

# التهيئة

أعد كتابة كل من العبارات الآتية على صورة جمع:

$$(1) -5 + (-13) = -5 - 13$$

$$(2) 5 + (-3y) = 5 - 3y$$

$$(3) 5mr + (-7mp) = 5mr - 7mp$$

$$(4) 3x^2y + (-14xy^2) = 3x^2y - 14xy^2$$

(5) محاضرات:

$$20 + (-2x)$$

استعمل خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل عبارة فيما يأتي دون أقواس:

$$(6) -4a - 20 = 14(a + 5)$$

$$(7) -3b^2 - 2b + 1 = -1(3b^2 + 2b - 1)$$

$$(8) -m + \frac{5}{2} = -\frac{1}{2}(2m - 5)$$

$$(9) -\frac{9}{4}z - \frac{15}{4} = -\frac{3}{4}(3z + 5)$$

(10) هدايا:

$$15(8 + 18)$$

$$390 = 15 \times 8 + 15 \times 18 \text{ ريال}$$

حل كل معادلة فيما يأتي:

(11)

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$(x + 4)(x - 2) = 0$$

$$-4 = x$$

$$2 = x$$

$$(12) x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x - 3)(x - 2) = 0$$

$$3 = x$$

$$2 = x$$

$$x^2 - x - 20 = 0 \quad (13)$$

$$(x - 5)(x + 4) = 0$$

$$5 = x$$

$$-4 = x$$

$$x^2 - x = 0 \quad (14)$$

$$x(x - 1) = 0$$

$$0 = x$$

$$1 = x$$

(15) فيزياء

$$h = -16t^2 + 50$$

$$0 = -16t^2 + 50$$

$$50 = 16t^2$$

$$\sqrt{\frac{50}{16}} = t$$

$$1.77 \approx t$$



# 3-1

## الأعداد المركبة Complex Numbers



$$3i\sqrt{2} = \sqrt{-9 \times 2} = \sqrt{-18} \quad (1A)$$

$$5i\sqrt{5} = \sqrt{-25 \times 5} = \sqrt{-125} \quad (1B)$$

$$-12 = 3i \cdot 4i \quad (2A)$$

$$-4\sqrt{15} = \sqrt{-20} \cdot \sqrt{-12} \quad (2B)$$

$$-i = i^{31} \quad (2C)$$

$$4x^2 = -100 \quad (3A)$$

$$x^2 = -25$$

$$x = \sqrt{-25}$$

$$x = \pm 5i$$

$$x^2 + 4 = 0 \quad (3B)$$

$$x^2 = -4$$

$$x = \pm 2i$$

$$3 + 2y = y - 6 \quad \text{الجزآن التخيليان}$$

$$3 + y = -6 \quad \text{بطرح } y \text{ من الطرفين}$$

$$y = -9 \quad \text{بطرح 3 من الطرفين}$$

$$5x + 1 = 2x - 2 \quad \text{الجزآن الحقيقيان} \quad (4)$$

$$3x + 1 = -2 \quad \text{بطرح } 2x \text{ من الطرفين}$$

$$3x = -3 \quad \text{بطرح 1 من الطرفين}$$

$$x = -1 \quad \text{قسمة الطرفين على 3}$$



$$\begin{aligned} & (-2+5i) + (1-7i) \quad (5A) \\ & -2+5i+1-7i = \\ & -1-2i = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (4+6i) - (-1+2i) \quad (5B) \\ & 4+6i+1-2i = \\ & 5+4i = \end{aligned}$$

كهرباء:

$$(6) \quad V = C \cdot I \quad \text{الصيغة الرياضية}$$

$$C = 2 - 4i \quad @ I = 3 - 2i$$

$$V = (2 - 4i)(3 - 2i)$$

$$V = 6 - 4i - 12i + 8i^2$$

$$V = -2 - 16i$$

باستخدام طريقة التوزيع بالضرب  
بجمع،  $i^2 = -1$

$$\text{فرق الجهد} = -2 - 16i$$

$$\begin{aligned} & \frac{-2i}{3+5i} \quad (7A) \\ & \frac{-2i}{3+5i} = \frac{-2i}{3+5i} \cdot \frac{3-5i}{3-5i} \end{aligned}$$

$$\frac{-2i}{3+5i} = \frac{-6i+10i^2}{9-25i^2}$$

$$\begin{aligned} & \text{بالتبسيط} \quad i^2 = -1 \quad \text{بالتبسيط} \\ & \frac{-2i}{3+5i} = \frac{-6i-10}{9+25} = \frac{2(-3i-5)}{34} = \frac{(-3i-5)}{17} \end{aligned}$$

$$\frac{-2i}{3+5i} = \frac{-3}{17}i + \frac{-5}{17}$$

كتابة الناتج على الصورة  $a + bi$

$$\frac{2+i}{1-i} \quad (7B)$$

$$\frac{2+i}{1-i} = \frac{2+i}{1-i} \cdot \frac{1+i}{1+i}$$

$$\frac{2+i}{1-i} = \frac{2+2i+i+i^2}{1-i^2}$$

بالتبسيط  $1+i$ ،  $1-i$  مترافقان مركبان

بالتبسيط



$$i^2 = -1 \quad \text{بالتبسيط}$$

كتابة الناتج على الصورة  $a + bi$

$$\frac{2+i}{1-i} = \frac{1+3i}{2}$$

$$\frac{2+i}{1-i} = \frac{1}{2} + 1\frac{1}{2}i$$



أوجد ناتج كل مما يأتي:

$$9i = \sqrt{-81} \quad (1)$$

$$4i\sqrt{2} = \sqrt{-32} \quad (2)$$

$$12 = -12i^2 = (4i)(-3i) \quad (3)$$

$$3\sqrt{-24} \cdot 2\sqrt{-18} \quad (4)$$

$$6\sqrt{-6} \cdot 6\sqrt{-2} =$$

$$36i^2\sqrt{12} =$$

$$-72\sqrt{3} =$$

$$1 = i^{40} \quad (5)$$

$$-1 = i^{63} \quad (6)$$

حل كل معادلة مما يأتي

$$4x^2 + 32 = 0 \quad (7)$$

$$4x^2 = -32$$

$$x^2 = -8$$

$$x = \sqrt{-8}$$

$$x = \pm 2i\sqrt{2}$$

$$2x^2 + 24 = 0 \quad (8)$$

$$2x^2 = -24$$

$$x^2 = -12$$

$$x = \sqrt{-12}$$

$$x = \pm 2i\sqrt{3}$$

في كل معادلة مما يأتي أوجد قيمتي  $a, b$  الحقيقيتين اللتين تجعلانها صحيحة:

$$3a + (4b + 2)i = 9 - 6i \quad (9)$$

$$4b + 2 = -6$$

$$4b = -8$$

$$b = -2$$

$$3a = 9$$

$$a = 3$$

$$4b - 5 + (-a - 3)i = 7 - 8i \quad (10)$$

$$-a - 3 = -8$$

$$a + 3 = 8$$

$$a = 5$$

$$4b - 5 = 7$$

$$4b = 12$$

$$b = 3$$

بسط كلا مما يأتي

$$(-1 + 5i) + (-2 - 3i) \quad (11)$$

$$-1 + 5i - 2 - 3i =$$

$$-3 + 2i =$$

$$(7 + 4i) - (1 + 2i) \quad (12)$$

$$7 + 4i - 1 - 2i =$$

$$6 + 2i =$$

$$(6 - 8i)(9 + 2i) \quad (13)$$

$$54 + 12i - 72i - 16i^2 =$$

$$70 - 60i =$$

$$(3 + 2i)(-2 + 4i) \quad (14)$$

$$-6 + 12i - 4i + 8i^2 =$$

$$-14 + 8i =$$

$$\frac{3 - i}{4 + 2i} \quad (15)$$

$$\frac{3 - i}{4 + 2i} \cdot \frac{4 - 2i}{4 - 2i} =$$

$$\frac{12 - 6i - 4i + 2i^2}{16 - 4i^2} =$$



$$\frac{1-i}{2} = \frac{10(1-i)}{20} = \frac{10-10i}{20}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i =$$

$$\frac{2+i}{5+6i} \quad (16)$$

$$\frac{2+i}{5+6i} \cdot \frac{5-6i}{5-6i} =$$

$$\frac{10-12i+5i-6i^2}{25-36i^2} =$$

$$\frac{16-7i}{61} =$$

$$\frac{16}{61} - \frac{7}{61}i =$$

(17) كهرباء:  
شدة التيار الكلية  $5-3i+7+9i =$   
 $12+6i =$  أمبير

#### تدرب وحل المسائل

أوجد ناتج كل مما يأتي:

$$11i = \sqrt{-121} \quad (18)$$

$$13i = \sqrt{-169} \quad (19)$$

$$10i = \sqrt{-100} \quad (20)$$

$$9i = \sqrt{-81} \quad (21)$$

$$-42i = (-3i)(-7i)(2i) \quad (22)$$

$$-144i = 4i \times 36i^2 = 4i(-6i)^2 \quad (23)$$

$$-i = i^{11} \quad (24)$$

$$i = i^{25} \quad (25)$$

$$\sqrt{-10} \square \sqrt{-24} \quad (26)$$

$$i\sqrt{10} - 2i\sqrt{6}$$

$$2i^2\sqrt{60} = 4i^2\sqrt{15}$$

(27)

$$4i\left(\frac{1}{2}i\right)^2(-2i)^2$$

$$4i\left(\frac{1}{4}i^2\right)(4i^2)$$

$$i^3 \times 4i^2$$

$$4i^5$$

حل كل معادلة مما يأتي

$$4x^2 + 4 = 0 \quad (28)$$

$$4x^2 = -4$$

$$x^2 = -1$$

$$x = \pm i$$

$$3x^2 + 48 = 0 \quad (29)$$

$$3x^2 = -48$$

$$x^2 = -16$$

$$x = \pm 4i$$

$$2x^2 + 10 = 0 \quad (30)$$

$$2x^2 = -10$$

$$x^2 = -5$$

$$x = \pm i\sqrt{5}$$

$$6x^2 + 108 = 0 \quad (31)$$

$$6x^2 = -108$$

$$x^2 = -18$$



$$x = \pm 3i\sqrt{2}$$

في كل معادلة مما يأتي أوجد قيمتي  $x$  ،  $y$  الحقيقتين اللتين تجعلانها صحيحة:

$$x+1+2yi=3-6i \quad (32)$$

$$2y = -6$$

$$y = -3$$

$$x+1=3$$

$$x=2$$

$$2x+7+(3-y)i=-4+6i \quad (39)$$

$$3-y=6$$

$$y=-3$$

$$2x+7=-4$$

$$2x=-11$$

$$x=-\frac{11}{2}$$

$$5+y+(3x-7)i=9-3i \quad (40)$$

$$3x-7=-3$$

$$3x=4$$

$$x=\frac{4}{3}$$

$$5+y=9$$

$$y=4$$

$$(2x-4y)i+x+5y=15+58i \quad (41)$$

$$2x-4y=58$$

$$x+5y=15$$

$$2x-4y=58$$

$$2x+10y=30$$

$$\hline -14y=28$$

$$y=-2$$

$$x+5(-2)=15$$

$$x-10=15$$

$$x=25$$

بسط كلا مما يأتي

$$-4\sqrt{15} = \sqrt{-10} \cdot \sqrt{-24} \quad (42)$$

$$4i\left(\frac{1}{2}i\right)^2(-2i)^2 \quad (43)$$

$$4i \cdot \frac{1}{4}i^2 \cdot 4i^2 =$$

$$4i = 4i^5 =$$

$$i = i^{41} \quad (44)$$

$$(4 - 6i) + (4 + 6i) \quad (45)$$

$$8 = 4 - 6i + 4 + 6i =$$

$$(8 - 5i) - (7 + i) \quad (46)$$

$$1 - 6i = 8 - 5i - 7 - i =$$

$$(-6 - i)(3 - 3i) \quad (47)$$

$$-21 + 15i = -18 + 18i - 3i + 3i^2 =$$

$$(1 + i)(2 + 3i)(4 - 3i) \quad (48)$$

$$(1 + i)(8 - 6i + 12i - 9i^2) =$$

$$(1 + i)(17 + 6i) =$$

$$11 + 23i = 17 + 6i + 17i + 6i^2 =$$

$$\frac{4 - i\sqrt{2}}{4 + i\sqrt{2}} \quad (49)$$

$$\frac{4 - i\sqrt{2}}{4 + i\sqrt{2}} \cdot \frac{4 - i\sqrt{2}}{4 - i\sqrt{2}} =$$



$$\frac{16 - 8i\sqrt{2} + 2i^2}{16 - 2i^2} =$$

$$\frac{14 - 8i\sqrt{2}}{18} =$$

$$\frac{7}{9} - \frac{4\sqrt{2}}{9}i =$$

$$\frac{2 - i\sqrt{3}}{2 + i\sqrt{3}} \quad (50)$$

$$\frac{2 - i\sqrt{3}}{2 + i\sqrt{3}} \cdot \frac{2 - i\sqrt{3}}{2 - i\sqrt{3}} =$$

$$\frac{4 - 2i\sqrt{3} - 2i\sqrt{3} + 3i^2}{4 - 3i^2} =$$

$$\frac{1 - 4i\sqrt{3}}{7} =$$

$$\frac{1}{7} - \frac{4\sqrt{3}}{7}i =$$

(51) كهرباء:

$$(13 - 4i) + (7 + 8i) = \text{المعاوقة الكلية}$$

$$20 + 4i = 13 - 4i + 7 + 8i =$$

كهرباء:

$$(3 + 6i)(5 - i) \quad (52) \text{ فرق الجهد}$$

$$15 - 3i + 30i - 6i^2 =$$

$$21 + 27i = \text{فولت}$$

$$\frac{(20 - 12i)}{(6 - 4i)} \quad (53) \text{ شدة التيار} =$$

$$\frac{20 - 12i}{6 - 4i} \cdot \frac{6 + 4i}{6 + 4i} =$$

$$\frac{120 + 80i - 72i - 48i^2}{36 - 16i^2} =$$

$$\frac{168 + 8i}{52} =$$

$$\frac{42}{13} + \frac{2}{13}i =$$

أوجد ناتج جمع

$$ix^2 - 4x - 5ix + 7$$

←

$$ix^2 - (4 + 5i)x + 7 \quad (54)$$

$$\underline{3x^2 + 2x + 6ix - 8i}$$

←

$$\underline{3x^2 + (2 + 6i)x - 8i}$$

$$(3 + i)x^2 - (2 + i)x - 8i + 7 =$$

بسط العبارة

$$\left[ (2 + i)x^2 - ix + 5 + i \right] - \left[ (-3 + 4i)x^2 + (5 - 5i)x - 6 \right] \quad (55)$$

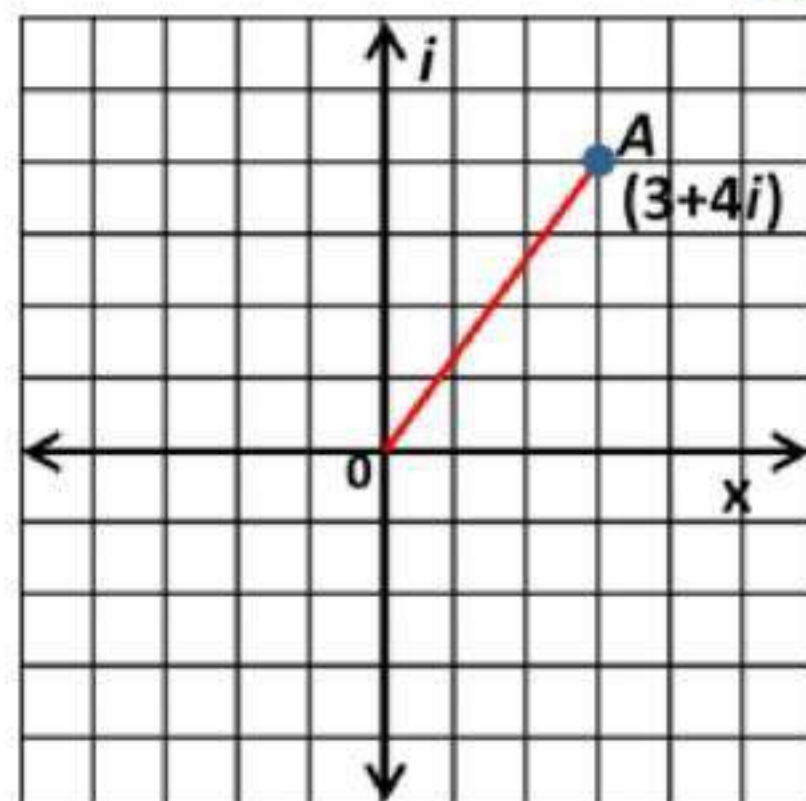
$$2x^2 + ix^2 - ix + 5 + i + 3x^2 - 4ix^2 - 5x + 5ix + 6 =$$

$$(2 + i + 3 - 4i)x^2 + (-i - 5 + 5i)x + i + 11 =$$

$$(5 - 3i)x^2 + (-5 + 4i)x + i + 11 =$$

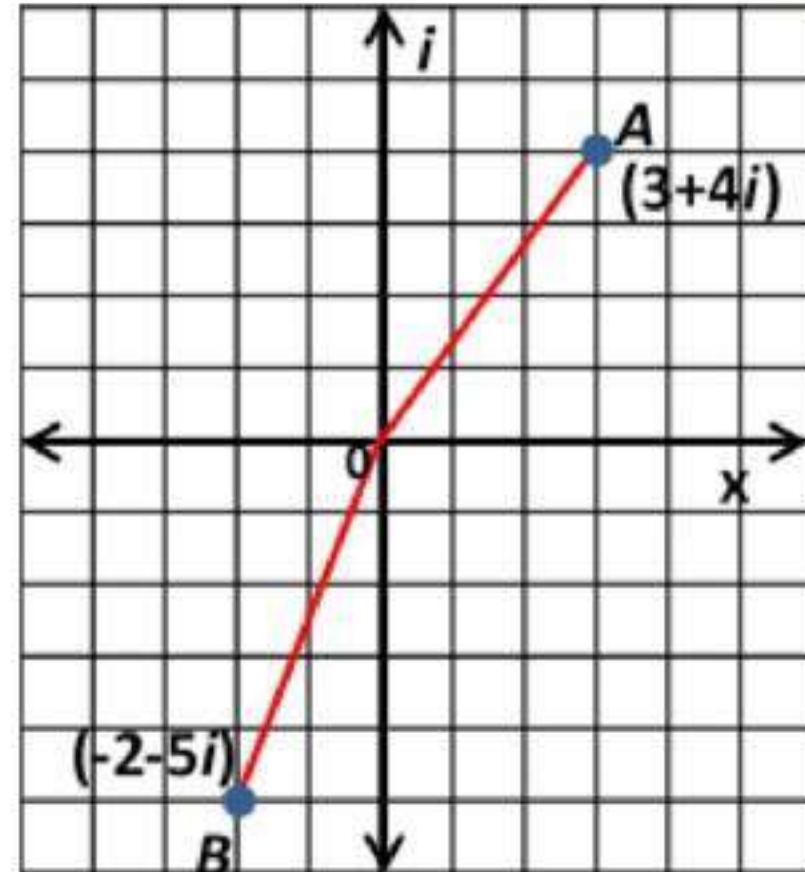
(56)

(a) بيانياً:

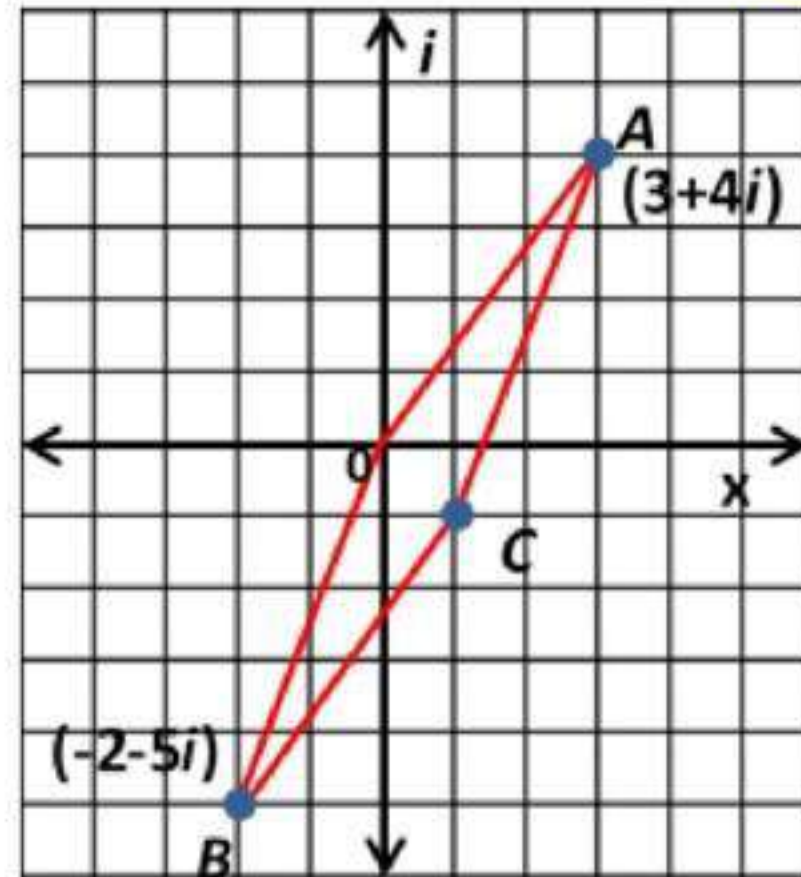




(b) بيانيا:



(c) بيانيا:



(d) تحليلياً:

$1 - i$  ؛ النقطة C تمثل ناتج جمع العددين المركبين الممثلين بالنقطتين A, B  
(57) اكتشف الخطأ:  
صفاء؛ لأن  $i^3 = -i$  وليس  $-1$

(58) تحد:

$$\begin{aligned}(1 + 2i)^3 &= (1 + 2i) \cdot (1 + 2i) \cdot (1 + 2i) \\(1 + 2i) \cdot (1 + 2i) &= 1 + 2i + 2i + 4i^2 \\&= 1 + 4i + 4i^2 \\&= 1 + 4i - 4 \\&= -3 + 4i\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (-3 + 4i) \cdot (1 + 2i) &= -3 - 6i + 4i + 8i^2 \\
 &= -3 - 2i + 8^2 \\
 &= -3 - 2i - 8 \\
 &= -11 - 2i
 \end{aligned}$$

(59) تبرير:

صحيحة دائماً؛ فالعدد 5 يمكن أن يمثل بالعدد المركب  $5 + 0i$  و العدد  $3i$  يمكن أن يمثل بالعدد المركب  $0 + 3i$ .

(60) مسألة مفتوحة:

$$(4 + 2i) \cdot (4 - 2i)$$

(61) أكتب:

لبعض المعادلات التربيعية حلول مركبة ولا يمكن حلها بالأعداد الحقيقية فقط، و عندما لا يقطع منحنى الدالة المرتبطة بالمعادلة المحور X فإن للمعادلة التربيعية حلولاً مركبة فقط.

تدريب على اختبار

$$5 + 4i - x - yi = -1 - 3i \quad (62)$$

$$\begin{aligned}
 4 - y &= -3 \\
 y &= 7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5 - x &= -1 \\
 x &= 6
 \end{aligned}$$

الاختيار الصحيح هو (A)  $x = 6$  ,  $y = 7$

$$(3 + 6i)^2 = 9 + 36i + 36i^2 \quad (63)$$

$$\begin{aligned}
 &= 9 + 36i - 36 \\
 &= -27 + 36i
 \end{aligned}$$

الاختيار الصحيح هو (A)  $-27 + 36i$



## مراجعة تراكمية

حل كل معادلة مما يأتي مستعملاً التحليل إلى العوامل:

$$2x^2 + 7x - 15 = 0$$

$$(2x - 3)(x + 5) = 0 \quad (64)$$

$$2x = 3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$x = -5$$

$$4x^2 - 22x - 12 = 0 \quad (65)$$

$$2x^2 - 11x - 6 = 0$$

$$(2x + 1)(x - 6) = 0$$

$$2x = -1$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$x = 6$$

$$6x^2 - 5x - 4 = 0 \quad (66)$$

$$(3x - 4)(2x + 1) = 0$$

$$2x = -1$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$3x = 4$$

$$x = \frac{4}{3}$$

نظرية الأعداد

$$(67) \text{ مجموعهما } -3 \text{ و ناتج ضربهما } -40 \leftarrow 5, -8$$

$$(68) \text{ مجموعهما } -21 \text{ و ناتج ضربهما } 108 \leftarrow -12, -9$$

هل تمثل كل من ثلاثيات الحدود الآتية مربعاً كاملاً أم لا؟

$$x^2 + 16x + 64 \quad (69)$$

$$(x + 8)^2$$

نعم

$$x^2 - 12x + 36 \quad (70)$$

$$(x - 6)^2$$

نعم



$$\text{لا} \quad x^2 + 8x - 16 \quad (71)$$

$$x^2 + 5x + 6.25 \quad (72)$$

$$\text{نعم} \quad (x + 2.5)^2$$

3-2

## القانون العام والمميز

The Quadratic Formula and the Discriminant



حل كلاً من المعادلتين الآتيتين باستعمال القانون العام:

$$x^2 + 6x = 16 \quad (1A)$$

$$x^2 + 6x - 16 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

القانون العام

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4(1)(-16)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 64}}{2}$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{100}}{2} = \frac{-6 \pm 10}{2} = -3 \pm 5$$

$$x = -3 + 5 = 2$$

$$x = -3 - 5 = -8$$

$$2x^2 + 25x + 33 = 0 \quad (1B)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

القانون العام

$$x = \frac{-25 \pm \sqrt{625 - 4(2)(33)}}{2(2)}$$



$$x = \frac{-25 - 19}{4} = -\frac{44}{4}$$

$$x = -11$$

$$x = \frac{-25 \pm \sqrt{625 - 264}}{4}$$

$$x = \frac{-25 \pm 19}{4}$$

$$x = \frac{-25 + 19}{4} = \frac{-6}{4}$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

$$x^2 - 16x + 64 = 0 \quad (2A)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

القانون العام

$$x = \frac{16 \pm \sqrt{256 - 4(1)(64)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{16 \pm \sqrt{256 - 256}}{2}$$

$$x = \frac{16}{2} = 8$$

$$x^2 + 34x + 289 = 0 \quad (2B)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

القانون العام

$$x = \frac{-34 \pm \sqrt{1156 - 4(1)(289)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-34 \pm \sqrt{1156 - 1156}}{2}$$

$$x = \frac{-34}{2} = -17$$

$$3x^2 + 5x + 1 = 0 \quad (3A)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

القانون العام

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4(3)(1)}}{2(3)}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 12}}{6}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{6}$$

$$x^2 - 8x + 9 = 0 \quad (3B)$$

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4(1)(9)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 36}}{2}$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{28}}{2} = \frac{8 \pm 2\sqrt{7}}{2}$$

$$x = 4 \pm \sqrt{7}$$

$$3x^2 + 5x + 4 = 0 \quad (4A)$$

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4(3)(4)}}{2(3)}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 48}}{6}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{-23}}{6}$$



$$x^2 - 4x + 13 = 0 \quad (4B)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

القانون العام

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4(1)(13)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 52}}{2}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{-36}}{2} = \frac{4 \pm 6i}{2}$$

$$x = 2 \pm 3i$$

$$-5x^2 + 8x - 1 = 0 \quad (5A)$$

$$a = -5, \quad b = 8, \quad c = -1$$

$$b^2 - 4ac = 8^2 - 4(-5)(-1)$$

$$= 64 - 20 = 44$$

جذران حقيقيان غير نسبيين حيث  $44 > 0$  ، 44 ليست مربع كامل

$$15x^2 - 7x - 4 = 0 \quad (5B)$$

$$a = 15, \quad b = -7, \quad c = -4$$

$$b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4(15)(-4)$$

$$= 49 + 240 = 289$$

جذران حقيقيان نسبيا حيث  $289 > 0$  ، 289 مربع كامل جذره 17



حل كل معادلة مما يأتي باستعمال القانون العام:

$$x^2 + 12x - 9 = 0 \quad (1)$$

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 4(1)(-9)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 36}}{2}$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{180}}{2}$$

$$x = \frac{-12 \pm 6\sqrt{5}}{2}$$

$$x = -6 \pm 3\sqrt{5}$$

$$x^2 + 8x + 5 = 0 \quad (2)$$

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4(1)(5)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 20}}{2}$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{44}}{2}$$



$$x = \frac{-8 \pm 2\sqrt{11}}{2}$$

$$x = -4 \pm \sqrt{11}$$

$$4x^2 - 5x - 2 = 0 \quad (3)$$

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4(4)(-2)}}{2(4)}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 32}}{8}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{8}$$

$$9x^2 + 6x - 4 = 0 \quad (4)$$

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4(9)(-4)}}{2(9)}$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 144}}{18}$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{180}}{18}$$

$$x = \frac{-6 \pm 6\sqrt{5}}{18}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{3}$$

$$10x^2 - 13x - 3 = 0 \quad (5)$$

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 4(10)(-3)}}{2(10)}$$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{169 + 120}}{20}$$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{289}}{20}$$

$$x = \frac{13 \pm 17}{20}$$

$$x = \frac{13 - 17}{20} = \frac{-4}{20} = -\frac{1}{5}$$

$$x = \frac{13 + 17}{20} = \frac{30}{20} = 1\frac{1}{2}$$

$$12x^2 - 22x + 6 = 0 \quad (6)$$

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{22 \pm \sqrt{484 - 4(12)(6)}}{2(12)}$$

$$x = \frac{22 \pm \sqrt{484 - 288}}{24}$$

$$x = \frac{22 \pm \sqrt{196}}{24} = \frac{22 \pm 14}{24}$$

$$x = \frac{22 - 14}{24} = \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{22 + 14}{24} = 1\frac{1}{2}$$



$$-3x^2 + 4x + 8 = 0 \quad (7)$$

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4(-3)(8)}}{2(-3)}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 96}}{-6}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{112}}{-6} = \frac{-4 \pm 4\sqrt{7}}{-6}$$

$$x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{7}}{-3}$$

$$x^2 + 6x - 5 = 0 \quad (8)$$

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4(1)(-5)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 20}}{2}$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{56}}{2} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{14}}{2}$$

$$x = -3 \pm \sqrt{14}$$

(9) ترفيه:

