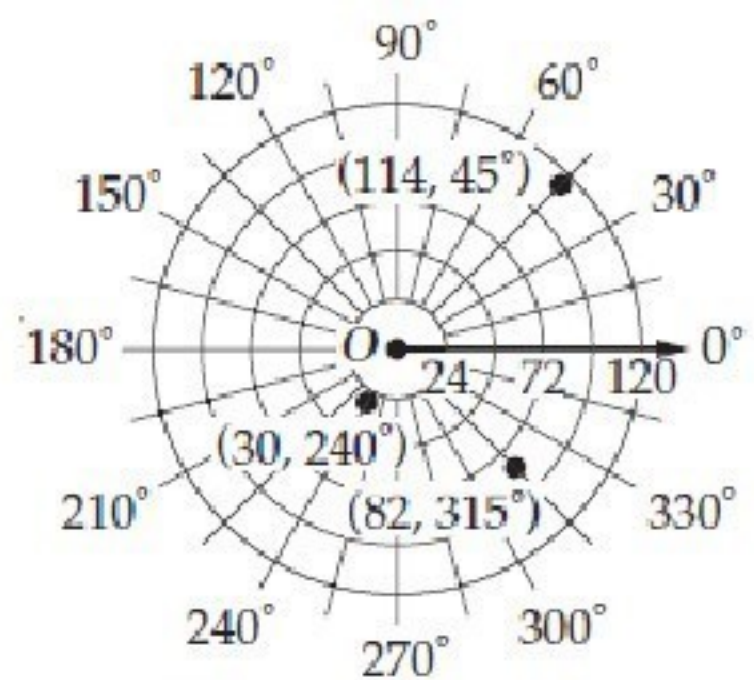


(10)



(11) رمالية:

(a)



(b) 13 نقطة.

إذا كانت $360^\circ \leq \theta \leq -360^\circ$ ، فأوجد ثلاثة أزواج مختلفة كل منها يمثل إحداثيين قطبيين للنقطة في كل مما يأتي:

$$(12) (-1, 330^\circ), (1, -210^\circ), (-1, -30^\circ)$$

$$(13) (2, 120^\circ), (2, -240^\circ), (-2, -60^\circ)$$

$$(14) \left(4, \frac{5\pi}{6}\right), \left(-4, \frac{11\pi}{6}\right), \left(-4, \frac{-\pi}{6}\right)$$

$$(15) \left(3, \frac{5\pi}{3}\right), \left(3, \frac{-\pi}{3}\right), \left(-3, \frac{-4\pi}{3}\right)$$

$$(16) \left(5, \frac{-\pi}{6}\right), \left(-5, \frac{5\pi}{6}\right), \left(-5, \frac{-7\pi}{6}\right)$$

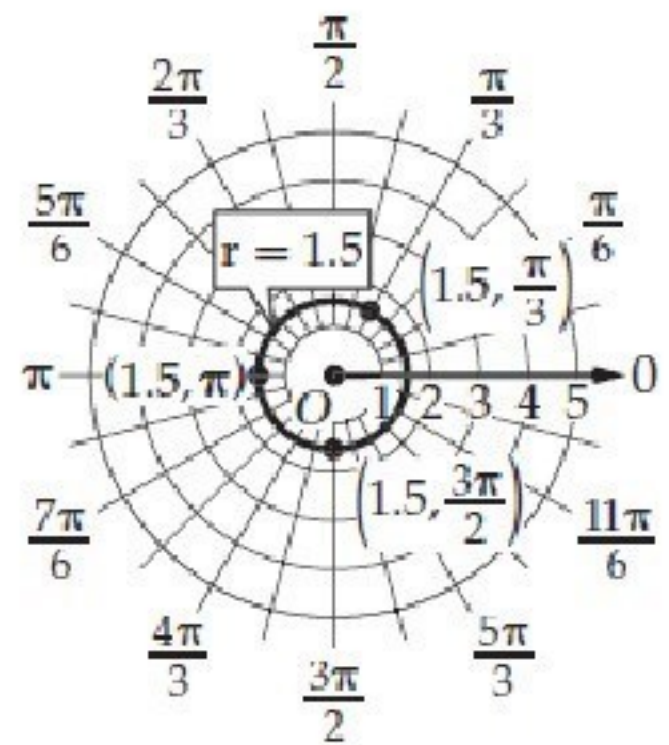
$$(17) \left(5, \frac{5\pi}{3}\right), \left(5, \frac{-\pi}{3}\right), \left(-5, \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$(18) (2, 330^\circ), (-2, 150^\circ), (-2, -210^\circ)$$

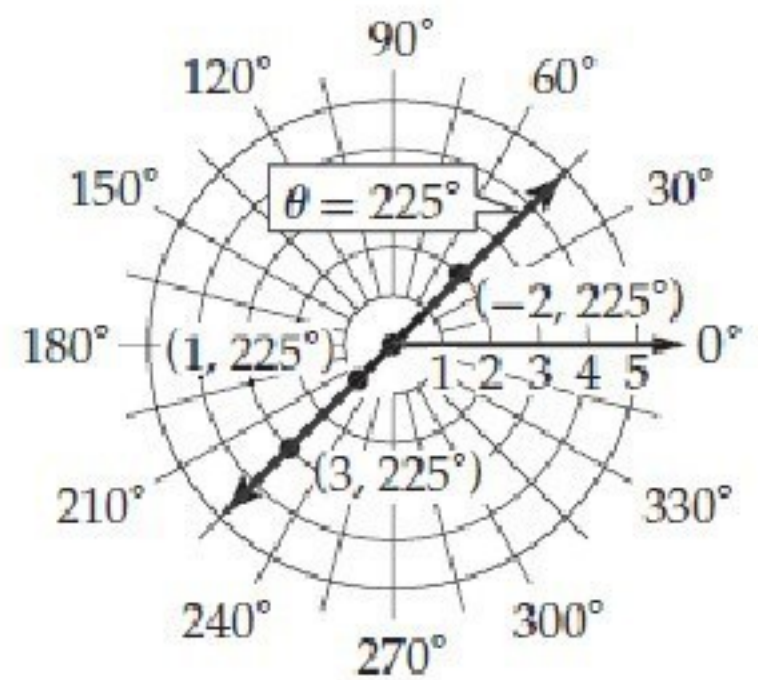
$$(19) (1, 300^\circ), (1, -60^\circ), (-1, 120^\circ)$$

مثل كل معادلة من المعادلات القطبية الآتية بيانياً:

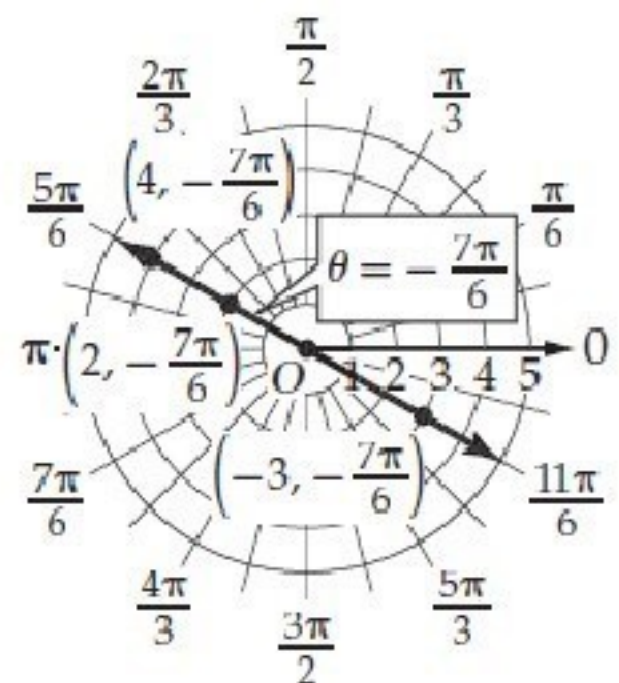
(20)



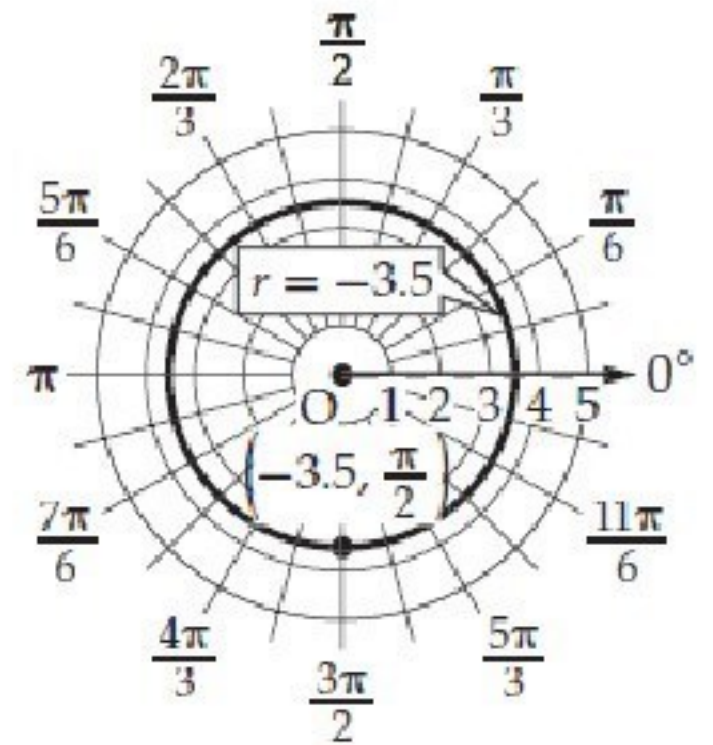
(21)



(22)



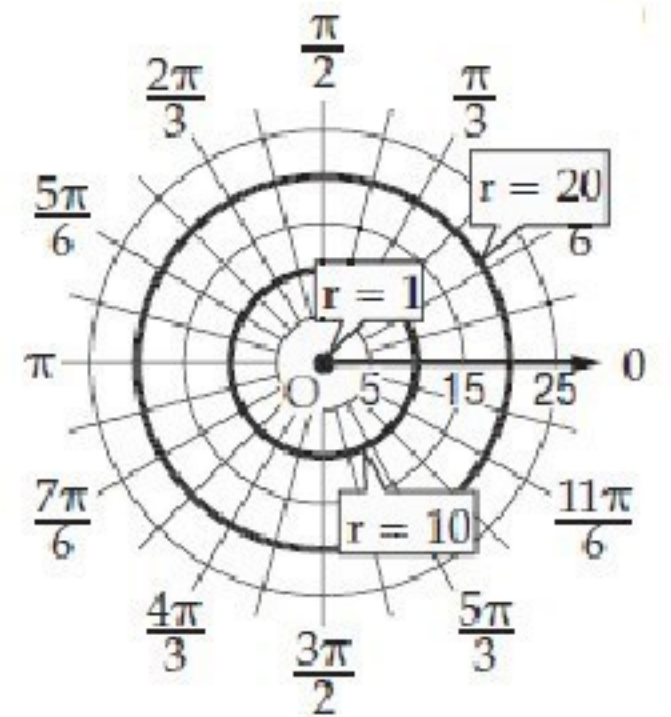
(23)



(24) القفز بالمظلات:

$r = 1, r = 10, r = 20$ (a

(b



أوجد المسافة بين كل زوج من النقاط فيما يأتي:

(25) $5.39 \approx$

(26) $10.70 \approx$

(27) $5.97 \approx$

8 (28

1 (29

3.05≈ (30

7.21≈ (31

5 (32

4.84≈ (33

6.08≈ (34

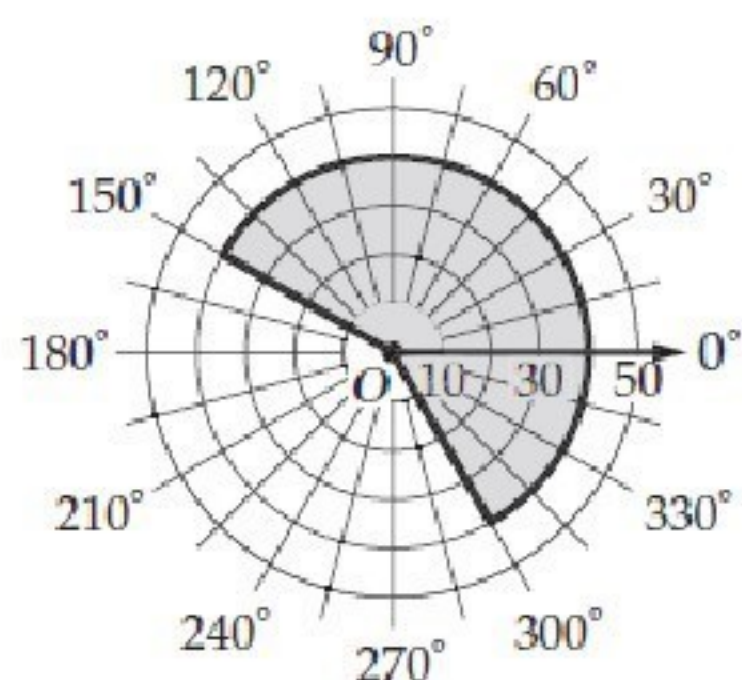
4.26≈ (35

5.35≈ (36

542.5 ft. : مساحون (37

(38) مراقبة:

(a)



(b) حوالي 2932.2 m^2

إذا كانت $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ ، فأوجد زوجاً آخر من الإحداثيات القطبية لكل نقطة مما يأتي:

(39) $(-5, 60^\circ)$

(40) $\left(-2.5, \frac{\pi}{2}\right)$

(41) $\left(4, \frac{3\pi}{4}\right)$

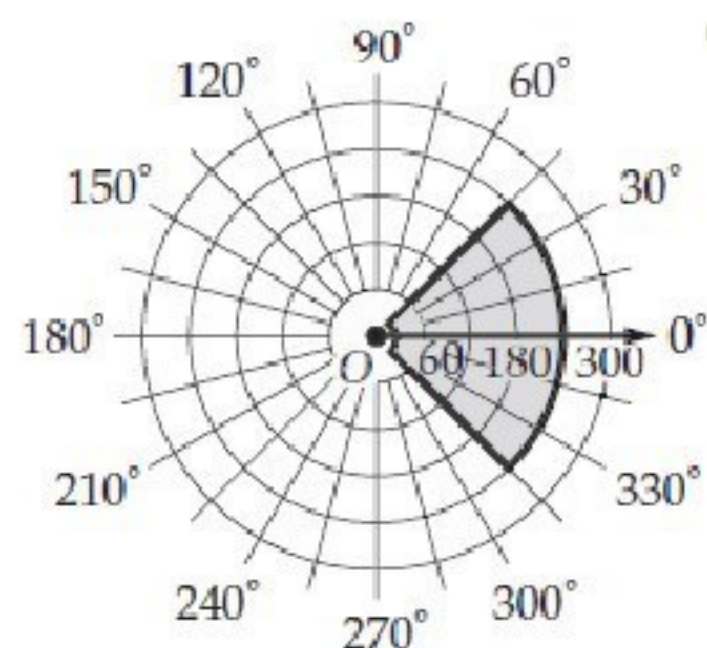
(42) $(1.25, 160^\circ)$

(43) $\left(1, \frac{3\pi}{8}\right)$

(44) $(6, 160^\circ)$

(45) **مسرح:**

(a)



(b) 8906 مقاعد تقريباً

(46) **أمن:** 10 ft. تقريباً

أوجد الإحداثي المجهول الذي يحقق الشروط المعطاة في كل مما يأتي:

$$(47) \quad r = -1.40 \text{ أو } r = 6$$

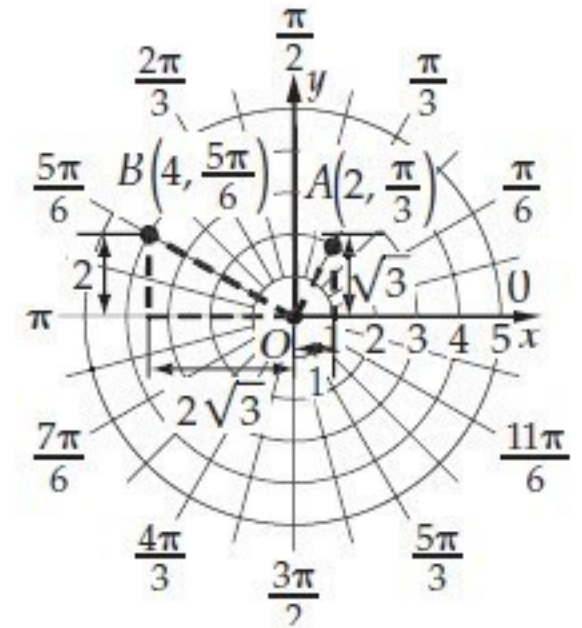
$$(48) \quad \theta \approx 174.46^\circ \text{ أو } \theta \approx 75.5^\circ$$

$$(49) \quad \theta \approx \frac{5\pi}{18}$$

$$(50) \quad r \approx 1 \text{ أو } r \approx 5.13$$

(51) تمثيلات متعددة:

(a)

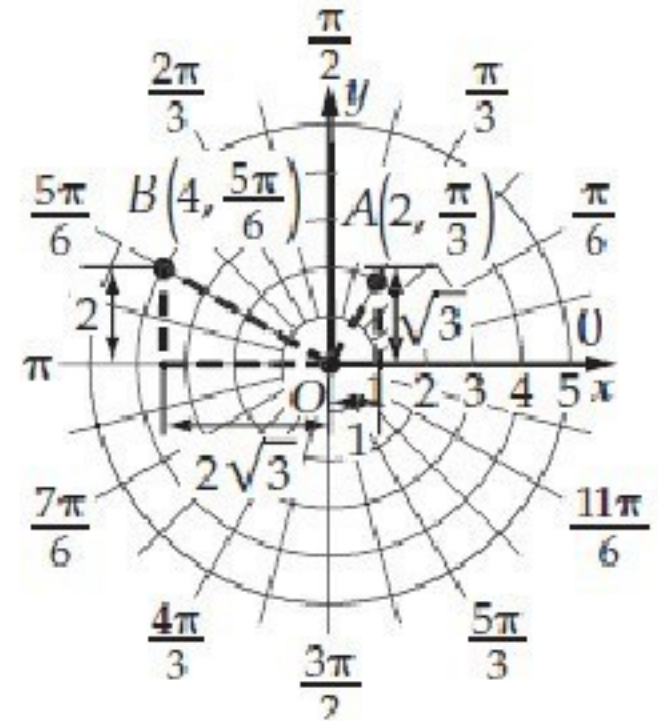


(b)

$$x = r \cos \frac{\pi}{3} = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

$$y = r \sin \frac{\pi}{3} = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

(c)



(d) يمثل طول الضلعين الأفقي والرأسي القيمة المطلقة للإحداثيين x, y على الترتيب.