بالتعويض عن  $h = 0$

$$0 = -16t^2 - 64t + 60$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

القانون العام

$$t = \frac{64 \pm \sqrt{64^2 - 4(-16)(60)}}{2(-16)}$$

$$t = \frac{64 \pm \sqrt{4096 + 3840}}{-32}$$

$$t = \frac{64 \pm \sqrt{7936}}{-32} = \frac{64 \pm 16\sqrt{31}}{-32}$$

$$t = \frac{4 \pm 1\sqrt{31}}{-2}$$

$$t = \frac{4 - 1\sqrt{31}}{-2} \approx -0,78$$

$$t = \frac{4 + 1\sqrt{31}}{-2} \approx 4,78$$

حيث انه هبوط، نأخذ الإشارة السالبة، حوالي 0.78 ثانية تقريباً

اجب عن الفرعين  $a, b$  لكل معادلة مما يأتي:

$$3x^2 - 8x + 2 = 0 \quad (10)$$

$$b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4(3)(2) \quad (a)$$

$$= 64 - 24 = 40$$

(b) جذران غير نسبيين

$$2x^2 - 6x + 9 = 0 \quad (11)$$

$$b^2 - 4ac = (6)^2 - 4(2)(9) \quad (a)$$

$$= 36 - 72 = -36$$

(b) جذران مركبان



$$-16x^2 + 8x - 1 = 0 \quad (12)$$

$$b^2 - 4ac = (8)^2 - 4(-16)(-1) \quad (a)$$

$$= 64 - 64 = 0$$

(b) 1 نسبي

$$5x^2 + 2x + 4 = 0 \quad (13)$$

$$b^2 - 4ac = (2)^2 - 4(5)(4) \quad (a)$$

$$= 4 - 80 = -76$$

(b) جذران مركبان

### تدرب وحل المسائل

حل كل معادلة مما يأتي باستعمال القانون العام:

$$x^2 + 45x + 200 = 0 \quad (14)$$

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-45 \pm \sqrt{(45)^2 - 4(1)(200)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-45 \pm \sqrt{2025 - 800}}{2}$$

$$x = \frac{-45 \pm \sqrt{1225}}{2}$$

$$x = \frac{-45 + 35}{2} = \frac{-10}{2} = -5$$

$$x = \frac{-45 - 35}{2} = \frac{-80}{2} = -40$$

$$4x^2 + 12x - 6 = 0 \quad (15)$$

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{(-12)^2 - 4(4)(-6)}}{2(4)}$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 96}}{8}$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{240}}{8} = \frac{-12 \pm 4\sqrt{15}}{8}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{15}}{2}$$

$$5x^2 - 11x - 9 = 0 \quad (16)$$

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{(-11)^2 - 4(5)(-9)}}{2(5)}$$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{121 + 180}}{10}$$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{301}}{10}$$

$$12x^2 + 9x + 15 = 0 \quad (17)$$

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{(9)^2 - 4(12)(15)}}{2(12)}$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 720}}{24}$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{-639}}{24} = \frac{-9 \pm 3i\sqrt{71}}{24}$$



$$x = \frac{-3 \pm i\sqrt{71}}{8}$$

(18) سباحة:

$$\{t | 0 \leq t \leq 2\} = \text{المجال} \quad (a)$$

$$h(t) = -4.9t^2 + 3t + 10$$

$$t = -\frac{b}{2a}$$

$$t = -\frac{3}{2(-4.9)} \approx 0.3$$

$$h(0.3) = -4.9(0.3)^2 + 3(0.3) + 10 \approx 10$$

$$\{h | 0 \leq h \leq 10\} = \text{المدى}$$

(b)

$$0 = -4.9t^2 + 3t + 10$$

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$t = \frac{-(3) \pm \sqrt{(3)^2 - 4(-4.9)(10)}}{2(-4.9)}$$

$$t = \frac{-3 \pm \sqrt{205}}{-9.8}$$

$$t = \frac{-3 + \sqrt{205}}{-9.8} \approx -1.15$$

$$t = \frac{-3 - \sqrt{205}}{-9.8} \approx 1.77$$

يصل المتسابق إلى سطح الماء عند 1.77 ثانية تقريباً

أجب عن الفروع  $a, b$  لكل معادلة تربيعية مما يأتي:

$$2x^2 + 3x - 3 = 0 \quad (19)$$

$$a = 2, \quad b = 3, \quad c = -3 \quad (a)$$

$$b^2 - 4ac = (3)^2 - 4(2)(-3) \\ = 9 + 24 = 33$$

$$33 > 0 \quad (b) \\ \text{جذران غير نسبيين}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (c) \\ \text{القانون العام}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{2(2)} = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{4}$$

$$x = \frac{-3 + \sqrt{33}}{4}, \quad x = \frac{-3 - \sqrt{33}}{4}$$

$$3x^2 - 3x + 8 = 0 \quad (20)$$

$$a = 3, \quad b = -3, \quad c = 8 \quad (a)$$

$$b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4(3)(8) \\ = 9 - 96 = -87$$

$$-87 < 0 \quad (b) \\ \text{جذران مركبان}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (c) \\ \text{القانون العام}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{-87}}{2(3)} = \frac{3 \pm \sqrt{-87}}{6}$$

$$x = \frac{3 + i\sqrt{87}}{6}, \quad x = \frac{3 - i\sqrt{87}}{6}$$



$$2x^2 + 4x + 7 = 0 \quad (21)$$

$$a = 2, \quad b = 4, \quad c = 7 \quad (a)$$

$$b^2 - 4ac = (4)^2 - 4(2)(7) \\ = 16 - 56 = -40$$

$$-40 < 0 \quad \text{جذران مركبان} \quad (b)$$

$$\text{القانون العام} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (c)$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{-40}}{2(2)} = \frac{-4 \pm 2i\sqrt{10}}{4}$$

$$x = \frac{-2 \pm i\sqrt{10}}{2}$$

$$x = \frac{-2 + i\sqrt{10}}{2}, \quad x = \frac{-2 - i\sqrt{10}}{2}$$

$$-5x^2 + 4x + 1 = 0 \quad (22)$$

$$a = -5, \quad b = 4, \quad c = 1 \quad (a)$$

$$b^2 - 4ac = (4)^2 - 4(-5)(1) \\ = 16 + 20 = 36$$

$$36 > 0, \quad 36 \text{ مربع كامل} \quad (b) \\ \text{جذران نسبيان}$$

$$\text{القانون العام} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (c)$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{36}}{2(-5)} = \frac{-4 \pm 6}{-10}$$

$$x = \frac{-4+6}{-10} = \frac{2}{-10} = -\frac{1}{5} , \quad x = \frac{-4-6}{-10} = \frac{-10}{-10} = 1$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \quad (23)$$

$$a = 1 , \quad b = -6 , \quad c = 9 \quad (a)$$

$$b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4(1)(9) \\ = 36 - 36 = 0$$

$$\text{جذر نسبي واحد} \quad (b)$$

$$\text{القانون العام} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (c)$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{0}}{2(1)} = \frac{6}{2} = 3$$

$$x^2 - 2x + 5 = 0 \quad (24)$$

$$a = 1 , \quad b = -2 , \quad c = 5 \quad (a)$$

$$b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(1)(5) \\ = 4 - 20 = -16$$

$$-16 < 0 \quad \text{جذران مركبان} \quad (b)$$

$$\text{القانون العام} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (c)$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{-16}}{2(1)} = \frac{2 \pm 4i}{2}$$

$$x = 1 \pm 2i$$

$$6x^2 - 4x + 3 = 0 \quad (25)$$

$$a = 6 , \quad b = -4 , \quad c = 3 \quad (a)$$

$$b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4(6)(3) \\ = 16 - 72 = -56$$



$$-56 < 0 \quad \text{جذران مركبان} \quad (b)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{القانون العام} \quad (c)$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{-56}}{2(6)} = \frac{4 \pm 2i\sqrt{14}}{12}$$

$$x = \frac{2 \pm i\sqrt{14}}{6}$$

$$5x^2 + 8x = 0 \quad (26)$$

$$a = 5, \quad b = 8, \quad c = 0 \quad (a)$$

$$b^2 - 4ac = (8)^2 - 4(5)(0) = 64$$

$$64 > 0, \quad 64 \text{ مربع كامل} \quad \text{جذران نسبيان} \quad (b)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{القانون العام} \quad (c)$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64}}{2(5)} = \frac{-8 \pm 8}{10}$$

$$x = \frac{-8 - 8}{10} = \frac{-16}{10} = -\frac{8}{5}$$

$$x = \frac{-8 + 8}{10} = \frac{0}{10} = 0$$

$$8x^2 + 2x - 1 = 0 \quad (27)$$

$$a = 8, \quad b = 2, \quad c = -1 \quad (a)$$

$$b^2 - 4ac = (2)^2 - 4(8)(-1) = 36$$

$$36 > 0, \quad 36 \text{ مربع كامل} \quad \text{جذران نسبيان} \quad (b)$$

$$\text{القانون العام} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (c)$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{2(8)} = \frac{-2 \pm 6}{16}$$

$$x = \frac{-2-6}{16} = \frac{-8}{16} = -\frac{1}{2}$$

$$x = \frac{-2+6}{16} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

$$12x^2 + 4x - 3 = 0 \quad (28)$$

$$a = 12, \quad b = 4, \quad c = -3 \quad (a)$$

$$b^2 - 4ac = (4)^2 - 4(12)(-3) \\ = 16 + 144 = 160$$

$$160 > 0 \quad \text{و ليس مربعاً كاملاً} \quad (b) \\ \text{جذران غير نسبيين}$$

$$\text{القانون العام} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (c)$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{160}}{2(12)} = \frac{-4 \pm 4\sqrt{10}}{24}$$

$$x = \frac{-4 \pm 4\sqrt{10}}{24} = \frac{-1 \pm \sqrt{10}}{6}$$

$$0.8x^2 + 2.6x + 3.2 = 0 \quad (29)$$

$$a = 0.8, \quad b = 2.6, \quad c = 3.2 \quad (a)$$

$$b^2 - 4ac = (2.6)^2 - 4(0.8)(3.2) \\ = 6.76 - 10.24 = -3.48$$

$$-3.48 < 0 \quad \text{جذران مركبان} \quad (b)$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{القانون العام} \quad (c)$$

$$x = \frac{-2.6 \pm \sqrt{-3.48}}{2(0.8)} = \frac{-2.6 \pm 1.87}{1.6}$$

$$x = \frac{-2.6 - 1.87}{1.6} \approx -2.79 \quad x = \frac{-2.6 + 1.87}{1.6} \approx -0.46$$

$$0.6x^2 + 1.4x - 4.8 = 0 \quad (30)$$

$$a = 0.6, \quad b = 1.4, \quad c = -4.8 \quad (a)$$

$$b^2 - 4ac = (1.4)^2 - 4(0.6)(-4.8)$$

$$= 1.96 + 11.52 = 13.48$$

$$13.48 > 0 \quad \text{و ليس مربعاً كاملاً} \quad (b)$$

جذران غير نسبيين

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

القانون العام

$$x = \frac{-1.4 \pm \sqrt{13.48}}{2(0.6)} = \frac{-1.4 \pm 2\sqrt{3.37}}{1.2}$$

$$x = \frac{-0.7 - 1.8}{0.6} = -4.2$$

$$x = \frac{-0.7 + 1.8}{0.6} = 1.8$$

(31) التدخين:

(a) عدد السنوات بعد سنة 2000، سنة 2010 هي 10 سنوات بعد سنة 2000 نعوض  
عن  $x = 10$

$$y = -0.26(10)^2 - 0.55(10) + 91.81$$

$$y = -26 - 5.5 + 91.81 = 60.31$$

عدد المصابين بسرطان الرئة لكل 100000 شخص في عام 2010 هو 60.31 شخص  
عند  $x = 15$

$$y = -0.26(15)^2 - 0.55(15) + 91.81$$

$$y = -58.5 - 8.25 + 91.81 = 25.05$$

عدد المصابين بسرطان الرئة لكل 100000 شخص في عام 2015 هو 25.05 شخص



(b) عند  $y = 50$

$$50 = -0.26x^2 - 0.55x + 91.81$$

$$-0.26x^2 - 0.55x + 41.81 = 0$$

$$a = -0.26, \quad b = -0.55, \quad c = 41.81$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

القانون العام

$$x = \frac{0.55 \pm \sqrt{(0.55)^2 - 4(-0.26)(41.81)}}{2(-0.26)}$$

$$x = \frac{0.55 \pm \sqrt{43.78}}{-0.52}$$

$$x \approx \frac{0.55 \pm 6.62}{-0.52}$$

$$x \approx \frac{0.55 - 6.62}{-0.52} \approx 11.67$$

$$x \approx \frac{0.55 + 6.62}{-0.52} \approx -13.79$$

حيث لا يوجد سنوات بالسالب، إذن  $x \approx 11.67$

(c) يصبح معدل الإصابة صفر، إذن  $y = 0$

$$0 = -0.26x^2 - 0.55x + 91.81$$

$$a = -0.26, \quad b = -0.55, \quad c = 91.81$$

$$x = \frac{0.55 \pm \sqrt{(0.55)^2 - 4(-0.26)(91.81)}}{2(-0.26)}$$

$$x = \frac{0.55 \pm \sqrt{0.3025 + 95.4824}}{-0.52}$$

$$x = \frac{0.55 \pm \sqrt{95.7849}}{-0.52} \approx \frac{0.55 \pm 9.79}{-0.52}$$

$$x \approx \frac{0.55 - 9.79}{-0.52} \approx 17.78$$

$$x \approx \frac{0.55 + 9.79}{-0.52} \approx -19.88$$

حيث لا يوجد سنوات بالسالب، إذن  $x \approx 17.78$

يصبح معدل الإصابة 0 سنة 2017،

التوقع غير معقولا، لأن معدل الإصابة بالسرطان لن يصبح صفراً إلا إذا وجد علاج ناجح لهذا المرض، وهذا لا يمكن التنبؤ به.



(32) نظرية الأعداد:

$$666 = \frac{1}{2}n(n+1)$$

$$1332 = n^2 + n$$

$$n^2 + n - 1332 = 0$$

$$n = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(1)(-1332)}}{2(1)}$$

$$n = \frac{-1 \pm \sqrt{1+5328}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5329}}{2}$$

$$n = \frac{-1 \pm 73}{2}$$

$$n = \frac{-1-73}{2} = -37$$

$$n = \frac{-1+73}{2} = 36$$

جمع الاعداد الموجبة هو عدد موجب، إذن الإجابة هي جمع الاعداد الموجبة هو عدد موجب، إذن الإجابة هي 36

مسائل مهارات التفكير العليا

(33) اكتشف الخطأ:

هدى، على لولوة أن تكتب المعادلة على الصورة:

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ أولا لإيجاد } a, b, c \text{ لذا فإن قيمة } c \text{ هي } -7 \text{ و ليس } 7$$

(34) تحد:

بقسمة المعادلة على i

$$4ix^2 - 4ix + 5i = 0$$

$$4x^2 - 4x + 5 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(4)(5)}}{2(4)}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16-80}}{8} = \frac{4 \pm \sqrt{-64}}{8}$$

$$x = \frac{4 \pm 8i}{8} = \frac{1 \pm 2i}{2}$$



(35) تبرير:

(a) دائماً، عندما تكون إشارتا  $a, c$  مختلفتين فإن المميز يكون موجبا و لن تكون الحلول أعداد مركبة.

(b) أحيانا، فمثلاً تكون الجذور غير نسبية إذا كانت:  $b^2 - 4ac$  ليست مربعاً كاملاً

(36) اكتب:

• التحليل إلى عوامل:

$$x^2 - 2x - 15 = (x - 5)(x + 3)$$

$$x - 5 = 0 \rightarrow x = 5$$

$$x + 3 = 0 \rightarrow x = -3$$

• إكمال المربع:

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$x^2 - 2x = 15$$

$$x^2 - 2x + 1 = 15 + 1$$

$$(x - 1)^2 = 16$$

$$x - 1 = \pm 4 \rightarrow x = 5 \text{ أو } -3$$

• القانون العام:

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4(1)(-15)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{64}}{2}$$

$$x = \frac{2 \pm 8}{2} \rightarrow x = 5 \text{ أو } -3$$



### تدريب على اختيار

(37)

$$x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$(x - 4)^2 = 0$$

الاختيار الصحيح (D)

(38)

$$x \cdot \frac{60}{100} = 88 \cdot \frac{75}{100}$$

$$x = \frac{88 \cdot 75}{60} = 110$$

الاختيار الصحيح (D)

### مراجعة تراكمية

$$x^2 + 13x + c \quad (39)$$

$$\frac{13}{2}$$

نجد نصف معامل  $x$

$$\left(\frac{13}{2}\right)^2 = \frac{169}{4} = 42.25$$

نحسب المربع له

$$c = 42.25$$

$$(x + 6.5)^2$$

$$x^2 + 2.4x + c \quad (40)$$

$$\frac{2.4}{2} = 1.2$$

نجد نصف معامل  $x$

$$(1.2)^2 = 1.44$$

نحسب المربع له

$$c = 1.44$$

$$(x + 1.2)^2$$

$$x^2 + \frac{4}{5}x + c \quad (41)$$

$$\frac{4}{5} \div 2 = \frac{2}{5}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$$

$$c = \frac{4}{25}$$

$$\left(x + \frac{2}{5}\right)^2$$

بسٹ کلا مما یأتي:

$$-1 = i^{26} \quad (42)$$

$$4i = \sqrt{-16} \quad (43)$$

$$-120 = 4\sqrt{-9} \cdot 2\sqrt{-25} \quad (44)$$



معمل الجبر

## 3-2 مجموع الجذرين وحاصل ضربيهما



اكتب المعادلة التربيعية التي جذراها العددان المعطيان في كل مما يأتي:

(1)  $-\frac{3}{4}, \frac{5}{8}$

مجموع الجذرين  $-\frac{4}{32} \approx -\frac{1}{8} = -\frac{3}{4} + \frac{5}{8} = \left(-\frac{b}{a}\right)$

حاصل ضرب الجذرين  $-\frac{15}{32} = -\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{8} = \left(\frac{c}{a}\right)$

بما أن  $a = 32, b = 4, c = -15$

$32x^2 + 4x - 15 = 0$

(2)  $-7, \frac{2}{3}$

مجموع الجذرين  $-\frac{19}{3} = -7 + \frac{2}{3} = \left(-\frac{b}{a}\right)$

حاصل ضرب الجذرين  $-\frac{14}{3} = -7 \cdot \frac{2}{3} = \left(\frac{c}{a}\right)$

بما أن  $a = 3, b = 19, c = -14$

$3x^2 + 19x - 14 = 0$

(3)  $\frac{2}{5}, -\frac{2}{5}$

مجموع الجذرين  $0 = \frac{2}{5} + \frac{-2}{5} = \left(-\frac{b}{a}\right)$

حاصل ضرب الجذرين  $-\frac{4}{25} = \frac{2}{5} \cdot \frac{-2}{5} = \left(\frac{c}{a}\right)$

بما أن  $a = 25, b = 0, c = -4$



$$25x^2 - 4 = 0$$

$$4 \pm \sqrt{3} \quad (4)$$

$$8 = 4 + \sqrt{3} + 4 - \sqrt{3} = \left(-\frac{b}{a}\right) \text{ مجموع الجذرين}$$

$$13 = 16 - 3 = (4 + \sqrt{3}) \cdot (4 - \sqrt{3}) = \left(\frac{c}{a}\right) \text{ حاصل ضرب الجذرين}$$

بما أن  $a = 1, b = -8, c = 13$

$$x^2 - 8x + 13 = 0$$

$$1 \pm \sqrt{6} \quad (5)$$

$$2 = 1 + \sqrt{6} + 1 - \sqrt{6} = \left(-\frac{b}{a}\right) \text{ مجموع الجذرين}$$

$$-5 = 1 - 6 = (1 + \sqrt{6}) \cdot (1 - \sqrt{6}) = \left(\frac{c}{a}\right) \text{ حاصل ضرب الجذرين}$$

بما أن  $a = 1, b = -2, c = -5$

$$x^2 - 2x - 5 = 0$$

$$\frac{-2 \pm 3\sqrt{5}}{7} \quad (6)$$

$$-\frac{28}{49} = \frac{-4}{7} = \frac{-2 + 3\sqrt{5}}{7} + \frac{-2 - 3\sqrt{5}}{7} = \left(-\frac{b}{a}\right) \text{ مجموع الجذرين}$$

$$-\frac{41}{49} = \frac{4 - 45}{49} = \left(\frac{-2 + 3\sqrt{5}}{7}\right) \cdot \left(\frac{-2 - 3\sqrt{5}}{7}\right) = \left(\frac{c}{a}\right) \text{ حاصل ضرب الجذرين}$$

بما أن  $a = 49, b = 28, c = -41$

$$49x^2 + 28x - 41 = 0$$



$$7 \pm 3i \quad (7)$$

$$14 = 7 + 3i + 7 - 3i = \left(-\frac{b}{a}\right) \text{ مجموع الجذرين}$$

$$58 = 49 - 9i^2 = (7 + 3i) \cdot (7 - 3i) = \left(\frac{c}{a}\right) \text{ حاصل ضرب الجذرين}$$

$$\text{بما أن } a = 1, b = -14, c = 58$$

$$x^2 - 14x + 58 = 0$$

$$\sqrt{5} \pm 8i \quad (8)$$

$$2\sqrt{5} = \sqrt{5} + 8i + \sqrt{5} - 8i = \left(-\frac{b}{a}\right) \text{ مجموع الجذرين}$$

$$69 = 5 - 64i^2 = (\sqrt{5} + 8i) \cdot (\sqrt{5} - 8i) = \left(\frac{c}{a}\right) \text{ حاصل ضرب الجذرين}$$

$$\text{بما أن } a = 1, b = -2\sqrt{5}, c = 69$$

$$x^2 - 2\sqrt{5}x + 69 = 0$$

اكتب المعادلة التربيعية التي تحقق كلا مما يأتي:

$$(9) \text{ مجموع جذريها } \frac{48}{12} = 4, \text{ حاصل ضربيهما } \frac{13}{12}$$

$$\text{بما أن } a = 12, b = -48, c = 13$$

$$12x^2 - 48x + 13 = 0$$

$$(10) \text{ مجموع جذريها } \frac{7}{42} = \frac{1}{6}, \text{ حاصل ضربيهما } \frac{10}{42} = \frac{5}{21}$$

$$\text{بما أن } a = 42, b = -7, c = 10$$

$$42x^2 - 7x + 10 = 0$$

# تَحَقَّقْ

$$(2x^{-3}y^3)(-7x^5y^{-6}) \quad (1A)$$

$$2(-7)x^{-3+5}y^{3-6}$$

$$-14x^2y^{-3}$$

$$-\frac{14x^2}{y^3}$$

$$\frac{15c^5d^3}{-3c^2d^7} \quad (1B)$$

$$\frac{\cancel{15}^5 c^{5-2} d^{3-7}}{-\cancel{3}}$$

$$-\frac{5c^3}{d^4}$$

$$\frac{64}{a^3} = \frac{a^{-3}}{4^{-3}} = \left(\frac{a}{4}\right)^{-3} \quad (1C)$$

$$(-2x^3y^2)^5 \quad (1D)$$

$$(-2^5x^{3 \cdot 5}y^{2 \cdot 5})$$

$$(-32x^{15}y^{10})$$



$$\frac{x}{y} + 3x^2 \quad (2A)$$

لا ؛ لأن  $\frac{x}{y}$  ليست وحيدة حد

$$x^2y + 9x^4y^3 - 2xy \quad (2B)$$

نعم؛  $7 = (3 + 4)$

$$(-x^2 - 3x + 4) - (x^2 + 2x + 5) \quad (3A)$$

$$-x^2 - 3x + 4 - x^2 - 2x - 5$$

$$-2x^2 - 5x - 1$$

$$(3x^2 - 6) + (-x + 1) \quad (3B)$$

$$3x^2 - 6 - x + 1$$

$$3x^2 - x - 5$$

أوجد ناتج

$$\frac{4}{3}x^2(6x^2 + 9x - 12) \quad (4A)$$

$$\frac{4}{3}x^2(6x^2) + \frac{4}{3}x^2(9x) - \frac{4}{3}x^2(12)$$

$$8x^4 + 12x^3 - 16x^2$$

$$-2a(-3a^2 - 11a + 20) \quad (4B)$$

$$-2a(-3a^2) - 2a(-11a) - 2a(20)$$

$$6a^3 + 22a^2 - 40a$$

$$\frac{42}{100}x + \frac{18}{100} \times (90000 - x) \quad (5)$$

$$\frac{42}{100}x + 16200 - \frac{18}{100}x$$

$$\left(\frac{42 - 18}{100}\right)x + 16200$$

$$0.24x + 16200$$

أوجد ناتج كل مما يأتي:

$$(x^2 + 4x + 16)(x - 4) \quad (6A)$$

$$x^2(x) + x^2(-4) + 4x(x) + 4x(-4) + 16(x) + 16(-4)$$

$$x^3 - 4x^2 + 4x^2 - 16x + 16x - 64$$

$$x^3 - 64$$

$$(2x^2 - 4x + 5)(3x - 1) \quad (6B)$$

$$2x^2(3x) + 2x^2(-1) - 4x(3x) - 4x(-1) + 5(3x) + 5(-1)$$

$$6x^3 - 2x^2 - 12x^2 + 4x + 15x - 5$$

$$6x^3 - 14x^2 + 19x - 5$$





بسط كلا مما يأتي مفترضاً أياً من المتغيرات لا يساوي صفراً:

$$(1) \quad (2a^3b^{-2})(-4a^2b^4)$$

$$-8a^{3+2}b^{-2+4}$$

$$-8a^5b^2$$

$$(2) \quad \frac{12x^4y^2}{2xy^5}$$

$$\frac{6x^3}{y^3} = 6x^{4-1}y^{2-5}$$

$$(3) \quad \left(\frac{2a^2}{3b}\right)^3$$

$$\frac{2^3a^{2 \cdot 3}}{3^3b^3}$$

$$\frac{8a^6}{27b^3}$$

$$(4) \quad (6g^5h^{-4})^3$$

$$216g^{15}h^{-12} = 6^3g^{5 \cdot 3}h^{-4 \cdot 3}$$

$$\frac{16g^{15}}{h^{-12}}$$

حدد ما إذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود أم لا، و إن كانت فاذكر درجتها:

$$(5) \quad 3x + 4y$$

نعم؛ الدرجة: 1

$$(6) \quad \frac{1}{2}x^2 - 7y$$

نعم؛ الدرجة: 2

$$x^2 + \sqrt{x} \quad (7)$$

$$\frac{ab^3 - 1}{az^4 + 3} \quad (8)$$

بسط كلا مما يأتي:

$$(x^2 - 5x + 2) - (3x^2 + x - 1) \quad (9)$$

$$x^2 - 5x + 2 - 3x^2 - x + 1$$

$$-2x^2 - 6x + 3$$

$$(3a + 4b) + (6a - 6b) \quad (10)$$

$$3a + 4b + 6a - 6b$$

$$9a - 2b$$

$$3x^2(2xy - 3xy^2 + 4x^2y^3) \quad (11)$$

$$3x^2(2xy) - 3x^2(3xy^2) + 3x^2(4x^2y^3)$$

$$6x^3y - 9x^3y^2 + 12x^4y^3$$

$$(n - 9)(n + 7) \quad (12)$$

$$n^2 + 7n - 9n - 63$$

$$n^2 - 2n - 63$$

(13) عثمان يمارس الرياضة مدة 75 دقيقة في اليوم، x دقيقة رفع أثقال، على هذا سيمارس الركض السريع مدة 75 - x دقيقة في اليوم.

الجري السريع يحرق 10 سعرات حرارية في الدقيقة، عدد السعرات الحرارية في اليوم

$$(75 - x) \cdot 10 =$$

$$750 - 10x =$$

رفع الأثقال يحرق 7.5 سعرة حرارية في الدقيقة، عدد السعرات الحرارية في اليوم

$$7.5x =$$

$$750 - 2.5x = 750 - 10x + 7.5x =$$



## تمارين ومسائل

بسّط كلا مما يأتي مفترضا أن أيّاً من المتغيرات لا يساوي صفراً:

$$(14) \quad (5x^3y^{-5})(4xy^3) \\ \frac{20x^4}{y^2} = 20x^4y^{-2}$$

$$(15) \quad \frac{-y^3z^5}{y^2z^3} \\ -y^{3-2}z^{5-3} = \\ -yz^2 =$$

$$(16) \quad \frac{-7x^5y^5z^4}{21x^7y^5z^2} \\ \frac{-7x^{5-7}y^{5-5}z^{4-2}}{21} = \\ -\frac{z^2}{3x^2} =$$

$$(17) \quad n^{20} = n^{5 \cdot 4} = (n^5)^4$$

حدد إذا ما كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود أم لا، و إن كانت كذلك فأذكر درجتها:

$$(18) \quad 2x^2 - 3x + 5$$

نعم؛ 2

$$(19) \quad a^3 - 11$$

نعم؛ 3

$$(20) \quad \frac{5np}{n^2} - \frac{2g}{8}$$

$$(21) \quad \sqrt{m-7}$$

لا

بسّط كلّاً مما يأتي:

$$(22) \quad (6a^2 + 5a + 10) - (4a^2 + 6a + 12)$$

$$6a^2 + 5a + 10 - 4a^2 - 6a - 12$$
$$2a^2 - a - 2$$

$$(23) \quad 4x(2x^2 + y)$$

$$8x^3 + 4xy$$

$$(24) \quad (x - y)(x^2 + 2xy + y^2)$$

$$x^3 + 2x^2y + xy^2 - x^2y - 2xy^3 - y^3$$
$$x^3 + x^2y - xy^2 - y^3$$

$$(25) \quad (a + b)(a^3 - 3ab - b^2)$$

(26) طلاء:

$$12x + 11(15 - x) = \text{تكلفة طلاء المنزل}$$

$$12x + 165 - 11x =$$

$$x + 165 =$$

بسّط كلّاً مما يأتي مفترضا أن أياً من المتغيرات لا يساوي صفراً:

$$(27) \quad \left( \frac{8x^2y^3}{24x^3y^2} \right)^4$$

$$\frac{8^4 x^{2 \cdot 4} y^{3 \cdot 4}}{24^4 x^{3 \cdot 4} y^{2 \cdot 4}} =$$

$$\frac{x^8 y^{12}}{3^4 x^{12} y^8} =$$

$$\frac{y^4}{81x^4} =$$



$$\left(\frac{4x^{-2}y^3}{xy^{-4}}\right)^{-2} \quad (28)$$

$$\frac{4^{-2}x^4y^{-6}}{x^{-2}y^8} =$$

$$\frac{x^6}{16y^{14}} =$$

$$(a^2b^3)(ab)^{-2} \quad (29)$$

$$(a^2b^3)(a^{-2}b^{-2}) =$$

$$b = a^{2-2}b^{3-2} =$$

$$(-3x^3y)^2(4xy^2) \quad (30)$$

$$(9x^6y^2)(4xy^2) =$$

$$36x^7y^4 =$$

$$\frac{3c^2d(2c^3d^5)}{15c^4d^2} \quad (31)$$

$$\frac{6c^5d^6}{15c^4d^2} =$$

$$\frac{2}{5}cd^4 =$$

$$\frac{1}{4}g^2(8g + 12h - 16gh^2) \quad (32)$$

$$\frac{1}{4}g^2(8g) + \frac{1}{4}g^2(12h) - \frac{1}{4}g^2(16gh^2) =$$

$$2g^3 + 3g^2h - 4g^3h^2 =$$

$$x^{-2}(x^4 - 3x^3 + x^{-1}) \quad (33)$$

$$x^{-2}(x^4) - x^{-2}(3x^3) + x^{-2}(x^{-1}) =$$

$$x^2 - 3x + \frac{1}{x^3} =$$

$$a^{-3}b^2(ba^3 + b^{-1}a^2 + b^{-2}a) \quad (34)$$

$$a^{-3}b^2(ba^3) + a^{-3}b^2(b^{-1}a^2) + a^{-3}b^2(b^{-2}a) = \\ b^3 + \frac{b}{a} + \frac{1}{a^2} =$$

$$(n^2 - 7)(2n^3 + 4) \quad (35)$$

$$n^2(2n^3) + n^2(4) - 7(2n^3) - 7(4) = \\ 2n^5 + 4n^2 - 14n^3 - 28 = \\ 2n^5 - 14n^3 + 4n^2 - 28 =$$

$$(2x - 2y)^3 \quad (36)$$

$$(2x - 2y)(4x^2 - 8xy + 4y^2) = \\ 8x^3 - 16x^2y + 8xy^2 - 8x^2y + 16xy^2 - 8y^3 = \\ 8x^3 - 24x^2y + 24xy^2 - 8y^3 =$$

(37) فلك:

$$\frac{2.367 \times 10^{21}}{3 \times 10^8} =$$

(a) الوقت

$$\frac{2.367 \times 10^{21-8}}{3} =$$

$$\frac{2.367 \times 10^{13}}{3} =$$

$$0.789 \times 10^{13} =$$

$$7.89 \times 10^{12} = \text{ثانية ليصل الأرض}$$

نحول الثواني إلى سنوات، بالقسمة على  $60 \times 60 \times 24 \times 365$

$$\frac{7.89000000000000}{60 \times 60 \times 24 \times 365} =$$

$$\approx 250190.26 \text{ سنة}$$

$$\frac{2.28 \times 10^{11}}{3 \times 10^8} =$$

(b) الوقت

$$\frac{2.28 \times 10^{11-8}}{3} =$$



$$\begin{aligned} \frac{2.28 \times 10^3}{3} &= \\ 0.76 \times 10^3 &= \\ 760 = 0.76 \times 1000 &= \text{ثانية ليصل الضوء من الشمس للمريخ} \\ \text{نحولها إلى دقائق بالقسمة على 60} & \\ \text{الوقت} = \frac{760}{60} \approx 12.67 &\text{ دقيقة} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5^{k+7} &= 5^{2k-3} \quad (38) \\ \text{بما أن الأساس متساوي في الطرفين، إذن الأسس متساوية.} & \\ k + 7 &= 2k - 3 \\ k &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q^{41} &= q^{4k} \cdot q^5 \quad (39) \\ q^{41} &= q^{4k+5} \\ \text{بما أن الأساس متساوي في الطرفين، إذن الأسس متساوية.} & \\ 41 &= 4k + 5 \\ 41 - 5 &= 4k \\ 9 &= k \end{aligned}$$

(40) تمثيلات متعددة:

$$(a) \text{ هندسيا: مساحة المستطيل} = x^2 + 7x + 12$$

$$(b) \text{ جبريا: مساحة المستطيل} = (x+4)(x+3)$$

$$x^2 + 3x + 4x + 12 =$$

$$x^2 + 7x + 12 =$$

(c) لفظياً: مثل كل حد بمستطيل أو أكثر، بحيث تمثل المساحة في النموذج ناتج حاصل الضرب.

## مسائل مهارات التفكير العليا

(41) برهان:

$$\frac{1}{a^n} = \frac{a^0}{a^n}$$
$$a^{0-n} =$$
$$a^{-n} =$$

(42) تحد:

قيمة المقدار تقترب من الصفر.

(43) تبرير:

يظهر الصفر في المقام  $\frac{1}{0^2}$  مما يجعل العبارة غير معرفة

(44) مسألة مفتوحة:

$$x^{12} = x^9 \cdot x^3$$
$$x^{12} = \frac{x^{14}}{x^2}$$
$$x^{12} = (x^6)^2$$

(45) أكتب:

يتعامل الفلكي بأعداد كبيرة بحيث يصعب أحياناً التعامل معها لأنها تحتوي أرقاماً كثيرة.  
و خواص الأسس تجعل للأعداد الكبيرة و الصغيرة معنى.  
و لكي تعرف بعد الكواكب عن مصدر الضوء فإنك تقسم المسافة على سرعة الضوء لتحسب  
كم من الوقت تحتاج.