(e) إذا كانت إحداثيات النقطة القطبية (r, θ) ، فإن إحداثياتها الديكارتية هي $(r \cos \theta, r \sin \theta)$

اكتب المعادلة لكل تمثيل قطبي مما يأتي:

(52) إجابة ممكنة: $\theta = \underline{\pi}$

12

(53) $r = 2.5$ أو $r = -2.5$

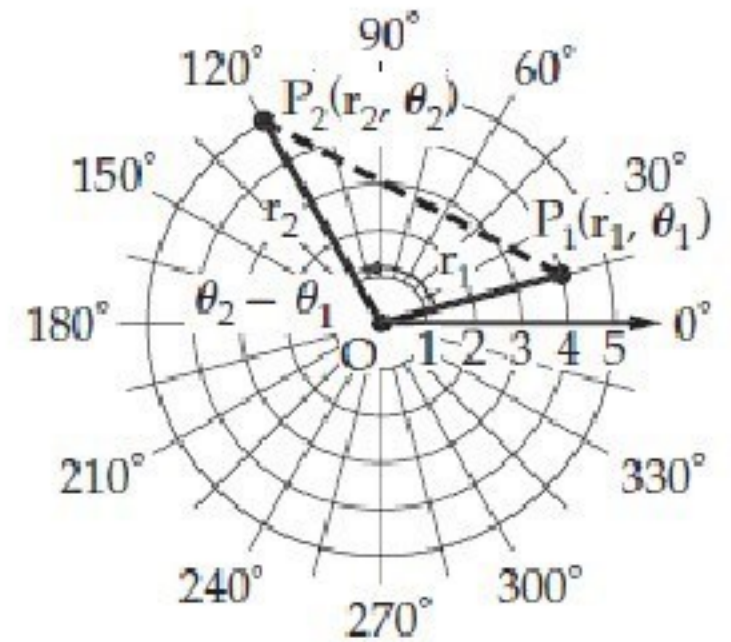
مسائل مهارات التفكير العليا:

(54) إجابة ممكنة: تحتوي صيغة المسافة على عمليتي ضرب قيم r وجمعها، وكلتا العمليتين إبدالية. والدالة $\cos \theta$ دالة زوجية. لذا، $\cos(-\theta) = \cos \theta$ ، ومنه

$$\cos(\theta_1 - \theta_2) = \cos(\theta_2 - \theta_1)$$

(55) $(5, 233^\circ)$ تقريباً

(56)



في المثلث الذي رؤوسه P_1 , P_2 والقطب، ضلعان معلومان وزاوية محصورة بينهما؛ لذا وباستعمال قانون جيب التمام، فإن:

$$(P_1P_2)^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) \text{ أو}$$

$$P_1P_2 = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos(\theta_2 - \theta_1)}$$

(57) عندما $(\theta_2 - \theta_1) = \frac{\pi}{2}$ ، فإن $\cos \frac{\pi}{2} = 0$ ، وعليه فإن تبسيط قانون المسافة القطبية

يعطي $\sqrt{r_1^2 + r_2^2}$. وهذه النتيجة تكافئ نظرية فيثاغورس، حيث تمثل القطعة المستقيمة

الواصلة بين النقطتين وتر المثلث القائم الذي رؤوسه هاتان النقطتان ونقطة الأصل.

(58) سعيد؛ إجابة ممكنة: عين علي نقطة على المحور القطبي ورسم منها قطعة مستقيمة رأسية طولها 5 وحدات، بينما كان عليه تعيين نقطة تبعد 5 وحدات عن القطب على ضلع الانتهاء للزاوية.

(59) في الإحداثيات القطبية، لا يؤخذ ارتفاع الطائرة في الحساب لتحديد موقعها بشكل دقيق.

مراجعة تراكمية

أوجد حاصل الضرب الداخلي للمتجهين u, v ، ثم حدد ما إذا كان u, v متعامدين، لكل مما يأتي:

(60) 3 -؛ ليسا متعامدين

(61) 0؛ متعامدان

(62) 14 -؛ ليسا متعامدين

إذا كان $a = (-4, 3, -2)$ ، $b = (2, 5, 1)$ ، $c = (3, -6, 5)$ ، فأوجد كلا مما يأتي:

(63) $(16, -29, 36)$

(64) $(1, 44, -17)$

أوجد الزاوية θ بين المتجهين u, v لكل مما يأتي:

(65) 133.9°

(66) 144.3°

(67) 61.45°

أوجد إحداثيات مركز وطول نصف قطر كل من الدوائر الآتية:

68) المركز $(0, 1)$ ، ونصف القطر 3

69) المركز $(-1, 0)$ ، ونصف القطر 4

70) المركز $(0, 0)$ ، ونصف القطر 1

تدريب على اختبار:

A (71

B (72

الصورة القطبية والصورة الديكارتية للمعادلات

2-2

تحقق

(1A) $(3, 3\sqrt{3})$ أو $(3, 5.20)$ تقريباً

(1B) $(2.5, 2.5\sqrt{3})$ أو $(2.5, 4.33)$ تقريباً

(1C) $\left(-\frac{3\sqrt{2}}{2}, -\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$ أو $(-2.1, -2.1)$ تقريباً

(2A) تقريباً $(12.8, 4.04)$, تقريباً $(12.8, 0.90)$

(2B) تقريباً $(-9.85, 6.70)$, تقريباً $(9.85, 3.56)$

(3) صيد الأسماك:

(A) $(-3.44, 4.91)$ تقريباً

(B) $(6.32, 108^\circ)$ تقريباً

$$r = 6 \sin \theta \quad (4A)$$

$$r^2 = \sec 2\theta \quad (4B)$$

$$x^2 + y^2 = 9, \text{ دائرة} \quad (5A)$$

$$y = \sqrt{3}x, \text{ مستقيم} \quad (5B)$$

$$x^2 + y^2 - 3x = 0, \text{ دائرة} \quad (5C)$$

تدرب وحل المسائل:



حول الإحداثيات القطبية إلى إحداثيات ديكارتية لكل نقطة مما يأتي:

$$(1) (\sqrt{2}, \sqrt{2})$$

$$(2) \left(0, \frac{1}{4}\right)$$

$$(3) (-2.5, -2.5\sqrt{3})$$

$$(4) (-0.86, -2.35) \text{ تقريباً}$$

$$(5) (1, \sqrt{3})$$

$$(6) \quad (-4.45, 12.22) \text{ تقريباً}$$

$$(7) \quad \left(-\frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$$

$$(8) \quad (0, 2)$$

$$(9) \quad (-2\sqrt{3}, -2)$$

$$(10) \quad \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

أوجد زوجين مختلفين كل منهما يمثل إحداثيين قطبيين لكل نقطة معطاة بالإحداثيات الديكارتية في كل مما يأتي:

$$(11) \quad \approx (12.21, 0.96), \approx (-12.21, 4.1)$$

$$\text{أو } \approx (12.21, 55^\circ), \approx (-12.21, 235^\circ)$$

$$(12) \quad \approx (13.6, 2.84), \approx (-13.6, 5.98)$$

$$\text{أو } \approx (13.6, 163^\circ), \approx (-13.6, 343^\circ)$$

$$(13) \quad \approx (13.42, 4.25), \approx (-13.42, 1.11)$$

$$\text{أو } \approx (13.42, 244^\circ), \approx (-13.42, 64^\circ)$$

$$(12.65, 5.03), (-12.65, 1.89) \quad (14)$$

$$\approx (12.65, 288^\circ), \approx (-12.65, 108^\circ) \quad \text{أو}$$

$$(3.61, 5.30), (-3.61, 2.16) \quad (15)$$

$$\approx (3.61, -72^\circ), \approx (-3.61, 124^\circ) \quad \text{أو}$$

$$\left(173, \frac{3\pi}{2}\right), \left(-173, \frac{\pi}{2}\right) \quad (16)$$

$$\approx (173, 270^\circ), \approx (-173, 90^\circ) \quad \text{أو}$$

$$\approx (3.16, 1.25), \approx (-3.16, 4.39) \quad (17)$$

$$\approx (3.16, 72^\circ), \approx (-3.16, 252^\circ) \quad \text{أو}$$

$$\approx (19.8, 0.75\pi), \approx (-19.8, 1.75\pi) \quad (18)$$

$$\approx (19.8, 135^\circ), \approx (-19.8, 315^\circ) \quad \text{أو}$$

$$\approx (60.54, 0.54), \approx (-60.54, 2.61) \quad (19)$$

$$\approx (60.54, 31^\circ), \approx (-60.54, 150^\circ) \quad \text{أو}$$

$$\approx (5, -0.93), \approx (-5, 2.21) \quad (20)$$

$$\approx (5, 53^\circ), \approx (-5, 127^\circ) \quad \text{أو}$$

$$\approx \left(1.41, -\frac{\pi}{4}\right), \approx \left(-1.41, \frac{3\pi}{4}\right) \quad (21)$$

أو $\approx (1.41, -45^\circ), \approx (-1.41, 135^\circ)$

$$\approx (2.45, 0.62), \approx (-2.45, 3.76) \quad (22)$$

أو $\approx (2.45, 36^\circ), \approx (-2.45, 216^\circ)$

(23) مسافات:

(a) 1.2 mi شرقاً و 0.90 mi شمالاً

(b) (2.06, 194.04°)

اكتب كل معادلة مما يأتي على الصورة القطبية:

$$(24) \text{ مستقيم، } r = -2 \sec \theta$$

$$(25) \text{ دائرة، } r = -10 \cos \theta$$

$$(26) \text{ مستقيم، } r = -3 \csc \theta$$

$$(27) \text{ مستقيم، } r = 5 \sec \theta$$

$$(28) \text{ دائرة، } r = 4 \cos \theta$$

$$(29) \text{ دائرة، } r = -6 \sin \theta$$

$$(30) \text{ مستقيم، } \theta = \frac{\pi}{3}$$

$$(31) \text{ دائرة، } r = -2 \sin \theta$$

اكتب كل معادلة قطبية مما يأتي على الصورة الديكارتية

$$(32) \quad x^2 + y^2 - 3y = 0$$

$$(33) \quad y = -\sqrt{3}x$$

$$(34) \quad x^2 + y^2 = 100$$

$$x^2 - 4x + y^2 = 0 \quad (35)$$

$$y = 4x \quad (36)$$

$$y = 8 \quad (37)$$

$$x^2 + y^2 = 16 \quad (38)$$

$$-\frac{1}{7}x = y \quad \text{أو} \quad x = -7y \quad (39)$$

$$y = -x \quad (40)$$

$$x = 1 \quad (41)$$

$$(42) \text{ زلازل:}$$

$$x^2 + y^2 - 12.6y = 0 \quad (a)$$

اكتب كل معادلة قطبية مما يأتي على الصورة الديكارتية

$$y = 1 - x \quad \text{أو} \quad x + y = 1 \quad (43)$$

$$y = x + 10\sqrt{2} \quad \text{أو} \quad \frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{1}{2}y = -2 \quad (44)$$

$$x = -3 \quad (45)$$

$$y = \sqrt{3}x + 4 \text{ أو } \frac{\sqrt{2}}{2}y - \frac{\sqrt{2}}{2}x = 10 \quad (46)$$

$$y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{8\sqrt{3}}{3} \text{ أو } -\frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{2}y = 4 \quad (47)$$

$$y = x - 5 \text{ أو } x - y = 5 \quad (48)$$

$$\left(x - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 1 \text{ أو } x^2 + y^2 - \sqrt{3}x - y = 0 \quad (49)$$

$$x^2 + (y + 2)^2 = 4 \text{ أو } x^2 + y^2 + 4x - y = 0 \quad (50)$$

اكتب كل معادلة مما يأتي على الصورة القطبية

$$r = \frac{4}{6\cos\theta - 3\sin\theta} \quad (51)$$

$$r = \frac{12}{2\cos\theta - 5\sin\theta} \quad (52)$$

$$r = 12\cos\theta + 16\sin\theta \quad (53)$$

$$r = -6\cos\theta + 4\sin\theta \quad (54)$$

(55) جولف:

$$39\pi \text{ yd}^2 \approx 122.52 \text{ yd}^2$$

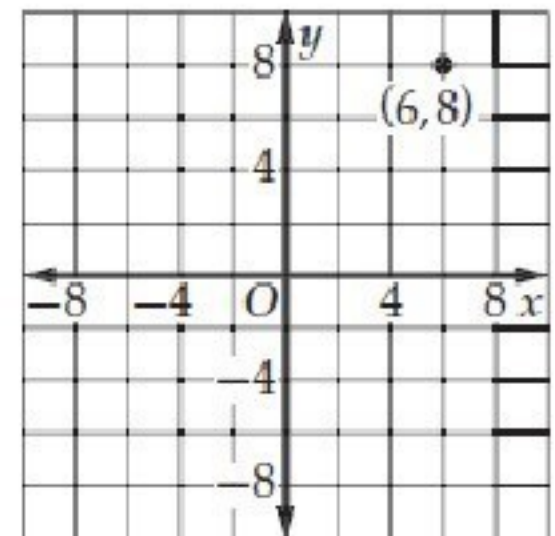
(56) عجلة دوارة:

$$x^2 + (y - 10)^2 = 100 \text{ (a)}$$

$$r = 20 \sin \theta \text{ (b)}$$

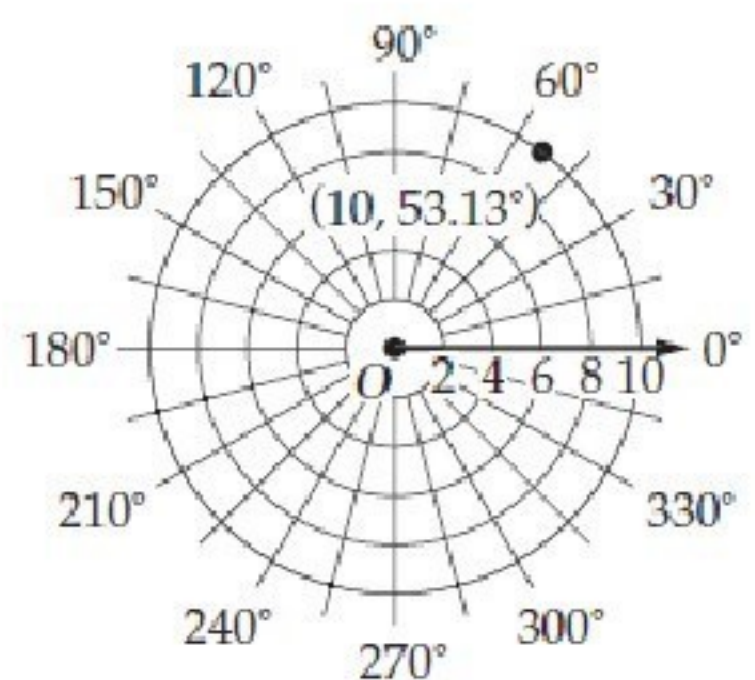
(57) تمثيلات متعددة:

(a)