## تدريب على اختيار

(46) إجابة قصيرة:

$$\frac{2}{3}x^2 = \frac{8x^6}{12x^4} = \frac{(2x^2)^3}{12x^4}$$

(47) الإجابة الصحيحة: (C)  $x - 1$

حل كل كثيرة حدود فيما يأتي:

$$12ax^3 + 20bx^2 + 32cx \quad (48)$$

$$4x(3ax^2 + 5bx + 8c)$$

$$x^2 + 2x + 6 + 3x \quad (49)$$

$$x^2 + 5x + 6$$

$$(x + 3)(x + 2)$$

$$12y^2 + 9y + 8y + 6 \quad (50)$$

$$12y^2 + 17y + 6$$

$$(3y + 2)(4y + 3)$$

$$2my + 7x + 7m + 2xy \quad (51)$$

$$2my + 2xy + 7x + 7m$$

$$2y(x + m) + 7(x + m)$$

$$(x + m)(2y + 7)$$

$$8ax - 6x - 12a + 9 \quad (52)$$

$$8ax - 12a - 6x + 9$$

$$4a(2x - 3) - 3(2x - 3)$$

$$(2x - 3)(4a - 3)$$

$$10x^2 - 14xy - 15x + 21y \quad (53)$$

$$10x^2 - 15x - 14xy + 21y$$

$$2x(5x - 7y) - 3(5x - 7y)$$

$$(5x - 7y)(2x - 3)$$



## قسمة كثيرات الحدود Dividing Polynomials

3-4



بسّط كل مقدار فيما يأتي:

$$(20c^4d^2f - 16cdf^2 + 4cdf) \div (4cdf) \quad (1A)$$

$$\frac{20c^4d^2f}{4cdf} - \frac{16cdf^2}{4cdf} + \frac{4cdf}{4cdf} =$$

$$5c^3d - 4f + 1 =$$

$$(18x^2y + 27x^3y^2z)(3xy)^{-1} \quad (1B)$$

$$\frac{18x^2y}{3xy} + \frac{27x^3y^2z}{3xy} =$$

$$6x + 9x^2yz =$$

استعمل القسمة الطويلة لإيجاد الناتج في كل مما يأتي:

$$(x^2 + 7x - 30) \div (x - 3) \quad (2A)$$

$$\begin{array}{r} x + 10 \\ x - 3 \overline{) x^2 + 7x - 30} \\ \underline{(-) x^2 - 3x} \phantom{- 30} \\ 0 + 10x - 30 \\ \underline{(-) 10x - 30} \\ 0 \phantom{- 30} \end{array}$$

$$(x^2 - 13x + 12) \div (x - 1) \quad (2B)$$

$$\begin{array}{r} x-12 \\ x-1 \overline{) x^2 - 13x + 12} \\ \underline{(-) x^2 - x} \phantom{+ 12} \\ 0 - 12x + 12 \\ \underline{(-) -12x + 12} \\ 0 \phantom{+ 12} 0 \end{array}$$

$$-r - 6 + \frac{13}{1-r} = (r^2 + 5r + 7) \div (1-r) \quad (3)$$

$$\begin{array}{r} -r-6 \\ 1-r \overline{) r^2 + 5r + 7} \\ \underline{(-) r^2 - r} \phantom{+ 7} \\ 0 + 6r + 7 \\ \underline{(-) 6r - 6} \\ 0 + 13 \end{array}$$

الاختيار الصحيح: (F)

$$(2x^3 + 3x^2 - 4x + 15) \div (x + 3) \quad (4A)$$

$$\begin{array}{r} -3 \overline{) 2 \phantom{00} 3 \phantom{00} -4 \phantom{00} 15} \\ \phantom{-3 \overline{) 2}} \downarrow \\ \phantom{-3 \overline{) 2}} \phantom{00} -6 \phantom{00} 9 \phantom{00} -15 \\ \hline 2 \square \phantom{00} -3 \square \phantom{00} 5 \square \phantom{00} | \phantom{00} 0 \end{array}$$

ناتج القسمة هو  $2x^2 - 3x + 5$  ، و الباقي 0.

$$(3x^3 - 8x^2 + 11x - 14) \div (x - 2) \quad (4B)$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 3 \phantom{00} -8 \phantom{00} 11 \phantom{00} -14} \\ \phantom{2 \overline{) 3}} \downarrow \\ \phantom{2 \overline{) 3}} \phantom{00} 6 \phantom{00} -4 \phantom{00} 14 \\ \hline 3 \square \phantom{00} -2 \square \phantom{00} 7 \square \phantom{00} | \phantom{00} 0 \end{array}$$



ناتج القسمة هو  $3x^2 - 2x + 7$  ، و الباقي 0.

$$(4a^4 + 2a^2 - 4a + 12) \div (a + 2) \quad (4C)$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} -2 & 4 & 0 & 2 & -4 & 12 \\ & \downarrow & & & & \\ & & -8 & 16 & -36 & 80 \\ \hline & 4 \square & -8 \square & 18 \square & -40 \square & 92 \end{array}$$

ناتج القسمة هو  $4a^3 - 8a^2 + 18a - 40 + \frac{92}{a+2}$

$$(6b^4 - 8b^3 + 12b - 14) \div (b - 2) \quad (4D)$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 2 & 6 & -8 & 0 & 12 & -14 \\ & \downarrow & & & & \\ & & 12 & 8 & 16 & 56 \\ \hline & 6 \square & 4 \square & 8 \square & 28 \square & 42 \end{array}$$

ناتج القسمة هو  $6b^3 + 4b^2 + 8b + 28 + \frac{42}{b-2}$

استعمل القسمة التركيبية لإيجاد ناتج كل مما يأتي:

$$(8x^4 - 4x^2 + x + 4)(2x + 1) \quad (5A)$$

$$\frac{(8x^4 - 4x^2 + x + 4) \div 2}{(2x + 1) \div 2} =$$

$$\frac{\left(4x^4 - 2x^2 + \frac{1}{2}x + 2\right)}{\left(x + \frac{1}{2}\right)} =$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} -\frac{1}{2} & 4 & 0 & -2 & \frac{1}{2} & 2 \\ & \downarrow & & & & \\ & & -2 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \hline & 4 & -2 & -1 & 1 & \frac{3}{2} \end{array}$$

$$4x^3 - 2x^2 - x + 1 + \frac{\frac{3}{2}}{x + \frac{1}{2}} =$$

$$\frac{\frac{3}{2}}{x + \frac{1}{2}} = \frac{3}{2} \div \left(x + \frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{3}{2} \div \left(\frac{2x+1}{2}\right) = \frac{3}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{2}}{2x+1} = \frac{3}{2x+1}$$

$$4x^3 - 2x^2 - x + 1 + \frac{3}{2x+1} = \text{ناتج القسمة}$$

$$(8y^5 - 2y^4 - 16y^2 + 4)(4y - 1) \quad (5B)$$

$$\frac{(8y^5 - 2y^4 - 16y^2 + 4) \div 4}{(4y - 1) \div 4} =$$

$$\frac{\left(2y^5 - \frac{1}{2}y^4 - 4y^2 + 1\right)}{\left(y - \frac{1}{4}\right)} =$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} \frac{1}{4} & 2 & -\frac{1}{2} & 0 & -4 & 0 & 1 \\ & \downarrow & & & & & \\ & & \frac{1}{2} & 0 & 0 & -1 & -\frac{1}{4} \\ \hline & 2 & 0 & 0 & -4 & -1 & \left| \frac{3}{4} \right. \end{array}$$

$$2y^4 - 4y - 1 + \frac{\frac{3}{4}}{y - \frac{1}{4}}$$

$$\frac{\frac{3}{4}}{y - \frac{1}{4}} = \frac{3}{4} \div \left(y - \frac{1}{4}\right)$$



$$\frac{3}{4} \div \left( \frac{4y-1}{4} \right) = \frac{3}{\cancel{4}} \times \frac{\cancel{4}}{4y-1} = \frac{3}{4y-1}$$

$$2y^4 - 4y - 1 + \frac{3}{4y-1} = \text{ناتج القسمة}$$

$$(15b^3 + 8b^2 - 21b + 6) \div (5b - 4) \quad (5C)$$

$$\frac{(15b^3 + 8b^2 - 21b + 6) \div 5}{(5b - 4) \div 5} =$$

$$\frac{\left( 3b^3 + \frac{8}{5}b^2 - \frac{21}{5}b + \frac{6}{5} \right)}{\left( b - \frac{4}{5} \right)} =$$

$$\begin{array}{r} \frac{4}{5} \overline{) 3 \quad \frac{8}{5} \quad -\frac{21}{5} \quad \frac{6}{5}} \\ \downarrow \\ \frac{12}{5} \quad \frac{16}{5} \quad -\frac{4}{5} \\ \hline 3 \quad 4 \quad -1 \quad | \quad \frac{2}{5} \end{array}$$

$$3b^2 + 4b - 1 + \frac{\frac{2}{5}}{b - \frac{4}{5}}$$

$$\frac{\frac{2}{5}}{b - \frac{4}{5}} = \frac{2}{5} \div \frac{5b-4}{5}$$

$$\frac{2}{5} \div \frac{5b-4}{5} = \frac{2}{\cancel{5}} \times \frac{\cancel{5}}{5b-4} = \frac{2}{5b-4}$$

$$3b^2 + 4b - 1 + \frac{2}{5b-4} = \text{ناتج القسمة}$$

$$(6c^3 - 17c^2 + 6c + 8) \div (3c - 4) \quad (5D)$$

$$\frac{(6c^3 - 17c^2 + 6c + 8) \div 3}{(3c - 4) \div 3} =$$

$$\frac{\left(2c^3 - \frac{17}{3}c^2 + 2c + \frac{8}{3}\right)}{\left(c - \frac{4}{3}\right)} =$$

$$\begin{array}{r|rrrr} \frac{4}{3} & 2 & -\frac{17}{3} & 2 & \frac{8}{3} \\ & \downarrow & \frac{8}{3} & -4 & -\frac{8}{3} \\ \hline & 2 & -3 & -2 & 0 \end{array}$$

$$2c^2 - 3c - 2 = \text{ناتج القسمة}$$





بسّط كل عبارة فيما يلي:

$$\frac{4xy^2 - 2xy + 2x^2y}{xy} \quad (1)$$

$$4y + 2x - 2$$

$$(3a^2b - 6ab + 5ab^2)(ab)^{-1} \quad (2)$$

$$\frac{3a^2b - 6ab + 5ab^2}{ab} =$$

$$\frac{3a^2b - 6ab + 5ab^2}{ab} =$$

$$3a + 5b - 6 =$$

استعمل القسمة الطويلة (خوارزمية القسمة) أو القسمة التركيبية؛ لإيجاد الناتج في كل مما يأتي:

$$(x^2 - 6x - 20) \div (x + 2) \quad (3)$$

$$\begin{array}{r} x - 8 \\ x + 2 \overline{) x^2 - 6x - 20} \\ \underline{(-) x^2 + 2x} \phantom{- 20} \\ 0 - 8x - 20 \\ \underline{(-) -8x - 16} \\ -4 \end{array}$$

$$x - 8 - \frac{4}{x+2} = \text{ناتج القسمة}$$

$$(2a^2 - 4a - 8) \div (a + 1) \quad (4)$$

$$\begin{array}{r} 2a - 6 \\ a + 1 \overline{) 2a^2 - 4a - 8} \\ \underline{(-) 2a^2 + 2a} \phantom{- 8} \\ -6a - 8 \\ \underline{(-) -6a - 6} \\ -2 \end{array}$$

$$2a - 6 - \frac{2}{a+1} = \text{ناتج القسمة}$$

$$(3z^4 - 6z^3 - 9z^2 + 3z - 6) \div (z + 3) \quad (5)$$

$$\begin{array}{r} -3 \overline{) 3 \quad -6 \quad -9 \quad 3 \quad -6} \\ \quad \downarrow \quad -9 \quad 45 \quad -108 \quad 315 \\ \hline 3 \quad -15 \quad 36 \quad -105 \quad | \quad 309 \end{array}$$

$$3z^3 - 15z^2 + 36z - 105 + \frac{309}{z+3} = \text{ناتج القسمة}$$

$$(y^5 - 3y^2 - 20) \div (y - 2) \quad (6)$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 1 \quad 0 \quad 0 \quad -3 \quad 0 \quad -20} \\ \quad \downarrow \quad 2 \quad 4 \quad 8 \quad 10 \quad 20 \\ \hline 1 \quad 2 \quad 4 \quad 5 \quad 10 \quad | \quad 0 \end{array}$$

$$y^4 + 2y^3 + 4y^2 + 5y + 10 = \text{ناتج القسمة}$$



(7) اختيار من متعدد:

الاختيار الصحيح (A)  $-x - 7 + \frac{19}{4 - x}$

استعمل القسمة التركيبية لإيجاد ناتج كل مما يأتي:

(8)  $(10x^2 + 15x + 20) \div (5x + 5)$

$$\frac{(10x^2 + 15x + 20) \div 5}{(5x + 5) \div 5} =$$

$$\frac{(2x^2 + 3x + 4)}{(x + 1)} =$$

$$\begin{array}{r|rrr} -1 & 2 & 3 & 4 \\ & \downarrow & -2 & -1 \\ \hline & 2 & 1 & 3 \end{array}$$

$$2x + 1 + \frac{15}{5x + 5} =$$

$$2x + 1 + \frac{3}{x + 1} =$$

(9)  $(18a^2 + 6a + 9) \div (3a - 2)$

$$\frac{(18a^2 + 6a + 9) \div 3}{(3a - 2) \div 3} =$$

$$\frac{(6a^2 + 2a + 3)}{\left(a - \frac{2}{3}\right)} =$$

$$\begin{array}{r|rrr} \frac{2}{3} & 6 & 2 & 3 \\ & \downarrow & 4 & 4 \\ \hline & 6 & 6 & 7 \end{array}$$

$$6a + 6 + \frac{7}{a - \frac{2}{3}}$$

ناتج القسمة =  $a - \frac{2}{3}$

$$\frac{7}{a - \frac{2}{3}} = 7 \div \frac{3a - 2}{3} \quad \therefore$$

$$7 \times \frac{3}{3a - 2} = \frac{21}{3a - 2}$$

$$6a + 6 + \frac{21}{3a - 2} = \text{ناتج القسمة} \quad \therefore$$

$$\frac{12b^2 + 23b + 15}{3b + 8} \quad (10)$$

$$\frac{(12b^2 + 23b + 15) \div 3}{(3b + 8) \div 3} =$$

$$\frac{\left(4b^2 + \frac{23}{3}b + 5\right)}{\left(b + \frac{8}{3}\right)} =$$

$$\begin{array}{r|rrr} -\frac{8}{3} & 4 & \frac{23}{3} & 5 \\ & \downarrow & -\frac{32}{3} & 8 \\ \hline & 4 & -3 & | \quad 13 \end{array}$$

$$4b - 3 + \frac{13}{b + \frac{8}{3}}$$

$$\frac{13}{b + \frac{8}{3}} = 13 \div \frac{3b + 8}{3} \quad \therefore$$

$$13 \times \frac{3}{3b + 8} = \frac{39}{3b + 8}$$



$$\therefore \text{ناتج القسمة} = 4b - 3 + \frac{39}{3b + 8}$$

$$(11) \quad \frac{27y^2 + 27y - 30}{9y - 6}$$

$$\frac{(27y^2 + 27y - 30) \div 9}{(9y - 6) \div 9}$$

$$\frac{\left(3y^2 + 3y - \frac{10}{3}\right)}{\left(y - \frac{2}{3}\right)}$$

$$\begin{array}{r|rr} \frac{2}{3} & 3 & 3 & -\frac{10}{3} \\ & \downarrow & 2 & \frac{10}{3} \\ \hline & 3 & 5 & 0 \end{array}$$

$$\text{ناتج القسمة} = 3y + 5$$

### تدرب وحل المسائل

بسّط كل عبارة فيما يأتي:

$$\frac{24a^3b^2 - 16a^2b^3}{8ab} \quad (12)$$

$$\frac{24a^3b^2}{8ab} - \frac{16a^2b^3}{8ab} =$$

$$3a^2b - 2ab^2 =$$

$$\frac{5x^2y - 10xy + 15xy^2}{5xy} \quad (13)$$

$$\frac{5x^2y}{5xy} - \frac{10xy}{5xy} + \frac{15xy^2}{5xy} =$$

$$\frac{7g^3h^2 + 3g^2h - 2gh^3}{gh} \quad (14)$$

$$\frac{7g^3h^2}{gh} + \frac{3g^2h}{gh} - \frac{2gh^3}{gh} =$$

$$7g^2h + 3g - 2h^2 =$$

$$\frac{4a^3b - 6ab + 2ab^2}{2ab} \quad (15)$$

$$\frac{4a^3b}{2ab} - \frac{6ab}{2ab} + \frac{2ab^2}{2ab} =$$

$$2a^2 + b - 3 =$$



$$\frac{16c^4d^4 - 24c^2d^2}{4c^2d^2} \quad (16)$$

$$\frac{16c^4d^4}{4c^2d^2} - \frac{24c^2d^2}{4c^2d^2} =$$

$$4c^2d^2 - 6 =$$

$$\frac{9n^3p^3 - 18n^2p^2 + 21n^2p^3}{3n^2p^2} \quad (17)$$

$$\frac{9n^3p^3}{3n^2p^2} - \frac{18n^2p^2}{3n^2p^2} + \frac{21n^2p^3}{3n^2p^2} =$$

$$3np + 7p - 6 =$$

(18) مخبز:

$$\frac{-w^2 + 16w + 1000}{w}$$

$$\frac{-w^2}{w} + \frac{16w}{w} + \frac{1000}{w} =$$

$$-w + 16 + \frac{1000}{w} =$$

استعمل القسمة الطويلة (خوارزمية القسمة) أو القسمة التركيبية؛ لإيجاد الناتج في كل مما يأتي:

$$(a^2 - 8a - 26) \div (a + 2) \quad (19)$$

$$\begin{array}{r} a - 10 \\ a + 2 \overline{) a^2 - 8a - 26} \\ \underline{(-) a^2 + 2a} \phantom{- 26} \\ -10a - 26 \\ \underline{(-) -10a - 20} \\ -6 \end{array}$$

$$a - 10 - \frac{6}{a+2} = \text{ناتج القسمة}$$

$$(b^3 - 4b^2 + b - 2) \div (b+1) \quad (20)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -4 & 1 & -2 \\ & \downarrow & -1 & 5 & -6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & -8 \end{array}$$

$$b^2 - 5b + 6 - \frac{8}{b+1} = \text{ناتج القسمة}$$

$$(z^4 - 3z^3 + 2z^2 - 4z + 4)(z-1)^{-1} \quad (21)$$

$$\frac{(z^4 - 3z^3 + 2z^2 - 4z + 4)}{(z-1)} =$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & -3 & 2 & -4 & 4 \\ & \downarrow & 1 & -2 & 0 & -4 \\ \hline & 1 & -2 & 0 & -4 & 0 \end{array}$$

$$z^3 - 2z^2 - 4 = \text{ناتج القسمة}$$

$$(x^5 - 4^3x + 4x^2) \div (x-4) \quad (22)$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 12x^2 + 52x - 208 \\ x-4 \overline{) x^5 \phantom{+ 4x^4} - 4x^3 + 4x^2} \\ \underline{(-) x^5 - 4x^4} \phantom{+ 4x^2} \\ 4x^4 - 4x^3 \phantom{+ 4x^2} \\ \underline{(-) 4x^4 - 16x^3} \phantom{+ 4x^2} \\ 12x^3 + 4x^2 \phantom{- 208} \\ \underline{(-) 12x^3 - 48x^2} \phantom{- 208} \\ 52x^2 \phantom{- 208} \\ \underline{(-) 52x^2 - 208x} \phantom{- 208} \\ -208x \phantom{- 208} \\ \underline{(-) -208x + 832} \\ 832 \end{array}$$



$$x^4 + 4x^3 + 12x^2 + 52x + 208 + \frac{832}{x-4} = \text{ناتج القسمة}$$

$$\frac{y^3 + 11y^2 - 10y + 6}{y+2} \quad (23)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & 11 & -10 & 6 \\ & \downarrow & -2 & -18 & 56 \\ \hline & 1 & 9 & -28 & 62 \end{array} -$$

$$y^2 + 9y - 28 + \frac{62}{y+2} = \text{ناتج القسمة}$$

$$(g^4 - 3g^2 - 18) \div (g - 2) \quad (24)$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 2 & 1 & 0 & -3 & 0 & -18 \\ & \downarrow & 2 & 4 & 2 & 4 \\ \hline & 1 & 2 & 1 & 2 & -14 \end{array}$$

$$g^3 + 2g^2 + g + 2 - \frac{14}{g-2} = \text{ناتج القسمة}$$

$$6a^2 - 3a + 9 \div 3a - 2 \quad (25)$$

$$\frac{(6a^2 - 3a + 9) \div 3}{(3a - 2) \div 3} =$$

$$\frac{(2a^2 - a + 3)}{\left(a - \frac{2}{3}\right)} =$$

$$\begin{array}{r|rrr} \frac{2}{3} & 2 & -1 & 3 \\ & \downarrow & \frac{4}{3} & \frac{2}{9} \\ \hline & 2 & \frac{1}{3} & | \frac{29}{9} \end{array}$$

$$2a + \frac{1}{3} + \frac{\frac{29}{9}}{a - \frac{2}{3}}$$

$$\frac{\frac{29}{9}}{a - \frac{2}{3}} = \frac{29}{9} \div a - \frac{2}{3}$$

$$\frac{29}{\cancel{9}_3} \times \frac{\cancel{3}}{3a-2} = \frac{29}{9a-6}$$

$$2a + \frac{1}{3} + \frac{29}{9a-6} = \text{ناتج القسمة}$$

$$\frac{6x^5 + 5x^4 + x^3 - 3x^2 + x}{3x+1} \quad (26)$$

$$\frac{(6x^5 + 5x^4 + x^3 - 3x^2 + x) \div 3}{(3x+1) \div 3} =$$

$$\frac{\left(2x^5 + \frac{5}{3}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - x^2 + \frac{1}{3}x\right)}{\left(x + \frac{1}{3}\right)} =$$



$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 -\frac{1}{3} & 2 & \frac{5}{3} & \frac{1}{3} & -1 & \frac{1}{3} & 0 \\
 & \downarrow & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{2}{9} \\
 \hline
 & 2 & 1 & 0 & -1 & \frac{2}{3} & | -\frac{2}{9}
 \end{array}$$

$$2x^4 + x^3 - x + \frac{2}{3} - \frac{\frac{2}{9}}{x + \frac{1}{3}}$$

$$\frac{\frac{2}{9}}{x + \frac{1}{3}} = \frac{2}{9} \div \frac{3x + 1}{3}$$

$$\frac{2}{\cancel{9}_3} \times \frac{\cancel{3}}{3x + 1} = \frac{2}{9x + 3}$$

$$2x^4 + x^3 - x + \frac{2}{3} - \frac{2}{9x + 3} = \text{ناتج القسمة}$$

(27) هندسة:

$$\begin{array}{r|rrrr}
 -2 & 6 & 31 & 53 & 30 \\
 & \downarrow & -12 & -38 & -30 \\
 \hline
 & 6 & 19 & 15 & | 0
 \end{array}$$

∴ مساحة قاعدة متوازي المستطيلات =  $6x^2 + 19x + 15$

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-19 \pm \sqrt{(19)^2 - 4(6)(15)}}{2(6)}$$

$$x = \frac{-19 \pm \sqrt{361 - 360}}{12}$$

$$x = \frac{-19 - 1}{12} = \frac{-20}{12}$$

$$x = \frac{-19 + 1}{12} = -\frac{18}{12}$$

$$3x + 5 = 0$$

$$2x + 3 = 0$$

الطول و العرض:  $(2x + 3)$  ،  $(3x + 5)$

(28) فيزياء:

$$\frac{t^3 + 9t^2 + 26t + 24}{t + 4} = \text{فرق الجهد}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} -4 & 1 & 9 & 26 & 24 \\ & \downarrow & -4 & -20 & -24 \\ \hline & 1 & 5 & 6 & 5 \end{array}$$

$$t^2 + 5t + 6 = \text{فرق الجهد}$$

بسط كل عبارة فيما يأتي:

$$(x^4 - y^4) \div (x - y) \quad (29)$$

$$(x^4 - y^4) = (x^2 + y^2)(x^2 - y^2)$$

$$(x^2 + y^2)(x^2 - y^2) = (x^2 + y^2)(x - y)(x + y)$$

$$\frac{(x^4 - y^4)}{(x - y)} = \frac{(x^2 + y^2)(x + y)(\cancel{x - y})}{(\cancel{x - y})} = (x^2 + y^2)(x + y)$$



$$(28c^3d^2 - 21cd^2) \div (14cd) \quad (30)$$

$$\frac{28c^3d^2}{14cd} - \frac{21cd^2}{14cd} =$$

$$2c^2d - \frac{3}{2}d =$$

$$(a^3b^2 - a^2b + 2b)(-ab)^{-1} \quad (31)$$

$$\frac{a^3b^2}{-ab} - \frac{a^2b}{-ab} + \frac{2b}{-ab} =$$

$$-a^2b + a - \frac{2}{a} =$$

$$\frac{n^3 + 3n^2 - 5n - 4}{n + 4} \quad (32)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} -4 & 1 & 3 & -5 & -4 \\ & \downarrow & -4 & 4 & 4 \\ \hline & 1 & -1 & -1 & 0 \end{array}$$

$$n^2 - n - 1 = \text{ناتج القسمة}$$

$$\frac{p^3 + 2p^2 - 7p - 21}{p + 3} \quad (33)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} -3 & 1 & 2 & -7 & -21 \\ & \downarrow & -3 & 3 & 12 \\ \hline & 1 & -1 & -4 & -9 \end{array}$$

$$p^2 - p - 4 - \frac{9}{p+3} = \text{ناتج القسمة}$$

$$\frac{3z^5 + 5z^4 + z + 5}{z + 2} \quad (34)$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} -2 & 3 & 5 & 0 & 0 & 1 & 5 \\ & \downarrow & -6 & 2 & -4 & 8 & -18 \\ \hline & 3 & -1 & 2 & -4 & 9 & -13 \end{array}$$

$$3z^4 - z^3 + 2z^2 - 4z + 9 - \frac{13}{z+2}$$

(35) أعمال:  
(a)

$$\begin{array}{r} 3500 \\ a^2 + 100 \overline{) 3500a^2} \\ (-) 3500a^2 + 350000 \\ \hline 350000 \end{array}$$

$$3500 - \frac{350000}{a^2 + 100} =$$

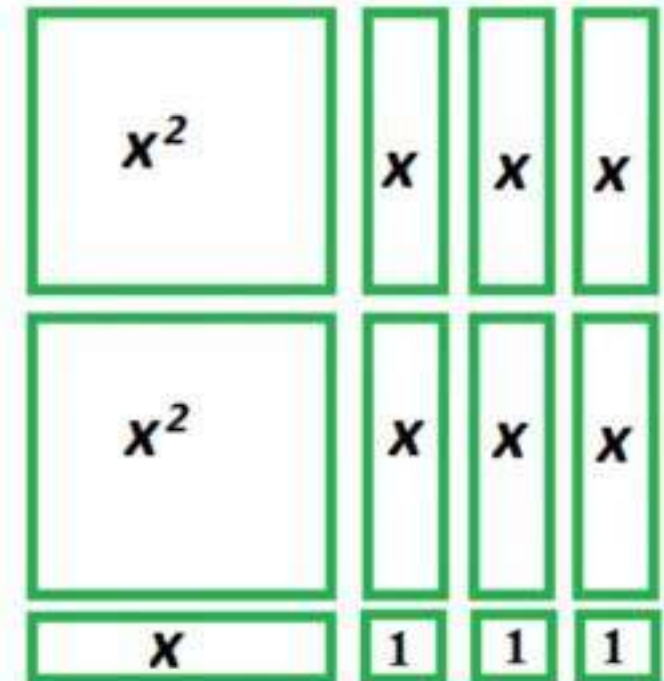
$$3500 - \frac{350000}{a^2 + 100} = 3500 - \frac{350000}{3600000 + 100} \quad (b)$$

$$n = 3500 - \frac{3500\cancel{00}}{360001\cancel{00}} \approx 3500$$

3500 نسخة تقريبا



(36) تمثيلات متعددة:  
(a) حسياً:



العرض =  $x + 3$

(b) رمزياً:

$$(2x^2 + 7x + 3) \div (2x + 1)$$

(c) عددياً:

$$\frac{(2x^2 + 7x + 3) \div 2}{(2x + 1) \div 2} = \frac{x^2 + \frac{7}{2}x + \frac{3}{2}}{x + \frac{1}{2}}$$

$$\begin{array}{r|rrr} -\frac{1}{2} & 1 & \frac{7}{2} & \frac{3}{2} \\ & \downarrow & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ \hline & 1 & 3 & 0 \end{array}$$

ناتج القسمة =  $x + 3$

نعم يتفق

(37) اكتشف الخطأ:

خليفة اجابته صحيحة؛ جمال قسم على  $x + 3$

(38) تحد: ثنائية الحد عامل من عوامل كثيرة الحدود

(39) تبرير: درجة ناتج القسمة + درجة المقسوم عليه = درجة المقسوم.

$$\frac{x^2 + 5x + 9}{x + 2}$$

(40) مسألة مفتوحة:

(41) حدد العبارة المختلفة عن العبارات الثلاث الأخرى، و فسر اجابتك.

$\frac{5}{x^2}$  ؛ لأن مقامها يحوي  $x^2$  ، في حين أن الباقي العبارات كثيرات حدود.

(42) أكتب:

نقسم  $140x^2 + 60x$  على  $10x$  فيكون الناتج  $14x + 6$  و يمثل طول الغلاف كاملاً. ثم نطرح  $14x$  من الناتج فنحصل على 6 نصفها و هو العدد 3 يمثل عرض كل من جزأي الثاني

### تدريب على اختبار

(43) أي مما يأتي يكافئ العبارة:

الاختيار الصحيح: (C)  $-10x^2 + 17x$

(44) أي كثيرات الحدود الآتية درجتها أي كثيرات الحدود الآتية درجتها 3 ؟

الاختيار الصحيح: (D)  $1 + x + x^3$



بسّط كل عبارة فيما يأتي:

$$4a(2a-3) + 3a(5a-4) \quad (45)$$

$$8a^2 - 12a + 15a^2 - 12a =$$

$$23a^2 - 24a =$$

$$(xy)^2 (2xy^2z)^3 \quad (46)$$

$$(x^2y^2)(8x^3y^6z^3) =$$

$$8x^5y^8z^3 =$$

$$(3ab^2)^{-2} (2a^2b)^2 \quad (47)$$

$$\frac{(2a^2b)^2}{(3ab^2)^2} = \frac{4a^4b^2}{9a^2b^4}$$

$$\frac{4a^2}{9b^2} =$$

$$f(x) = 4x + 3 \quad (48)$$

$$f(-6) = 4(-6) + 3 = -24 + 3 = -21$$

$$h(x) = -2x^2 - 2x + 4 \quad (49)$$

$$h(3) = -2(3)^2 - 2(3) + 4$$

$$h(3) = -18 - 6 + 4 = -20$$

$$f(x) = 4x + 3 \quad (50)$$

$$f(c) = 4c + 3$$



## دوال كثيرات الحدود Polynomial Functions

3-5



$$5x^3 - 4x^2 - 8x + \frac{4}{x} \quad (1A)$$

ليست كثيرة حدود لأن أحد الحدود يحتوي متغيراً بالمقام.

$$5x^6 - 3x^4 + 12x^3 - 14 \quad (1B)$$

درجتها 6 ، المعامل الرئيسي 5 .

$$8x^4 - 2x^3 - x^6 + 3 \quad (1C)$$

درجتها 6 ، المعامل الرئيس -1

$$v(t) = -0.037t^3 + 0.152t^2 + 0.173t \quad (2)$$

$$v(4) = -0.037(4)^3 + 0.152(4)^2 + 0.173(4)$$

$$v(4) = -2.368 + 2.432 + 0.692$$
$$= 0.756$$

$$g(x) = x^2 - 5x + 8 \quad (3A)$$

$$g(2a) = (2a)^2 - 5(2a) + 8$$

$$3g(2a) = 12a^2 - 30a + 8$$

$$g(5a - 2) = (5a - 2)^2 - 5(5a - 2) + 8$$

$$= 25a^2 - 20a + 4 - 25a + 10 + 8$$

$$= 25a^2 - 45a + 22$$

$$g(5a - 2) + g(2a) = 37a^2 - 75a + 36$$



$$h(x) = 2x^2 + 5x + 3 \quad (3B)$$

$$h(d) = 2d^2 + 5d + 3$$

$$0.5h(d) = 0.5(2d^2) + 0.5(5d) + 0.5(3)$$

$$0.5h(d) = d^2 + 2.5d + 1.5$$

$$h(-4d + 3) = 2(-4d + 3)^2 + 5(-4d + 3) + 3$$

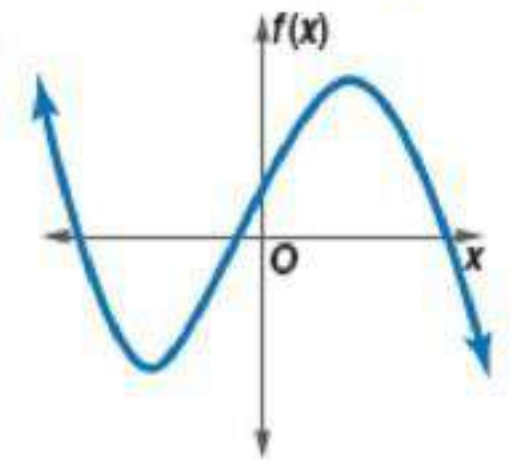
$$h(-4d + 3) = 32d^2 - 48d + 18 - 20d + 15 + 3$$

$$h(-4d + 3) = 32d^2 - 68d + 36$$

$$h(-4d + 3) - 0.5h(d) = 32d^2 - 68d + 36 - (d^2 + 2.5d + 1.5)$$

$$h(-4d + 3) - 0.5h(d) = 31d^2 - 70.5d + 34.5$$

(4A)

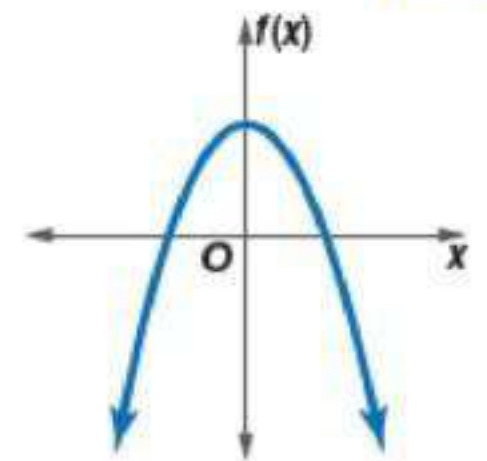


$$x \rightarrow -\infty \text{ عندما } f(x) \rightarrow +\infty$$

$$x \rightarrow +\infty \text{ عندما } f(x) \rightarrow -\infty$$

بما أن سلوك طرفي التمثيل البياني في اتجاهين مختلفين فالدالة فردية الدرجة. يقطع التمثيل البياني للدالة محور السينات في ثلاث نقاط، لذا يكون للدالة ثلاث اصفار حقيقية

(4B)



$$x \rightarrow -\infty \text{ عندما } f(x) \rightarrow -\infty$$

$$x \rightarrow +\infty \text{ عندما } f(x) \rightarrow -\infty$$



بما أن سلوك طرفي التمثيل البياني في الإتجاه نفسه فالدالة زوجية الدرجة. يقطع التمثيل البياني للدالة محور السينات في نقطتين، لذا يكون للدالة صفران حقيقيان.



$$11x^6 - 5x^5 + 4x^2 \quad (1)$$

الدرجة 6 ، المعامل الرئيس 11

$$-10x^7 - 5x^3 + 4x - 22 \quad (2)$$

الدرجة 7 ، و المعامل الرئيس -10

$$14x^4 - 9x^3 + 3x - 4y \quad (3)$$

ليست كثيرة حدود بمتغير واحد، فهنا متغيرين هما  $x$  ,  $y$

$$8x^5 - 3x^2 + 4xy - 5 \quad (4)$$

ليست كثيرة حدود بمتغير واحد، فهنا متغيرين هما  $x$  ,  $y$

أوجد  $w(5)$ ,  $w(-4)$  لكل من الدالتين الآتيتين:

$$w(x) = -2x^3 + 3x - 12 \quad (5)$$

$$w(-4) = -2(-4)^3 + 3(-4) - 12$$

$$w(-4) = 128 - 12 - 12 = 104$$

$$w(5) = -2(5)^3 + 3(5) - 12$$

$$w(5) = -250 + 15 - 12 = -247$$

$$w(x) = 2x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 2x + 8 \quad (6)$$

$$w(-4) = 2(-4)^4 - 5(-4)^3 + 3(-4)^2 - 2(-4) + 8$$

$$w(x) = 512 + 320 + 48 + 8 + 8 = 896$$



$$w(5) = 2(5)^4 - 5(5)^3 + 3(5)^2 - 2(5) + 8$$

$$w(5) = 1250 - 625 + 75 - 10 + 8 = 698$$

إذا كانت  $c(x) = 4x^3 - 5x^2 + 2$ ,  $d(x) = 3x^2 + 6x - 10$ ، فأوجد كلًا مما يأتي:

$$c(y^3) \quad (7)$$

$$c(x) = 4x^3 - 5x^2 + 2$$

$$c(y^3) = 4(y^3)^3 - 5(y^3)^2 + 2$$

$$c(y^3) = 4y^9 - 5y^6 + 2$$

$$-4[d(3z)] \quad (8)$$

$$d(x) = 3x^2 + 6x - 10$$

$$-4[d(3z)] = -4[3(3z)^2 + 6(3z) - 10]$$

$$-4[d(3z)] = -4[27z^2 + 18z - 10]$$

$$-4[d(3z)] = -108z^2 - 72z + 40$$

$$6c(4a) + 2d(3a - 5) \quad (9)$$

$$c(x) = 4x^3 - 5x^2 + 2$$

$$d(x) = 3x^2 + 6x - 10$$

$$6c(4a) = 6[4(4a)^3 - 5(4a)^2 + 2]$$

$$6c(4a) = 1536a^3 - 480a^2 + 12$$

$$2d(3a - 5) = 3(3a - 5)^2 + 6(3a - 5) - 10$$

$$2d(3a - 5) = 2[3(9a^2 - 30a + 25) + 6(3a - 5) - 10]$$

$$2d(3a - 5) = 54a^2 - 144a + 70$$



$$6c(4a) + 2d(3a - 5) = 1536a^3 - 480a^2 + 12 + 54a^2 - 144a + 70$$

$$6c(4a) + 2d(3a - 5) = 1536a^3 - 426a^2 - 144a + 82$$

$$-3c(2b) + 6d(4b - 3) \quad (10)$$

$$c(x) = 4x^3 - 5x^2 + 2$$

$$d(x) = 3x^2 + 6x - 10$$

$$-3c(2b) = -3[4(2b)^3 - 5(2b)^2 + 2]$$

$$-3c(2b) = -96b^3 + 60b^2 - 6$$

$$6d(4b - 3) = 6[3(4b - 3)^2 + 6(4b - 3) - 10]$$

$$6d(4b - 3) = 6[3(16b^2 - 24b + 9) + 6(4b - 3) - 10]$$

$$6d(4b - 3) = 288b^2 - 288b - 6$$

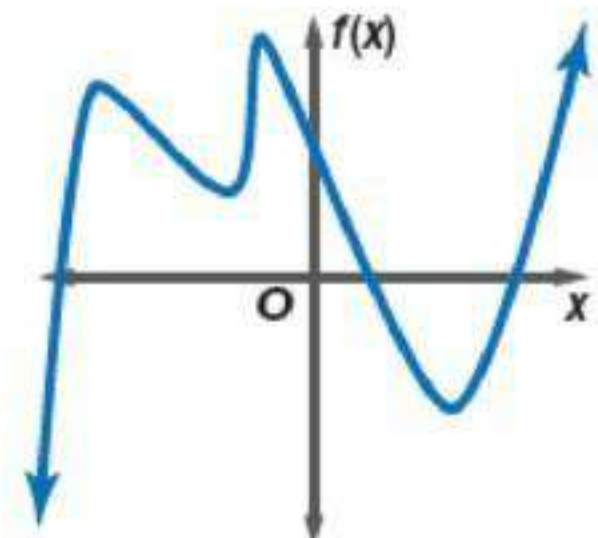
$$-3c(2b) + 6d(4b - 3) = -96b^3 + 60b^2 - 6 + 288b^2 - 288b - 6$$

$$-3c(2b) + 6d(4b - 3) = -96b^3 + 348b^2 - 288b - 12$$

أجب عن الفروع من a-c لكل التمثيلات البيانية الآتية:

- (a) صف سلوك طرفي التمثيل البياني.  
 (b) حدد ما إذا كانت درجة دالة كثيرة الحدود فردية أم زوجية.  
 (c) اذكر عدد الأصفار الحقيقية للدالة.