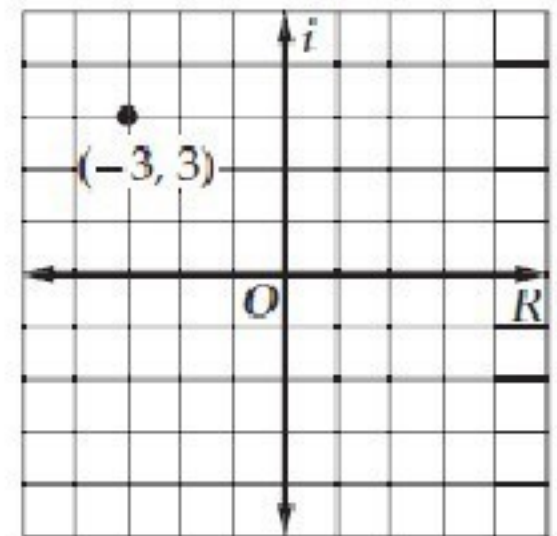


(b) $(10, 0.93)$ أو $(10, 53.13^\circ)$

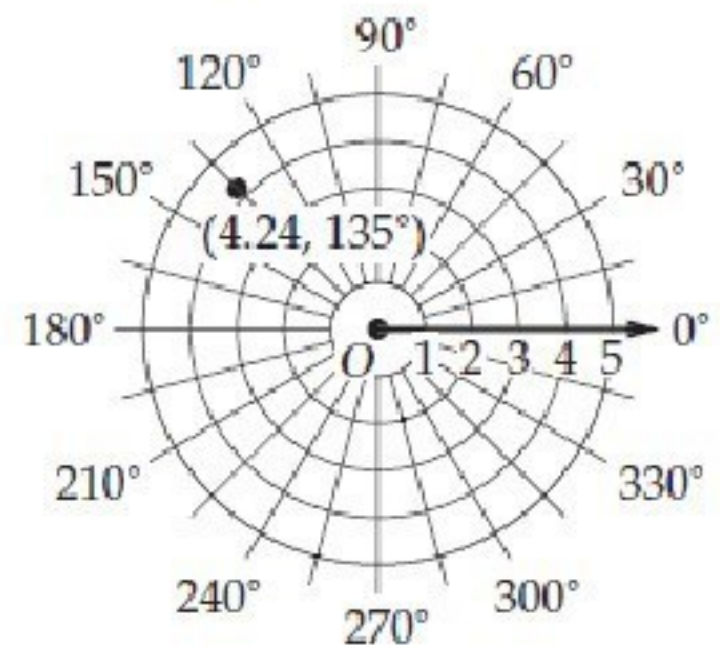
(c)



(d)



(e) $(4.24, 135^\circ)$ أو $(4.24, \frac{3\pi}{4})$



$$r = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (f)$$

$$\theta = \text{Tan}^{-1} \frac{b}{a} \text{ عندما } a \text{ موجبة،}$$

$$\theta = \text{Tan}^{-1} \frac{b}{a} + \pi \text{ عندما } a \text{ سالبة.}$$

مسائل مهارات التفكير العليا:

(58) **اكتشف الخطأ:** توفيق؛ إجابة ممكنة: استعمل توفيق التعويض الصحيح. وتمثيل معادلته يطابق المعادلة القطبية الأصلية، في حين تمثل إجابة باسل دالة الجيب، ولا تمثل الدائرة التي هي التمثيل البياني للمعادلة القطبية الأصلية.

(59) **تحذ:** $(x - a)^2 + y^2 = a^2$ ، المركز $(a, 0)$ ، نصف القطر a

(60) **اكتب:** إجابة ممكنة: تمثيل معادلات لا تمثل دوال، كمعادلات الدوائر أسهل باستعمال الصورة القطبية من استعمال الصورة الديكارتية، في حين أن تمثيل معادلات تمثل دوال كالدوال الخطية أسهل باستعمال الصورة الديكارتية.

(61) **برهان:** $x = r \cos \theta$

$$y = r \sin \theta$$

$$x = r \cos \theta$$

$$\frac{y}{\sin \theta} = r$$

$$\frac{x}{\cos \theta} = r$$

$$y \cdot \frac{1}{\sin \theta} = r$$

$$x \cdot \frac{1}{\cos \theta} = r$$

$$y \csc \theta = r$$

$$x \sec \theta = r$$

(62) **تحذ:**

$$r^2 (4 \cos^2 \theta + 3 \sin^2 \theta) + r (-8a \cos \theta + 6b \sin \theta) = 12 - 4a^2 - 3b^2$$

$$4r^2 \cos^2 \theta + 3r^2 \sin^2 \theta - 8ar \cos \theta + 6br \sin \theta = 12 - 4a^2 - 3b^2$$

$$4(r \cos \theta)^2 + 3(r \sin \theta)^2 - 8a(r \cos \theta) + 6b(r \sin \theta) = 12 - 4a^2 - 3b^2$$

$$4x^2 + 3y^2 - 8ax + 6by = 12 - 4a^2 - 3b^2$$

$$4x^2 - 8ax + 4a^2 + 3y^2 + 6by + 3b^2 = 12$$

$$4(x^2 - 2ax + a^2) + 3(y^2 + 2by + b^2) = 12$$

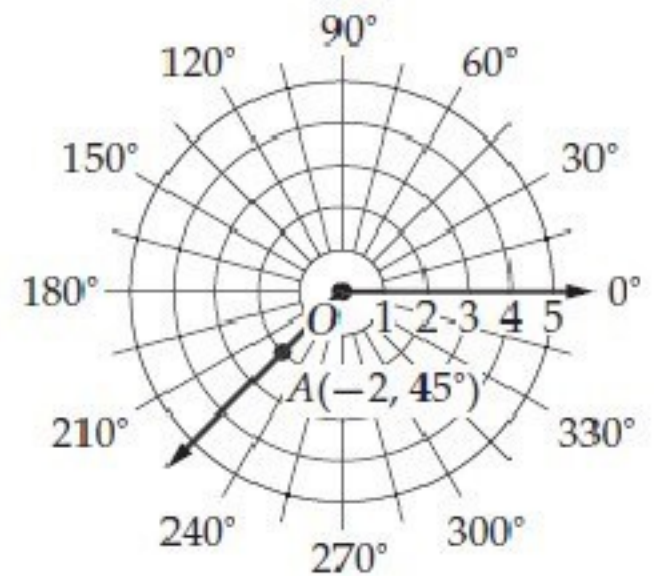
$$4(x - a)^2 + 3(y + b)^2 = 12$$

$$\frac{(x - a)^2}{3} + \frac{(y + b)^2}{4} = 1$$

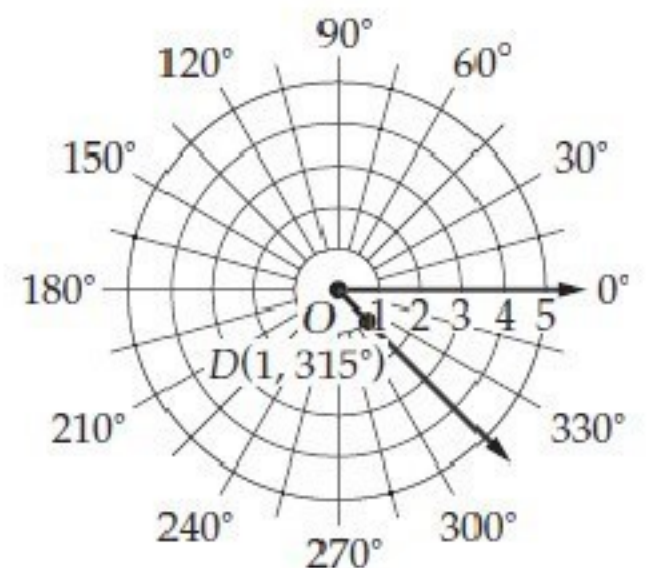
مراجعة تراكمية

مثل كل نقطة مما يأتي في المستوى القطبي:

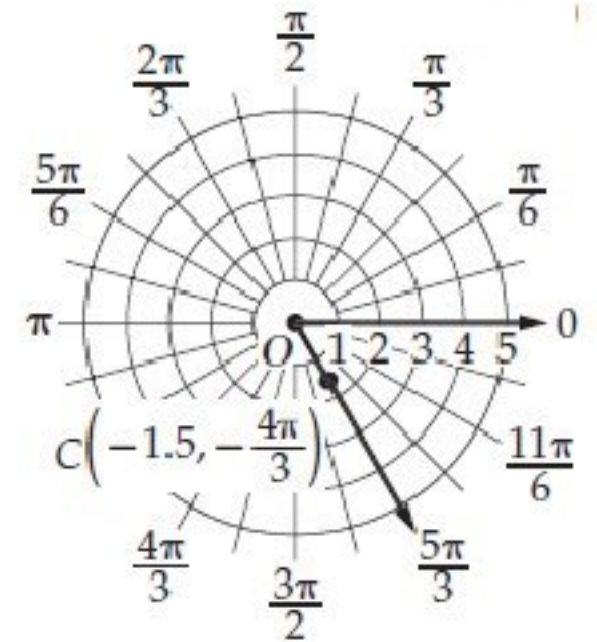
(63)



(64)



(65)



أوجد الزاوية بين المتجهين u, v في كل مما يأتي:

91.8° (66)

90° (67)

طائرات: (68)

A (11.5, 3°), B (11.5, 75°), C (11.5, 147°), (a

D (11.5, 219°), E (11.5, 291°)

13.5 ft (b)

حل كلاً من المعادلات الآتية باستعمال القانون العام:

$$\frac{7 \pm i\sqrt{11}}{2} \quad (69)$$

$$-1 \pm i\sqrt{3} \quad (70)$$

$$\frac{-3 \pm i\sqrt{71}}{8} \quad (71)$$

أوجد طول القطعة المستقيمة التي تصل بين النقطتين في كل مما يأتي، وأوجد إحداثيات نقطة منتصفها:

$$5.1; (1.5, -13, 13.5) \quad (72)$$

$$15.78; (2.5, 4, 4) \quad (73)$$

$$19.31; (2.5, -2, -3) \quad (74)$$

تدريب على اختبار:

$$A \quad (75)$$

$$A \quad (76)$$

$$C \quad (77)$$

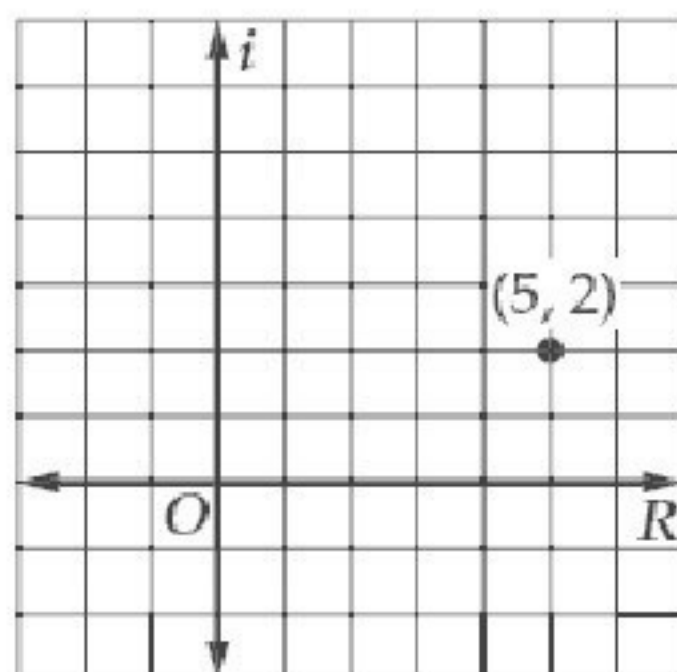
$$C \quad (78)$$

الأعداد المركبة ونظرية ديموافر

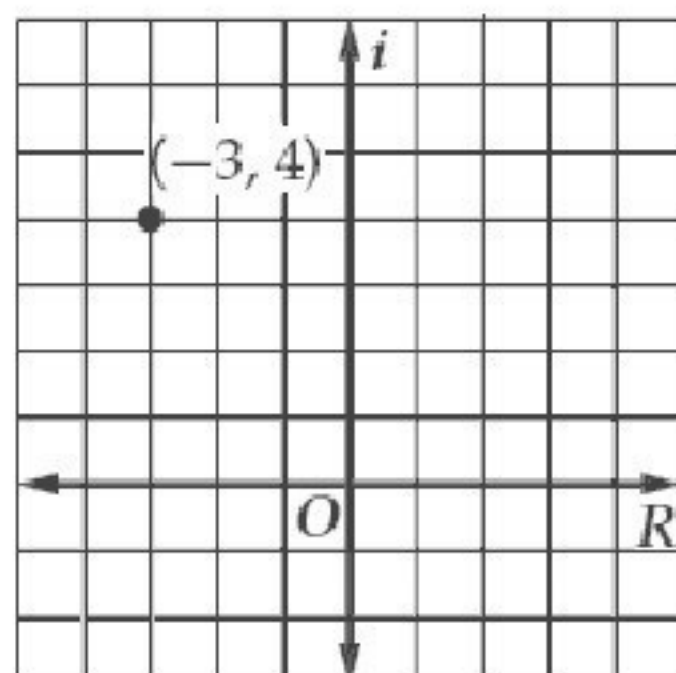
2-3

تحقق

$$\sqrt{29} \approx 5.39 \quad (1A)$$



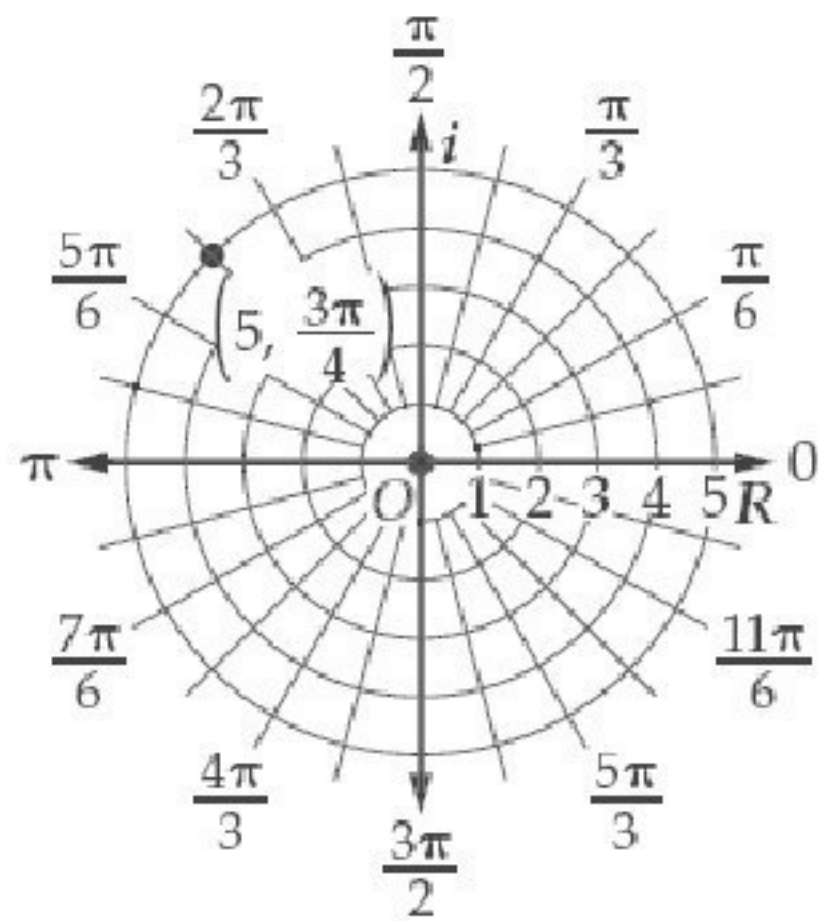
5 (1B)



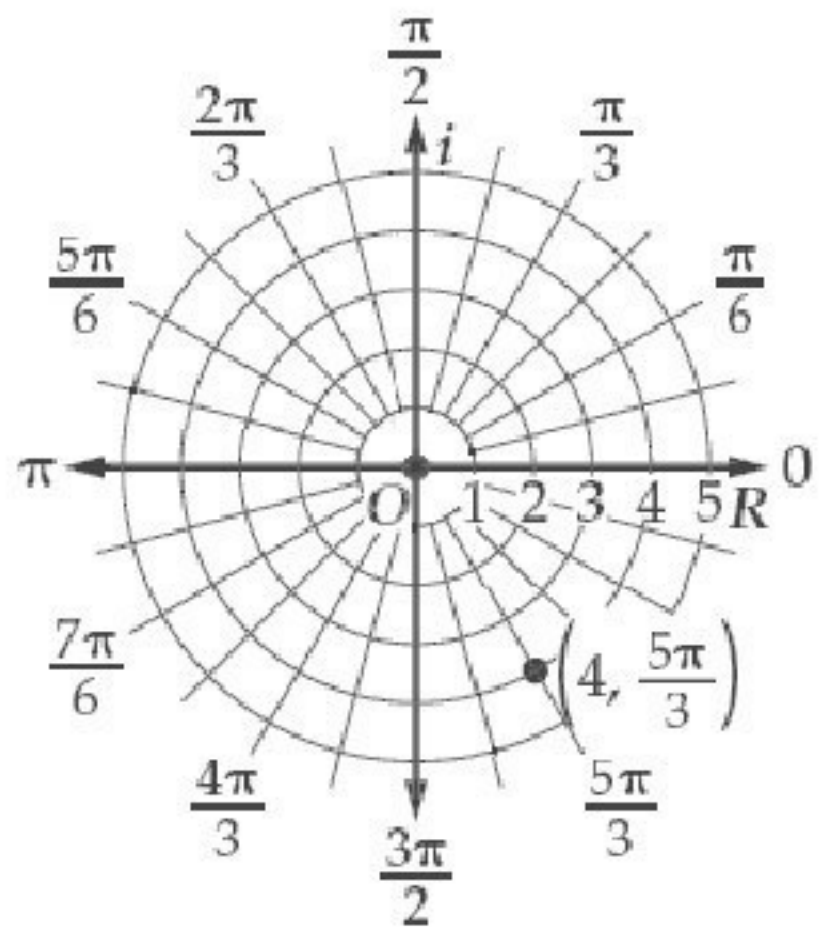
$$11.4 (\cos 0.66 + i \sin 0.66) \quad (2A)$$

$$2.83 (\cos 3.93 + i \sin 3.93) \quad (2B)$$

$$-\frac{5\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{2}i \quad (3A)$$



$$2 - 2\sqrt{3}i \quad (3B)$$



$$15\left(\cos\frac{7\pi}{12}+i\sin\frac{7\pi}{12}\right) \text{ تقريباً } , -3.88+14.49i \text{ (4A)}$$

$$15\left(\cos\frac{17\pi}{12}+i\sin\frac{17\pi}{12}\right) \text{ تقريباً } , -3.11-11.59i \text{ (4B)}$$

$$V = 120(\cos\theta + j\sin\theta) \text{ (5)}$$

$$I = (8 + 6j)(\cos\theta + j\sin\theta)$$

$$(9.6 - 7.2j) \Omega \text{ تقريباً}$$

$$-8 - 8\sqrt{3}i \text{ (6A)}$$

$$-32768 + 32768\sqrt{3}i \text{ (6B)}$$

$$\approx 1.37 + 0.37i, -1 + i, \approx -0.37 - 1.37i \text{ (7A)}$$

$$2, -1 + \sqrt{3}i, -1 - \sqrt{3}i \text{ (7B)}$$

$$1, -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \text{ (8A)}$$

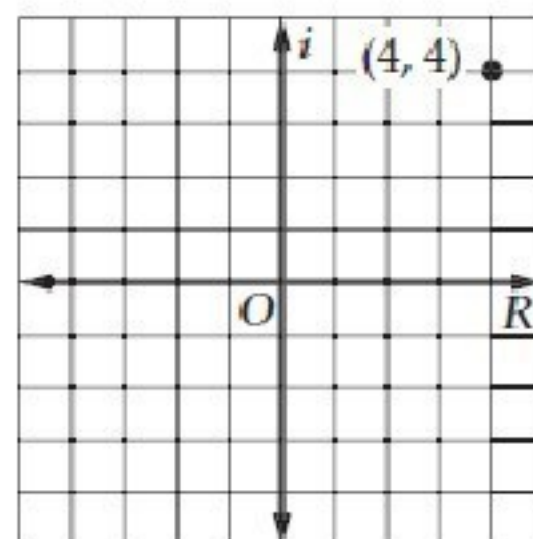
$$1, \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, -1, -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \text{ (8B)}$$

تدرب وحل المسائل:

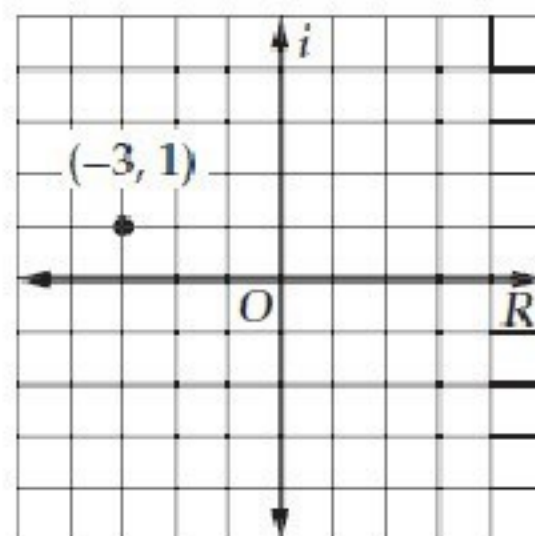


مثل كل عدد مما يأتي في المستوى المركب، وأوجد قيمته المطلقة:

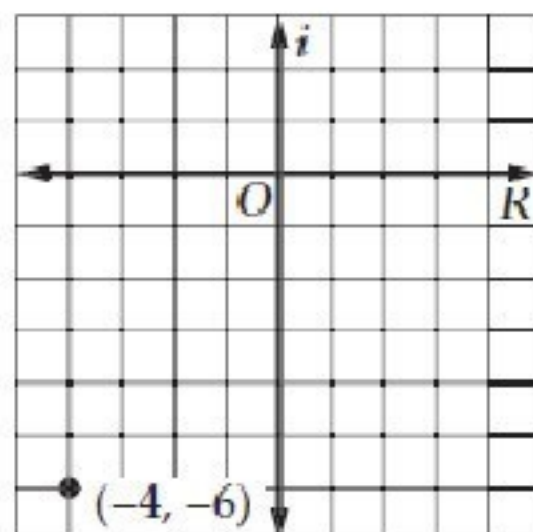
(1) ≈ 5.66



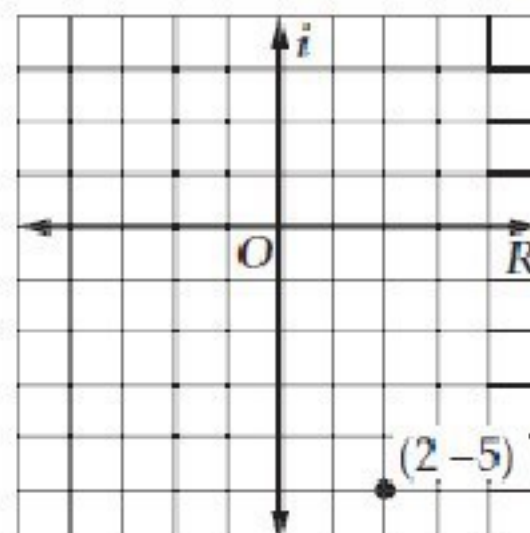
(2) ≈ 3.16



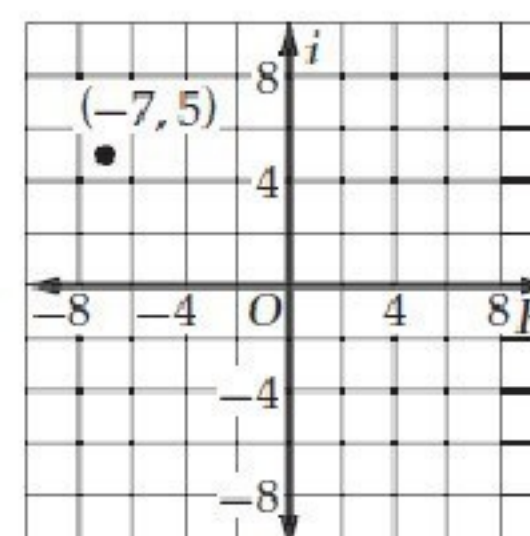
(3) ≈ 7.21



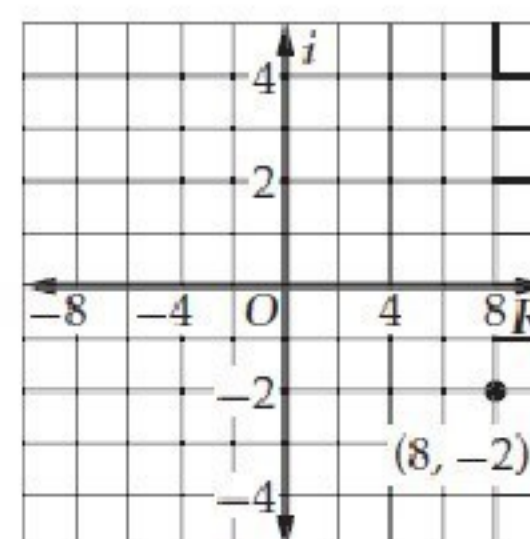
≈ 5.39 (4)



≈ 8.60 (5)

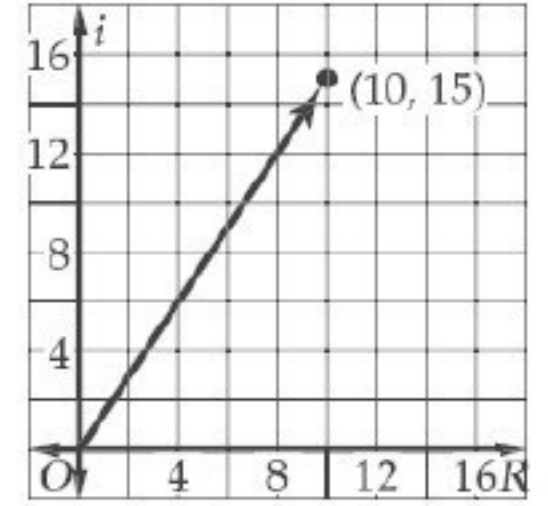


≈ 8.25 (6)



(7) متجهات:

(a)



(b) طوله 18.03 N، اتجاهه محدد بالزاوية 56.31°

عبر عن كل عدد مركب مما يأتي بالصورة القطبية:

$$4\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i \sin\frac{\pi}{4}\right) \quad (8)$$

$$\approx \sqrt{5}(\cos 2.68 + i \sin 2.68) \quad (9)$$

$$\approx 3\sqrt{2}(\cos(-0.34) + i \sin(-0.34)) \quad (10)$$

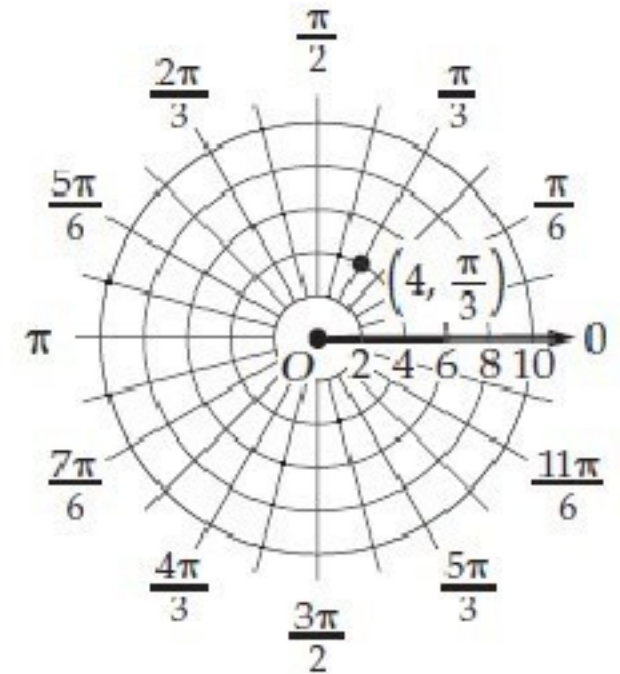
$$2\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right) \quad (11)$$

$$\approx \sqrt{41}(\cos 0.9 + i \sin 0.9) \quad (12)$$

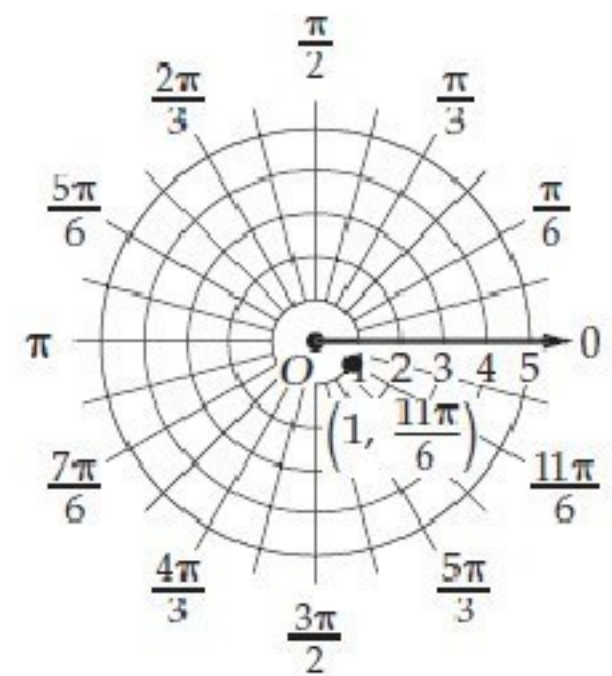
$$2\left(\cos\frac{4\pi}{3} + i \sin\frac{4\pi}{3}\right) \quad (13)$$

مثل كل عدد مركب مما يأتي في المستوى القطبي، ثم عبر عنه بالصورة الديكارتية:

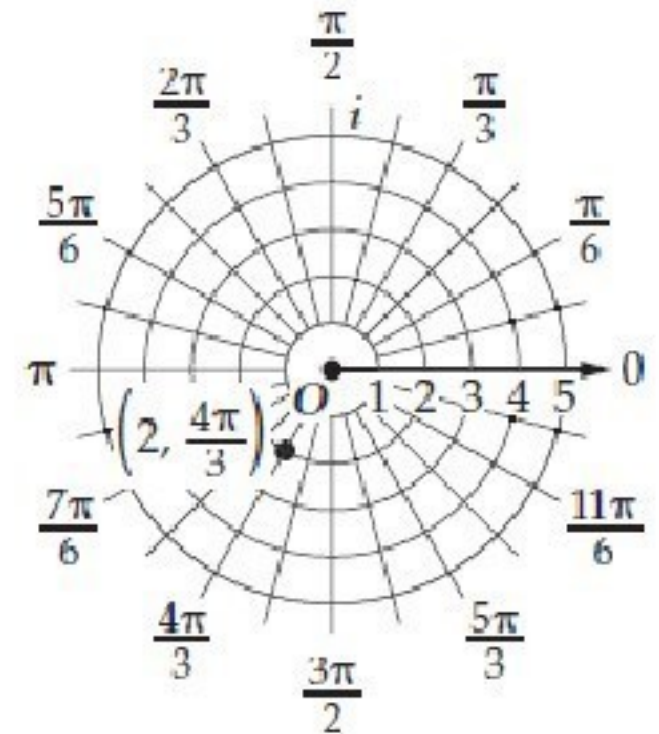
$$2 + 2\sqrt{3}i \quad (14)$$



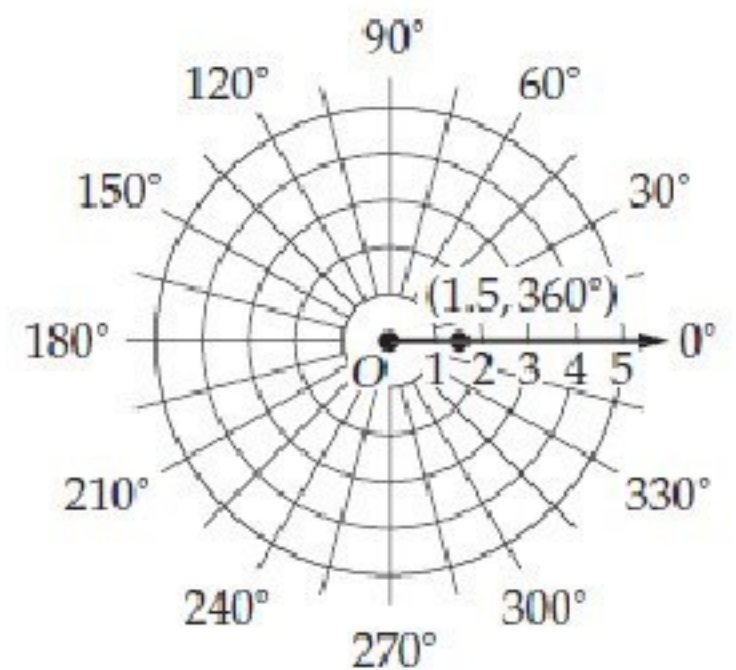
$$\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i \quad (15)$$



$$-1 - \sqrt{3}i \quad (16)$$



$$\frac{3}{2} \quad (17)$$



أوجد الناتج في كل مما يأتي على الصورة القطبية. ثم عبر عنه بالصورة الديكارتية:

$$24 \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right), -12\sqrt{2} + 12\sqrt{2}i \quad (18)$$

$$10(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ), -10 \quad (19)$$

$$6 \left[\cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(\frac{3\pi}{4} \right) \right], 3\sqrt{2} - 3\sqrt{2}i \quad (20)$$

$$4(\cos 360^\circ + i \sin 360^\circ), 4 \quad (21)$$

$$\frac{3}{4} \left[\cos \left(-\frac{\pi}{2} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{2} \right) \right], -\frac{3}{4}i \quad (22)$$

$$2 \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right), -\sqrt{2} + \sqrt{2}i \quad (23)$$

$$3 \left(\cos 210^\circ + i \sin 210^\circ \right), -\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i \quad (24)$$

$$3 \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right), 3i \quad (25)$$

$$10 \left(\cos 315^\circ + i \sin 315^\circ \right), 5\sqrt{2} - 5\sqrt{2}i \quad (26)$$

$$\frac{1}{6} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right), \frac{\sqrt{3}}{12} + \frac{1}{12}i \quad (27)$$