(11)



(a)  $x \rightarrow -\infty$  عندما  $f(x) \rightarrow -\infty$

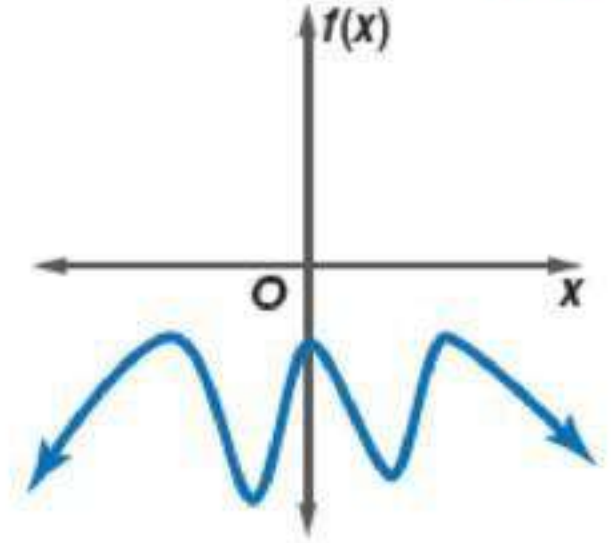


$$f(x) \rightarrow +\infty \text{ عندما } x \rightarrow +\infty$$

(b) بما أن سلوك طرفي التمثيل البياني في اتجاهين مختلفين فالدالة فردية الدرجة.

(c) يقطع التمثيل البياني للدالة محور السينات في ثلاث نقاط، لذا يكون للدالة ثلاثة أصفار حقيقية.

(12)



$$f(x) \rightarrow -\infty \text{ عندما } x \rightarrow -\infty \quad (a)$$

$$f(x) \rightarrow -\infty \text{ عندما } x \rightarrow +\infty$$

(b) بما أن سلوك طرفي التمثيل البياني في الإتجاه نفسه فالدالة زوجية الدرجة.

(c) لا يقطع التمثيل البياني للدالة محور السينات ، لذا لا يوجد للدالة أصفار حقيقية.

## تمارين ومسائل

حدد الدرجة والمعامل الرئيس لكل كثيرة حدود بمتغير واحد فيما يأتي، وإذا لم تكن كثيرة حدود بمتغير واحد فاذكر السبب:

$$-6x^6 - 4x^5 + 13xy \quad (13)$$

ليست دالة بمتغير واحد، هنالك متغيرين  $x$  ,  $y$

$$3a^7 - 4a^4 + \frac{3}{a} \quad (14)$$

ليست كثيرة حدود لأنها تتضمن أساً سالباً أو متغيراً في المقام.

$$8x^5 - 12x^6 + 14x^3 - 9 \quad (15)$$



درجتها 6 ، و المعامل الرئيس -12-

$$-12 - 8x^2 + 5x - 21x^7 \quad (16)$$

درجتها 7 ، و المعامل الرئيس -21-

$$13b^3 - 9b + 3b^5 - 18 \quad (17)$$

درجتها 5 ، و المعامل الرئيس 3

$$(5 - 2y)(4 + 3y) \quad (18)$$

$$20 + 7xy - 6y^2 =$$

درجتها 2 ، و المعامل الرئيس -6-

$$6x^5 - 5x^4 + 2x^9 - 3x^2 \quad (19)$$

درجتها 9 ، و المعامل الرئيس 2

$$7x^4 + 3x^7 - 2x^8 + 7 \quad (20)$$

درجتها 8 ، و المعامل الرئيس -2-

أوجد  $p(3)$  ,  $p(-6)$  لكل دالة مما يأتي:

$$p(x) = x^4 - 2x^2 + 3 \quad (21)$$

$$p(3) = (3)^4 - 2(3)^2 + 3$$

$$p(3) = 81 - 18 + 3 = 66$$

$$p(-6) = (-6)^4 - 2(-6)^2 + 3$$

$$p(-6) = 1296 - 72 + 3 = 1227$$

$$p(x) = x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 5x + 24 \quad (22)$$

$$p(3) = (3)^4 - 4(3)^3 + 3(3)^2 - 5(3) + 24$$

$$p(3) = 81 - 108 + 27 - 15 + 24 = 9$$

$$p(-6) = (-6)^4 - 4(-6)^3 + 3(-6)^2 - 5(-6) + 24$$

$$p(-6) = 1296 + 864 + 108 + 30 + 24 = 2322$$



$$p(x) = -x^3 + 3x^2 - 5 \quad (23)$$

$$p(3) = -(3)^3 + 3(3)^2 - 5$$

$$p(3) = -27 + 27 - 5 = -5$$

$$p(-6) = -(-6)^3 + 3(-6)^2 - 5$$

$$p(-6) = 216 + 108 - 5 = 319$$

$$p(x) = 2x^4 + x^3 - 4x^2 \quad (24)$$

$$p(3) = 2(3)^4 + (3)^3 - 4(3)^2$$

$$p(3) = 162 + 27 - 36 = 153$$

$$p(-6) = 2(-6)^4 + (-6)^3 - 4(-6)^2$$

$$p(-6) = 2592 - 216 - 144 = 2232$$

إذا كانت  $c(x) = 2x^2 - 4x + 3$  ,  $d(x) = -x^3 + x + 1$  ، فأوجد قيمة كل مما يأتي:

$$c(3a) \quad (25)$$

$$c(x) = 2x^2 - 4x + 3$$

$$c(3a) = 2(3a)^2 - 4(3a) + 3$$

$$c(3a) = 18a^2 - 12a + 3$$

$$5d(2a) \quad (26)$$

$$d(x) = -x^3 + x + 1$$

$$5d(2a) = 5[-(2a)^3 + (2a) + 1]$$

$$5d(2a) = -40a^3 + 10a + 5$$



$$c(b^2) \quad (27)$$

$$c(x) = 2x^2 - 4x + 3$$

$$c(b^2) = 2(b^2)^2 - 4(b^2) + 3$$

$$c(b^2) = 2b^4 - 4b^2 + 3$$

$$d(4a^2) \quad (28)$$

$$d(x) = -x^3 + x + 1$$

$$d(4a^2) = -(4a^2)^3 + (4a^2) + 1$$

$$d(4a^2) = -64a^6 + 4a^2 + 1$$

$$d(4y-3) \quad (29)$$

$$d(x) = -x^3 + x + 1$$

$$d(4y-3) = -(4y-3)^3 + (4y-3) + 1$$

$$(4y-3)^3 = (4y-3)(4y-3)^2$$

$$(4y-3)^3 = (4y-3)(16y^2 - 24y + 9)$$

$$(4y-3)^3 = 64y^3 - 144y^2 + 108y - 27$$

$$d(4y-3) = -64y^3 + 144y^2 - 108y + 27 + 4y - 3 + 1$$

$$d(4y-3) = -64y^3 + 144y^2 - 104y + 25$$

$$c(y^2-1) \quad (30)$$

$$c(y^2-1) = 2(y^2-1)^2 - 4(y^2-1) + 3$$

$$(y^2-1)^2 = (y^2-1)(y^2-1)$$

$$(y^2-1)^2 = y^4 - 2y^2 + 1$$

$$c(y^2-1) = 2(y^4 - 2y^2 + 1) - 4(y^2-1) + 3$$

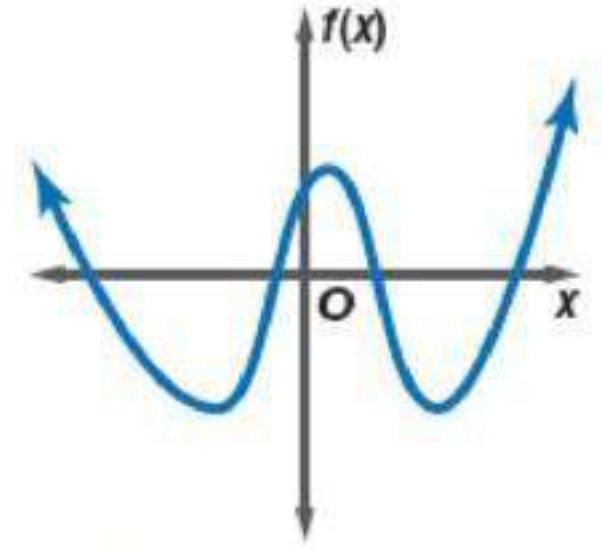
$$c(y^2-1) = 2y^4 - 8y^2 + 9$$



أجب عن الفروع من a-c لكل التمثيلات البيانية الآتية:

- (a) صف سلوك طرفي التمثيل البياني.  
(b) حدد ما إذا كانت درجة دالة كثيرة الحدود فردية أم زوجية.  
(c) اذكر عدد الأصفار الحقيقية للدالة.

(31)



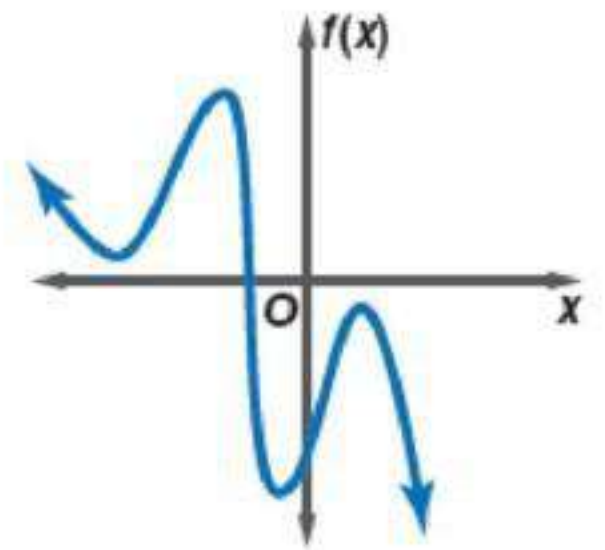
(a)  $f(x) \rightarrow +\infty$  عندما  $x \rightarrow -\infty$

$f(x) \rightarrow +\infty$  عندما  $x \rightarrow +\infty$

(b) بما أن سلوك طرفي التمثيل البياني في الإتجاه نفسه فالدالة زوجية الدرجة.

(c) يقطع التمثيل البياني للدالة محور السينات في 4 نقاط، لذا هناك للدالة 4 أصفار حقيقية.

(32)



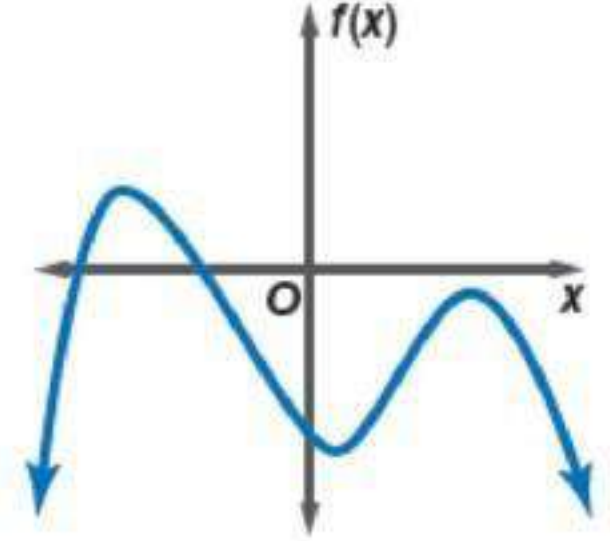
(a)  $f(x) \rightarrow +\infty$  عندما  $x \rightarrow -\infty$

$f(x) \rightarrow -\infty$  عندما  $x \rightarrow +\infty$

(b) بما أن سلوك طرفي التمثيل البياني في اتجاهين مختلفين فالدالة فردية الدرجة.

(c) يقطع التمثيل البياني للدالة محور السينات في نقطة واحدة، لذا هناك للدالة صفر حقيقي واحد.

(33)



(a)  $f(x) \rightarrow -\infty$  عندما  $x \rightarrow -\infty$

$f(x) \rightarrow -\infty$  عندما  $x \rightarrow +\infty$

(b) بما أن سلوك طرفي التمثيل البياني في الإتجاه نفسه فالدالة زوجية الدرجة.

(c) يقطع التمثيل البياني للدالة محور السينات في نقطتين، لذا هناك للدالة صفران حقيقيان.

(34) فيزياء:

$$KE(11) = 0.5(171)(11)^2$$

$$KE(11) = 10345.5 \text{ جول}$$

أوجد  $f(8)$ ,  $f(-2)$  لكل دالة مما يأتي:

$$f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^3 - 4x^2 \quad (35)$$

$$f(8) = \frac{1}{4}(8)^4 + \frac{1}{2}(8)^3 - 4(8)^2$$

$$f(8) = 1024 + 256 - 256 = 1024$$



$$f(-2) = \frac{1}{4}(-2)^4 + \frac{1}{2}(-2)^3 - 4(-2)^2$$

$$f(-2) = 4 - 4 - 16 = -16$$

$$f(x) = \frac{1}{8}x^4 - \frac{3}{2}x^3 + 12x - 18 \quad (36)$$

$$f(8) = \frac{1}{8}(8)^4 - \frac{3}{2}(8)^3 + 12(8) - 18$$

$$f(8) = 512 - 768 + 96 - 18 = -178$$

$$f(-2) = \frac{1}{8}(-2)^4 - \frac{3}{2}(-2)^3 + 12(-2) - 18$$

$$f(-2) = 2 + 12 - 24 - 18 = -28$$

$$f(x) = \frac{3}{4}x^4 - \frac{1}{8}x^2 + 6x \quad (37)$$

$$f(8) = \frac{3}{4}(8)^4 - \frac{1}{8}(8)^2 + 6(8)$$

$$f(8) = 3072 - 8 + 48 = 3112$$

$$f(-2) = \frac{3}{4}(-2)^4 - \frac{1}{8}(-2)^2 + 6(-2)$$

$$f(-2) = 12 - \frac{1}{2} - 12 = -\frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{5}{8}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{4}x + 10 \quad (38)$$

$$f(8) = \frac{5}{8}(8)^3 - \frac{1}{2}(8)^2 + \frac{3}{4}(8) + 10$$

$$f(8) = 320 - 32 + 6 + 10 = 304$$

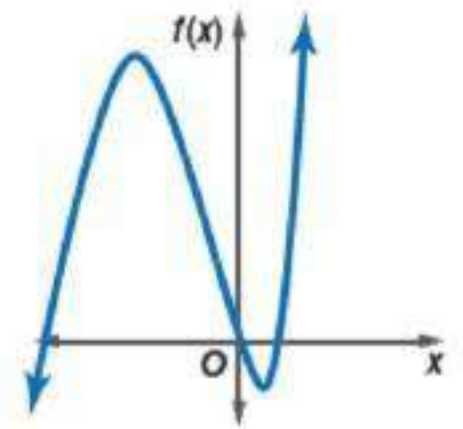
$$f(-2) = \frac{5}{8}(-2)^3 - \frac{1}{2}(-2)^2 + \frac{3}{4}(-2) + 10$$

$$f(-2) = -5 - 2 - \frac{3}{2} + 10 = \frac{3}{2}$$

حدّد التمثيل البياني المناسب لكل دالة في الأسئلة (39--42) مستعملًا درجة كثيرة الحدود وسلوك طرفي التمثيل البياني لها.

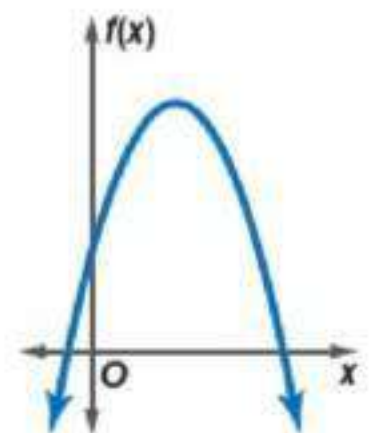
$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 4x \quad (39)$$

الاختيار الصحيح (D)



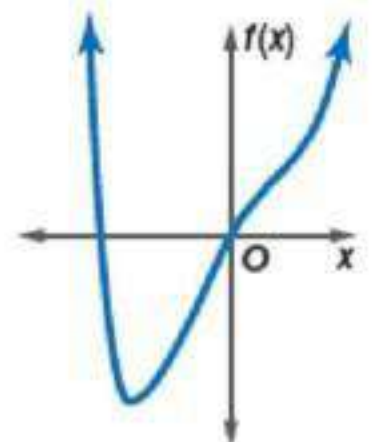
$$f(x) = -2x^2 + 8x + 5 \quad (40)$$

الاختيار الصحيح (B)



$$f(x) = x^4 - 3x^2 + 6x \quad (41)$$

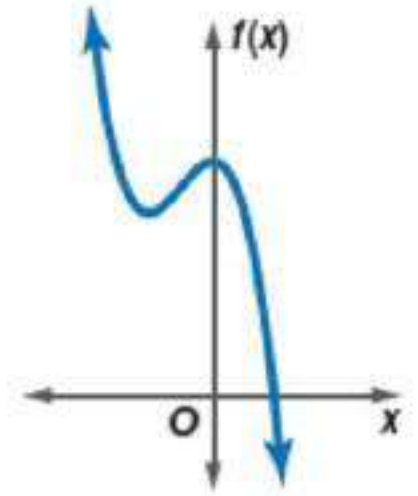
الاختيار الصحيح (A)





$$f(x) = -4x^3 - 4x^2 + 8 \quad (42)$$

الاختيار الصحيح (C)



إذا كانت  $c(x) = x^3 - 2x$ ،  $d(x) = 4x^2 - 6x + 8$  فأوجد كلاً مما يأتي:

$$3c(a-4) + 3d(a+5) \quad (43)$$

$$c(x) = x^3 - 2x$$

$$d(x) = 4x^2 - 6x + 8$$

$$3c(a-4) = 3[(a-4)^3 - 2(a-4)]$$

$$3c(a-4) = 3[a^3 - 8a^2 + 16a - 4a^2 + 32a - 64 - 2a + 8]$$

$$3c(a-4) = 3a^3 - 36a^2 + 138a - 168$$

$$3d(a+5) = 3[4(a+5)^2 - 6(a+5) + 8]$$

$$3d(a+5) = 3[4(a^2 + 10a + 25) - 6(a+5) + 8]$$

$$3d(a+5) = 12a^2 + 102a + 234$$

$$3c(a-4) + 3d(a+5) = 3a^3 - 36a^2 + 142a - 56 + 12a^2 + 102a + 234$$

$$3c(a-4) + 3d(a+5) = 3a^3 - 24a^2 + 240a + 66$$

$$-2d(2a+3) - 4c(a^2+1) \quad (44)$$

$$c(x) = x^3 - 2x$$

$$d(x) = 4x^2 - 6x + 8$$

$$-2d(2a+3) = -2[4(2a+3)^2 - 6(2a+3) + 8]$$

$$-2d(2a+3) = -2[(16a^2 + 48a + 36) - (12a + 18) + 8]$$



$$-2d(2a+3) = -32a^2 - 72a - 52$$

$$4c(a^2+1) = 4[(a^2+1)^3 - 2(a^2+1)]$$

$$4c(a^2+1) = 4[a^6 + 5a^4 + 2a^2 - 1]$$

$$4c(a^2+1) = 4a^6 + 12a^4 + 4a^2 - 4$$

$$-2d(2a+3) - 4c(a^2+1) = -4a^6 - 12a^4 - 36a^2 - 72a - 48$$

$$5c(a^2) - 8d(6-3a) \quad (45)$$

$$c(x) = x^3 - 2x$$

$$d(x) = 4x^2 - 6x + 8$$

$$5c(a^2) = 5[(a^2)^3 - 2(a^2)] = 5a^6 - 10a^2$$

$$8d(6-3a) = 8[4(36-36a+9a^2) - 6(6-3a) + 8]$$

$$8d(6-3a) = 288a^2 - 1008a + 928$$

$$5c(a^2) - 8d(6-3a) = 5a^6 - 298a^2 + 1008a - 928$$

$$-7d(a^3) + 6c(a^4+1) \quad (46)$$

$$c(x) = x^3 - 2x$$

$$d(x) = 4x^2 - 6x + 8$$

$$-7d(a^3) = -7[4(a^3)^2 - 6(a^3) + 8]$$

$$-7d(a^3) = -28a^6 + 42a^3 - 56$$

$$6c(a^4+1) = 6[(a^4+1)^3 - 2(a^4+1)]$$

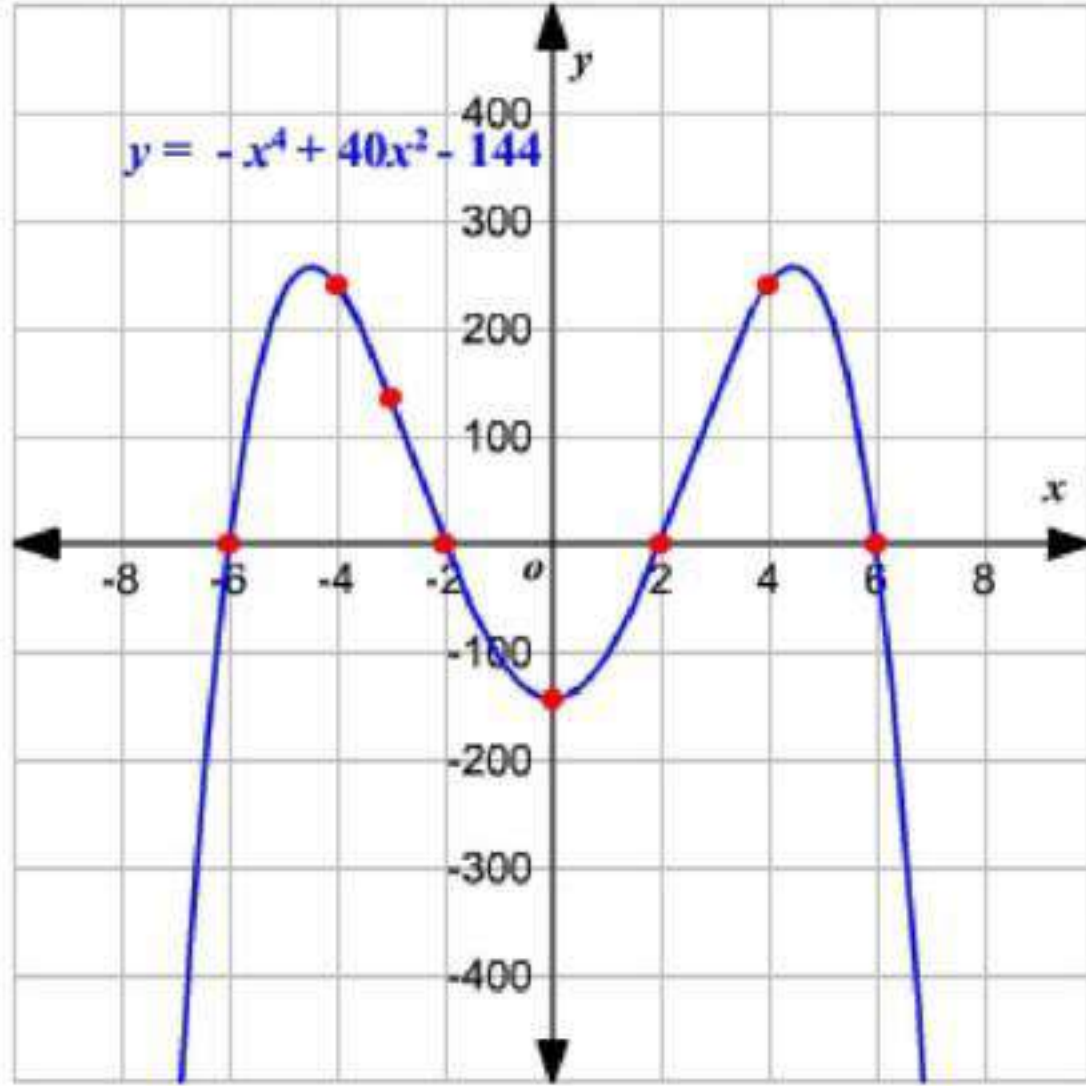
$$6c(a^4+1) = 6a^{12} + 18a^8 + 6a^4 - 6$$

$$-7d(a^3) + 6c(a^4+1) = 6a^{12} + 18a^8 - 28a^6 + 6a^4 + 42a^3 - 62$$



(47) ملابس:

(a)



x	w(x)
-7	-585
-6	0
-4	240
-3	135
-2	0
0	-144
1	-105
2	0
4	240
6	0
7	-585

$$w(x) = -x^4 + 40x^2 - 144 \quad (b)$$

حسب التمثيل البياني يقطع المحور السيني في النقاط  $-6, -2, 2, 6$  ،  
أصفر الدالة هي  $-6, -2, 2, 6$

(c) لتحقيق الربح يجب ان تكون قيمة الدالة أكبر من صفر  
من التمثيل البياني نجد أن الدالة أكبر من صفر من 2000 إلى 6000  
إذن يجب أن أن يبيع المصنع بين 2000 إلى 6000 قطعة ليحقق ربحاً

(d) تحذف الإجابة السالبة؛ لأن المصنع لا ينتج عدداً سالباً من القطع.

(48) تمثيلات متعددة، افترض أن  $g(x) = (x-2)(x+1)(x-3)(x+4)$  تحليلياً: (a)

درجتها 4 ، التقاطع مع المحور  $x$  عند  $-4, -1, 2, 3$  ،  
و التقاطع مع المحور  $y$  عند 24 ز الجذور  $-4, -1, 2, 3$  ،  
سلوك طرفي تمثيلها البياني

$g(x) \rightarrow +\infty$  عندما  $x \rightarrow -\infty$

$g(x) \rightarrow +\infty$  عندما  $x \rightarrow +\infty$

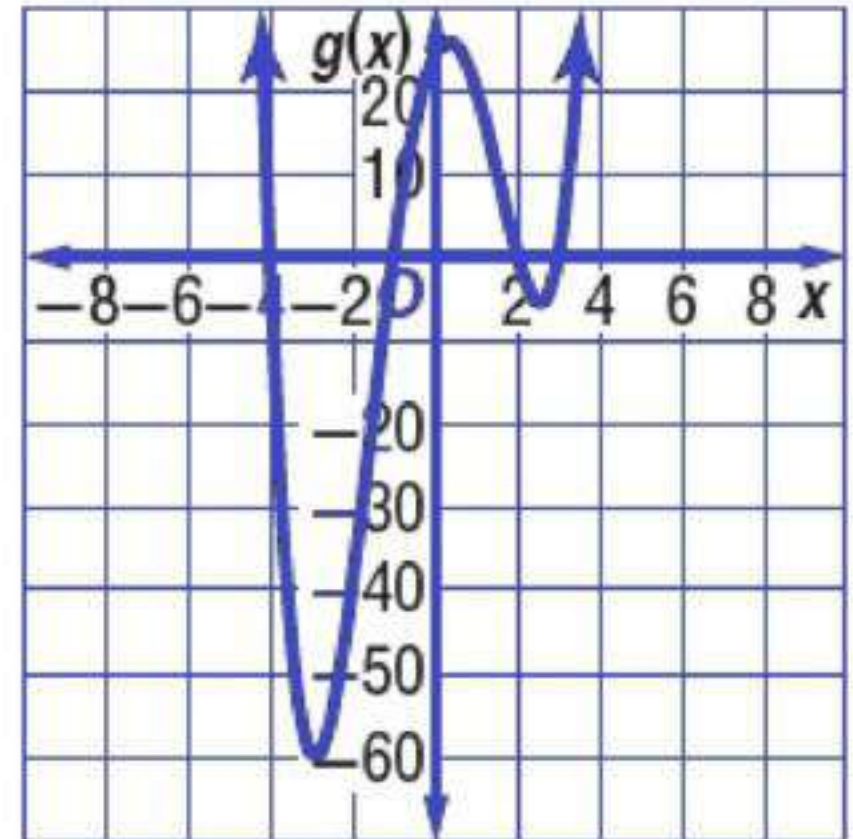
(b)  $g(x) = x^4 - 15x^2 + 10x + 24$

(c)

$x$	$g(x)$
-5	224
-4	0
-3	-60
-2	-40
-1	0
0	24
1	20
2	0
3	0
4	80
5	324



(d)



صف سلوك طرفي التمثيل البياني لكل دالة فيما يلي:

$$f(x) = -5x^4 + 3x^2 \quad (49)$$

الدرجة: 4، الرئيس -5

حيث أن الدرجة عدد زوجي و الرئيس سالب

$$f(x) \rightarrow -\infty \text{ عندما } x \rightarrow -\infty$$

$$f(x) \rightarrow -\infty \text{ عندما } x \rightarrow +\infty$$

$$g(x) = 2x^5 + 6x^4 \quad (50)$$

الدرجة: 5، الرئيس 2

حيث أن الدرجة عدد فردي و الرئيس موجب

$$g(x) \rightarrow -\infty \text{ عندما } x \rightarrow -\infty$$

$$g(x) \rightarrow +\infty \text{ عندما } x \rightarrow +\infty$$

$$h(x) = -4x^7 + 8x^6 - 4x \quad (51)$$

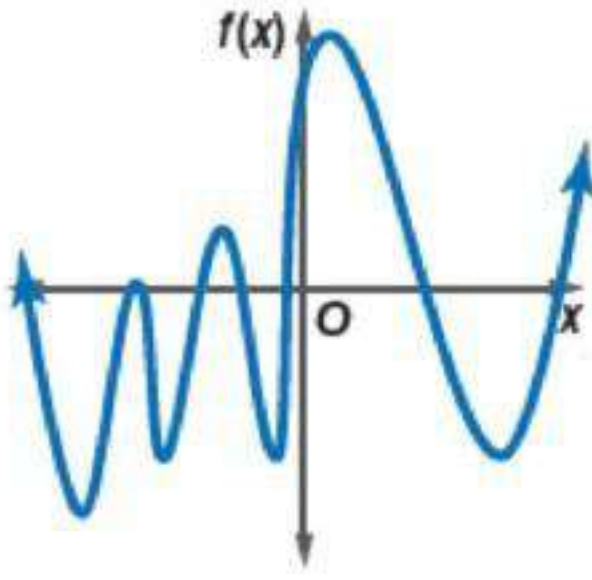
الدرجة: 7، الرئيس -4

حيث أن الدرجة عدد فردي و الرئيس سالب

$$h(x) \rightarrow +\infty \text{ عندما } x \rightarrow -\infty$$

$$h(x) \rightarrow -\infty \text{ عندما } x \rightarrow +\infty$$





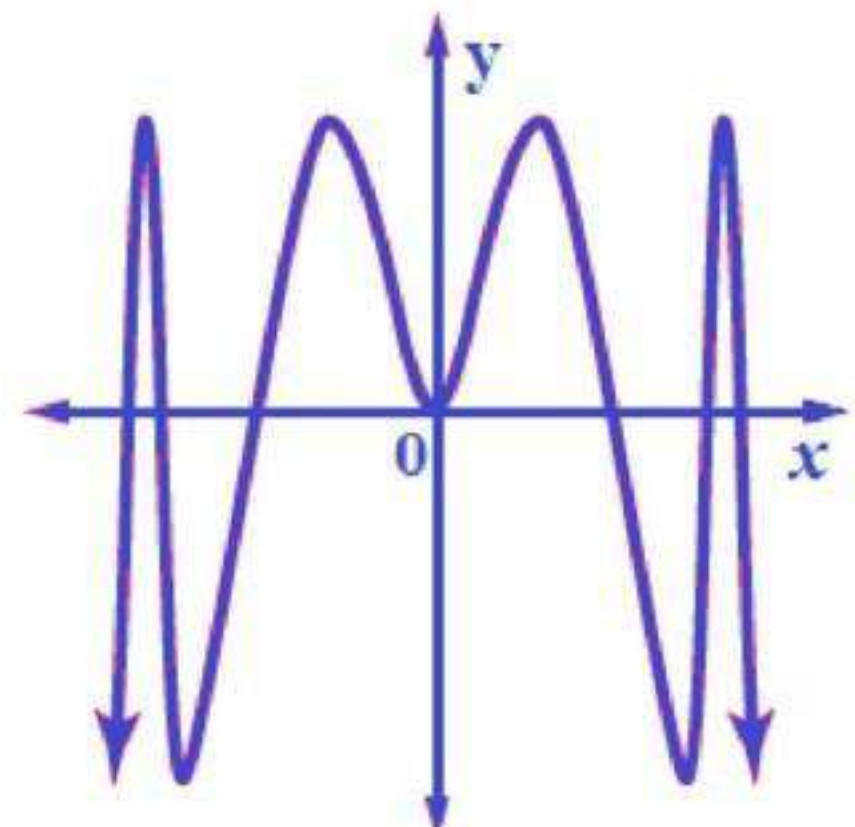
(52) اكتشاف الخطأ:

ماجد؛ فالدالة الزوجية لها عدد زوجي من الأصفار.  
و الجذر المكرر مرتين يدل على وجود صفرين.

(53) تحد:

- نحدد درجة  $\frac{f(x)}{g(x)}$  :  $f(x)$  درجتها 5 ، و  $g(x)$  درجتها 3 ، لذا درجة  $\frac{f(x)}{g(x)}$  يجب أن تكون 2.
- نحدد إشارة العامل الرئيس : حيث  $f(x)$  موجب ، و  $g(x)$  موجب، لذا إشارة  $\frac{f(x)}{g(x)}$  يجب أن تكون سالبة.
- نحدد سلوك  $\frac{f(x)}{g(x)}$  : حيث أن  $g(x)$  درجتها عدد زوجي و العامل الرئيس سالب، يكون سلوكها كالتالي:  
 $f(x) \rightarrow +\infty$  عندما  $x \rightarrow -\infty$   
 $f(x) \rightarrow +\infty$  عندما  $x \rightarrow +\infty$

(54) مسألة مفتوحة





**(55) أكتب:**

يدل سلوك طرفي التمثيل البياني لدالة كثيرة الحدود عند النهايتين على القيم التي يقترب منها المنحنى عندما تقترب قيمة المتغير في الدالة من المالا نهاية في الإتجاهين الموجب و السالب.  
و يمكن تحديد هذا السلوك من العامل الرئيس و درجة كثيرة الحدود.