أوجد الناتج لكل مما يأتي بالصورة القطبية، ثم عبر عنه بالصورة الديكارتية:

$$4096 \quad (28)$$

$$256 \quad (29)$$

$$-0.03 - 0.07i \quad (30)$$

$$-16 \quad (31)$$

أوجد جميع الجذور المطلوبة للعدد المركب في كل مما يأتي:

$$\approx 0.97 + 0.26i, \approx 0.26 + 0.97i, \approx -0.71 + 0.71i \quad (32)$$
$$\approx -0.97 - 0.26i, \approx -0.26 - 0.97i, \approx 0.71 - 0.71i$$

$$\approx 0.22 + 1.67i, \approx -1.67 + 0.22i \quad (33)$$
$$\approx -0.22 - 1.67i, \approx 1.67 - 0.22i$$

$$-1 + 2i, 1 - 2i \quad (34)$$

$$1, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}i, -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, -1, -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \quad (35) \text{ تصميم:}$$

$$(36) \text{ كهرباء:}$$

$$3.11 + 3.92j, 7.37 + 3.12j \quad (a)$$

$$(10.48 + 7.04j) \Omega \quad (b)$$

$$\approx 12.63 (\cos 0.59 + j \sin 0.59) \Omega \quad (c)$$

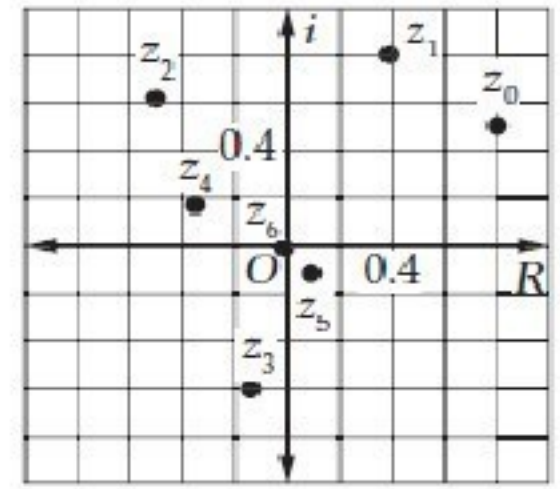
$$(37) \text{ انماط:}$$

$$z_1 \approx 0.39 + 0.8i, z_2 \approx -0.49 + 0.62i \quad (a)$$

$$z_3 \approx -0.14 - 0.61i, z_4 \approx -0.35 + 0.17i$$

$$z_5 \approx 0.09 - 0.12i, z_6 \approx -0.0063 - 0.0216i$$

(b)



(c) إجابة ممكنة: عند تطبيق $f(z) = z^2$ ، في كل مرة، فإن العدد المركب الناتج يقترب من نقطة الأصل وتقترب قيمته المطلقة من الصفر. لذا Z_{100} تقع قريبة جداً من نقطة الأصل

(38) إجابة ممكنة: أوجد الصورة القطبية للجزر $(-1-i)$ فستكون

$$\sqrt{2} \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right)$$

$$\left[\sqrt{2} \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right) \right]^4 \text{ ثم أوجد}$$

تحصل على العدد المركب z ، ثم أوجد جذوره الأخرى، وتكون الإجابة النهائية هي:

$$-4 ; 1+i, -1+i, -1-i, 1-i$$

حل كلا من المعادلات الآتية باستعمال صيغة الجذور المختلفة:

$$(39) \quad \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i, -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i, -i$$

$$(40) \quad 2.77 + 1.15i, -1.15 + 2.77i$$

$$\approx -2.77 - 1.15i, 1.15 - 2.77i$$

$$(41) \quad 0.79 + 0.79i, -1.08 + 0.29i, 0.29 - 1.08i$$

مسائل مهارات التفكير العليا:

(42) **اكتشف الخطأ:** باسم؛ إجابة ممكنة: لقد قام أحمد بتحويل العدد المركب إلى الصورة القطبية فقط؛ لذا عليه استعمال نظرية ديموافر لحساب القوة الخامسة.

تحذ:

(43)

$$3\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right), 3\left(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}\right), 3\left(\cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2}\right), 27i$$

(44)

$$2\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right), 2\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right), \\ 2\left(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4}\right), 2\left(\cos\frac{7\pi}{4} + i\sin\frac{7\pi}{4}\right), -16$$

(45) **برهان:**

$$\begin{aligned} \frac{z_1}{z_2} &= \frac{r_1(\cos\theta_1 + i\sin\theta_1)}{r_2(\cos\theta_2 + i\sin\theta_2)} \\ &= \frac{r_1}{r_2} \left(\frac{\cos\theta_1 + i\sin\theta_1}{\cos\theta_2 + i\sin\theta_2} \right) \\ &= \frac{r_1}{r_2} \left(\frac{\cos\theta_1 + i\sin\theta_1}{\cos\theta_2 + i\sin\theta_2} \right) \cdot \left(\frac{\cos\theta_2 - i\sin\theta_2}{\cos\theta_2 - i\sin\theta_2} \right) \\ &= \frac{r_1}{r_2} \end{aligned}$$

$$\left(\frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2 - i \sin \theta_2 \cos \theta_1 + i \sin \theta_1 \cos \theta_2 - i^2 \sin \theta_1 \sin \theta_2}{\cos^2 \theta_2 - i \sin \theta_2 \cos \theta_2 + i \sin \theta_2 \cos \theta_2 - i^2 \sin^2 \theta_2} \right) = \frac{r_1}{r_2}$$

$$\left(\frac{\cos \theta_1 \cos \theta_2 - i \sin \theta_2 \cos \theta_1 + i \sin \theta_1 \cos \theta_2 - i^2 \sin \theta_1 \sin \theta_2}{\cos^2 \theta_2 + \sin^2 \theta_2} \right)$$

$$\frac{r_1}{r_2} (\cos \theta_1 \cos \theta_2 - i \sin \theta_2 \cos \theta_1 + i \sin \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2)$$

$$\frac{r_1}{r_2} [(\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2) + i (\sin \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_2 \cos \theta_1)]$$

$$\frac{r_1}{r_2} [\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2)]$$

$$(46) \text{ **تحد:** } \cos 3\theta = 4\cos^3 \theta - 3\cos \theta$$

(47) **اكتب:**

(1) اكتب الصيغة العامة للجذور النونية للعدد المركب وهي:

$$r^{\frac{1}{n}} \left(\cos \frac{\theta + 2k\pi}{n} + i \sin \frac{\theta + 2k\pi}{n} \right)$$

حيث $k = 0, 1, 2, \dots, n-1$

(2) عوّض عن n بالقيمة المطلوبة، إذا أردت إيجاد الجذور الرباعية ($n = 4$) وإذا أردت إيجاد

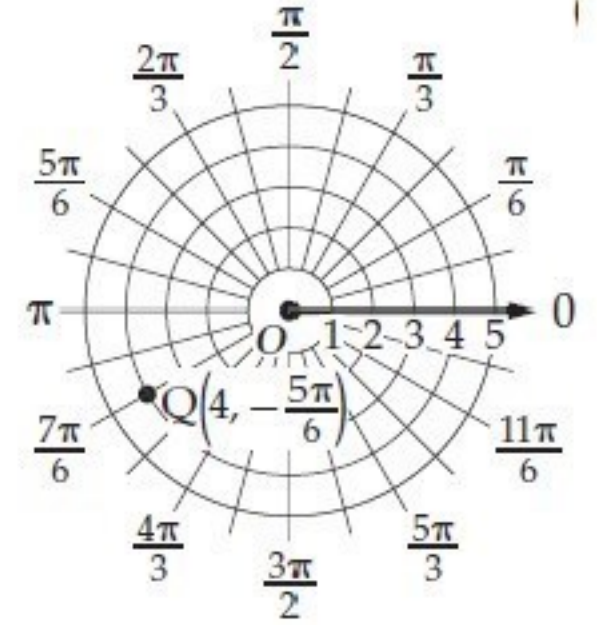
الجذور الخماسية ($n = 5$) ، وهكذا.

(3) افترض أن $k = 0$ ، وعوض في الصيغة العامة؛ لإيجاد الجذر الأول، ثم افترض أن $k = 1$ ، وعوّض لإيجاد الجذر الثاني، وهكذا حتى تصل إلى $n - 1$ ، فتحصل على جميع الجذور المطلوبة.

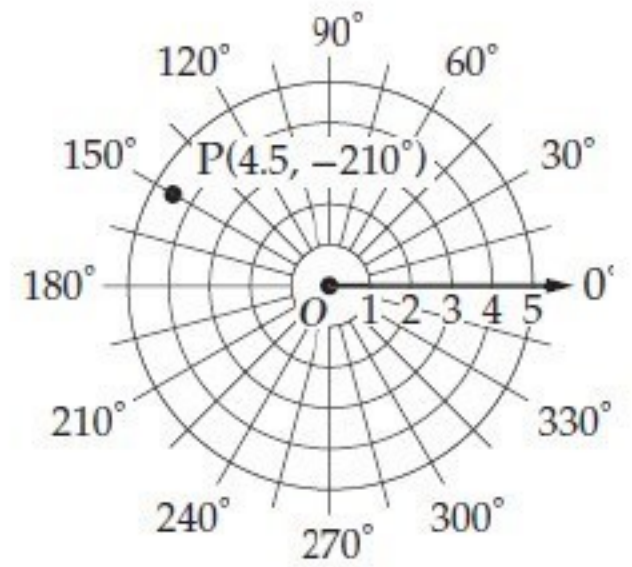
مراجعة تراكمية

مثل كل نقطة مما يأتي في المستوى القطبي:

(48)



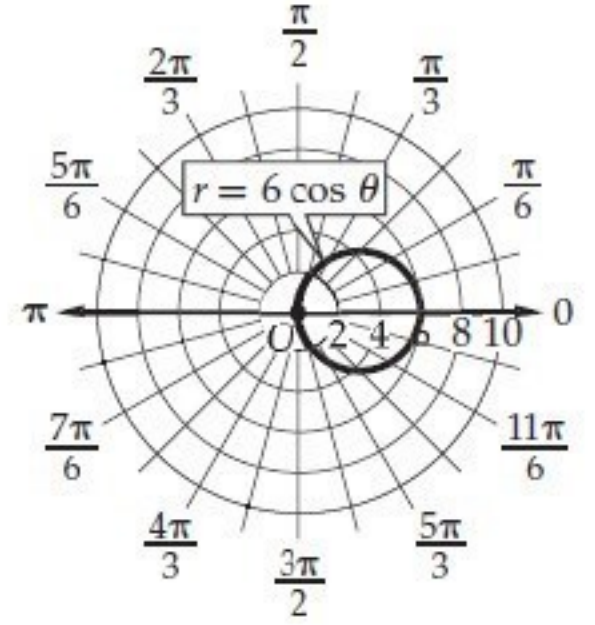
(49)



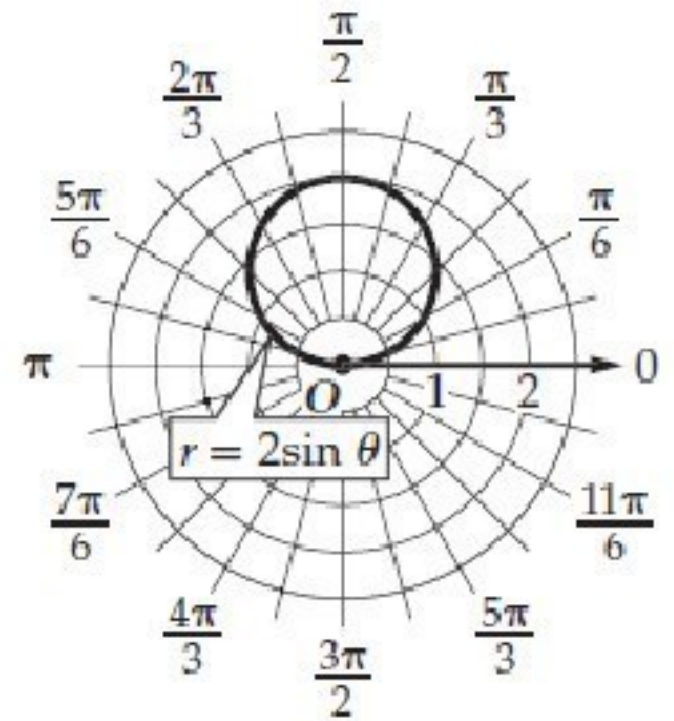
حدد شكل التمثيل البياني لكل معادلة ديكارتية مما يأتي، ثم اكتب المعادلة على الصورة القطبية،

وعزز إجابتك بتمثيلها في المستوى القطبي:

(50) دائرة، $r = 6 \cos \theta$



(51) دائرة، $r = 2 \sin \theta$



أوجد المسافة بين كل زوج من النقاط مما يأتي:

$$\approx \sqrt{29} \quad (52)$$

$$\approx 4.84 \quad (53)$$

حول الإحداثيات القطبية لكل مما يأتي إلى إحداثيات ديكارتية:

$$\left(\frac{5}{2}, \frac{5\sqrt{3}}{2} \right) \quad (54)$$

$$(-2\sqrt{3}, -2) \quad (55)$$

تدريب على اختبار:

A (56

C (57

A (58

دليل الدراسة والمراجعة

اختبر مفرداتك:

اختر المفردة المناسبة من القائمة أعلاه لإكمال كل جملة مما يأتي:

(1) التمثيل القطبي

(2) المستوى المركب أو مستوى أرجاند

(3) نظام الإحداثيات القطبية

(4) السعة

(5) القطب

(6) المقياس

(7) مستوى أرجاند

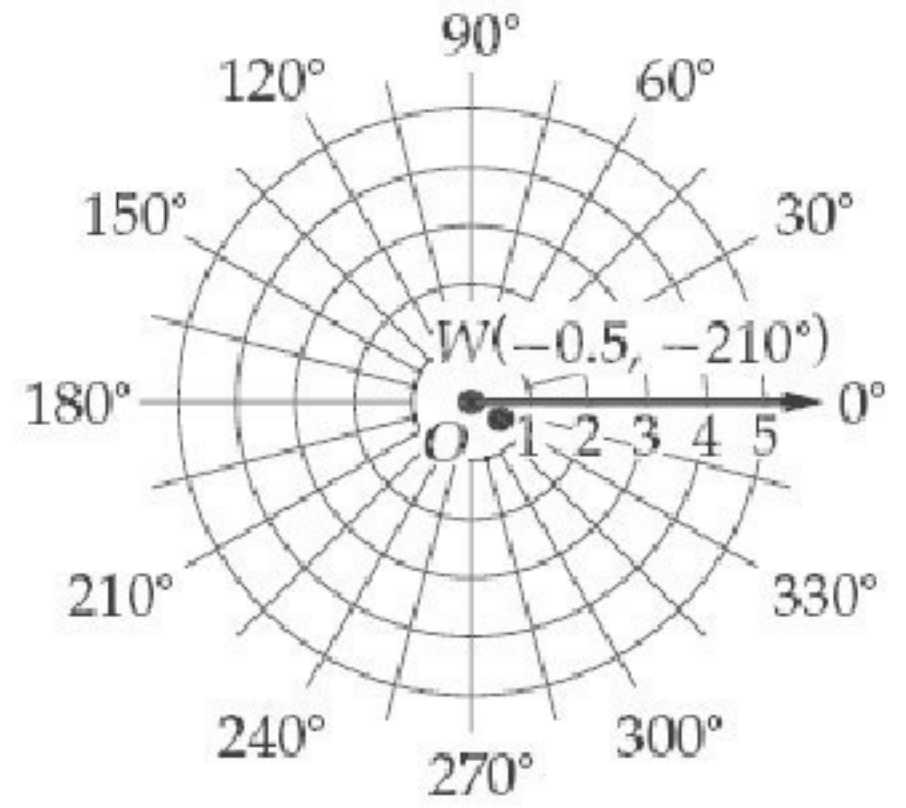
(8) المحور القطبي

مراجعة الدروس:

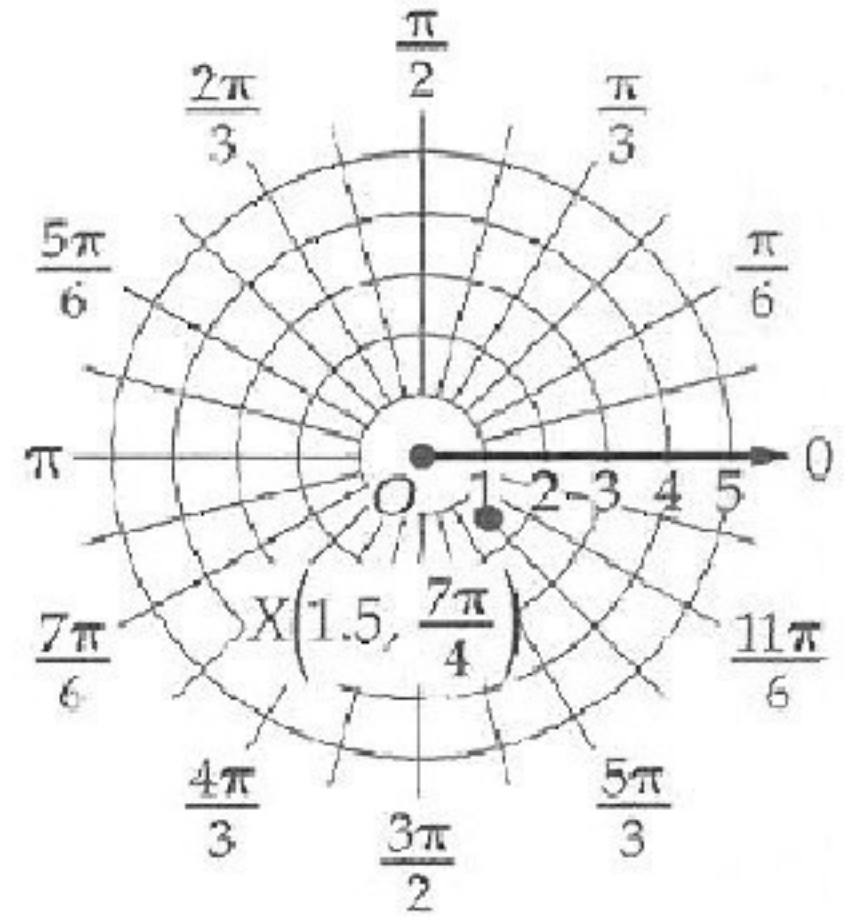
1-2: الإحداثيات القطبية:

مثل كل نقطة مما يأتي في المستوى القطبي:

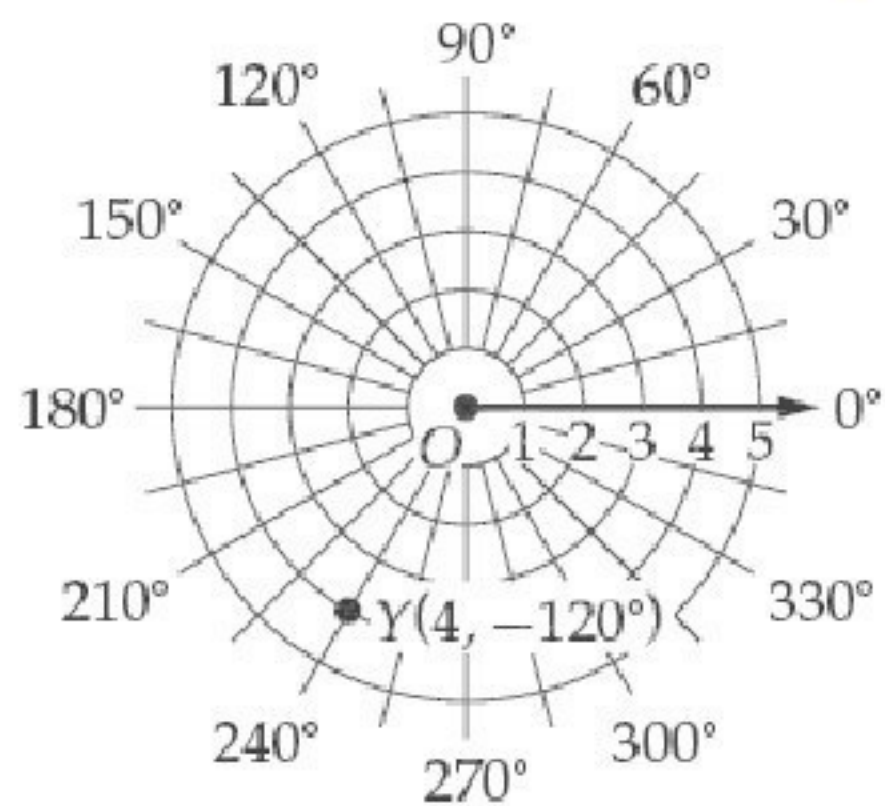
(9)



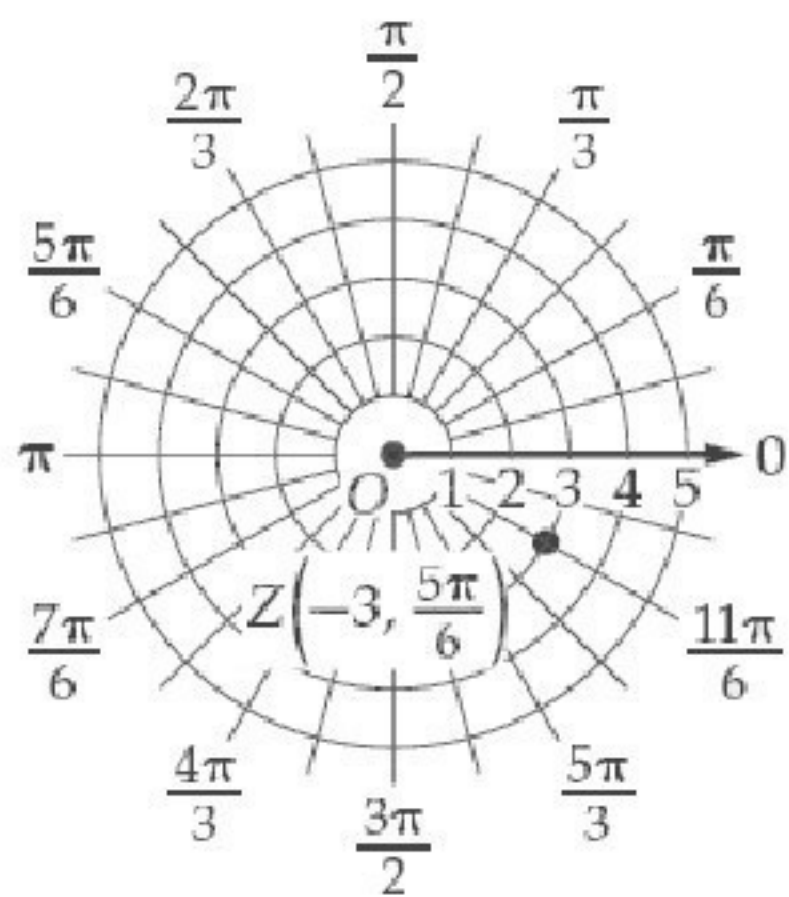
(10)



(11)

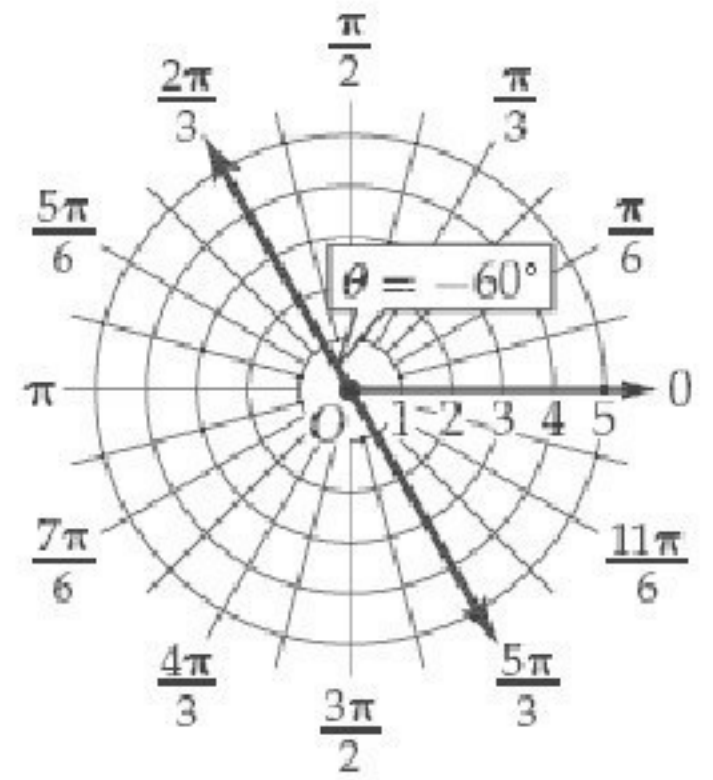


(12)

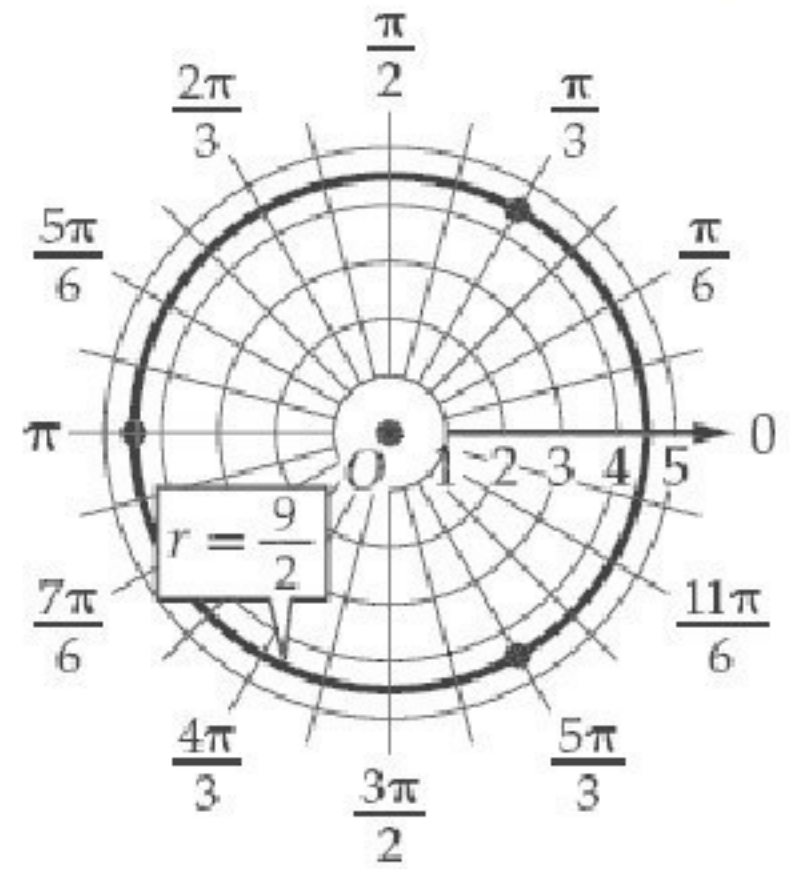


مثل كل معادلة من المعادلات القطبية الآتية بيانياً:

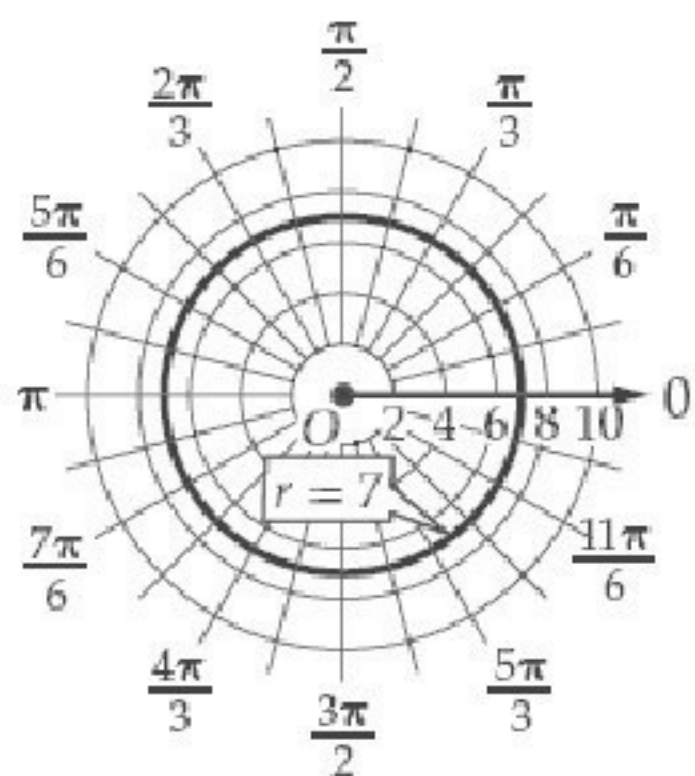
(13)



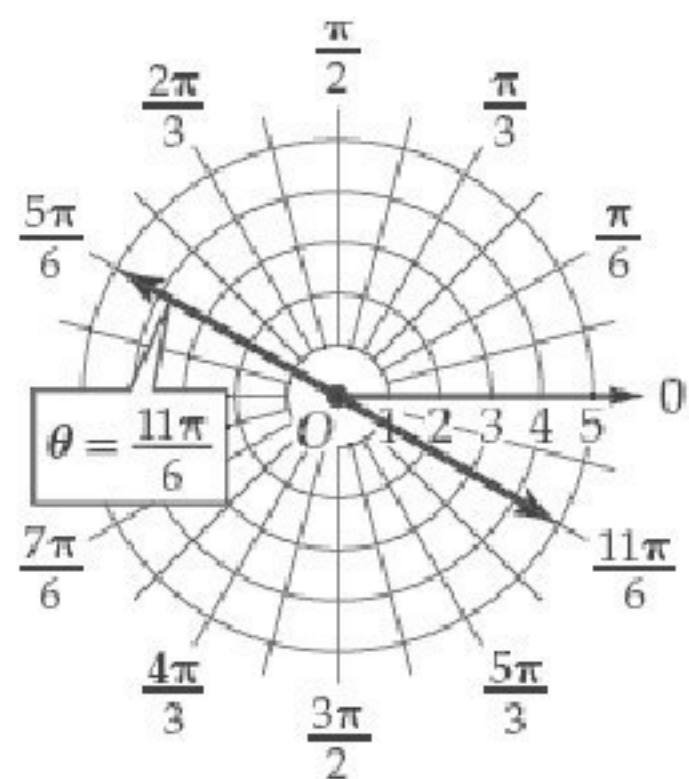
(14)



(15)



(16)



أوجد المسافة بين كل زوج من النقاط مما يأتي:

4.36 (17

1 (18

6.74 (19

7.28 (20

2-2: الصورة القطبية والصورة الديكارتية للمعادلات:

أوجد زوجين مختلفين كل منهما يمثل إحداثيين قطبيين لكل نقطة معطاة بالإحداثيات الديكارتية في كل مما يأتي، حيث $-2\pi \leq \theta \leq 2\pi$

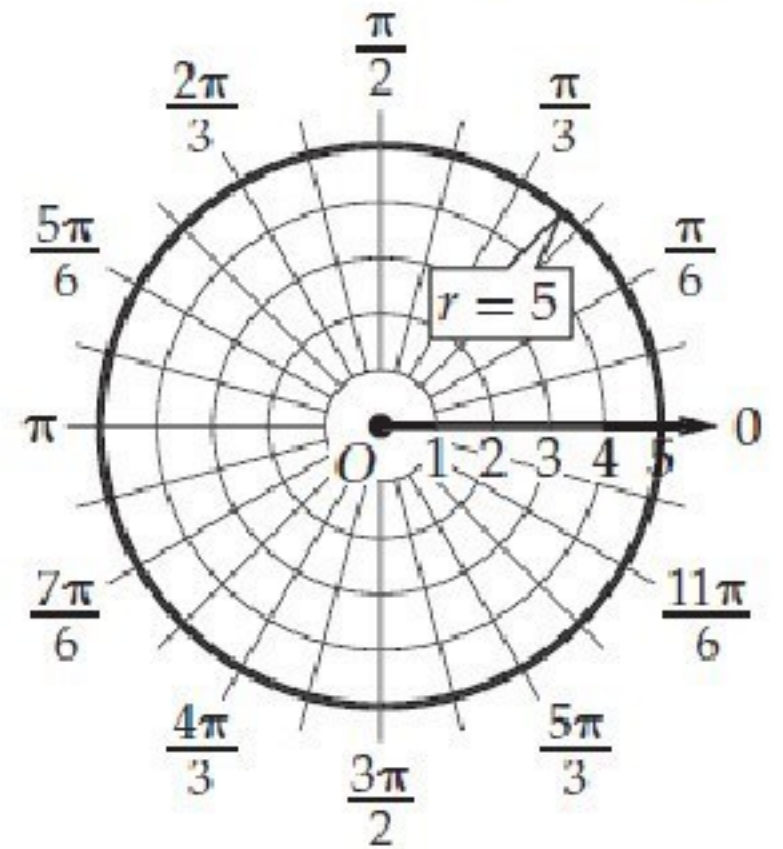
$$(5.1, 1.77), (-5.10, 4.91) \quad (21)$$

$$(7.62, 1.17), (-7.62, 4.31) \quad (22)$$

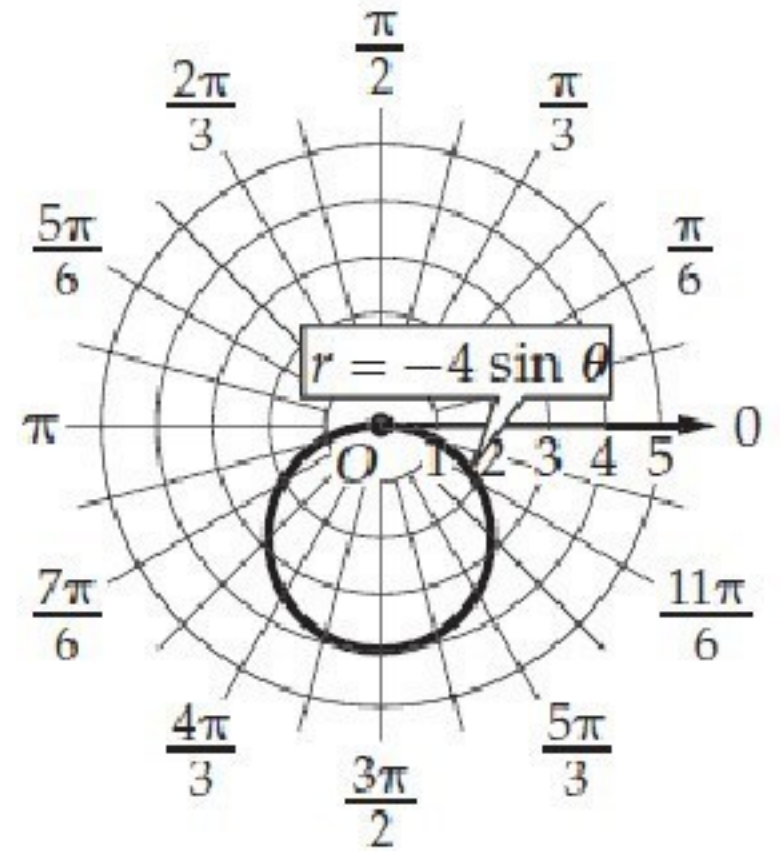
$$(2.24, 1.11), (-2.24, 4.25) \quad (23)$$