### تدريب على اختيار

**(56) الإجابة الصحيحة: (C) -1**

**(57) الإجابة الصحيحة: (C) -35**

## مراجعة تراكمية

بسط كل عبارة مما يأتي:

$$(58) \quad \frac{16x^4y^3 + 32x^6y^5z^2}{8x^2y}$$

$$\frac{\cancel{2}1\cancel{6}x^{4-2}y^{3-1} + \cancel{4}3\cancel{2}x^{6-2}y^{5-1}z^2}{\cancel{8}} = 2x^2y^2 + 4x^4y^4z^2$$

$$(59) \quad \frac{18ab^4c^5 - 30a^4b^3c^2 + 12a^5bc^3}{6abc^2}$$

$$\frac{18a^{1-1}b^{4-1}c^{5-2} - 30a^{4-1}b^{3-1}c^{2-2} + 12a^{5-1}b^{1-1}c^{3-2}}{6} =$$

$$\frac{\cancel{3}1\cancel{8}b^3c^3 - \cancel{5}3\cancel{0}a^3b^2 + \cancel{2}1\cancel{2}a^4c}{\cancel{6}} = 3b^3c^3 - 5a^3b^2 + 2a^4c$$

$$(60) \quad \frac{18c^5d^2 - 3c^2d^2 + 12a^5c^3d^4}{3c^2d^2}$$

$$\frac{18c^{5-2}d^{2-2} - 3c^{2-2}d^{2-2} + 12a^5c^{3-2}d^{4-2}}{3} =$$

$$\frac{\cancel{6}1\cancel{8}c^3 - \cancel{3} + \cancel{4}1\cancel{2}a^5cd^2}{\cancel{3}} = 6c^3 - 1 + 4a^5cd^2$$

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي كثيرة حدود أم لا، وإن كانت كذلك فاذكر درجتها : (الدرس 3-3)

$$(61) \quad 8x^2 + 5xy^3 - 6x + 4$$

نعم؛ درجتها 4

$$(62) \quad 9x^4 + 12x^6 - 16$$

نعم؛ درجتها 6

$$(63) \quad 3x^4 + 2x^2 - x^{-1}$$

ليست كثيرة حدود



حل كلًا من المعادلات الآتية مستعملًا القانون العام لحل المعادلة التربيعية: (الدرس 2-3)

$$x^2 - x - 3 = 0 \quad (64)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

القانون العام

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4(1)(-3)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$x + x^2 + 1 = 0 \quad (65)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

القانون العام

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4(1)(1)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2} = \frac{-1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$x^2 - 13x + 12 = 0 \quad (66)$$

$$(x - 12)(x - 1) = 0$$

$$x - 12 = 0$$

$$x = 12$$

$$x - 1 = 0$$

$$x = 1$$



بسط كلاً مما يأتي:

$$(1) \quad \sqrt{-81} \quad 9i =$$

$$(2) \quad (15 - 3i) - (4 - 12i)$$

$$15 - 3i - 4 + 12i =$$

$$11 + 9i =$$

$$(3) \quad i^{37} \quad i =$$

$$(4) \quad \frac{3-i}{2+5i}$$

$$\frac{3-i}{2+5i} \cdot \frac{2-5i}{2-5i} =$$

$$\frac{6-2i-15i+5i^2}{4-25i^2} =$$

$$\frac{1-17i}{29} =$$

$$\frac{1}{29} - \frac{17}{29}i =$$

حل كلاً من المعادلتين الآتيتين:

$$(5) \quad x^2 - 8x - 9 = 0$$

$$(x-9)(x+1) = 0$$

$$x - 9 = 0$$

$$x = 9$$

$$x + 1 = 0$$

$$x = -1$$



$$-4.8x^2 + 1.6x + 24 = 0 \quad (6)$$

$$\text{القانون العام} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-1.6 \pm \sqrt{(1.6)^2 - 4(-4.8)(24)}}{2(-4.8)}$$

$$x = \frac{-1.6 \pm \sqrt{463.36}}{-9.6}$$

$$x = \frac{(-1.6 \pm \sqrt{463.36}) \div -1.6}{-9.6 \div -1.8}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{181}}{6}$$

بسط كل ما يأتي مفترضاً أن أباً من المتغيرات لا يساوي صفراً:

$$\begin{aligned} (3x^2y^{-3})(-2x^3y^5) & \quad (7) \\ -6x^{2+3}y^{-3+5} & = \\ -6x^5y^2 & = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4t(3rt - r) & \quad (8) \\ 4t(3rt) - 4t(r) & = \\ 12rt^2 - 4rt & = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{3a^4b^3c}{6a^2b^5c^3} & \quad (9) \\ \frac{1}{2}a^{4-2}b^{3-5}c^{1-3} & = \\ \frac{1}{2}a^2b^{-2}c^{-2} & = \\ \frac{a^2}{2b^2c^2} & = \end{aligned}$$

$$\left(\frac{p^2 r^3}{pr^4}\right)^2 \quad (10)$$

$$\left(\frac{p^2 r^3}{pr^4}\right)^2 = \frac{p^{2 \times 2} r^{3 \times 2}}{p^2 r^{4 \times 2}}$$

$$\frac{p^2 r^6}{r^8} = \frac{p^2}{r^2}$$

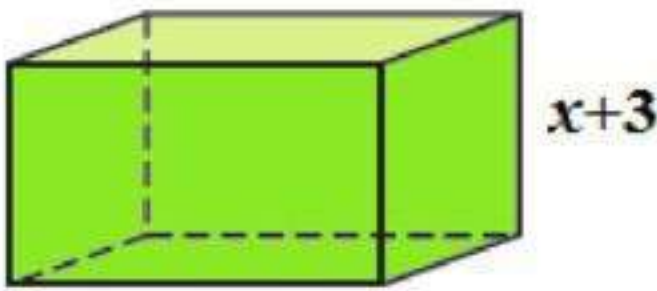
$$(4m^2 - 6m + 5) - (6m^2 + 3m - 1) \quad (11)$$

$$4m^2 - 6m + 5 - 6m^2 - 3m + 1 =$$

$$-2m^2 - 9m + 6 =$$

(12)

اختيار من متعدد: إذا علمت أن حجم متوازي المستطيلات في الشكل أدناه هو  $6x^3 + 19x^2 + 2x - 3$ ، فأأي كثيرة حدود فيما يأتي تمثل مساحة قاعدته؟



$$(6x^3 + 19x^2 + 2x) \div (x + 3) = \text{مساحة القاعدة}$$

$$\begin{array}{r} -3 \overline{) 6 \quad 19 \quad 2} \\ \underline{\downarrow -18 \quad -3} \\ 6 \quad 1 \quad -1 \end{array}$$

$$6x^2 + x - 1 = \text{مساحة القاعدة}$$

$$6x^2 + x - 1 \text{ (C) الإجابة الصحيحة:}$$

استعمل القسمة الطويلة (خوارزمية القسمة)؛ لإيجاد الناتج في كلٍّ ممَّا يأتي:

$$(4r^3 - 8r^2 - 13r + 20) \div (2r - 5) \quad (13)$$



$$\begin{array}{r}
2r^2 + r - 4 \\
2r - 5 \overline{) 4r^3 - 8r^2 - 13r + 20} \\
\underline{(-) 4r^3 - 10r^2} \phantom{+ 20} \\
+ 2r^2 - 13r + 20 \\
\underline{(-) 2r^2 - 5r} \phantom{+ 20} \\
- 8r + 20 \\
\underline{(-) - 8r + 20} \\
3x^3 - 16x^2 + 9x - 24 \\
x - 5
\end{array} \quad (14)$$

$$\begin{array}{r}
3x^2 - x + 4 \\
x - 5 \overline{) 3x^3 - 16x^2 + 9x - 24} \\
\underline{(-) 3x^3 - 15x^2} \phantom{+ 9x - 24} \\
- x^2 + 9x - 24 \\
\underline{(-) - x^2 + 5x} \phantom{- 24} \\
4x - 24 \\
\underline{(-) 4x - 20} \\
- 4 \\
3x^2 - x + 4 - \frac{4}{x-5} =
\end{array}$$

استعمل القسمة التركيبية: لإيجاد الناتج في كلِّ ممَّا يأتي:

$$\begin{array}{l}
(4x^3 - 6x^2 + 6x - 3) \div (2x - 1) \quad (15) \\
\frac{(4x^3 - 6x^2 + 6x - 3) \div 2}{(2x - 1) \div 2} = \frac{2x^3 - 3x^2 + 3x - \frac{3}{2}}{x - \frac{1}{2}}
\end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrr}
\frac{1}{2} & 2 & -3 & 3 & -\frac{3}{2} \\
& \downarrow & 1 & -1 & 1 \\
\hline
& 2 & -2 & 2 & -\frac{1}{2}
\end{array}$$

$$\frac{-\frac{1}{2}}{x-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \times \frac{2}{2x-1} = -\frac{1}{2x-1}$$

$$2x^2 - 2x + 2 - \frac{1}{2x-1} =$$

$$(x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 4x + 10) \div (x + 3) \quad (16)$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} -3 & 1 & 3 & -2 & -4 & +10 \\ & \downarrow & -3 & 0 & 6 & -6 \\ \hline & 1 & 0 & -2 & 2 & 4 \end{array}$$

$$x^3 - 2x + 2 + \frac{4}{x+3} =$$

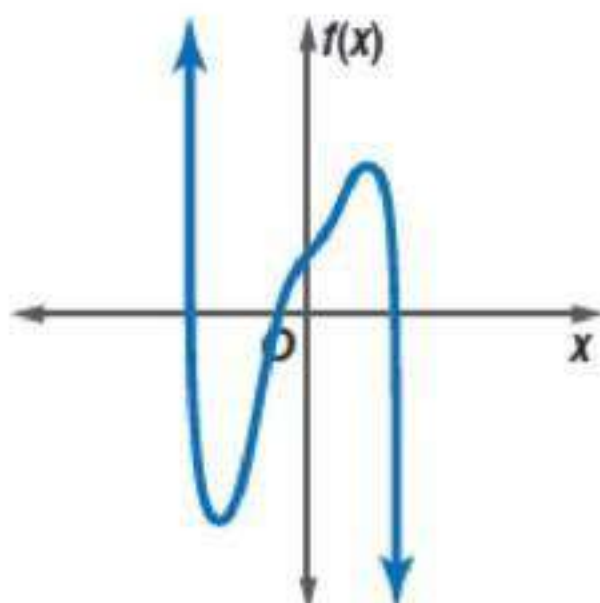
استعمل القسمة الطويلة لإيجاد ناتج:

$$(x^2 + 2x - 24) \div (x - 4) \quad (17)$$

$$\begin{array}{r} x+6 \\ x-4 \overline{) x^2 + 2x - 24} \\ \underline{(-) x^2 - 4x} \phantom{-24} \\ 6x - 24 \\ \underline{(-) 6x - 24} \\ 0 \phantom{0} \end{array}$$

(18)

صف سلوك طرفي التمثيل البياني الآتي، وحدد ما إذا كانت درجة دالة كثيرة الحدود فردية أم زوجية. واذكر عدد الأصفار الحقيقية للدالة.



$$f(x) \rightarrow +\infty \text{ عندما } x \rightarrow -\infty$$

$$f(x) \rightarrow -\infty \text{ عندما } x \rightarrow +\infty$$

بما أن سلوك طرفي التمثيل البياني في اتجاهين مختلفين



فالدالة فردية الدرجة. يقطع التمثيل البياني للدالة محور السينات في ثلاث نقاط، لذا يكون للدالة ثلاث اصفار حقيقية

(19)

اختيار من متعدد: إذا كان  $p(x) = \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{3}x^2 - 5x$ ، فما قيمة  $p(-3)$ ؟

$$p(-3) = \frac{2}{3}(-3)^3 + \frac{1}{3}(-3)^2 - 5(-3)$$

$$p(-3) = -18 + 3 + 15 = 0$$

الإجابة الصحيحة: (A) 0

(20)

اختيار من متعدد: إذا كانت  $f(x) = x^2 + 3x$ ،  $h(x) = 2x^2 - 3x + 5$  فإن  $3f(a - 4) - 2h(a)$

$$f(x) = x^2 + 3x$$

$$h(x) = 2x^2 - 3x + 5$$

$$3f(a - 4) = 3[(a - 4)^2 + 3(a - 4)]$$

$$3f(a - 4) = 3[a^2 - 8a + 16 + 3a - 12]$$

$$3f(a - 4) = 3a^2 - 15a + 12$$

$$2h(a) = 2[2a^2 - 3a + 5]$$

$$2h(a) = 4a^2 - 6a + 10$$

$$3f(a - 4) - 2h(a) = 3a^2 - 15a + 12 - (4a^2 - 6a + 10)$$

$$3f(a - 4) - 2h(a) = -a^2 - 9a + 2$$

الإجابة الصحيحة: (D)  $-a^2 - 9a + 2$

(21) بندول:

$$L(t) = \frac{8t^2}{\pi^2}$$

$$L(4) = \frac{8(4)^2}{\pi^2} = \frac{128}{\pi^2} = 12.97 \text{ ft.}$$

**(22) طاقة:**

$$P(s) = \frac{s^3}{1000}$$

$$P(18) = \frac{18^3}{1000}$$

$$= 5.832 \text{ وحدات}$$



## حل معادلات كثيرات الحدود Solving Polynomial Equations

3-6

تحقق

$$\begin{aligned}5y^4 - 320yz^3 & \quad (1A) \\5y(y^3 - 4^3z^3) &= \\5y(y - 4z)(y^2 + 4yz + 16z^2) &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}-54w^4 - 250wz^3 & \quad (1B) \\-2w(27w^3 + 125z^3) &= \\-2w(3w + 5z)(9w^2 - 15wz + 25z^2) &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}30ax - 24bx + 6cx - 5ay^2 + 4by^2 - cy^2 & \quad (2A) \\6x(5a - 4b + c) - y^2(5a + 4b - c) &= \\(5a - 4b + c)(6x - y^2) &= \end{aligned}$$

$$13ax + 18bz - 15by - 14az \quad (2B)$$

كثيرة حدود أولية

$$\begin{aligned}a^6 + b^6 & \quad (3A) \\(a^2)^3 + (b^2)^3 &= \\(a^2 + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4) &= \end{aligned}$$



$$x^5 + 4x^4 + 4x^3 + x^2y^3 + 4xy^3 + 4y^3 \quad (3B)$$

$$x^3(x^2 + 4x + 4) + y^3(x^2 + 4x + 4) =$$

$$(x^3 + y^3)(x^2 + 4x + 4) =$$

$$(x + y)(x^2 - xy + y^2)(x^2 + 4x + 4) =$$

(4)

إذا كان طول ضلع المكعب الصغير ثلث طول ضلع المكعب الكبير، وحجم الجزء المتبقي  $3250\text{cm}^3$ ، فأوجد بُعدي المكعبين.

طول ضلع المكعب الصغير  $x$  و طول ضلع المكعب الكبير  $3x$

$$(3x)^3 - x^3 = 3250$$

$$27x^3 - x^3 = 3250$$

$$x^3 = 125$$

$$3x = 15 \text{ cm}, x = 5 \text{ cm}$$

$$x^4 + 5x + 6 \quad (5A)$$

لا يمكن كتابتها على الصورة التربيعية

$$8x^4 + 12x^2 + 18 \quad (5B)$$

$$2(2x^2)^2 + 6(2x^2) + 18$$

$$4x^4 - 8x^2 + 3 = 0 \quad (6A)$$

$$(2x^2)^2 - 4(2x^2) + 3 = 0$$

نفرض أن  $2x^2 = u$

$$(u)^2 - 4(u) + 3 = 0$$

$$(u - 3)(u - 1) = 0$$

$$(u - 1) = 0$$

$$u = 1$$

$$x^2 = \frac{1}{2}$$

$$(u - 3) = 0$$

$$u = 3$$

$$x^2 = \frac{3}{2}$$



$$x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$8x^4 + 10x^2 - 12 = 0 \quad (6B)$$

$$2(2x^2)^2 + 5(2x^2) - 12 = 0$$

نفرض أن  $2x^2 = u$

$$2(u)^2 + 5(u) - 12 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

القانون العام

$$u = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4(2)(-12)}}{2(2)}$$

$$u = \frac{-5 - 11}{4} = -\frac{16}{4} = -4$$

$$x^2 = \frac{-4}{2} = -2$$

$$x = \pm \sqrt{-2} = \pm \sqrt{2}i$$

$$u = \frac{-5 + 11}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$x^2 = \frac{3}{4}$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$3ax + 2ay - az + 3bx \quad (1)$$

كثيرة حدود أولية

$$\begin{aligned} &16g^3 + 2h^3 \quad (2) \\ &2(2^3g^3 + h^3) \\ &2(2g + h)(4g^2 - 2gh + h^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &12qw^3 - 12q^4 \quad (3) \\ &12q(w^3 - q^3) = \\ &12q(w - q)(w^2 + wq + q^2) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &a^6x^2 - b^6x^2 \quad (4) \\ &x^2(a^6 - b^6) = x^2[(a^2)^3 - (b^2)^3] \\ &x^2(a^6 - b^6) = x^2(a^2 - b^2)(a^4 + a^2b^2 + b^4) \\ &x^2(a^6 - b^6) = x^2(a - b)(a + b)(a^4 + a^2b^2 + b^4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &x^3y^2 - 8x^3y + 16x^3 + y^5 - 8y^4 + 16y^3 \quad (5) \\ &x^3(y^2 - 8y + 16) + y^3(y^2 - 8y + 16) = \\ &(x^3 + y^3)(y^2 - 8y + 16) = \\ &(x + y)(x^2 - xy + y^2)(y - 4)^2 = \end{aligned}$$

$$8c^3 - 125d^3 \quad (6)$$



$$2^3 c^3 - 5^3 d^3 \\ (2c - 5d)(4c^2 + 10cd + 25d^2) =$$

(7)

إنشاءات : صنع أنس ممراً خشبياً عرضه  $x$  ft حول بركة مستطيلة الشكل. فإذا كان طول البركة 40ft وعرضها 30 ft، ومساحتها مع الممر  $2000\text{ft}^2$ ، فما عرض الممر الخشبي؟



$$40 + 2x = \text{طول البركة مع الممر}$$

$$30 + 2x = \text{عرض البركة مع الممر}$$

$$(40 + 2x)(30 + 2x) = 2000$$

$$1200 + 60x + 80x + 4x^2 = 2000$$

$$4x^2 + 140x + 1200 = 2000$$

$$4x^2 + 140x - 800 = 0$$

$$x^2 + 35x - 200 = 0$$

$$(x + 40)(x - 5) = 0$$

$$(x + 40) = 0$$

$$(x - 5) = 0$$

$$x = -40$$

$$x = 5$$

لا توجد مسافة بالسالب

$$\therefore x = 5$$

عرض الممر الخشبي : 5 ft.

اكتب كلاً من العبارتين الآتيتين على الصورة التربيعية إن كان ذلك ممكناً:

$$4x^6 - 2x^3 + 8 \quad (8)$$

$$(2x^3)^2 - 1(2x^3) + 8$$

$$25y^6 - 5y^2 + 20 \quad (9)$$

$$y^6 \neq (y^2)^2$$

لا يمكن كتابته على الصورة التربيعية لأن

حل كلاً من المعادلتين الآتيتين:

$$x^4 - 6x^2 + 8 = 0 \quad (10)$$



$$\begin{aligned}
 (x^2 - 2)(x^2 - 4) &= 0 \\
 (x^2 - 2) &= 0 & (x^2 - 4) &= 0 \\
 x^2 &= 2 & x^2 &= 4 \\
 x &= \pm\sqrt{2} & x &= \pm 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y^4 - 18y^2 + 72 &= 0 \quad (11) \\
 (y^2 - 6)(y^2 - 12) &= 0 \\
 (y^2 - 12) &= 0 & (y^2 - 6) &= 0 \\
 y^2 &= 12 & y^2 &= 6 \\
 y &= \pm 2\sqrt{3} & y &= \pm\sqrt{6}
 \end{aligned}$$

### تدرب وحل المسائل

حل كل كثيرة حدود مما يأتي تحليلًا تامًا. وإذا لم يكن ذلك ممكنًا، فاكتب كثيرة حدود أولية:

$$\begin{aligned}
 8c^3 - 27d^3 & \quad (12) \\
 2^3c^3 - 3^3d^3 &= \\
 (2c - 3d)(4c^2 + 6cd + 9d^2) &=
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 64x^4 + xy^3 & \quad (13) \\
 x(4^3x^3 + y^3) &= \\
 x(4x + y)(16x^2 - 4xy + y^2) &=
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a^8 - a^2b^6 & \quad (14) \\
 a^2(a^6 - b^6) &= \\
 a^2[(a^2)^3 - (b^2)^3] &= \\
 a^2(a^2 - b^2)(a^4 + a^2b^2 + b^4) &= \\
 a^2(a + b)(a - b)(a^4 + a^2b^2 + b^4) &=
 \end{aligned}$$



$$x^6 y^3 + y^9 \quad (15)$$

$$y^3 (x^6 + y^6) =$$

$$y^3 \left( (x^2)^3 + (y^2)^3 \right) =$$

$$y^3 (x^2 + y^2) (x^4 - x^2 y^2 + y^4) =$$

$$gx^2 - 3hx^2 - 6fy^2 - gy^2 + 6fx^2 + 3hy^2 \quad (16)$$

$$(x^2 - y^2) (6f + g - 3h) =$$

$$(x + y) (x - y) (6f + g - 3h) =$$

$$18x^6 + 5y^6 \quad (17)$$

كثيرة حدود أولية

$$8x^5 - 25y^3 + 80x^4 - x^2 y^3 + 200x^3 - 10xy^3 \quad (18)$$

$$(8x^3 - y^3) (x^2 + 10x + 25)$$

$$(2x - y) (2x^2 + 2xy + y^2) (x^2 + 10x + 25) =$$

$$(2x - y) (2x^2 + 2xy + y^2) (x + 5)^2 =$$

$$12ax^2 - 20cy^2 - 18bx^2 - 10ay^2 + 15by^2 + 24cx^2 \quad (19)$$

$$6x^2 (2a - 3b + 4c) - 5y^2 (2a - 3b + 4c) =$$

$$(6x^2 - 5y^2) (2a - 3b + 4c) =$$

حل كل معادلة مما يأتي:

$$x^4 + x^2 - 90 = 0 \quad (20)$$

$$(x^2 + 10) (x^2 - 9) = 0$$

$$(x^2 - 9) = 0 \quad (x^2 + 10) = 0$$

$$x^2 = 9 \quad x^2 = -10$$

$$x = \pm 3 \quad x = \pm \sqrt{-10}$$

$$x = \pm \sqrt{10}i$$



$$(x^2 - 36) = 0$$

$$x^2 = 36$$

$$x = \pm\sqrt{36}$$

$$x = \pm 6$$

$$(x^2 - 11) = 0$$

$$x^2 = 11$$

$$x = \pm\sqrt{11}$$

$$(x + 6 = 0)$$

$$x = -6$$

$$x^4 - 16x^2 - 720 = 0 \quad (21)$$

$$(x^2 - 36)(x^2 + 20) = 0$$

$$(x^2 + 20) = 0$$

$$x^2 = -20$$

$$x = \pm\sqrt{-20}$$

$$x = \pm 2i\sqrt{5}$$

$$x^4 - 7x^2 - 44 = 0 \quad (22)$$

$$(x^2 - 11)(x^2 + 4) = 0$$

$$(x^2 + 4) = 0$$

$$x^2 = -4$$

$$x = \pm\sqrt{-4}$$

$$x = \pm 2i$$

$$x^4 + 6x^2 - 91 = 0 \quad (23)$$

$$(x^2 + 13)(x^2 - 7) = 0$$

$$(x^2 + 13)(x^2 - 7) = 0$$

$$(x^2 + 13) = 0$$

$$x^2 = -13$$

$$x = \pm\sqrt{-13}$$

$$x = \pm i\sqrt{13}$$

$$x^3 + 216 = 0 \quad (24)$$

$$(x + 6)(x^2 + 6x + 36) = 0$$

$$(x^2 + 6x + 36) = 0$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - (4 \times 1 \times 36)}}{2}$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{-108}}{2}$$



$$x = \frac{-6 \pm 6i\sqrt{3}}{2}$$

$$x = -3 \pm 3i\sqrt{3}$$

$$64x^3 + 1 = 0 \quad (25)$$

$$4^3 x^3 + 1 = 0$$

$$(4x + 1)(16x^2 - 4x + 1) = 0$$

$$(16x^2 - 4x + 1) = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

القانون العام

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4(16)(1)}}{2(16)}$$

$$x = -\frac{1}{4}$$

$$x = -\frac{1}{4}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{-48}}{32}$$

$$x = \frac{4 \pm 4\sqrt{-3}}{32}$$

$$x = \frac{1 \pm i\sqrt{3}}{8}$$

اكتب كل عبارة مما يأتي على الصورة التربيعية إن كان ذلك ممكنًا:

$$x^4 + 12x^2 - 8 \quad (26)$$

$$(x^2)^2 + 12(x^2) - 8$$

$$-15x^4 + 18x^2 - 4 \quad (27)$$

$$-15(x^2)^2 + 18(x^2) - 4$$

$$8x^6 + 6x^3 + 7 \quad (28)$$

$$2(2x^3)^2 + 3(2x^3) + 12$$

$$5x^6 - 2x^2 + 8 \quad (29)$$

غير ممكن

$$9x^8 - 21x^4 + 12 \quad (30)$$

$$(3x^4)^2 - 7(3x^4) + 12$$

$$16x^{10} + 2x^5 \quad (31)$$

غير ممكن

حل كل معادلة مما يأتي:

$$x^4 + 6x^2 + 5 = 0 \quad (32)$$

$$(x^2)^2 + 6(x^2) + 5 = 0$$

نفرض أن  $x^2 = u$

$$u^2 + 6u + 5 = 0$$

$$(u - 1)(u + 5) = 0$$

$$u = -5$$

$$x^2 = -5$$

$$x = \pm i\sqrt{5}$$

$$u = -1$$

$$x^2 = -1$$

$$x = \pm i$$

$$x^4 - 3x^2 - 10 = 0 \quad (33)$$

نفرض أن  $x^2 = u$

$$u^2 = x^4$$

$$u^2 - 3u - 10 = 0$$

$$(u - 5)(u + 2) = 0$$

$$(u - 5) = 0$$

$$(x^2 - 5) = 0$$

$$x^2 = 5$$

$$x = \pm\sqrt{5}$$

$$(u + 2) = 0$$

$$(x^2 + 2) = 0$$

$$x^2 = -2$$

$$x = \pm i\sqrt{2}$$

$$4x^4 - 14x^2 + 12 = 0 \quad (34)$$

$$(2x^2)^2 - 7(2x^2) + 12 = 0$$

نفرض أن  $2x^2 = u$



$$\begin{aligned}
 u^2 - 7u + 12 &= 0 \\
 (u-4)(u-3) &= 0 \\
 (u-4) &= 0 & (u-3) &= 0 \\
 u &= 4 & u &= 3 \\
 x^2 &= 4 & x^2 &= 3 \\
 x &= \pm 2 & x &= \pm \sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$9x^4 - 27x^2 + 20 = 0 \quad (35)$$

نفرض أن  $x^2 = u$

$$u^2 = x^4$$

$$9u^2 - 27u + 20 = 0$$

$$9u^2 - 15u - 12u + 20 = 0$$

$$3u(3u-5) - 4(3u-5) = 0$$

$$(3u-5)(3u-4) = 0$$

$$(3u-4) = 0$$

$$(3u-5) = 0$$

$$3u = 4$$

$$3u = 5$$

$$u = \frac{4}{3}$$

$$u = \frac{5}{3}$$

$$x^2 = \frac{4}{3}$$

$$x^2 = \frac{5}{3}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{4}{3}}$$

$$x = \pm \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{5}{3}}$$

$$4x^4 - 5x^2 - 6 = 0 \quad (36)$$

نفرض أن  $x^2 = u$

$$u^2 = x^4$$

$$4u^2 - 5u - 6 = 0$$

$$4u^2 - 2u - 3u - 6 = 0$$

$$(u-2)(4u+3) = 0$$

$$(u-2)=0$$

$$u=2$$

$$x^2=2$$

$$x=\pm\sqrt{2}$$

$$(4u+3)=0$$

$$u=-\frac{3}{4}$$

$$x^2=-\frac{3}{4}$$

$$x=\pm i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$24x^4+14x^2-3=0 \quad (37)$$

$$2x^2=u \text{ نفرض أن}$$

$$u^2=x^4$$

$$24u^2+14u-3=0$$

$$24u^2+18u-4u-3=0$$

$$6u(4u+3)-(4u+3)=0$$

$$(4u+3)(6u-1)=0$$

$$(6u-1)=0$$

$$u=\frac{1}{6}$$

$$x^2=\frac{1}{6}$$

$$x=\pm\frac{\sqrt{6}}{6}$$

$$(4u+3)=0$$

$$u=-\frac{3}{4}$$

$$x^2=-\frac{3}{4}$$

$$x=\pm i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x^4-625 \quad (38)$$

$$(x^2+25)(x^2-25)=$$

$$(x^2+25)(x-5)(x+5)=$$

$$x^6-64 \quad (39)$$

$$x^6-64=(x^2)^3-(4)^3$$

$$(x^2-4)\left[(x^2)^2+4(x^2)+(4)^2\right]=$$



$$\begin{aligned} & (x+2)(x-2)(x^4+4x^2+16)= \\ & (x+2)(x-2)(x^2+2x+4)(x^2-2x+4)= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & x^5-16x \quad (40) \\ & x(x^4-16)= \\ & x(x^2+4)(x+2)(x-2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 8x^5y^2-27x^2y^5 \quad (41) \\ & x^2y^2(8x^3-27y^3)= \\ & x^2y^2(2^3x^3-3^3y^3)= \end{aligned}$$

$$x^2y^2(2x-3y)(4x^2+6xy+9y^2)=$$

$$\begin{aligned} & 15ax-10bx+5cx+12ay-8by+4cy+15az-10bz+5cz \quad (42) \\ & (15ax-10bx+5cx)+(12ay-8by+4cy)+(15az-10bz+5cz)= \\ & 5x(3a-2b+c)+4y(3a-2b+c)+5z(3a-2b+c)= \end{aligned}$$

$$(5x+4y+5z)(3a-2b+c)=$$

$$4b^2x^2+18c^2x^2-5a^2y^3+20b^2y^3-15c^2y^3+2a^2z^2-8b^2z^2+6c^2z^2 \quad (43)$$

$$(6x^2-5y^3+2z^2)(a^2-4b^2+3c^2)=$$

$$\begin{aligned} & 6x^5-11x^4-10x^3-54x^3+99x^2+90x \quad (44) \\ & (6x^5-11x^4-10x^3)-(54x^3-99x^2-90x)= \\ & x^3(6x^2-11x-10)-9x(6x^2-11x-10)= \\ & x(x^2-9)(6x^2-11x-10)= \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& x(x+3)(x-3)(6x^2-11x-10) = \\
& x(x+3)(x-3)(6x^2-15x+4x-10) = \\
& x(x+3)(x-3)[(6x^2+4x)-(15x+10)] = \\
& x(x+3)(x-3)[2x(3x+2)-5(3x+2)] = \\
& x(x+3)(x-3)[(2x-5)(3x+2)] =
\end{aligned}$$

$$x(x+3)(x-3)(2x-5)(3x+2) =$$

$$20x^6 - 7x^5 - 6x^4 - 500x^4 + 175x^3 + 150x^2 \quad (45)$$

$$20x^6 - 7x^5 - 506x^4 + 175x^3 + 150x^2 =$$

$$x^2(20x^4 - 7x^3 - 506x^2 + 175x + 150) =$$

$$x^2(20x^4 - 100x^3 + 93x^3 - 465x^2 - 41x^2 + 205x - 30x + 150) =$$

$$x^2[(20x^4 - 100x^3) + (93x^3 - 465x^2) - (41x^2 - 205x) - (30x - 150)] =$$

$$x^2[20x^3(x-5) + 93x^2(x-5) - 41x(x-5) - 30(x-5)] =$$

$$x^2[(x-5)(20x^3 + 93x^2 - 41x - 30)] =$$

$$x^2(x-5)(20x^3 + 100x^2 - 7x^2 - 35x - 6x - 30) =$$

$$x^2(x-5)[(20x^3 + 100x^2) - (7x^2 + 35x) - (6x + 30)] =$$

$$x^2(x-5)[20x^2(x+5) - 7x(x+5) - 6(x+5)] =$$

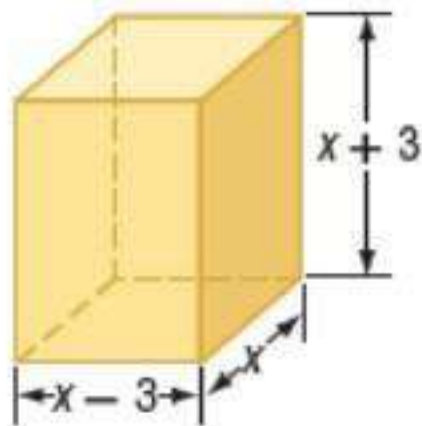
$$x^2(x-5)(x+5)(20x^2 - 7x - 6) =$$

$$x^2(x-5)(x+5)(4x-3)(5x+2) =$$



(46)

**هندسة**، إذا كان حجم المجسم المجاور يساوي  $440\text{cm}^3$ ، فأوجد كلاً من قيمة  $x$ ، وطول المجسم، وعرضه، وارتفاعه.



$$(x-3)x(x+3) = 440 = 8 \times 5 \times 11$$

$$x = 8, \quad x-3 = 5, \quad x+3 = 11$$

$$8 = x$$

$$11 = x+3 = \text{الطول}$$

$$5 = x-3 = \text{العرض}$$

حل كل معادلة مما يأتي:

$$8x^4 + 10x^2 - 3 = 0 \quad (47)$$

$$2(2x^2)^2 + 5(2x^2) - 3 = 0$$

$$2x^2 = u \quad \text{نفرض أن}$$

$$2u^2 + 5u - 3 = 0$$

$$(u+3)(2u-1) = 0$$

$$(u+3) = 0$$

$$(2u-1) = 0$$

$$u = \frac{1}{2}$$

$$u = -3$$

$$x^2 = -\frac{3}{2}$$

$$x^2 = \frac{1}{4}$$

$$x = \pm i \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$x = \pm \frac{1}{2}$$

$$6x^4 - 5x^2 - 4 = 0 \quad (48)$$

$$x^2 = u \quad \text{نفرض أن}$$

$$6u^2 - 8u + 3u - 4 = 0$$

$$(6u^2 - 8u) + (3u - 4) = 0$$

$$2u(3u-4) + (3u-4) = 0$$

$$(2u+1)(3u-4) = 0$$

$$(2u+1) = 0$$

$$(3u-4) = 0$$

$$u = -\frac{1}{2}$$

$$u = \frac{4}{3}$$

$$x^2 = -\frac{1}{2}$$

$$x^2 = \frac{4}{3}$$

$$x = \pm i \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = \pm \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$20x^4 - 53x^2 + 18 = 0 \quad (49)$$

$$20(x^2)^2 - 53(x^2) + 18 = 0$$

نفرض أن  $x^2 = u$

$$20u^2 - 53u + 18 = 0$$

$$(4u-9)(5u-2) = 0$$

$$(4u-9) = 0$$

$$(5u-2) = 0$$

$$u = \frac{9}{4}$$

$$u = \frac{2}{5}$$

$$x^2 = \frac{9}{4}$$

$$x^2 = \frac{2}{5}$$

$$x = \pm \frac{3}{2}$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$18x^4 + 43x^2 - 5 = 0 \quad (50)$$

نفرض أن  $x^2 = u$

$$18u^2 + 43u - 5 = 0$$

$$18u^2 + 45u - 2u - 5 = 0$$



$$9u(2u+5)-(2u+5)=0$$

$$(9u-1)(2u+5)=0$$

$$(9u-1)=0$$

$$(2u+5)=0$$

$$u = \frac{1}{9}$$

$$u = -\frac{5}{2}$$

$$x^2 = \frac{1}{9}$$

$$x^2 = -\frac{5}{2}$$

$$x = \pm \frac{1}{3}$$

$$x = \pm i \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$8x^4 - 18x^2 + 4 = 0 \quad (51)$$

نفرض أن  $x^2 = u$

$$8u^2 - 18u + 4 = 0$$

$$8u^2 - 16u - 2u + 4 = 0$$

$$(8u^2 - 16u) - (2u - 4) = 0$$

$$8u(u-2) - 2(u-2) = 0$$

$$(8u-2)(u-2) = 0$$

$$(u-2) = 0$$

$$(8u-2) = 0$$

$$u = 2$$

$$u = \frac{2}{8}$$

$$x^2 = 2$$

$$x^2 = \frac{2}{8}$$

$$x = \pm \sqrt{2}$$

$$x = \pm \frac{1}{2}$$

$$3x^4 - 22x^2 - 45 = 0 \quad (52)$$

نفرض أن  $x^2 = u$

$$3u^2 - 22u - 45 = 0$$

$$3u^2 - 27u + 5u - 45 = 0$$

$$(3u^2 - 27u) + (5u - 45) = 0$$

$$3u(u - 9) + 5(u - 9) = 0$$

$$(3u + 5)(u - 9) = 0$$

$$(u - 9) = 0$$

$$(3u + 5) = 0$$

$$u = 9$$

$$u = \frac{5}{3}$$

$$x^2 = 9$$

$$x^2 = \frac{5}{3}$$

$$x = \pm 3$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{15}}{3}$$

$$x^6 - 26x^3 - 27 = 0 \quad (53)$$

نفرض أن  $x^3 = u$

$$u^2 - 26u - 27 = 0$$

$$(u - 27)(u + 1) = 0$$

$$(u - 27) = 0$$

$$(u + 1) = 0$$

$$u = 27$$

$$u = -1$$

$$x^3 = 27$$

$$x^3 = -1$$

$$x = 3$$

$$x = -1$$

$$4x^4 - 4x^2 - x^2 + 1 = 0 \quad (54)$$

$$(4x^4 - 4x^2) - (x^2 - 1) = 0$$

$$4x^2(x^2 - 1) - (x^2 - 1) = 0$$

$$(4x^2 - 1)(x^2 - 1) = 0$$

$$(4x^2 - 1) = 0$$

$$(x^2 - 1) = 0$$

$$x^2 = \frac{1}{4}$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm \frac{1}{2}$$

$$x = \pm 1$$



$$x^6 - 9x^4 - x^2 + 9 = 0 \quad (55)$$

$$(x^6 - 9x^4) - (x^2 - 9) = 0$$

$$x^4(x^2 - 9) - (x^2 - 9) = 0$$

$$(x^4 - 1)(x^2 - 9) = 0$$

$$(x^2 + 1)(x^2 - 1)(x + 3)(x - 3) = 0$$

$$(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)(x + 3)(x - 3) = 0$$

$(x - 3) = 0$	$(x + 3) = 0$	$(x - 1) = 0$	$(x + 1) = 0$	$(x^2 + 1) = 0$
$x = 3$	$x = -3$	$x = 1$	$x = -1$	$x^2 = -1$ $x = \pm i$

$$x^4 + 8x^2 + 15 = 0 \quad (56)$$

نفرض أن  $x^2 = u$

$$u^2 = x^4$$

$$u^2 + 8u + 15 = 0$$

$$(u + 5)(u + 3) = 0$$

$$(u + 5) = 0$$

$$u = -5$$

$$x^2 = -5$$

$$x = \pm i\sqrt{5}$$

$$(u + 3) = 0$$

$$u = -3$$

$$x^2 = -3$$

$$x = \pm i\sqrt{3}$$

(57)

هندسة : منشور متوازي مستطيلات أبعاده  $x - 2, x - 4, x - 6$  ، وحجمه  $40x$  وحدة مكعبة .

(a) حجم المنشور = مساحة القاعدة  $\times$  الارتفاع

$$(x - 2)(x - 4)(x - 6) =$$

$$[(x - 2)(x - 4)](x - 6) =$$

$$(x^2 - 6x + 8)(x - 6) =$$

$$x(x^2 - 6x + 8) + (-6)(x^2 - 6x + 8) =$$



$$x^3 - 12x^2 + 44x - 48 =$$

$$(x-2)(x-4)(x-6)=40x \quad (b)$$

$$(x^2 - 6x + 8)(x - 6) = 40x$$

$$x^3 - 6x^2 + 8x - 6x^2 + 36x - 48 = 40x$$

$$x^3 - 12x^2 + 44x - 48 - 40x = 0$$

$$x^3 - 12x^2 + 4x - 48 = 0$$

$$x^2(x-12)+4(x-12)=0$$

$$(x^2 + 4)(x - 12) = 0$$

$$(x^2 + 4) = 0$$

$$(x - 12) = 0$$

$$x = \pm 2i$$

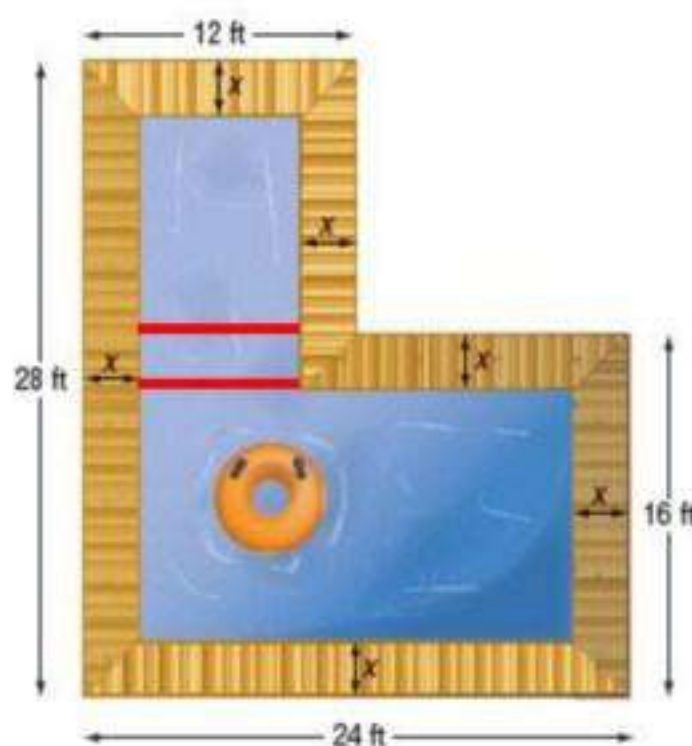
$x = 12$

(c)  $\pm 2i$  لأنهما عددان تخيليان

$$(12-2) @ (12-4) @ (12-6) \quad (d)$$

(10)  $\textcircled{8} \textcircled{6}$

(58



**تصميم:** يريد سليمان أن يبني بركة سباحة وفق التصميم المجاور، حيث يحيط بها محر خشبي بعرض ثابت.

(a)

## مساحة البركة

$$\begin{aligned} & \left[ (12-2x) \times (12-x) \right] + \left[ (24-2x) \times (16-2x) \right] + \left[ x(12-2x) \right] = \\ & (144-12x-24x+2x^2) + (384-48x-32x+4x^2) + (12x-2x^2) = 336 \end{aligned}$$

$$4x^2 - 104x + 192 = 0$$

$$x^2 - 26x + 48 = 0$$

$$(x-24)(x-2)=0$$

من الرسم لا يمكن أن يكون  $x = 24$

$x = 2 \text{ ft}$



$$[(12-2x) \times (12-x)] + [(24-2x) \times (16-2x)] + [x(12-2x)] = \quad (b)$$

$4 \leftarrow 2x \leftarrow x$

$$[(12-8) \times (12-4)] + [(24-8) \times (16-8)] + [4(12-8)] =$$

$$[(4) \times (8)] + [(16) \times (8)] + [16] =$$

$$32 + 128 + 16 = 176 \text{ ft}^2$$

$$[(12-2x) \times (12-x)] + [(24-2x) \times (16-2x)] + [x(12-2x)] = \quad (c)$$

$1 \leftarrow \frac{x}{2} \leftarrow x$

$$[(12-2) \times (12-1)] + [(24-2) \times (16-2)] + [(12-2)] =$$

$$[(10) \times (11)] + [(22) \times (14)] + [(10)] =$$

$$110 + 308 + 10 = 428 \text{ ft}^2$$

(59)

أحياء: قدر مأمون عدد الفيروسات في إحدى التجارب بالدالة:  
 $P(t) = -0.012t^3 - 0.24t^2 + 6.3t + 8000$ ، حيث  $t$  الزمن بالساعات،  $P(t)$  عدد الفيروسات. فإذا أراد  
 مأمون أن يحدد الزمن الذي يصبح فيه عدد الفيروسات 8000 فيروس.

$$8000 = -0.012t^3 - 0.24t^2 + 6.3t + 8000 \quad (a)$$

$$-0.012t^3 - 0.24t^2 + 6.3t = 0$$

$$12t^3 + 240t^2 - 6300t = 0$$

$$t^3 + 20t^2 - 525t = 0$$

$$t(t^2 + 20t - 525) = 0$$

$$t(t-15)(t+35) = 0$$

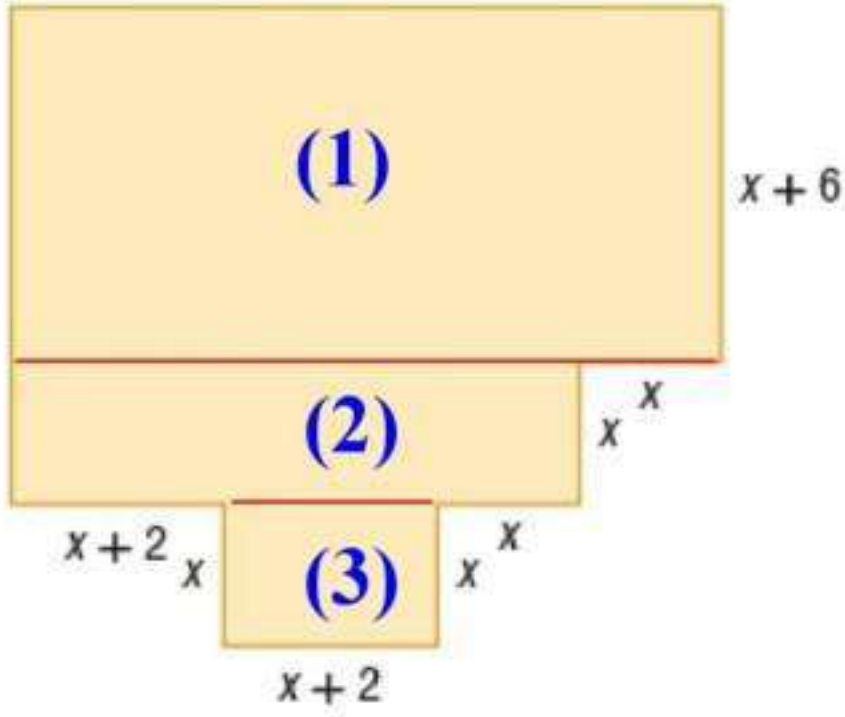
$$t = 0 \quad @t = 15 \quad @t = -35$$

(b) بطرح 8000 من كل طرف وضربه في العدد 1000 للتخلص من الكسور العشرية وبإخراج العامل المشترك ثم تحليل المقدار الثلاثي

(c) قيم مقبولة للمتغير ولكن -35 غير مقبولة لأنها قيمة سالبة والوقت لا يكون سالباً.



تصميم المباني، يمثل الشكل المجاور مخطط شقة سكنية. (60)



(a) المساحة (1)

$$x+6 = \text{الطول}$$

$$4x+4 = x+x+x+2+x+2 = \text{العرض}$$

$$(x+6)(4x+4) = \text{المساحة}$$

$$4x^2 + 28x + 24 =$$

(2) المساحة

$$x = \text{الطول}$$

$$3x+4 = x+x+2+x+2 = \text{العرض}$$

$$(x)(3x+4) = \text{المساحة}$$

$$3x^2 + 4x =$$

(3) المساحة

$$x = \text{الطول}$$

$$x+2 = \text{العرض}$$

$$(x)(x+2) = x^2 + 2x = \text{المساحة}$$

$$4x^2 + 28x + 24 + 3x^2 + 4x + x^2 + 2x = \text{المساحة الكلية}$$

$$f(x) = 8x^2 + 34x + 24$$

$$8x^2 + 34x + 24 = 1366 \quad (b)$$

$$8x^2 + 34x - 1342 = 0$$

$$4x^2 + 17x - 671 = 0$$

$$(x-11)(x+15.25) = 0$$

حيث لا توجد قيمة للمساحة سالبة

$$x = 11 \text{ ft}$$

حلل كل كثيرة حدود فيما يأتي تحليلًا تامًا. وإن لم يكن ذلك ممكنًا فاكتب كثيرة حدود أولية:

$$x^6 - 4x^4 - 8x^4 + 32x^2 + 16x^2 - 64 \quad 61$$

$$(x^6 - 4x^4) - (8x^4 - 32x^2) + (16x^2 - 64)$$

$$x^4(x^2 - 4) - 8x^2(x^2 - 4) + 16(x^2 - 4)$$

$$(x^2 - 4)(x^4 - 8x^2 + 16)$$



$$(x+4)(x-4)(x^4-8x^2+16)$$

$$(x^4-8x^2+16)$$

$$x^2 = u \quad \text{نفرض أن}$$

$$x^4 = u^2$$

$$(u^2-8u+16)$$

$$(u-4)(u-4)$$

$$(x^2-4)(x^2-4)$$

$$(x+4)(x-4)(x+4)(x-4)$$

$$(x+4)^2(x-4)^2$$

$$(x+4)(x-4)(x+4)^2(x-4)^2$$

$$(x+4)^3(x-4)^3$$

$$y^9 - y^6 - 2y^6 + 2y^3 + y^3 - 1 \quad (62)$$

$$y^9 - 2y^6 + y^3 - y^6 + 2y^3 - 1$$

$$(y^9 - 2y^6 + y^3) - (y^6 - 2y^3 + 1)$$

$$y^3(y^6 - 2y^3 + 1) - (y^6 - 2y^3 + 1)$$

$$(y^3 - 1)(y^6 - 2y^3 + 1)$$

$$(y-1)(y^2+y+1)(y^6-2y^3+1)$$

$$(y^6-2y^3+1)$$

$$y^3 = u \quad \text{نفرض أن}$$

$$y^6 = u^2$$

$$(u^2-2u+1)$$

$$(u-1)(u-1)$$

$$(y^3-1)(y^3-1)$$

$$(y-1)^2(y^2+y+1)^2$$

$$(y-1)(y^2+y+1)(y-1)^2(y^2+y+1)^2$$

$$(y-1)^3(y^2+y+1)^3$$

$$x^6 - 3x^4y^2 + 3x^2y^4 - y^6 \quad (63)$$

$$x^2 = u$$

$$y^2 = v$$

نفرض أن

$$u^3 - 3u^2v + 3uv^2 - v^3$$

$$(u-v)^3$$

$$(x^2 - y^2)^3$$

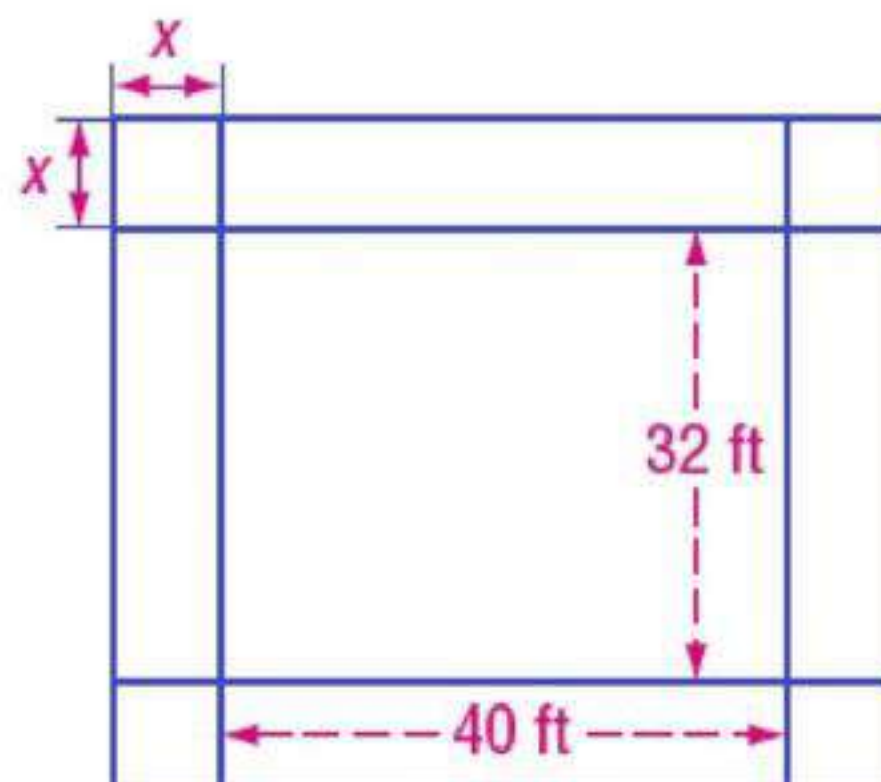
$$[(x+y)(x-y)]^3$$

$$(x+y)^3(x-y)^3$$

(64)

**حذائق:** حديقة مستطيلة الشكل بُعدها 32 ft و 40 ft، تم توسعتها لتصبح مساحتها 4.5 أمثال مساحتها الأصلية بزيادة كل من طولها وعرضها بالمقدار نفسه.

(a)





(b)

$$4x^2 + 144x + 1280 = 5760$$

$$4x^2 + 144x + 1280 - 5760 = 0$$

$$4x^2 + 144x - 4480 = 0$$

$$x^2 + 36x - 1120 = 0$$

$$(x - 20)(x + 56) = 0$$

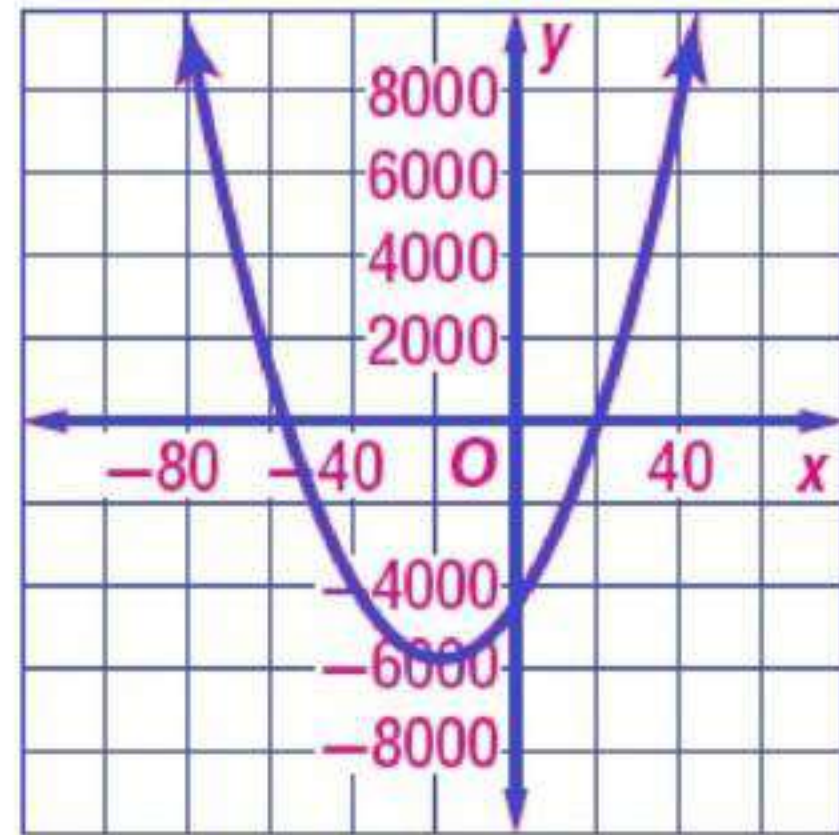
$$(x - 20) = 0$$

$$x = 20$$

$$(x + 56) = 0$$

$$x = -56$$

(c)



(d)

-56 لأن الطول ل يمكن أن يكون سالباً

### مسائل مهارات التفكير العليا

(65) تحدد: حلل المقدار  $36x^{2n} + 12x^n + 1$  إلى عوامله.

$$x^n = u$$

$$y^{2n} = u^2 \quad \text{نفرض أن}$$

$$36u^2 + 12u + 1$$

$$36u^2 + 6u + 6u + 1$$

$$(36u^2 + 6u) + (6u + 1)$$

$$6u(6u + 1) + (6u + 1)$$

$$(6u + 1)(6u + 1)$$

$$(6u + 1)^2$$

$$(6x^n + 1)^2$$

**تبرير:** أعط مثالاً مضاداً للعبارة:  $a^2 + b^2 = (a + b)^2$  (66)  
 العبارة صحيحة فقط عندما احد المتغيرين  $a$  أو  $b$  يساوي صفر.  
 لذا نأخذ أي عدد غير الصفر  
 نفرض أن  $a = 1$  @  $b = -1$

$$1^2 + (-1)^2 \stackrel{?}{=} (1 + (-1))^2$$

$$1 + 1 \stackrel{?}{=} (1 - 1)^2$$

$$2 = 0 \quad d$$

العبارة خاطئة؛ إذن العددين  $-1$  ,  $1$  مثالاً مضاداً للعبارة

(67)

**مسألة مفتوحة:** إذا كانت الصورة التكميلية لمعادلة هي:  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$  فاكتب معادلة من الدرجة السادسة يمكن كتابتها على الصورة التكميلية.

$$12x^6 + 6x^4 + 8x^2 + 4$$

$$12(x^2)^3 + 6(x^2)^2 + 8(x^2) + 4$$

**اكتب:** وضح كيف يمكن أن يساعدك تمثيل دالة كثيرة حدود بيانياً على تحليلها؟ (68)  
 يمكن تحديد العوامل من معرفة المقطع  $x$  للتمثيل البياني للدالة، فإذا كان مقطع  $x$  للتمثيل البياني يساوي 5 مثلاً فإن  $(x - 5)$  احد عوامل كثيرة الحدود



(69)

إجابة قصيرة حل المعادلة:  $x^3 + 27 = 0$ .

$$x^3 + 27 = 0$$

$$x^3 = -27$$

$$x = -3$$

(70)

إذا كان الفرق الموجب بين العددين  $\frac{1}{2}$ ،  $k$  مساوياً للفرق الموجب بين العددين  $\frac{1}{3}$ ،  $\frac{1}{5}$ ، فما قيمة  $k$  ؟

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{5-3}{15}$$

$$\frac{2}{15} =$$

$$k - \frac{1}{12} = \frac{2}{15}$$

$$k = \frac{2}{15} + \frac{1}{12}$$

$$k = \frac{8+5}{60}$$

$$k = \frac{13}{60}$$

الاختيار الصحيح: (D)

## مراجعة تراكمية

حدّد الدرجة والمعامل الرئيس لكل كثيرة حدود بمنفرد واحد فيما يأتي، وإذا لم تكن كثيرة حدود بمنفرد واحد فاذكر السبب: (الدرس 3-5)

$$f(x) = 4x^3 - 6x^2 + 5x^4 - 8x \quad (41)$$

الدرجة: 4 ، و المعامل الرئيس 5

$$f(x) = -2x^5 + 5x^4 + 3x^2 + 9 \quad (72)$$

الدرجة: 5 ، و المعامل الرئيس -2

$$f(x) = -x^4 - 3x^3 + 2x^6 - x^7 \quad (73)$$

الدرجة: 7 ، و المعامل الرئيس -1

(74)

كهرباء: دائرة كهربائية تتكون من جزأين موصلين على التوالي: معاوقة الأول  $3 + 4i$  أوم، ومعاوقة الثاني  $2 - 6i$  أوم. اجمع هذين العددين المركبين لتجد المعاوقة الكلية لهذه الدائرة. (الدرس 3-1)

$$(3 + 4i) + (2 - 6i)$$

$$3 + 4i + 2 - 6i$$

$$5 - 2i \text{ ohms}$$

اقسم كلّاً مما يأتي: (الدرس 3-4)

$$(x^2 + 6x - 2) \div (x + 4) \quad (75)$$

$$\begin{array}{r} x+2 \\ x+4 \overline{) x^2 + 6x - 2} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (-) x^2 + 4x \\ \hline \end{array}$$

$$2x - 2$$

$$\begin{array}{r} (-) 2x + 8 \\ \hline \end{array}$$

$$-10$$

$$x + 2 - \frac{10}{x + 4}$$

$$(2x^2 + 8x - 10) \div (2x + 1) \quad (76)$$



$$\frac{(2x^2 + 8x - 10) \div 2}{(2x + 1) \div 2}$$

$$\frac{(x^2 + 4x - 5)}{\left(x + \frac{1}{2}\right)}$$

$$\begin{array}{r} -\frac{1}{2} \overline{) 1 \quad 4 \quad -5} \\ \quad \downarrow \quad -\frac{1}{2} \quad -\frac{7}{4} \\ \hline \quad 1 \quad \frac{7}{2} \quad -\frac{27}{4} \end{array}$$

$$x + 3.5 - \left( \frac{-\frac{27}{4}}{x + \frac{1}{2}} \right)$$

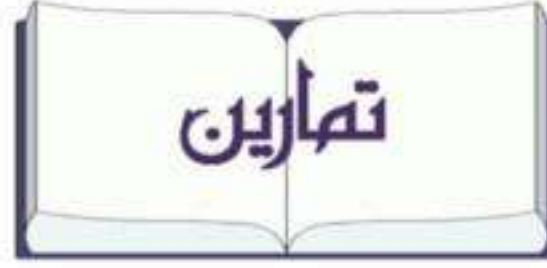
$$\left( \frac{\frac{-\frac{27}{4}}{2x+1}}{2} \right) = -\frac{13.5}{2x+1}$$

$$x + 3.5 - \frac{13.5}{2x+1}$$

$$(8x^3 + 4x^2 + 6) \div (x + 2) \quad (77)$$

$$\begin{array}{r} -2 \overline{) 8 \quad 4 \quad 0 \quad 6} \\ \quad \downarrow \quad -16 \quad 24 \quad -48 \\ \hline \quad 8 \quad -12 \quad 24 \quad -42 \end{array}$$

$$8x^2 - 12x - \frac{42}{x+2}$$



حل كل متباينة مما يأتي، وقرب الإجابة إلى أقرب جزء من مئة :

$$(1) \quad \frac{2}{3}x^3 + x^2 - 5x \geq -9$$

$$2x^3 + 3x^2 - 15x \geq -27$$

$$2x^3 + 3x^2 - 15x + 27 \geq 0$$

باستعمال الحاسبة

$$x \geq -4.12$$

$$(2) \quad x^3 - 9x^2 + 27x \leq 20$$

$$x^3 - 9x^2 + 27x - 20 \leq 0$$

باستعمال الحاسبة

$$x \leq 1.09$$

$$(3) \quad x^3 + 1 \geq 4x^2$$

$$x^3 - 4x^2 + 1 \geq 0$$

باستعمال الحاسبة

$$-0.47 \leq x \leq 0.54 \text{ أو } x \leq 3.94$$

$$(4) \quad x^6 - 15 \leq 5x^4 - x^2$$

$$x^6 - 5x^4 + x^2 - 15 \leq 0$$

باستعمال الحاسبة

$$-2.31 \leq x \leq 2.31$$

$$(5) \quad \frac{1}{2}x^5 \geq \frac{1}{5}x^2 - 2$$

$$5x^5 \geq 2x^2 - 20$$

$$5x^5 - 2x^2 + 20 \geq 0$$



باستعمال الحاسبة

$$x \geq -1.27$$

$$x^8 < -x^7 + 3 \quad (6)$$

$$x^8 + x^7 - 3 < 0$$

باستعمال الحاسبة

$$-1.36 < x < 1.06$$

$$x^4 - 15x^2 > -24 \quad (7)$$

$$x^4 - 15x^2 + 24 > 0$$

باستعمال الحاسبة

$$-1.35 < x < 1.35 \quad @x > 3.63$$

$$x^3 - 6x^2 + 4x < -6 \quad (8)$$

$$x^3 - 6x^2 + 4x + 6 < 0$$

باستعمال الحاسبة

$$1.75 < x < 4.95 \quad @x < -0.69$$

$$x^4 - 15x^2 + x + 65 > 0 \quad (9)$$

باستعمال الحاسبة

جميع الأعداد الحقيقية

# نظريتا الباقي والعوامل

## The Remainder and Factor Theorems

3-7



$$f(x) = 3x^3 - 6x^2 + x - 11 \quad (1A)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & 3 & -6 & 1 & -11 \\ & \downarrow & & & \\ & 3 & 3 & 10 & 19 \end{array}$$

$$f(3) = 19$$

$$g(x) = 4x^5 + 2x^3 + x^2 - 1 \quad (1B)$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} -1 & 4 & 0 & 2 & 1 & 0 & -1 \\ & \downarrow & -3 & 3 & -5 & 4 & -5 \\ & 3 & -3 & 5 & -4 & 4 & -6 \end{array}$$

$$g(-1) = -6$$

(2)

يمكن استعمال الدالة  $C(x) = 2.4x^3 - 22.3x^2 + 53.8x + 548.2$  لتقدير عدد الطلاب في إحدى محافظات المملكة منذ عام 1420، حيث تمثل  $x$  عدد السنوات،  $C(x)$  عدد الطلاب بالآلاف، قدر عدد طلاب المحافظة عام 1432.

$$\text{عدد السنوات} = 12 = 1420 - 1432$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 12 & 2.4 & -22.3 & 53.8 & 548.2 \\ & \downarrow & & & \\ & 2.4 & 6.5 & 131.8 & 2129.8 \end{array}$$

$$C(12) = 10(2129.8)$$

$$C(12) = 21298$$



(3)

حدد ما إذا كان  $x - 2$  عاملاً من عوامل كثيرة الحدود  $x^3 - 7x^2 + 4x + 12$  أم لا، ثم أوجد عواملها الأخرى.

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & -7 & 4 & 12 \\ & \downarrow & & & \\ & & 2 & -10 & -12 \\ \hline & 1 & -5 & -6 & 0 \end{array}$$

$\therefore (x - 2)$  عامل من عوامل كثيرة الحدود

$$(x - 2)(x^2 - 5x - 6)$$

$$(x - 2)(x - 6)(x + 1)$$



أوجد  $f(-2)$ ،  $f(4)$  لكل من الدالتين الآتيتين مستعملًا التعويض التركيبي:

$$f(x) = 2x^3 - 5x^2 - x + 14 \quad (1)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 2 & -5 & -1 & 14 \\ & \downarrow & & & \\ & & -4 & 18 & -34 \\ \hline & 2 & -9 & 17 & -20 \end{array}$$

$$f(-2) = -20$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 4 & 2 & -5 & -1 & 14 \\ & \downarrow & & & \\ & & 8 & 12 & 44 \\ \hline & 2 & 3 & 11 & 58 \end{array}$$

$$f(4) = 58$$

$$f(x) = x^4 + 8x^3 + x^2 - 4x - 10 \quad (2)$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} -2 & 1 & 8 & 1 & -4 & -10 \\ & \downarrow & & & & \\ & & -2 & -12 & 22 & -36 \\ \hline & 1 & 6 & -11 & 18 & -46 \end{array}$$

$$f(-2) = -46$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 4 & 1 & 8 & 1 & -4 & -10 \\ & \downarrow & & & & \\ & & 4 & 48 & 196 & 768 \\ \hline & 1 & 12 & 49 & 192 & 758 \end{array}$$



$$f(4) = 758$$

(3)

جواب: يمكن تمثيل عدد أزواج النسر في محمية باستعمال الدالة  $P(x) = -0.16x^3 + 15.83x^2 - 154.15x + 1147.97$  حيث  $x$  عدد السنوات منذ عام 1390، فما العدد التقريبي المتوقع لأزواج هذه النسر في عام 1438؟

$$\begin{array}{r} \text{عدد السنوات} = 2018 - 1970 = 48 \\ \begin{array}{r} 48 \overline{) -0.16 \quad 15.83 \quad -154.15 \quad 1147.97} \\ \underline{-0.16} \phantom{15.83} \phantom{-154.15} \phantom{1147.97} \\ -7.68 \phantom{-154.15} \phantom{1147.97} \\ \underline{-7.68} \phantom{-154.15} \phantom{1147.97} \\ 8.15 \phantom{-154.15} \phantom{1147.97} \\ \underline{8.15} \phantom{-154.15} \phantom{1147.97} \\ 237.05 \phantom{1147.97} \\ \underline{237.05} \phantom{1147.97} \\ 12526.37 \end{array} \\ \text{العدد التقريبي المتوقع لأزواج النسر} \approx 12526 \end{array}$$

في كل مما يأتي كثيرة حدود وأحد عواملها. أوجد عواملها الأخرى :

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 ; x - 1 \quad (4)$$

$$\begin{array}{r} 1 \overline{) 1 \quad -6 \quad 11 \quad -6} \\ \underline{1} \phantom{-6} \phantom{11} \phantom{-6} \\ -5 \phantom{11} \phantom{-6} \\ \underline{-5} \phantom{11} \phantom{-6} \\ 6 \phantom{-6} \\ \underline{6} \\ 0 \end{array}$$

$$(x-1)(x^2 - 5x + 6)$$

$$(x-1)(x-3)(x-2)$$

$$x^3 + x^2 - 16x - 16 ; x + 1 \quad (5)$$

$$\begin{array}{r} -1 \overline{) 1 \quad 1 \quad -16 \quad -16} \\ \underline{-1} \phantom{1} \phantom{-16} \phantom{-16} \\ 0 \phantom{-16} \phantom{-16} \\ \underline{0} \phantom{-16} \phantom{-16} \\ 1 \quad 0 \quad -16 \quad -16 \\ \underline{1 \quad 0 \quad -16 \quad -16} \\ 0 \end{array}$$

$$(x+1)(x^2 - 16)$$

$$(x+1)(x+4)(x-4)$$

$$3x^3 + 10x^2 - x - 12 ; x - 1 \quad (6)$$

$$\begin{array}{r} 1 \overline{) 3 \quad 10 \quad -1 \quad -12} \\ \underline{3} \phantom{10} \phantom{-1} \phantom{-12} \\ 7 \phantom{-1} \phantom{-12} \\ \underline{7} \phantom{-1} \phantom{-12} \\ 0 \phantom{-1} \phantom{-12} \\ \underline{0} \phantom{-1} \phantom{-12} \\ 3 \quad 13 \quad -1 \quad -12 \\ \underline{3 \quad 13 \quad -1 \quad -12} \\ 0 \end{array}$$

$$(x-1)(3x^2 + 13x - 12)$$



$$\begin{aligned}
 & (x-1)(3x^2 + 9x + 4x + 12) \\
 & (x-1)[(3x^2 + 9x) + (4x + 12)] \\
 & (x-1)[3x(x+3) + 4(x+3)] \\
 & (x-1)(3x+4)(x+3) \\
 & 2x^3 - 5x^2 - 28x + 15 ; x+3 \quad (7) \\
 & \begin{array}{r}
 -3 \overline{) 2 \quad -5 \quad -28 \quad 15} \\
 \underline{\phantom{-3} \downarrow \phantom{-3} -6 \phantom{-3} 33 \phantom{-3} -15} \\
 2 \quad -11 \quad 5 \quad 0
 \end{array} \\
 & (x+3)(2x^2 - 11x + 5) \\
 & (x+3)(2x^2 - 10x - x + 5) \\
 & (x+3)[(2x^2 - 10x) - (x - 5)] \\
 & (x+3)[2x(x-5) - (x-5)] \\
 & (x+3)(2x-1)(x-5)
 \end{aligned}$$

### تمارين ومسائل

أوجد  $f(2)$ ,  $f(-5)$  لكل دالة مما يأتي مستعملاً التعويض التركيبي:

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 1 \quad (8)$$

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 1 \quad 2 \quad -3 \quad 1} \\
 \underline{\phantom{2} \downarrow \phantom{2} 2 \phantom{2} 8 \phantom{2} 10} \\
 1 \quad 4 \quad 5 \quad 11
 \end{array}$$

$$f(2) = 11$$

$$\begin{array}{r}
 -5 \overline{) 1 \quad 2 \quad -3 \quad 1} \\
 \underline{\phantom{-5} \downarrow \phantom{-5} -5 \phantom{-5} 15 \phantom{-5} -60} \\
 1 \quad -3 \quad 12 \quad -59
 \end{array}$$

$$f(-5) = -59$$

$$f(x) = x^2 - 8x + 6 \quad (9)$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 1 \quad -8 \quad 6} \\ \underline{\downarrow \quad 2 \quad -12} \\ 1 \quad -6 \quad -6 \end{array}$$

$$f(2) = -6$$

$$\begin{array}{r} -5 \overline{) 1 \quad -8 \quad 6} \\ \underline{\downarrow \quad -5 \quad 65} \\ 1 \quad -13 \quad 71 \end{array}$$

$$f(-5) = 71$$

$$f(x) = 3x^4 + x^3 - 2x^2 + x + 12 \quad (10)$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 3 \quad 1 \quad -2 \quad 1 \quad 12} \\ \underline{\downarrow \quad 6 \quad 14 \quad 24 \quad 50} \\ 3 \quad 7 \quad 12 \quad 25 \quad 62 \end{array}$$

$$f(2) = 62$$

$$\begin{array}{r} -5 \overline{) 3 \quad 1 \quad -2 \quad 1 \quad 12} \\ \underline{\downarrow \quad -15 \quad 70 \quad -340 \quad 1695} \\ 3 \quad -14 \quad 68 \quad -339 \quad 1707 \end{array}$$

$$f(-5) = 1707$$

$$f(x) = 2x^3 - 8x^2 - 2x + 5 \quad (11)$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 2 \quad -8 \quad -2 \quad 5} \\ \underline{\downarrow \quad 4 \quad -8 \quad -20} \\ 2 \quad -4 \quad -10 \quad -15 \end{array}$$

$$f(2) = -15$$

$$\begin{array}{r} -5 \overline{) 2 \quad -8 \quad -2 \quad 5} \\ \underline{\downarrow \quad -10 \quad 90 \quad -440} \\ 2 \quad -18 \quad 88 \quad -435 \end{array}$$

$$f(-5) = -435$$



$$f(x) = x^3 - 5x + 2 \quad (12)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & 0 & -5 & 2 \\ & \downarrow & 2 & 4 & -2 \\ \hline & 1 & 2 & -1 & 0 \end{array}$$

$$f(2) = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrr} -5 & 1 & 0 & -5 & 2 \\ & \downarrow & -5 & 25 & -100 \\ \hline & 1 & -5 & 20 & -98 \end{array}$$

$$f(-5) = -98$$

$$f(x) = x^5 + 8x^3 + 2x - 15 \quad (13)$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 2 & 1 & 0 & 8 & 0 & 2 & -15 \\ & \downarrow & 2 & 4 & 24 & 48 & 100 \\ \hline & 1 & 2 & 12 & 24 & 50 & 85 \end{array}$$

$$f(2) = 85$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} -5 & 1 & 0 & 8 & 0 & 2 & -15 \\ & \downarrow & -5 & 25 & -165 & 825 & -4135 \\ \hline & 1 & -5 & 33 & -165 & 827 & -4150 \end{array}$$

$$f(-5) = -4150$$

$$f(x) = x^6 - 4x^4 + 3x^2 - 10 \quad (14)$$

$$\begin{array}{r|rrrrrrr} 2 & 1 & 0 & -4 & 0 & 3 & 0 & -10 \\ & \downarrow & 2 & 4 & 0 & 0 & 6 & 12 \\ \hline & 1 & 2 & 0 & 0 & 3 & 6 & 2 \end{array}$$

$$f(2) = 2$$

$$\begin{array}{r|rrrrrrr} -5 & 1 & 0 & -4 & 0 & 3 & 0 & -10 \\ & \downarrow & -5 & 25 & -105 & 525 & -2640 & 13200 \\ \hline & 1 & -5 & 21 & -105 & 528 & -2640 & 13190 \end{array}$$

$$f(-5) = 13190$$



$$f(x) = x^4 - 6x - 8 \quad (15)$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 2 & 1 & 0 & 0 & -6 & -8 \\ & \downarrow & 2 & 4 & 8 & 4 \\ \hline & 1 & 2 & 4 & 2 & -4 \end{array}$$

$$f(2) = -4$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} -5 & 1 & 0 & 0 & -6 & -8 \\ & \downarrow & -5 & 25 & -125 & 655 \\ \hline & 1 & -5 & 25 & -131 & 647 \end{array}$$

$$f(-5) = 647$$

(16)

وقود: يقدر استهلاك سيارة للوقود (بالميل لكل جالون) وفقاً للدالة

$$f(x) = 0.00000056x^4 - 0.000018x^3 - 0.016x^2 + 1.38x - 0.38$$

لكل ساعة. حدد استهلاك السيارة للوقود إذا سارت بالسرعات الآتية 40mi/h, 50mi/h, 60mi/h.

$$f(x) = 0.00000056 x^4 - 0.000018 x^3 - 0.016 x^2 + 1.38x - 0.38$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 40 & 0.00000056 & -0.000018 & -0.016 & 1.38 & -0.38 \\ & \downarrow & 0.0000224 & 0.000176 & -0.63296 & 29.8816 \\ \hline & 0.00000056 & 0.0000044 & -0.015824 & 0.74704 & 29.5016 \end{array}$$

$$f(40) = 29.5$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 50 & 0.00000056 & -0.000018 & -0.016 & 1.38 & -0.38 \\ & \downarrow & 0.000028 & 0.0005 & -0.775 & 30.25 \\ \hline & 0.00000056 & 0.00001 & -0.0155 & 0.605 & 29.87 \end{array}$$

$$f(50) = 29.87$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 60 & 0.00000056 & -0.000018 & -0.016 & 1.38 & -0.38 \\ & \downarrow & 0.0000336 & 0.000936 & -0.90384 & 28.5696 \\ \hline & 0.00000056 & 0.0000156 & -0.015064 & 0.47616 & 28.1896 \end{array}$$

$$f(60) = 28.19$$



في كل مما يأتي كثيرة حدود وأحد عواملها. أوجد عواملها الأخرى :

$$x^3 - 3x + 2 \quad ; \quad x + 2 \quad (17)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & 0 & -3 & 2 \\ & \downarrow & -2 & 4 & -2 \\ \hline & 1 & -2 & 1 & 0 \end{array}$$

$$(x + 2)(x^2 - 2x + 1)$$

$$(x + 2)(x - 1)^2$$

$$x^4 + 2x^3 - 8x - 16 \quad ; \quad x + 2 \quad (18)$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} -2 & 1 & 2 & 0 & -8 & -16 \\ & \downarrow & -2 & 0 & 0 & 16 \\ \hline & 1 & 0 & 0 & -8 & 0 \end{array}$$

$$(x + 2)(x^3 - 8)$$

$$(x + 2)(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$

$$x^3 - x^2 - 10x - 8 \quad ; \quad x + 2 \quad (19)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & -1 & -10 & -8 \\ & \downarrow & -2 & 6 & 8 \\ \hline & 1 & -3 & -4 & 0 \end{array}$$

$$(x + 2)(x - 4)(x + 1)$$

$$x^3 - x^2 - 5x - 3 \quad ; \quad x - 3 \quad (20)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & 1 & -1 & -5 & -3 \\ & \downarrow & 3 & 6 & 3 \\ \hline & 1 & 2 & 1 & 0 \end{array}$$

$$(x - 3)(x^2 + 2x + 1)$$

$$(x - 3)(x + 1)^2$$



$$2x^3 + 17x^2 + 23x - 42 ; x - 1 \quad (21)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & 17 & 23 & -42 \\ & \downarrow & & & \\ & 2 & 19 & 42 & 0 \end{array}$$

$$(x - 1)(2x^2 + 19x + 42)$$

$$(x - 1)(2x^2 + 12x + 7x + 42)$$

$$(x - 1)[(2x^2 + 12x) + (7x + 42)]$$

$$(x - 1)[2x(x + 6) + 7(x + 6)]$$

$$(x - 1)(2x + 7)(x + 6)$$

$$2x^3 + 7x^2 - 53x - 28 ; x - 4 \quad (22)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 4 & 2 & 7 & -53 & -28 \\ & \downarrow & & & \\ & 2 & 15 & 7 & 0 \end{array}$$

$$(x - 4)(2x^2 + 15x + 7)$$

$$(x - 4)(2x^2 + x + 14x + 7)$$

$$(x - 4)(x + 7)(2x + 1)$$

$$x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 2x - 3 ; x - 1 \quad (23)$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & 2 & 2 & -2 & -3 \\ & \downarrow & & & & \\ & 1 & 3 & 5 & 3 & 0 \end{array}$$

$$(x - 1)(x^3 + 3x^2 + 5x + 3)$$

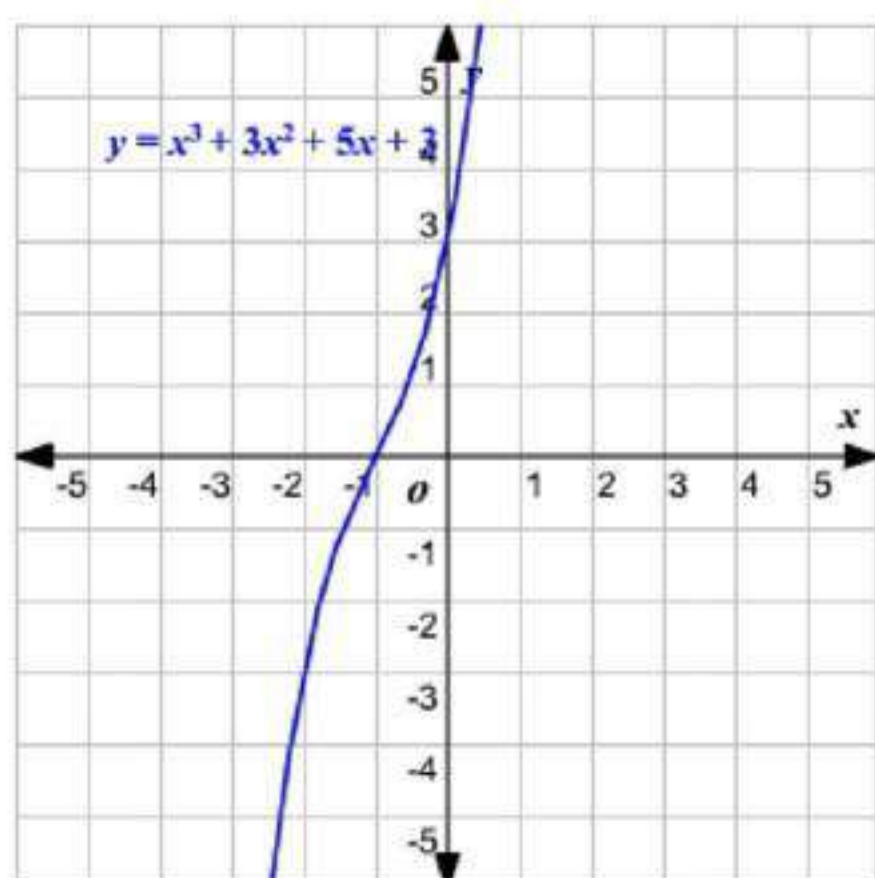
بالاستعانة بالتمثيل البياني للدالة

$$x^3 + 3x^2 + 5x + 3$$

التمثيل البياني يقطع محور السينات في  $(-1)$

حيث  $x = -1$  ،

إذن  $(x + 1)$  عامل من عوامل كثيرة الحدود





$$\begin{array}{r}
 -1 \overline{) 1 \quad 3 \quad 5 \quad 3} \\
 \quad \downarrow -1 \quad -2 \quad -3 \\
 \hline
 1 \quad 2 \quad 3 \quad 0
 \end{array}$$

$$(x-1)(x+1)(x^2+2x+3)$$

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 \div x+2 \quad (24)$$

$$\begin{array}{r}
 -2 \overline{) 1 \quad 2 \quad -1 \quad -2} \\
 \quad \downarrow -2 \quad 0 \quad 2 \\
 \hline
 1 \quad 0 \quad -1 \quad 0
 \end{array}$$

$$(x+2)(x^2-1)$$

$$(x+2)(x+1)(x-1)$$

$$6x^3 - 25x^2 + 2x + 8 \div 2x+1 \quad (25)$$

$$(2x+1) \div 2 \text{ بقسمة العامل}$$

$$(2x+1) \div 2 = x + \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{r}
 -\frac{1}{2} \overline{) 6 \quad -25 \quad 2 \quad 8} \\
 \quad \downarrow -3 \quad 14 \quad -8 \\
 \hline
 6 \quad -28 \quad 16 \quad 0
 \end{array}$$

$$(2x+1)(6x^2-28x+16)$$

$$(2x+1)[2(3x^2-14x+8)]$$

$$(2x+1)[2(3x^2-12x-2x+8)]$$

$$(2x+1)[2(3x(x-4)-2(x-4))]$$

$$(2x+1)[2((3x-2)(x-4))]$$

$$2(2x+1)(3x-2)(x-4)$$



$$16x^5 - 32x^4 - 81x + 162 ; 2x - 3 \quad (26)$$

بقسمة العامل  $(2x - 3) \div 2$

$$(2x - 3) \div 2 = x - \frac{3}{2}$$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} \frac{3}{2} & 16 & -32 & 0 & 0 & -81 & 162 \\ & \downarrow & 24 & -12 & -18 & -27 & -162 \\ \hline & 16 & -8 & -12 & -18 & -108 & 0 \end{array}$$

$$(2x - 3)(16x^4 - 8x^3 - 12x^2 - 18x - 108)$$

$$(2x - 3)[2(8x^4 - 4x^3 - 6x^2 - 9x - 54)]$$

$$8x^4 - 4x^3 - 6x^2 - 9x - 54$$

بفرض  $x = 2$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 2 & 8 & -4 & -6 & -9 & -54 \\ & \downarrow & 16 & 24 & 36 & 54 \\ \hline & 8 & 12 & 18 & 27 & 0 \end{array}$$

إذن  $(x - 2)$  عامل من عوامل كثيرة الحدود

$$(2x - 3)(x - 2)(8x^3 + 12x^2 + 18x + 27)$$

$$(2x - 3)(x - 2)[2x(4x^2 + 9) + 3(4x^2 + 9)]$$

$$(2x - 3)(x - 2)[(2x + 3)(4x^2 + 9)]$$

$$(2x - 3)(x - 2)(2x + 3)(4x^2 + 9)$$

(27)

زوارق: تحرك زورق بخاري من السكون في اتجاه معاكس للأمواج، فإذا كانت سرعته بالأقدام لكل ثانية تعطى بالذالة  $f(t) = -0.04t^4 + 0.8t^3 + 0.5t^2 - t$ ، حيث  $t$  الزمن بالثواني.

$$f(x) = -0.04t^4 + 0.8t^3 + 0.5t^2 - t \quad (a)$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & -0.04 & 0.8 & 0.5 & -1 & 0 \\ & \downarrow & -0.04 & 0.76 & 1.26 & 0.26 \\ \hline & -0.04 & 0.76 & 1.26 & 0.26 & \end{array}$$

$$f(1) = 0.26 \text{ ft/s}$$



$$\begin{array}{r}
 \underline{2} \mid -0.04 \quad 0.8 \quad 0.5 \quad -1 \quad 0 \\
 \quad \downarrow \quad -0.08 \quad 1.44 \quad 3.88 \quad 5.76 \\
 \hline
 -0.04 \quad 0.72 \quad 1.94 \quad 2.88 \quad 5.76
 \end{array}$$

$$f(2) = 5.76 \text{ ft/s}$$

$$\begin{array}{r}
 \underline{3} \mid -0.04 \quad 0.8 \quad 0.5 \quad -1 \quad 0 \\
 \quad \downarrow \quad -0.12 \quad 2.04 \quad 7.62 \quad 19.86 \\
 \hline
 -0.04 \quad 0.68 \quad 2.54 \quad 6.62 \quad 19.86
 \end{array}$$

$$f(3) = 19.86 \text{ ft/s}$$

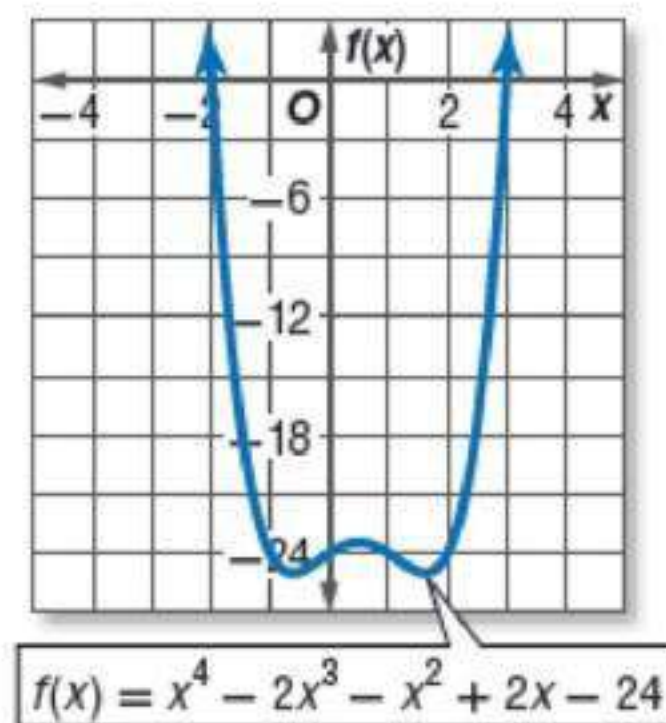
(b)

$$\begin{array}{r}
 \underline{6} \mid -0.04 \quad 0.8 \quad 0.5 \quad -1 \quad 0 \\
 \quad \downarrow \quad -0.24 \quad 3.36 \quad 23.16 \quad 132.96 \\
 \hline
 -0.04 \quad 0.56 \quad 3.86 \quad 22.16 \quad 132.96
 \end{array}$$

هذا يعني أن الزورق يسير بسرعة 132.96 ft/s عندما مر بالعوامة الثانية

استعمل التمثيل البياني لإيجاد جميع عوامل كل دالة كثيرة حدود فيما يأتي:

(28)



التمثيل البياني يقطع محور السينات في 3 @ -2

الأصفر هي:  $x = -2$  @  $x = 3$

إذن  $(x+2) @ (x-3)$  عوامل للدالة

$$\begin{array}{r|rrrrr} -2 & 1 & -2 & -1 & 2 & -24 \\ & \downarrow & -2 & 8 & -14 & 24 \\ \hline & 1 & -4 & 7 & -12 & 0 \end{array}$$

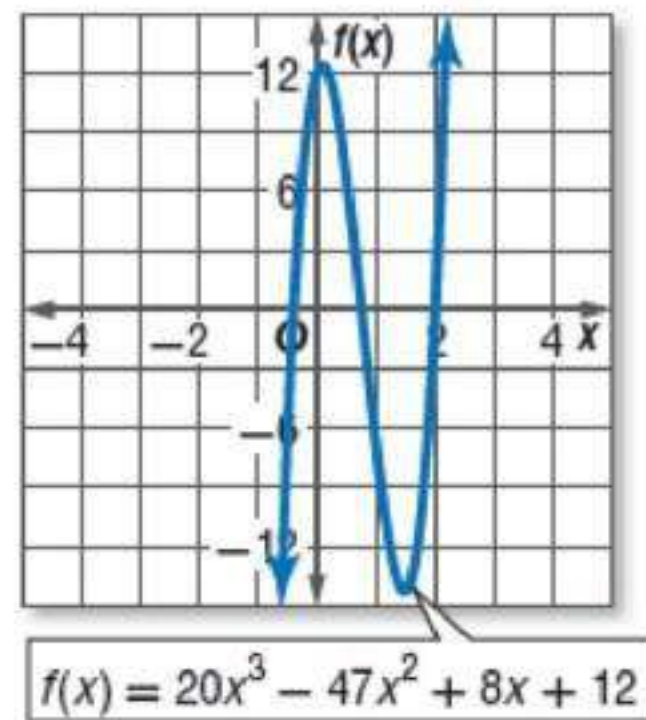
$$\therefore x^3 - 4x^2 + 7x - 12$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & 1 & -4 & 7 & -12 \\ & \downarrow & 3 & -3 & 12 \\ \hline & 1 & -1 & 4 & 0 \end{array}$$

$$\therefore x^2 - x + 4$$

عوامل الدالة  $(x+2)(x-3)(x^2 - x + 4)$

(29)



التمثيل البياني يقطع محور السينات في 2

$(x-2)$  أحد عوامل الدالة

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 20 & -47 & 8 & 12 \\ & \downarrow & 40 & -14 & -12 \\ \hline & 20 & -7 & -6 & 0 \end{array}$$

$$20x^2 - 7x - 6$$



$$(4x-3)(5x+2)$$

$$(x-2)(4x-3)(5x+2) \text{ عوامل الدالة}$$

تمثيلات متعددة، لتكن الدالة:  $f(x) = x^4 - 4x^2$ .

(30a)

جبرياً، إذا كان  $x - 2$  عاملاً من عوامل هذه الدالة، فأوجد كثيرة الحدود الناتجة عن قسمة هذه الدالة على  $(x - 2)$ .

$$\begin{array}{r|rrrrr} 2 & 1 & 0 & -4 & 0 & 0 \\ & \downarrow & 2 & 4 & 0 & 0 \\ \hline & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

$$g(x) = x^3 + 2x^2$$

(30b)

جدولياً، كَوّن جدول قيم لكثيرة الحدود التي وجدتها في الفرع "a" حيث  $x \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ .

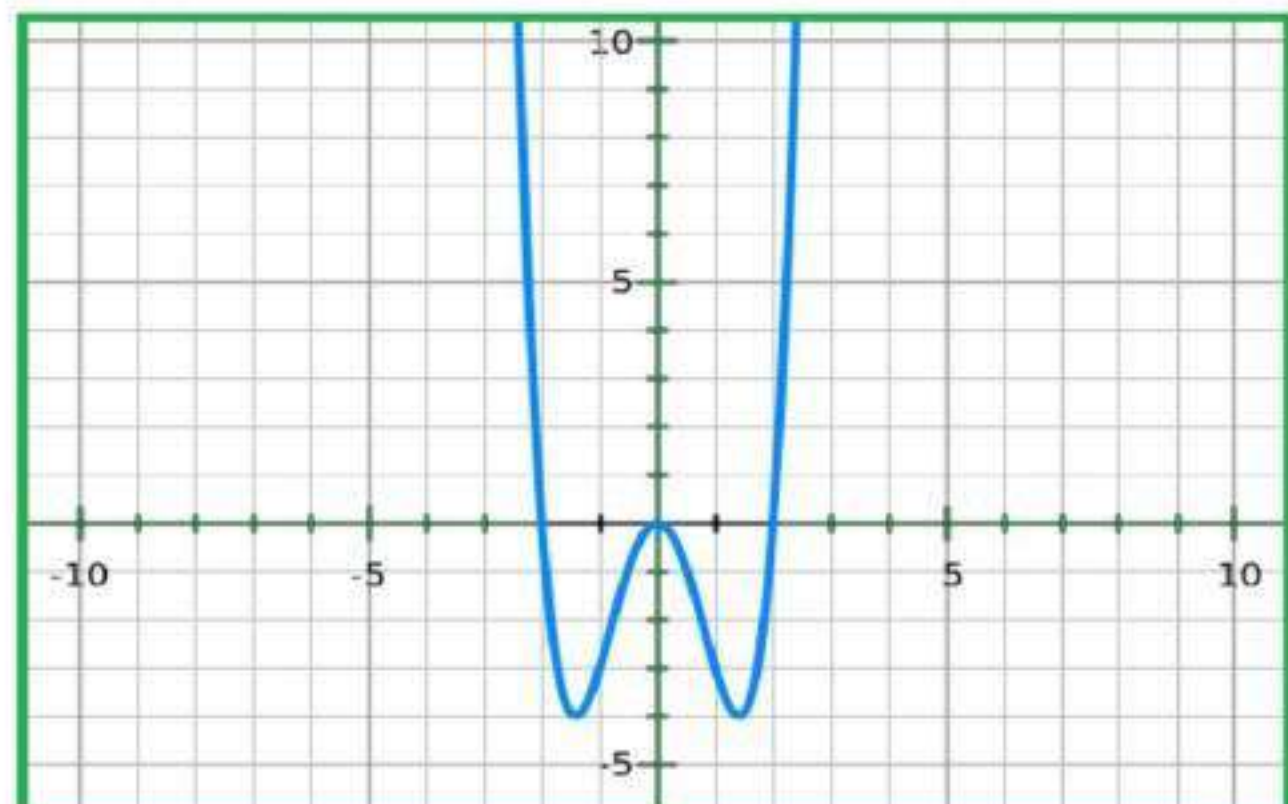
$x$	$g(x)$
-2	0
-1	1
0	0
1	3
2	16

(30c)

تحليلياً، اعتماداً على جدول القيم الذي كوّنته، ما الاستنتاجات التي يمكن أن نتوصل إليها حول بقية عوامل الدالة:  $f(x) = x^4 - 4x^2$ ؟ وضع إجابتك.

$(x+2)$  عامل من عوامل الدالة،  $x$  عامل من عوامل الدالة

(30d)



أوجد قيم  $k$  التي تجعل باقي القسمة في كل مما يأتي يساوي 3:

$$(x^2 - x + k) \div (x - 1) \quad (31)$$

$$\begin{array}{r} \underline{1} \mid 1 \quad -1 \quad k \\ \downarrow \quad 1 \quad 0 \\ \hline 1 \quad 0 \quad k+0 \end{array}$$

$$k+0=3$$

$$k=3$$

$$(x^2 + kx - 17) \div (x - 2) \quad (32)$$

$$\begin{array}{r} \underline{2} \mid 1 \quad k \quad -17 \\ \downarrow \quad 2 \quad k+2 \\ \hline 1 \quad k+2 \quad k-15 \end{array}$$

$$k-15=3$$

$$k-15+15=3+15$$

$$k=18$$

$$(x^2 + 5x + 7) \div (x - k) \quad (33)$$

$$\begin{array}{r} \underline{k} \mid 1 \quad 5 \quad 7 \\ \downarrow \quad k \quad k(k+5) \\ \hline 1 \quad k+5 \quad k(k+5)+7 \end{array}$$

$$k(k+5)+7=3$$

$$k^2 + 5k + 7 - 3 = 0$$

$$k^2 + 5k + 4 = 0$$

$$(k+4)(k+1)=0$$

$$k=4 \quad @ \quad k=1$$

$$(x^3 + 4x^2 + x + k) \div (x + 2) \quad (34)$$

$$\begin{array}{r} \underline{-2} \mid 1 \quad 4 \quad 1 \quad k \\ \downarrow -2 \quad -4 \quad 6 \\ \hline 1 \quad 2 \quad -3 \quad k+6 \end{array}$$

$$k+6=3$$

$$k=-3$$



تحذّر، أوجد حلول كل من المعادلتين:

$$(x^2 - 4)^2 - (x^2 - 4) - 2 = 0 \quad (35)$$

نفرض أن  $y = x^2 - 4$

$$y^2 - y - 2 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

القانون العام

$$y = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(1)(-2)}}{2(1)}$$

$$y = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2}$$

$$y = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2}$$

$$y = \frac{1 \pm 3}{2}$$

$$y = 1$$

$$x^2 - 4 = -1$$

$$x^2 = 3$$

$$x = \pm \sqrt{3}$$

$$y = 2$$

$$x^2 - 4 = 2$$

$$x^2 = 6$$

$$x = \pm \sqrt{6}$$

$$(x^2 + 3)^2 - 7(x^2 + 3) + 12 = 0 \quad (36)$$

نفرض أن  $y = x^2 + 3$

$$y^2 - 7y + 12 = 0$$

$$(y - 3)(y - 4) = 0$$

$$(y - 3) = 0$$

$$y = 3$$

$$x^2 + 3 = 3$$

$$x^2 = 0$$

$$(y - 4) = 0$$

$$y = 4$$

$$x^2 + 3 = 4$$

$$x^2 = 1$$

$$x = 0$$

$$x = \pm 1$$

(37)

تبرير: إذا قسمت دالة كثيرة الحدود  $f(x)$  على  $x - c$ ، فماذا يمكن أن تستنتج إذا كان:

(a)  $x - c$  عامل للدالة  $f(x)$

(b)  $x - c$  ليس عامل للدالة  $f(x)$

(c)  $f(x) = x - c$

(38)

مسألة مفتوحة: اكتب دالة تكعيبية يكون باقي قسمتها على  $x - 2$  يساوي 8، وباقي قسمتها على  $x - 3$  يساوي -5.

$$f(x) = -x^3 + x^2 + x + 10$$

(39)

اكتب: وضح لماذا تعد نظرية العوامل حالة خاصة من نظرية الباقي؟

يمكن تحديد موقع صفر كثيرة الحدود باستعمال نظرية الباقي و جدول القيم بتحديد متى تكون قيمة الدالة أو الباقي يساوي صفر .

فمثلاً ، إذا كان  $f(6)$  يعطي الباقي 2 ،  $f(7)$  يعطي الباقي -1 ، نستنتج أن الصفر يقع بين  $x = 6$  و  $x = 7$  .

تدريب على اختبار

(40)

أي مما يأتي هو تحليل للعلاقة  $27x^3 + y^3$  ؟

A  $(3x + y)(3x + y)(3x + y)$

B  $(3x + y)(9x^2 - 3xy + y^2)$

C  $(3x - y)(9x^2 + 3xy + y^2)$

D  $(3x - y)(9x^2 + 9xy + y^2)$

$$27x^3 + y^3$$

$$(3x + y)(9x^2 - 3xy + y^2)$$

الإختيار الصحيح (B)



(41)

ما حاصل ضرب العددين المركبين  $(4 + i)(4 - i)$  ؟

17 C

15 A

$17 - 8i$  D

$16 - i$  B

$$(4 + i)(4 - i) = 16 - i^2 = 16 + 1 = 17$$

الإختيار الصحيح (C)

### مراجعة تراكمية

حل كل معادلة مما يأتي: (الدرس 2-3)

$$x^4 - 4x^2 - 21 = 0 \quad (42)$$

نفرض أن  $x^2 = u$

$$x^4 = u^2$$

$$u^2 - 4u - 21 = 0$$

$$(u - 7)(u + 3) = 0$$

$$(u + 3) = 0$$

$$u = -3$$

$$x^2 = -3$$

$$x = \pm\sqrt{-3}$$

$$x = \pm i\sqrt{3}$$

$$(u - 7) = 0$$

$$u = 7$$

$$x^2 = 7$$

$$x = \pm\sqrt{7}$$

$$x^4 - 6x^2 = 27 \quad (43)$$

نفرض أن  $x^2 = u$

$$x^4 = u^2$$

$$u^2 - 6u = 27$$

$$u^2 - 6u - 27 = 0$$

$$(u - 9)(u + 3) = 0$$

$$(u-9)=0$$

$$u=9$$

$$x^2=9$$

$$x=\pm\sqrt{9}$$

$$x=\pm 3$$

$$(u+3)=0$$

$$u=-3$$

$$x^2=-3$$

$$x=\pm\sqrt{-3}$$

$$x=\pm i\sqrt{3}$$

$$4x^4 - 8x^2 - 96 = 0 \quad (44)$$

نفرض أن  $x^2 = u$

$$x^4 = u^2$$

$$4u^2 - 8u - 96 = 0$$

$$4(u^2 - 2u - 24) = 0$$

$$u^2 - 2u - 24 = 0$$

$$(u-6)(u+4) = 0$$

$$(u+4) = 0$$

$$u = -4$$

$$x^2 = -4$$

$$x = \pm\sqrt{-4}$$

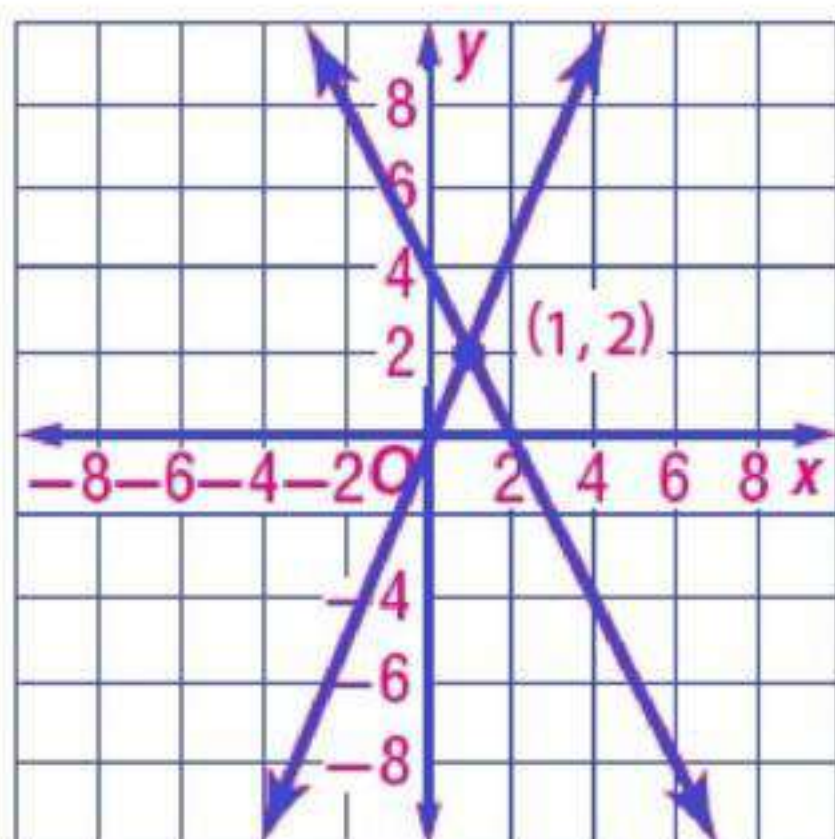
$$x = \pm i\sqrt{4}$$

$$(u-6) = 0$$

$$u = 6$$

$$x^2 = 6$$

$$x = \pm\sqrt{6}$$



حل كلٍّ من النظامين الآتيين بيانيًا: (مهارة سابقة)

$$y = 3x - 1 \quad (45)$$

$$y = -2x + 4$$

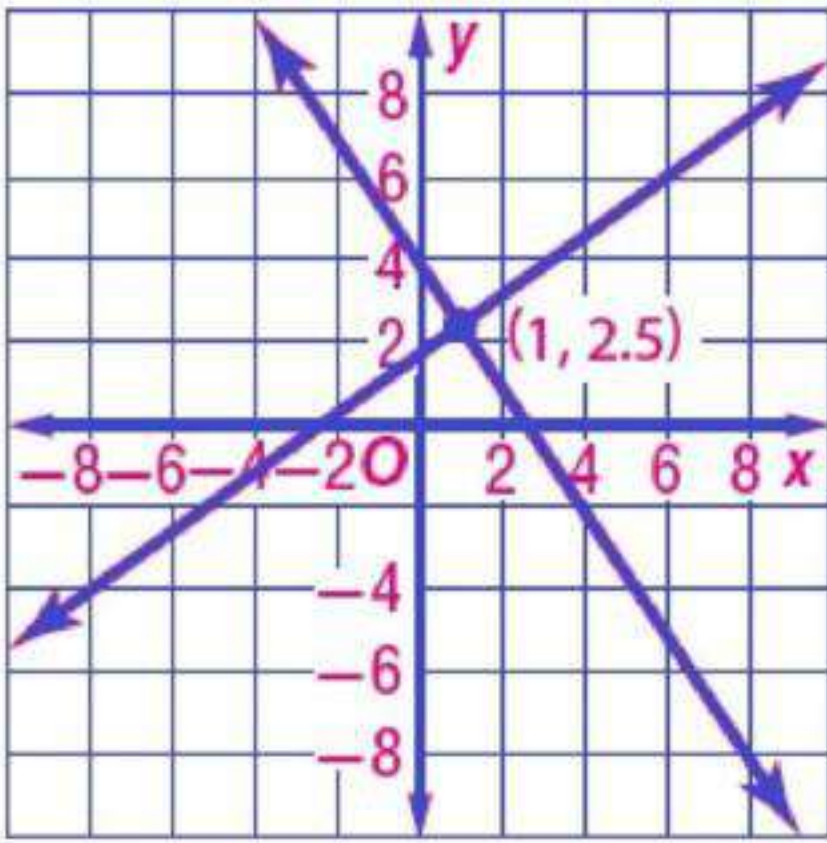
بالتمثيل البياني للدالتين

$$y = -2x + 4, \quad y = 3x - 1$$

أحداثيات نقطة التقاطع:  $(1, 2)$

حل النظامين هو  $(1, 2)$





$$\begin{aligned} y &= 3x + 2 \\ -4x + 6y &= 11 \end{aligned} \quad (46)$$

بالتمثيل البياني للدالتين

$$-4x + 6y = 11, \quad y = 3x + 2$$

احداثيات نقطة التقاطع:  $(1, 2.5)$

حل النظامين هو  $(1, 2.5)$

إذا كان  $c(x) = x^2 - 2x$ ,  $d(x) = 3x^2 - 6x + 4$  فأوجد قيمة كل مما يأتي: (الدرس 3-3)