اكتب كل معادلة على الصورة الديكارتية، وحدد نوع تمثيلها البياني:

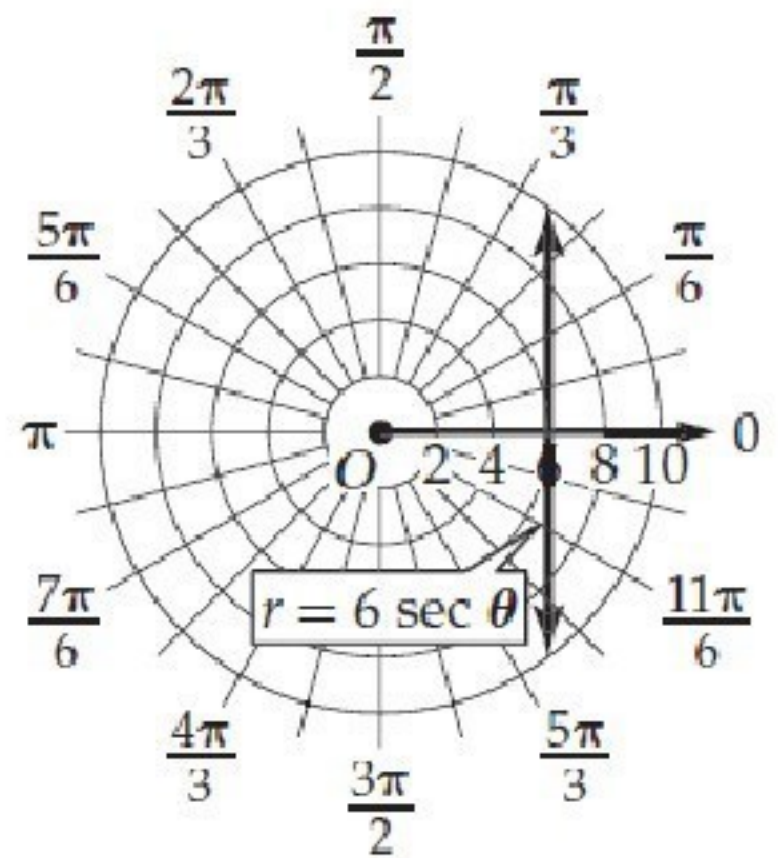
$$x^2 + y^2 = 25 \quad (24) \text{ دائرة}$$



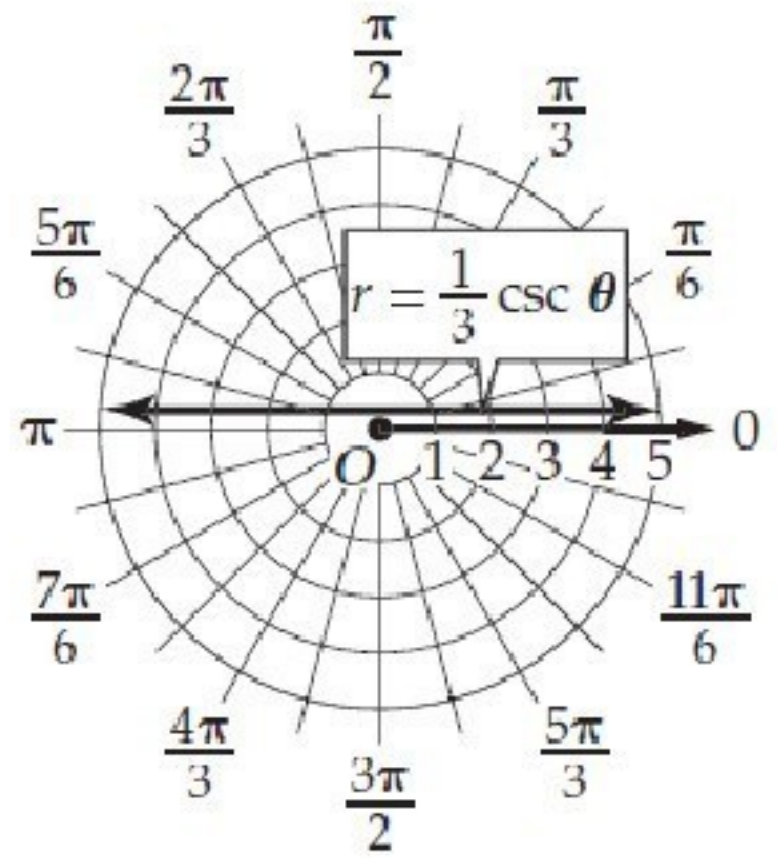
(25) دائرة $x^2 + (y + 2)^2 = 4$



(26) مستقيم $x = 6$



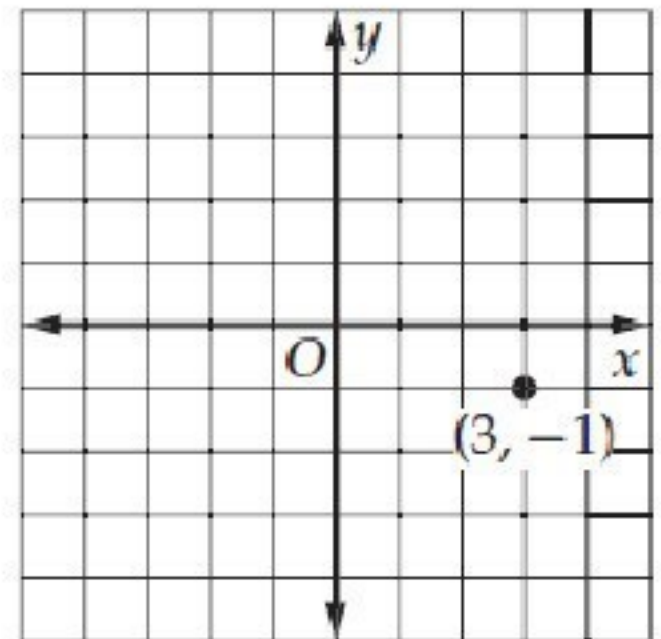
$$y = \frac{1}{3} \text{ ، مستقيم } (27)$$



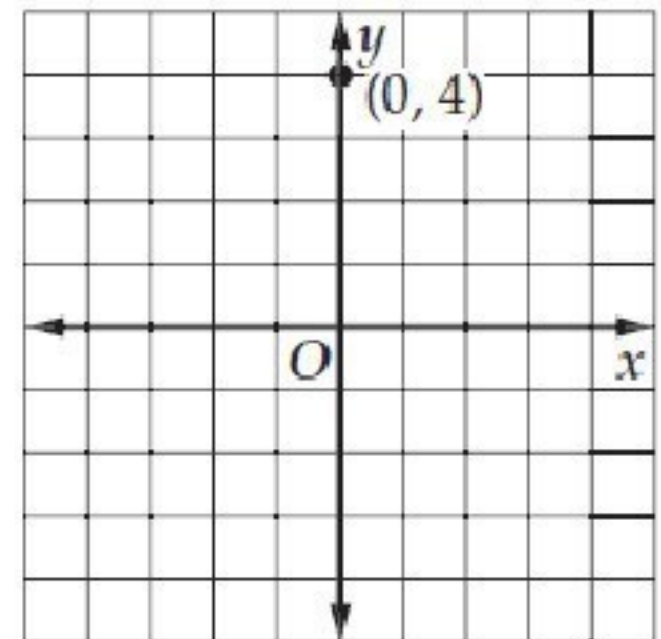
3-2: الأعداد المركبة ونظرية ديموافر:

مثل كل عدد مما يأتي في المستوى المركب، وأوجد قيمته المطلقة:

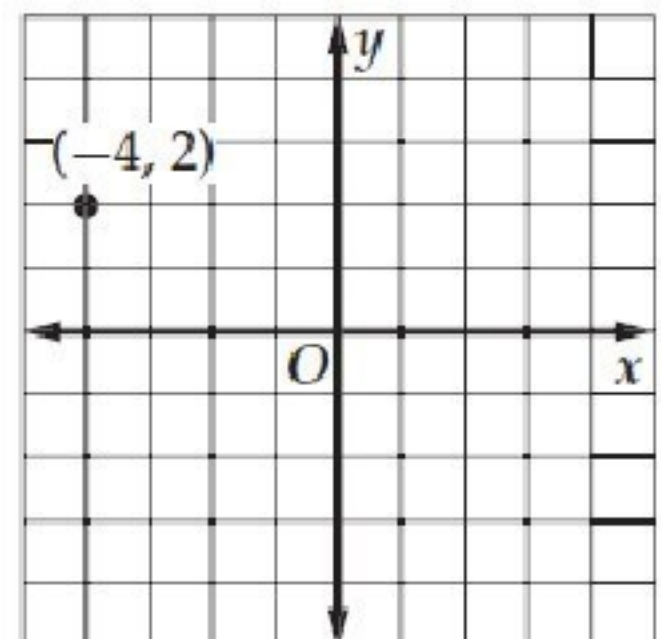
(28) $\sqrt{10}$



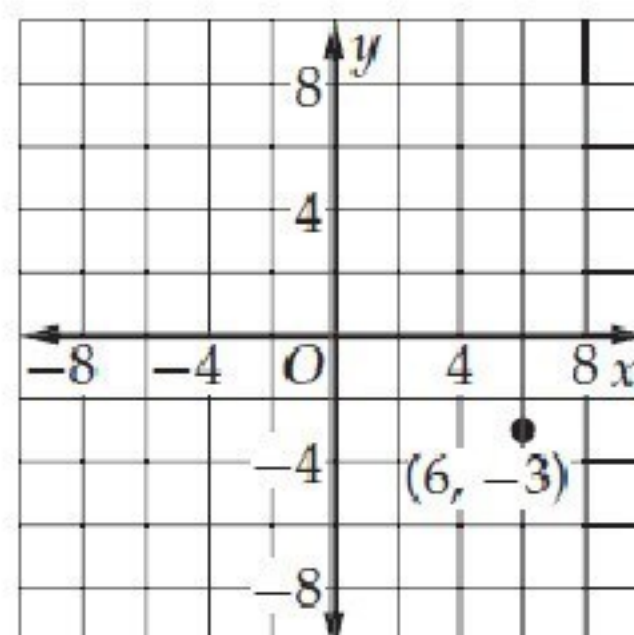
(29) 4



(30) $2\sqrt{5}$



$$3\sqrt{5} \quad (31)$$



عبر عن كل عدد مركب مما يأتي بالصورة القطبية:

$$\approx 3.317(\cos 0.441 + i \sin 0.441) \quad (32)$$

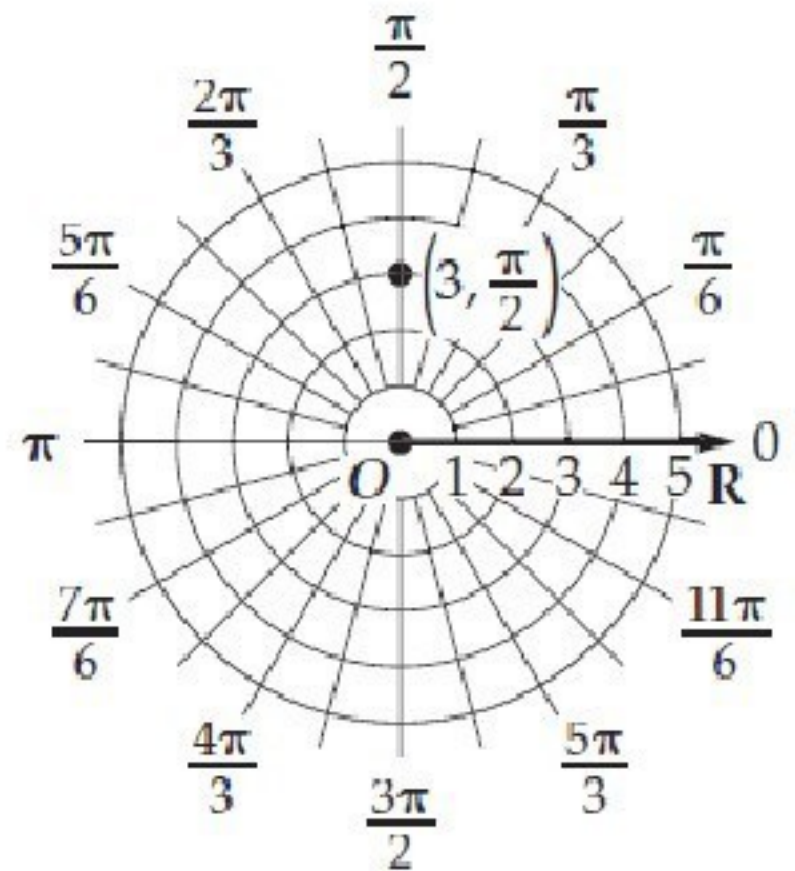
$$\approx 9.434[\cos(2.1294) + i \sin(2.1294)] \quad (33)$$

$$\approx 4.359(\cos 3.55 + i \sin 3.55) \quad (34)$$

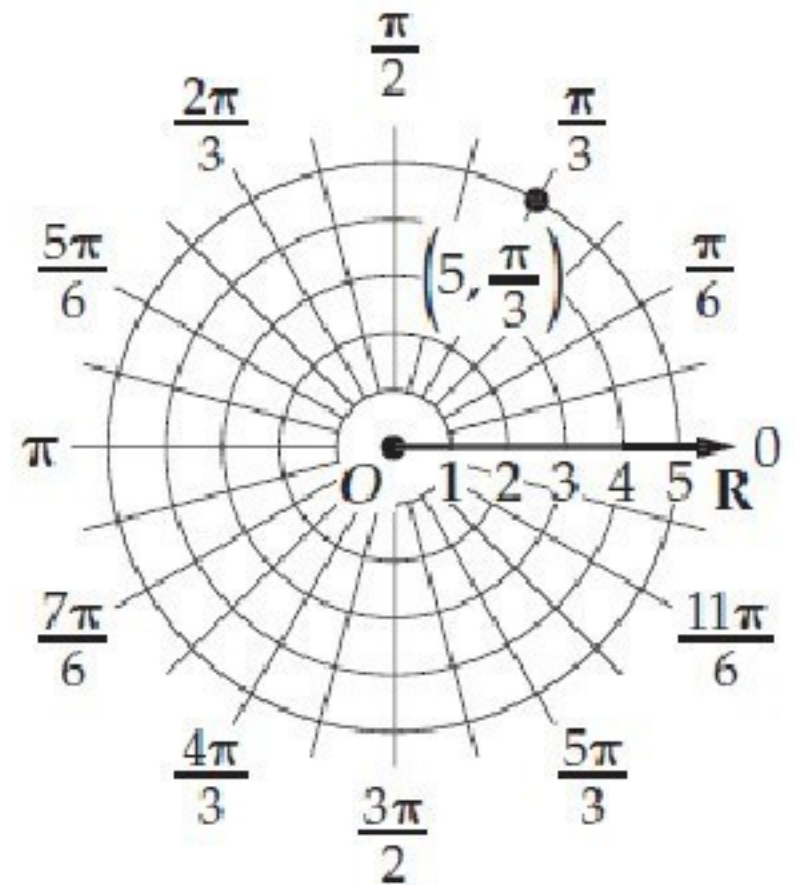
$$2\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right) \quad (35)$$

مثل كل عدد مركب مما يأتي في المستوى القطبي، ثم عبر عنه بالصورة الديكارتية:

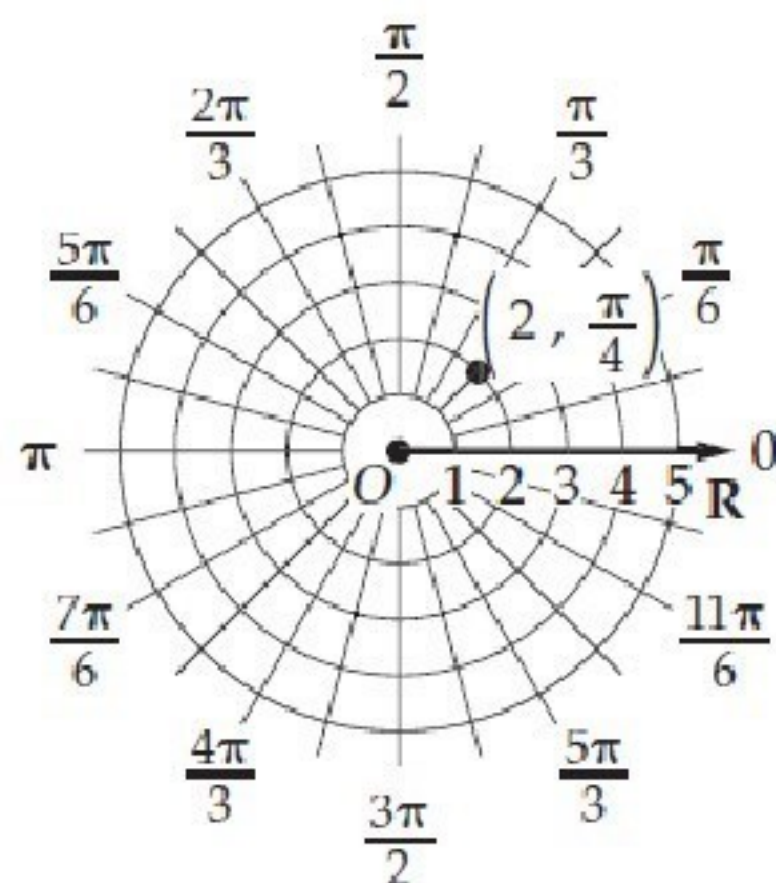
$$3i \quad (36)$$



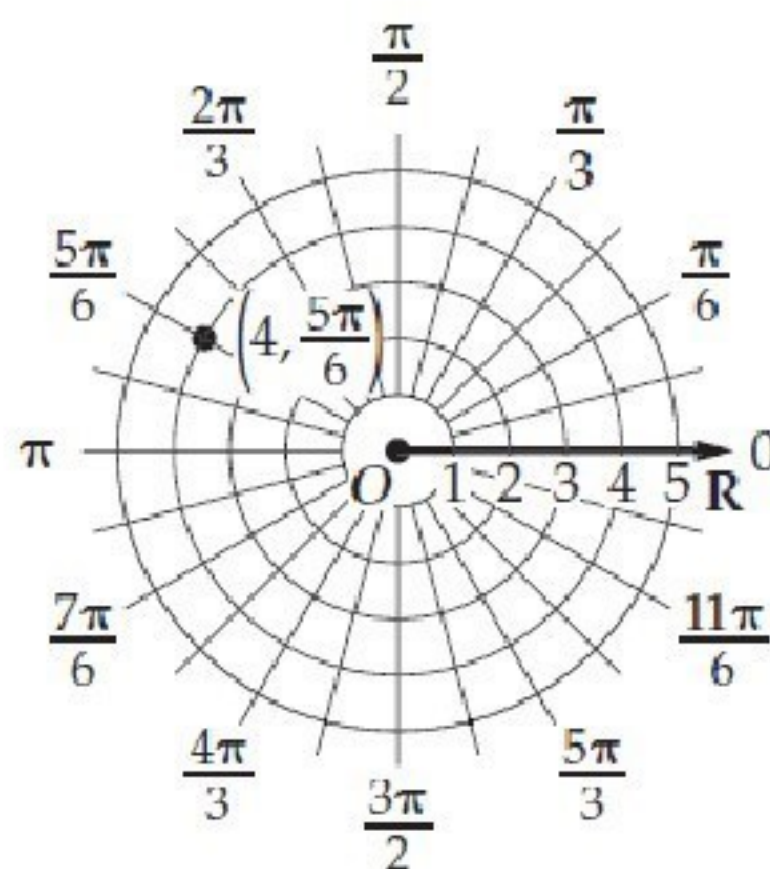
$$2.5 + 2.5\sqrt{3}i \quad (37)$$



$$\sqrt{2} + \sqrt{2}i \quad (38)$$



$$-2\sqrt{3} + 2i \quad (39)$$



أوجد الناتج في كل مما يأتي على الصورة القطبية، ثم عبر عنه بالصورة الديكارتية:

$$8 \left[\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) \right] \quad (40)$$

$$-4\sqrt{3} - 4i$$

$$4 \left[\cos(345^\circ) + i \sin(345^\circ) \right] \quad (41)$$

$$\approx 3.86 - 1.04i$$

$$15 \left[\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \right] \quad (42)$$

$$\frac{15}{2} + \frac{15\sqrt{3}}{2}i$$

$$2 \left[\cos(60^\circ) + i \sin(60^\circ) \right] \quad (43)$$

$$1 + i\sqrt{3}$$

$$-23 - 119i \text{ تقريباً} \quad (44)$$

$$\approx 107 + 0.21i, \quad (45)$$

$$\approx -0.21 + 1.07i,$$

$$\approx -1.07 - 0.21i, \approx 0.21 - 1.07i$$

تطبيقات ومسائل:

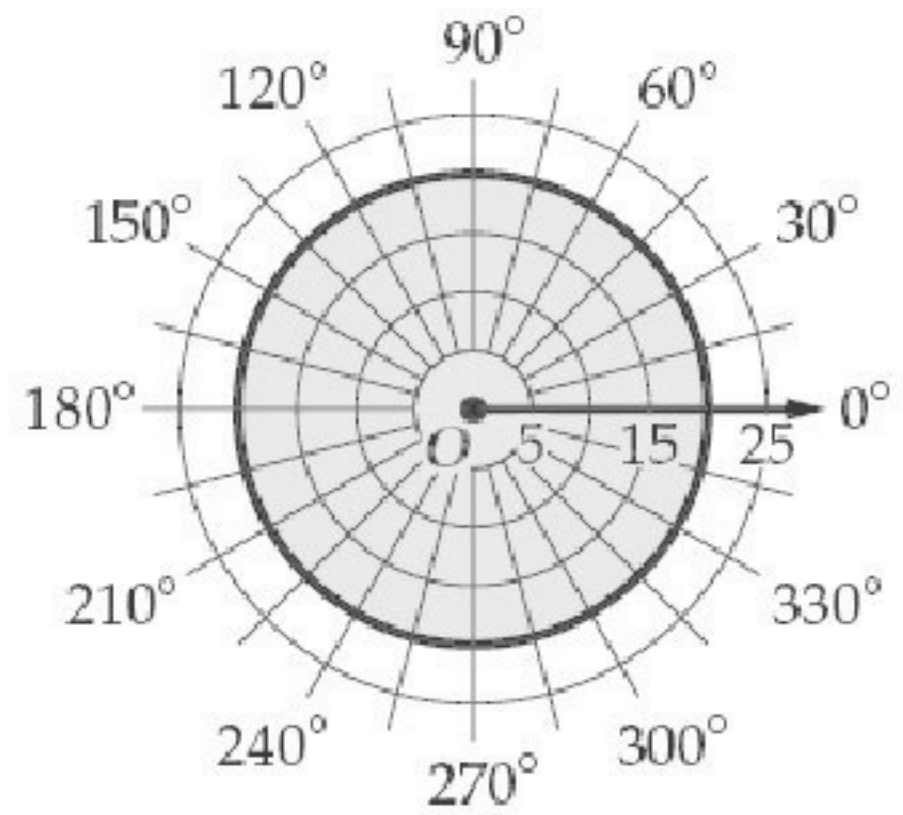
(46) ألعاب:

(a) 20

(b) إجابة ممكنة: $(2, 180^\circ)$ أو $(2, 0^\circ)$

(47) حدائق:

(a)



(b) 838 ft^2 تقريباً

(48) عجلة دوارة:

(a) $\left(12.9, \frac{\pi}{12}\right)$

(b) (12.5, 3.3)

(c) 3 ft.

(49) كهرباء:

(a) $(15.2 - 37.9j) \Omega$

(b) $(21.9 + 66.0j)$ أمبير

(50) تحويل جوكوسكي:

(a) 1

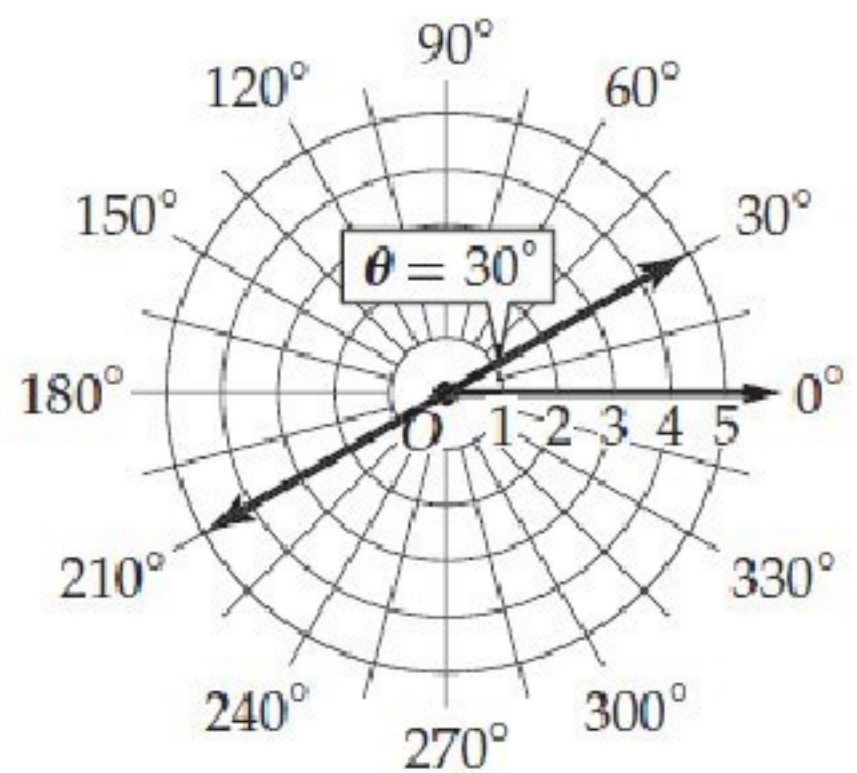
اختبار الفصل

$$\left(2.5, \frac{\pi}{3}\right), \left(2.5, -\frac{5\pi}{3}\right), \left(-2.5, \frac{4\pi}{3}\right) \quad (1)$$

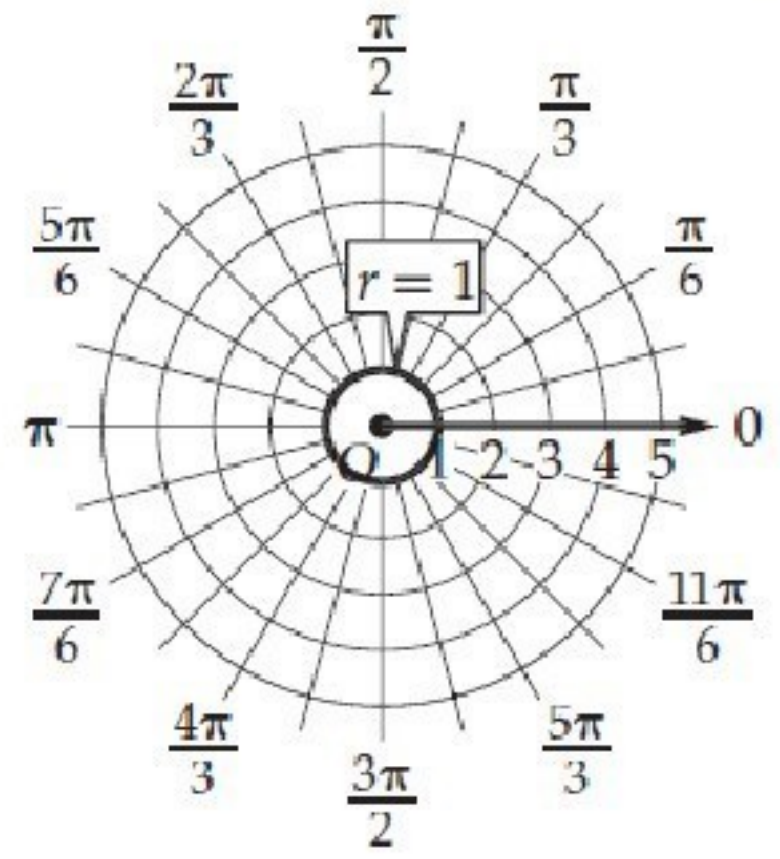
$$\left(4, \frac{19\pi}{12}\right), \left(4, -\frac{5\pi}{12}\right), \left(-4, \frac{7\pi}{12}\right) \quad (2)$$

مثل بيانيا في المستوى القطبي كلا من المعادلات الآتية:

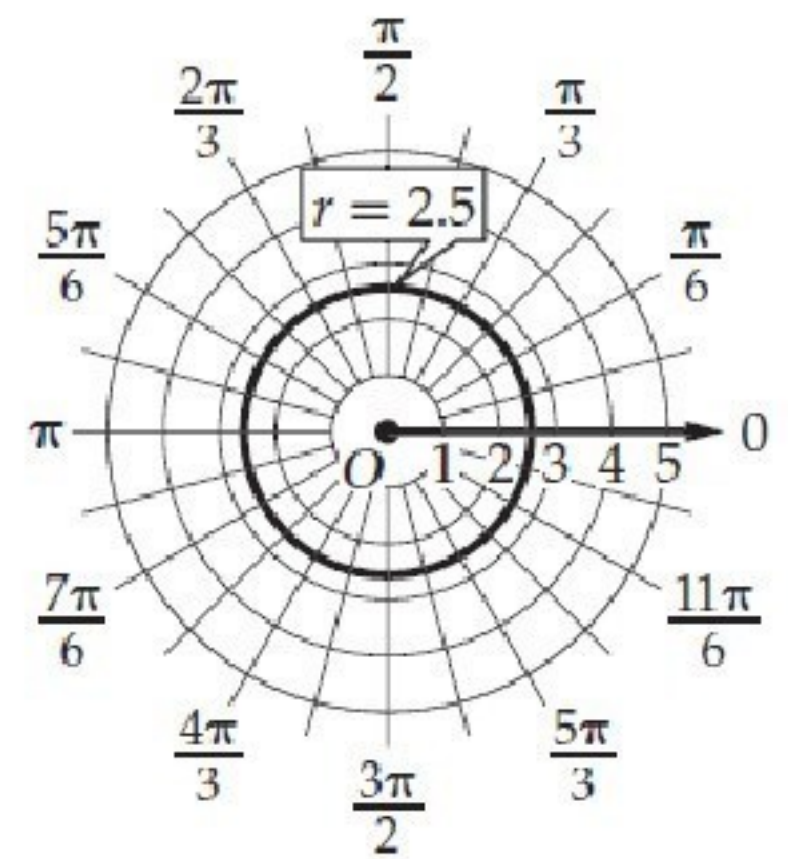
(3)



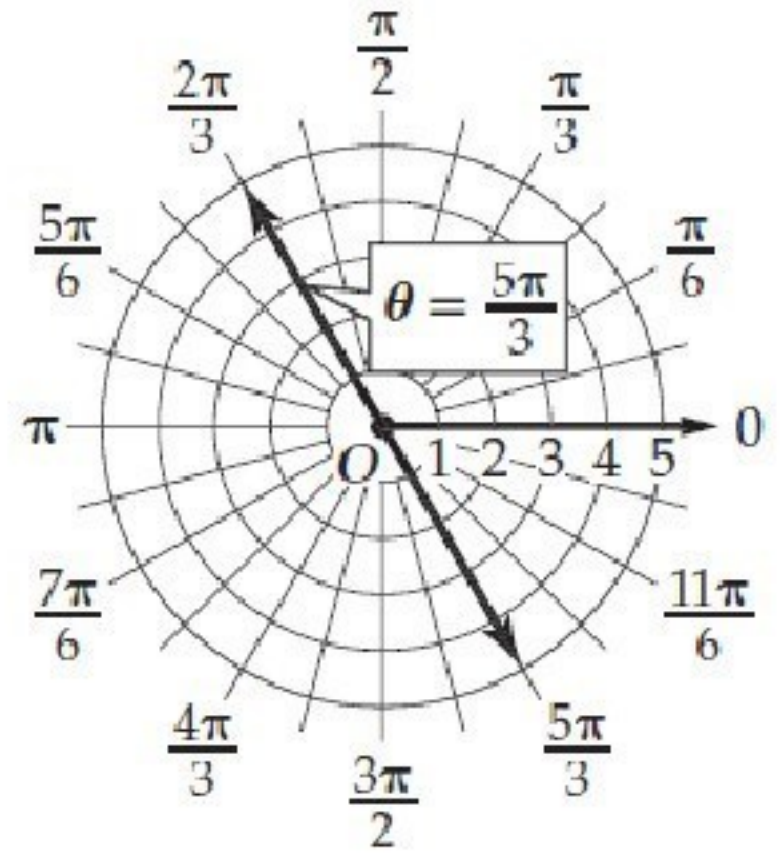
(4)



(5)



(6)



(7) رادار:

(a) $(-28, 60)$

(b) إجابة ممكنة: $(90, 303.7^\circ)$

(c) 156 mi

(8) دائرة، $r = 14 \cos \theta$

(9) $(16.2 + 21.6j) \Omega$

(10) D

أوجد كل قوة مما يأتي على الصورة الديكارتية، وقرب إلى أقرب عدد صحيح إذا لزم الأمر:

(11) $47 - 52i$

(12) $1081 + 840i$