$$c(a+2) - d(a-4) \quad (47)$$

$$c(a+2) = (a+2)^2 - 2(a+2)$$

$$c(a+2) = a^2 + 4a + 4 - 2a - 4$$

$$c(a+2) = a^2 + 2a$$

$$d(a-4) = 3(a-4)^2 - 6(a-4) + 4$$

$$d(a-4) = 3(a^2 - 8a + 16) - 6(a-4) + 4$$

$$d(a-4) = 3a^2 - 24a + 48 - 6a + 24 + 4$$

$$d(a-4) = 3a^2 - 30a + 76$$

$$c(a+2) - d(a-4) = a^2 + 2a - 3a^2 + 30a - 76$$

$$c(a+2) - d(a-4) = -2a^2 + 32a - 76$$

$$c(a-3) + d(a+1) \quad (48)$$

$$c(a-3) = (a-3)^2 - 2(a-3)$$

$$c(a-3) = (a^2 - 6a + 9) - 2(a-3)$$

$$c(a-3) = a^2 - 6a + 9 - 2a + 6$$

$$c(a-3) = a^2 - 8a + 15$$



$$\begin{aligned}
 d(a+1) &= 3(a+1)^2 - 6(a+1) + 4 \\
 d(a+1) &= 3(a^2 + 2a + 1) - 6(a+1) + 4 \\
 d(a+1) &= 3a^2 + 6a + 3 - 6a - 6 + 4 \\
 d(a+1) &= 3a^2 + 1 \\
 c(a-3) + d(a+1) &= a^2 - 8a + 15 + 3a^2 + 1 \\
 c(a-3) + d(a+1) &= 4a^2 - 8a + 16
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c(-3a) + d(a+4) & \quad (49) \\
 c(-3a) &= (-3a)^2 - 2(-3a) \\
 c(-3a) &= 9a^2 + 6a \\
 d(a+4) &= 3(a+4)^2 - 6(a+4) + 4 \\
 d(a+4) &= 3(a^2 + 8a + 16) - 6a - 24 + 4 \\
 d(a+4) &= 3a^2 + 24a + 48 - 6a - 24 + 4 \\
 d(a+4) &= 3a^2 + 18a + 28 \\
 c(-3a) + d(a+4) &= 9a^2 + 6a + 3a^2 + 18a + 28 \\
 c(-3a) + d(a+4) &= 12a^2 + 24a + 28
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3d(3a) - 2c(-a) & \quad (50) \\
 3d(3a) &= 3[3(3a)^2 - 6(3a) + 4] \\
 3d(3a) &= 3[27a^2 - 18a + 4] \\
 3d(3a) &= 81a^2 - 54a + 12 \\
 2c(-a) &= 2[(-a)^2 - 2(-a)] \\
 2c(-a) &= 2a^2 + 4a \\
 3d(3a) - 2c(-a) &= 81a^2 - 54a + 12 - (2a^2 + 4a) \\
 3d(3a) - 2c(-a) &= 81a^2 - 54a + 12 - 2a^2 - 4a \\
 3d(3a) - 2c(-a) &= 79a^2 - 58a + 12
 \end{aligned}$$



$$c(a) + 5d(2a) \quad (51)$$

$$c(a) = (a)^2 - 2(a)$$

$$c(a) = a^2 - 2a$$

$$5d(2a) = 5[3(2a)^2 - 6(2a) + 4]$$

$$5d(2a) = 5[12a^2 - 12a + 4]$$

$$5d(2a) = 60a^2 - 60a + 20$$

$$c(a) + 5d(2a) = a^2 - 2a + 60a^2 - 60a + 20$$

$$c(a) + 5d(2a) = 61a^2 - 62a + 20$$

$$-2d(2a + 3) - 4c(a^2 + 1) \quad (52)$$

$$4c(a^2 + 1) = 4[(a^2 + 1)^2 - 2(a^2 + 1)]$$

$$4c(a^2 + 1) = 4[(a^2 + 1)((a^2 + 1) - 2)]$$

$$4c(a^2 + 1) = 4[(a^2 + 1)(a^2 - 1)]$$

$$4c(a^2 + 1) = 4(a^4 - 1)$$

$$4c(a^2 + 1) = 4a^4 - 4$$

$$-2d(2a + 3) = -2[3(2a + 3)^2 - 6(2a + 3) + 4]$$

$$-2d(2a + 3) = -2[3(4a^2 + 12a + 9) - 12a - 18 + 4]$$

$$-2d(2a + 3) = -2[12a^2 + 24a + 13]$$

$$-2d(2a + 3) = -24a^2 - 48a - 26$$

$$-2d(2a + 3) - 4c(a^2 + 1) = -24a^2 - 48a - 26 - 4a^4 + 4$$

$$-2d(2a + 3) - 4c(a^2 + 1) = -4a^4 - 24a^2 - 48a - 22$$



## تحقق

$$x^3 + 2x = 0 \quad (1A)$$

$$x(x^2 + 2) = 0$$

$$x^2 = -2$$

$$x = \pm i\sqrt{2}$$

$$x = 0$$

للمعادلة جذر حقيقي واحد، و جذران تخيليان

$$x^4 - 16 = 0 \quad (1B)$$

$$(x^2 - 4)(x^2 + 4) = 0$$

$$(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4) = 0$$

$$(x - 2) = 0$$

$$x = 2$$

$$(x + 2) = 0$$

$$x = -2$$

$$(x^2 + 4) = 0$$

$$x^2 = -4$$

$$x = \pm 2i$$

للمعادلة جذران حقيقيان ، و جذران تخيليان

$$3x^3 - x^2 + 9x - 3 = 0 \quad (1C)$$

$$3x(x^2 + 3) - (x^2 + 3) = 0$$

$$(3x - 1)(x^2 + 3) = 0$$

$$(3x - 1) = 0$$

$$3x = 1$$

$$x = \frac{1}{3}$$

$$(x^2 + 3) = 0$$

$$x^2 = -3$$

$$x = \pm i\sqrt{3}$$



## للمعادلة جذر حقيقي واحد، و جذران تخيليان

(2)

اذكر العدد الممكن للأصفار الحقيقية الموجبة، والحقيقية السالبة، والتخيلية للدالة:

$$h(x) = 2x^5 + x^4 + 3x^3 - 4x^2 - x + 9$$

$$h(x) = 2x^5 + x^4 + 3x^3 - 4x^2 - x + 9$$

$$h(x) = 2x^5 + x^4 + 3x^3 - 4x^2 - x + 9$$

$$\begin{array}{cccccc} + & d & + & d & + & c \\ \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & \\ - & & - & & - & \end{array}$$

عدد مرات تغير إشارة معاملات الدالة  $h(x)$  : 2 أو 0

$$h(-x) = 2(-x)^5 + (-x)^4 + 3(-x)^3 - 4(-x)^2 - (-x) + 9$$

$$\begin{array}{cccccc} - & c & + & c & - & d \\ \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & \\ + & & + & & + & \end{array}$$

عدد مرات تغير إشارة معاملات الدالة:  $h(-x)$  3 أو 1

عدد الأصفار الموجبة	عدد الأصفار السالبة	عدد الأصفار التخيلية	مجموع عدد الأصفار
2	3	0	$2 + 3 + 0 = 5$
	1	2	$2 + 1 + 2 = 5$
0	3	2	$0 + 3 + 2 = 5$
	1	4	$0 + 1 + 4 = 5$

(4)

اكتب دالة كثيرة حدود درجتها أقل ما يمكن، ومعاملات حدودها أعداد صحيحة، إذا كان العددان  $1 + 2i$ ،  $-1$  من أصفارها.

$$P(x) = (x+1)[(x-1)+2i][(x-1)-2i]$$

$$= (x+1)[(x-1)^2 + 4]$$

$$= (x+1)[x^2 - 2x + 1 + 4]$$

$$= (x+1)[x^2 - 2x + 5]$$

$$= x^3 - 2x^2 + 5x + x^2 - 2x + 5$$

$$= x^3 - x^2 + 3x + 5$$





حل كل معادلة مما يأتي، واذكر عدد جذورها، وأنواعها:

$$(1) \quad x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$(x - 5)(x + 2) = 0$$

$$(x - 5) = 0$$

$$x = 5$$

$$(x + 2) = 0$$

$$x = -2$$

للمعادلة جذران حقيقيان

$$(2) \quad x^3 + 12x^2 + 32x = 0$$

$$x(x^2 + 12x + 32) = 0$$

$$x(x + 4)(x + 8) = 0$$

$$x = 0 \quad @ \quad x = -4 \quad @ \quad x = -8$$

للمعادلة ثلاثة جذور حقيقية

$$(3) \quad 16x^4 - 81 = 0$$

$$(4x^2 - 9)(4x^2 + 9) = 0$$

$$(2x - 3)(2x + 3)(4x^2 + 9) = 0$$

$$(2x - 3) = 0$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$(2x + 3) = 0$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

$$(4x^2 + 9) = 0$$

$$x^2 = \frac{-9}{4}$$

$$x = \pm \frac{3}{2}i$$



$$(4) \quad 0 = x^3 - 8$$

$$0 = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4(1)(4)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{-12}}{2}$$

$$x = \frac{-2 \pm 2i\sqrt{3}}{2}$$

$$x = -1 \pm i\sqrt{3}$$

للمعادلة جذر حقيقي واحد، و جذران تخيليان

$x = 2$  أو  $x = -1 + i\sqrt{3}$  أو  $x = -1 - i\sqrt{3}$

اذكر العدد الممكن للأصفار الحقيقية الموجبة، والحقيقية السالبة، والتخيلية لكل دالة مما يأتي :

$$(5) \quad f(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - 6$$

$$\begin{array}{ccccccc} & + & - & + & - \\ & \curvearrowright & \curvearrowleft & \curvearrowright & \curvearrowleft \\ & c & c & c & c \end{array}$$

عدد مرات تغير إشارة معاملات الدالة  $f(x)$  : 3 أو 1

$$f(-x) = (-x)^3 - 2(-x)^2 + 2(-x) - 6$$

$$\begin{array}{ccccccc} & - & - & - & - \\ & \curvearrowleft & \curvearrowright & \curvearrowleft & \curvearrowright \\ & d & d & d & d \end{array}$$

عدد مرات تغير إشارة معاملات الدالة:  $f(-x)$  : 0

عدد الأصفار الموجبة	عدد الأصفار السالبة	عدد الأصفار التخيلية	مجموع عدد الأصفار
3	0	0	$0 + 0 + 3 = 3$
1	0	2	$2 + 0 + 1 = 3$



$$f(x) = 6x^4 + 4x^3 - x^2 - 5x - 7 \quad (6)$$

$\underbrace{\quad}_{d} \underbrace{\quad}_{c} \underbrace{\quad}_{d} \underbrace{\quad}_{d}$

عدد مرات تغير إشارة معاملات الدالة  $f(x)$  : **1**

$$f(-x) = 6(-x)^4 + 4(-x)^3 - (-x)^2 - 5(-x) - 7$$

$+ \underbrace{\quad}_{c} - \underbrace{\quad}_{d} - \underbrace{\quad}_{c} + \underbrace{\quad}_{c}$

عدد مرات تغير إشارة معاملات الدالة:  $f(-x)$  **3 أو 1**

عدد الأصفار الموجبة	عدد الأصفار السالبة	عدد الأصفار التخيلية	مجموع عدد الأصفار
1	3	0	$0 + 3 + 1 = 4$
1	1	2	$2 + 1 + 1 = 4$

$$f(x) = 3x^5 - 8x^3 + 2x - 4 \quad (7)$$

$\underbrace{\quad}_{c} \underbrace{\quad}_{c} \underbrace{\quad}_{c}$

عدد مرات تغير إشارة معاملات الدالة  $f(x)$  : **3 أو 1**

$$f(-x) = 3(-x)^5 - 8(-x)^3 + 2(-x) - 4$$

$- \underbrace{\quad}_{c} + \underbrace{\quad}_{c} - \underbrace{\quad}_{d}$

عدد مرات تغير إشارة معاملات الدالة:  $f(-x)$  **2 أو 0**

عدد الأصفار الموجبة	عدد الأصفار السالبة	عدد الأصفار التخيلية	مجموع عدد الأصفار
3	2	0	$2 + 3 + 0 = 5$
	0	2	$2 + 1 + 2 = 5$
1	2	2	$0 + 3 + 2 = 5$
	0	4	$0 + 1 + 4 = 5$



$$f(x) = -2x^4 - 3x^3 - 2x - 5 \quad (8)$$

$\underbrace{\quad}_{d} \quad \underbrace{\quad}_{d} \quad \underbrace{\quad}_{d}$

عدد مرات تغير إشارة معاملات الدالة  $f(x)$ : 0

$$f(-x) = -2(-x)^4 - 3(-x)^3 - 2(-x) - 5$$

$-\underbrace{\quad}_{c}^{+} \quad \underbrace{\quad}_{d} \quad +\underbrace{\quad}_{c}^{-}$

عدد مرات تغير إشارة معاملات الدالة:  $f(-x)$  2 أو 0

عدد الأصفار الموجبة	عدد الأصفار السالبة	عدد الأصفار التخيلية	مجموع عدد الأصفار
0	2	2	$0 + 2 + 2 = 4$
0	0	4	$4 + 0 + 0 = 4$

اكتب دالة كثيرة حدود درجتها أقل ما يمكن ومعاملات حدودها أعداد صحيحة، إذا كانت الأعداد المعطاة في كل مما يأتي من أصفارها :

(9) 4, -1, 6

عوامل كثيرة الحدود:  $(x-4)(x+1)(x-6)$

$$\begin{aligned}
 P(x) &= (x^2 + x - 4x - 4)(x - 6) \\
 &= (x^2 - 3x - 4)(x - 6) \\
 &= x^3 - 3x^2 - 4x - 6x^2 + 18x + 24 \\
 &= x^3 - 9x^2 + 14x + 24
 \end{aligned}$$

(10) 3, -1, 1, 2

عوامل كثيرة الحدود:  $(x-3)(x+1)(x-1)(x-2)$

$$\begin{aligned}
 p(x) &= (x-3)(x-2)(x^2-1) \\
 &= (x^2-5x+6)(x^2-1) \\
 &= x^4 - 5x^3 + 6x^2 - x^2 + 5x - 6 \\
 &= x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6
 \end{aligned}$$



$$-2, 5, -3i \quad (11)$$

عوامل كثيرة الحدود:  $(x+2)(x-5)(x+3i)(x-3i)$

$$P(x) = (x+2)(x-5)(x+3i)(x-3i)$$

$$= (x^2 - 5x + 2x - 10)(x+3i)(x-3i)$$

$$= (x^2 - 3x - 10)[(x+3i)(x-3i)]$$

$$= (x^2 - 3x - 10)[x^2 - (3i)^2]$$

$$= (x^2 - 3x - 10)[x^2 - 9i^2]$$

$$= (x^2 - 3x - 10)(x^2 + 9)$$

$$= x^4 - 3x^3 - 10x^2 + 9x^2 - 27x - 90$$

$$= x^4 - 3x^3 - x^2 - 27x - 90$$

$$-4, 4+i \quad (12)$$

عوامل كثيرة الحدود:  $(x+4)(x-4-i)(x-4+i)$

$$P(x) = (x+4)[(x-4-i)(x-4+i)]$$

$$= (x+4)[((x-4)-i)((x-4)+i)]$$

$$= (x+4)[(x-4)^2 - i^2]$$

$$= (x+4)[x^2 - 8x + 16 - i^2]$$

$$= (x+4)[x^2 - 8x + 16 + 1]$$

$$= (x+4)[x^2 - 8x + 17]$$

$$= x^3 - 8x^2 + 17x + 4x^2 - 32x + 68$$

$$= x^3 - 4x^2 - 15x + 68$$



## تدرب وحل المسائل

حل كل معادلة مما يأتي، واذكر عدد جذورها، وأنواعها:

$$4x^2 + 1 = 0 \quad (13)$$

$$x^2 = -\frac{1}{4}$$

$$x^2 = -\frac{1}{4}$$

$$x = \pm \sqrt{-\frac{1}{4}}$$

$$x = \pm \frac{1}{2}i$$

للمعادلة جذران تخيليان

$$2x^2 - 5x + 14 = 0 \quad (14)$$

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4(2)(14)}}{2(2)}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 112}}{4}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{-87}}{4}$$

للمعادلة جذران تخيليان

$$-3x^2 - 5x + 8 = 0 \quad (15)$$

$$-3x^2 + 3x - 8x + 8 = 0$$

$$(-3x^2 + 3x) + (-8x + 8) = 0$$

$$-3x(x - 1) - 8(x - 1) = 0$$

$$(-3x - 8)(x - 1) = 0$$

$$(-3x - 8) = 0$$

$$(x - 1) = 0$$

$$x = -\frac{8}{3}$$

$$x = 1$$

للمعادلة جذران حقيقيان

$$(2x - 3) = 0$$

$$2x = 3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$8x^3 - 27 = 0 \quad (16)$$

$$(2x - 3)(4x^2 + 6x + 9) = 0$$

$$(4x^2 + 6x + 9) = 0$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4(4)(9)}}{2(4)}$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 144}}{8}$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{-108}}{8}$$

$$x = \frac{-6 \pm 6i\sqrt{3}}{8}$$

$$x = \frac{-3 \pm 3i\sqrt{3}}{4}$$

للمعادلة جذر حقيقي واحد، وجذران تخيليان

$$16x^4 - 625 = 0 \quad (17)$$

$$(2x)^4 - (5)^4 = 0$$

$$\left((2x)^2\right)^2 - \left((5)^2\right)^2 = 0$$

$$\left((2x)^2 - (5)^2\right)\left((2x)^2 + (5)^2\right) = 0$$

$$(2x - 5)(2x + 5)\left((2x)^2 + (5)^2\right) = 0$$

$$(2x + 5) = 0$$

$$x = -\frac{5}{2}$$

$$(2x - 5) = 0$$

$$x = \frac{5}{2}$$

$$\left((2x)^2 + (5)^2\right) = 0$$

$$x^2 = -\frac{25}{4}$$

$$x = \pm \frac{5}{2}i$$



$$x = 0$$

$$\begin{aligned} x^3 - 6x^2 + 7x &= 0 \quad (18) \\ x(x^2 - 6x + 7) &= 0 \\ (x^2 - 6x + 7) &= 0 \\ x &= \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4(1)(7)}}{2(1)} \\ x &= \frac{6 \pm \sqrt{8}}{2} \\ x &= 3 \pm \sqrt{2} \end{aligned}$$

للمعادلة ثلاثة جذور حقيقية

$$x = -2$$

$$x = -2$$

$$x = 2$$

$$x = 2$$

$$x = 0$$

للمعادلة خمسة جذور حقيقية

$$(x^2 + 1) = 0$$

$$x^2 = -1$$

$$x = \pm i$$

$$(x^2 + 1) = 0$$

$$x^2 = -1$$

$$x = \pm i$$

$$x = 0$$

$$x^5 + 2x^3 + x = 0 \quad (20)$$

$$x(x^4 + 2x^2 + 1) = 0$$

$$x(x^2 + 1)^2 = 0$$

$$x(x^2 + 1)(x^2 + 1) = 0$$

اذكر العدد الممكن للأصفار الحقيقية الموجبة، والحقيقية السالبة، والتخيلية لكل دالة مما يأتي :

$$f(x) = x^4 - 5x^3 + 2x^2 + 5x + 7 \quad (21)$$

$\underbrace{\quad}_{\text{c}} \underbrace{\quad}_{\text{c}} \underbrace{\quad}_{\text{d}} \underbrace{\quad}_{\text{d}}$

عدد مرات تغير إشارة معاملات الدالة:  $f(x)$  2 أو 0

$$f(-x) = (-x)^4 - 5(-x)^3 + 2(-x)^2 + 5(-x) + 7$$

$+\underbrace{\quad}_{\text{d}} +\underbrace{\quad}_{\text{d}} +\underbrace{\quad}_{\text{c}} -\underbrace{\quad}_{\text{c}} +$

عدد مرات تغير إشارة معاملات الدالة:  $f(-x)$  2 أو 0

عدد الأصفار الموجبة	عدد الأصفار السالبة	عدد الأصفار التخيلية	مجموع عدد الأصفار
0	2	2	$2 + 2 + 0 = 4$
	0	4	$4 + 0 + 0 = 4$
2	2	0	$0 + 2 + 2 = 4$
	0	2	$2 + 0 + 2 = 4$

(22)

$$f(x) = 2x^3 - 7x^2 - 2x + 12$$

0 أو 2

1

0 أو 2

(23)

$$f(x) = -3x^5 + 5x^4 + 4x^2 - 8$$

0 أو 2

1

2 أو 4

(24)

$$f(x) = x^4 - 2x^2 - 5x + 19$$

0 أو 2

0 أو 2

0 أو 2 أو 4



(25)

$$f(x) = 4x^6 - 5x^4 - x^2 + 24$$

0 أو 2

0 أو 2

2 أو 4 أو 6

(26)

$$f(x) = -x^5 + 14x^3 + 18x - 36$$

0 أو 2

1

2 أو 4

اكتب دالة كثيرة حدود درجتها أقل ما يمكن، ومعاملات حدودها أعداد صحيحة، إذا كانت الأعداد المعطاة في كل مما يأتي من أصفارها :

(27)

5, -2, -1

$$y = x^3 - 2x^2 - 13x - 10$$

(28)

-4, -3, 5

$$y = x^3 + 2x^2 - 23x - 60$$

(29)

-1, -1, 2i

$$y = x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 8x + 4$$

(30)

-3, 1, -3i

$$y = x^4 + 2x^3 + 6x^2 + 18x - 27$$

(31)

0, -5, 3 + i

$$y = x^4 - x^3 - 20x^2 + 50x \quad (32)$$

$$y = x^4 - 3x^3 - 9x^2 + 77x + 150 \quad (33)$$

$$-2, -3, 4 - 3i$$

أرباح: قُدِّر مدير الإنتاج في مصنع للأجهزة الإلكترونية أن الربح الذي يحققه المصنع من إنتاج  $x$  جهاز

$$P(x) = -0.006x^4 + 0.15x^3 - 0.05x^2 - 1.8x.$$

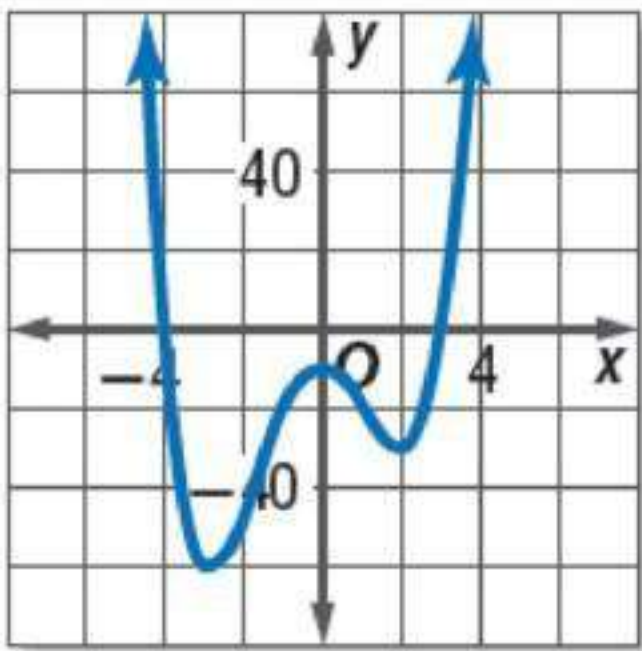
يعطى بالدالة: **(a)** 2 أو 0

1 أو 3

**(b)** تمثيل الجذور غير السالبة عدد الأجهزة المنتجة يومياً دون أن يحقق المصنع ربحاً.

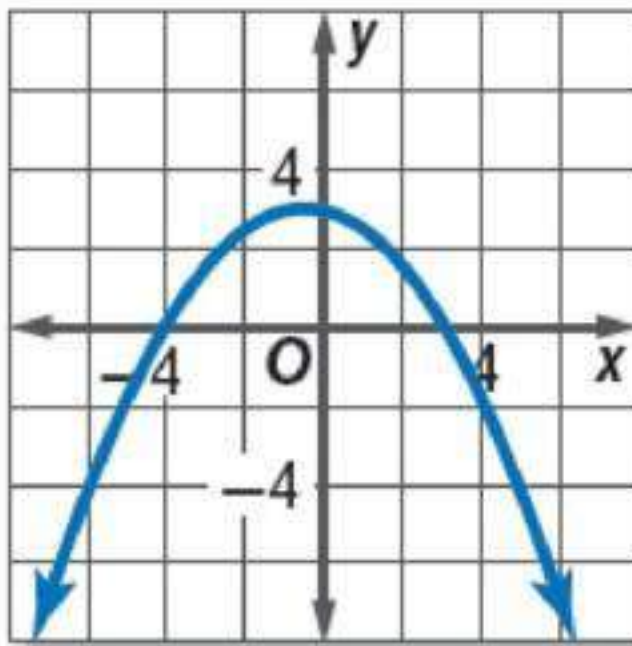
اكتب بجانب التمثيل البياني للدالة الرمز الذي يمثل أصفارها في كل مما يأتي:

**(34)**



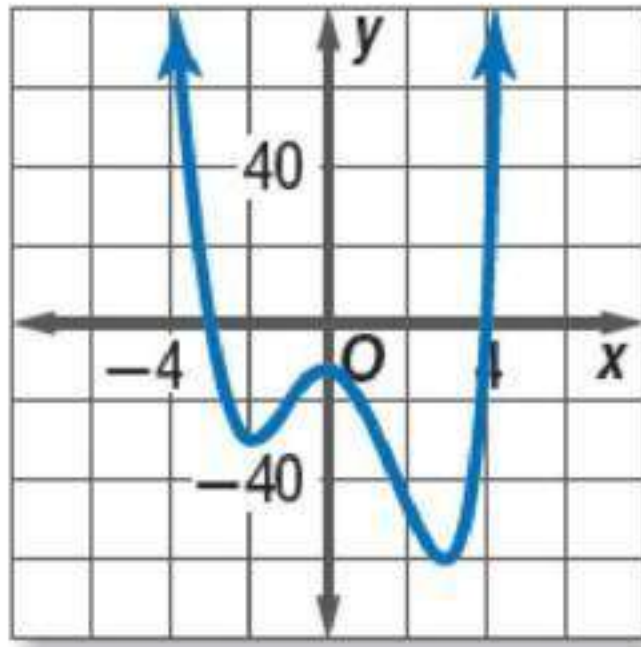
**(c)**  $-4, 3, i, -1$

**(35)**



**(b)**  $-4, 3$



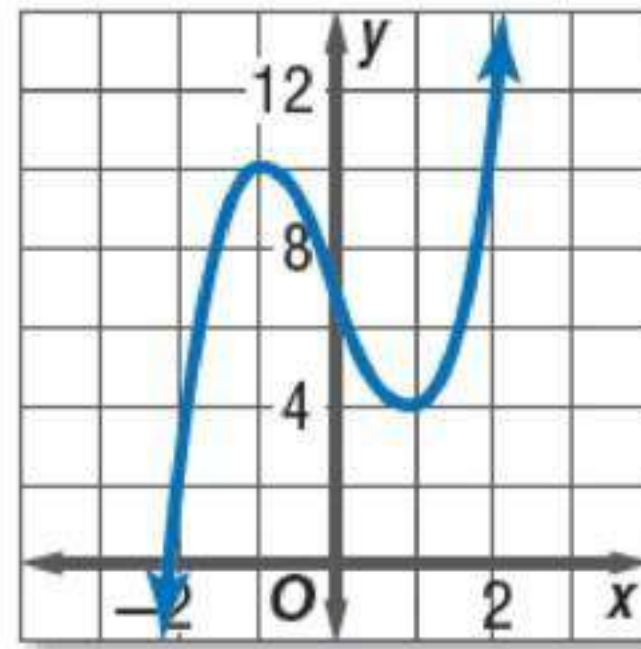


(36)

$-3, 4, i, -i$  (a

حدد عدد الأصفار الحقيقية الموجبة، والحقيقية السالبة، والتخيلية لكل من الدالتين الممثلتين بيانياً فيما يأتي، ووضح إجابتك:

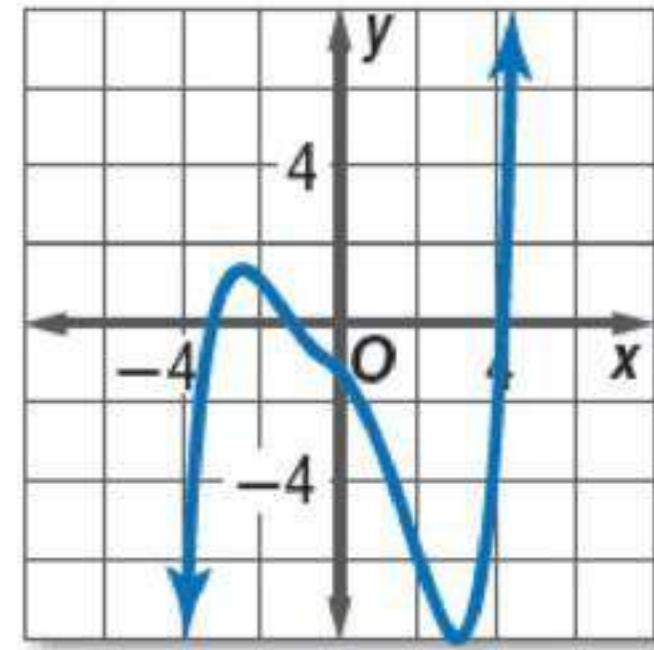
(37)



الدرجة : 3

- ليس هناك جذور حقيقية موجبة؛ هناك جذر حقيقي سالب، وهناك جذران تخيليان.
- لأن التمثيل البياني لا يقطع الجزء الموجب من محور  $X$  ويقطعه مرة واحدة فقط في الجزء السالب.
- و لأن درجة كثيرة الحدود و لأن درجة كثيرة الحدود 3 ، لذا فإن للدالة صفرين تخيليين.

(38)



الدرجة 5:

- هناك جذر حقيقي موجب، وجذران حقيقيان سالبان وجذران تخيليان.
- لأن التمثيل البياني يقطع الجزء الموجب من محور  $X$  مرة واحدة ويقطعه مرتان في الجزء السالب.
- و لأن درجة كثيرة الحدود 5 ، لذا فإن للدالة صفرين تخيلين.

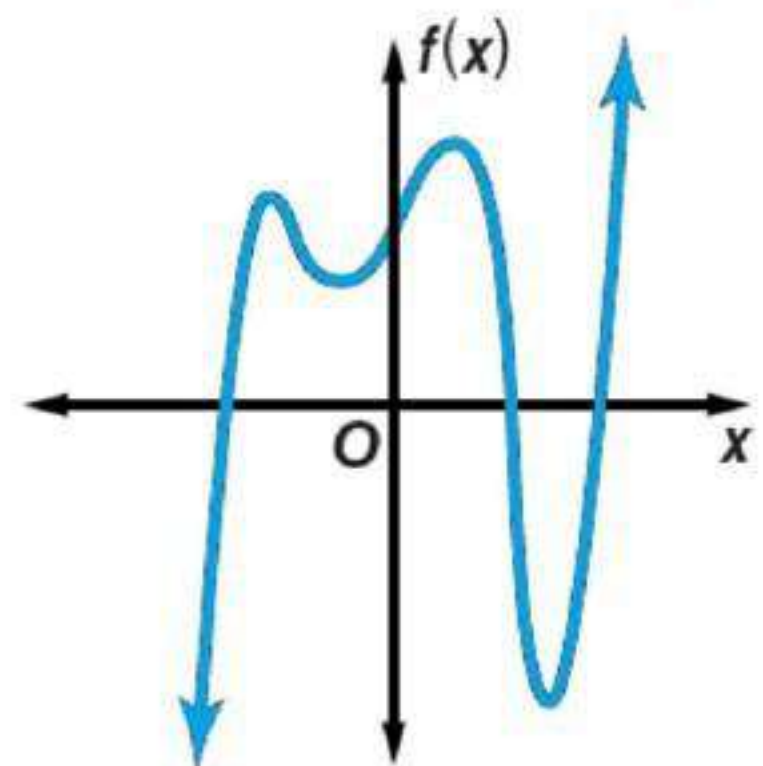
### مسائل مهارات التفكير العليا

(39)

**مسألة مفتوحة :** في كل مما يأتي، مثل بيانياً دالة كثيرة حدود بحيث يكون لها :

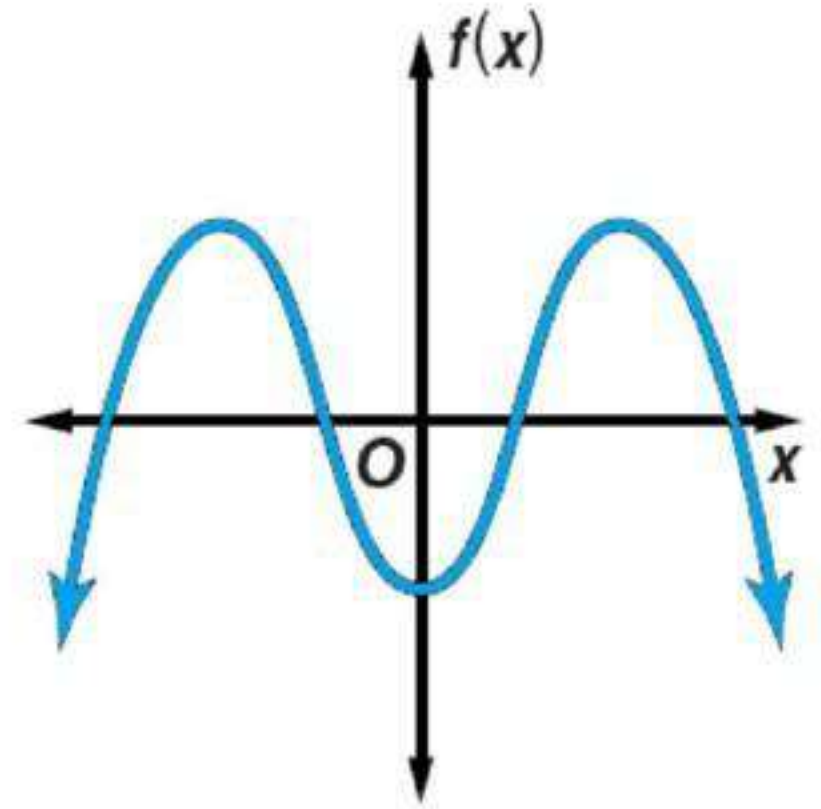
- (a) 3 أصفار حقيقية وصفران تخيليان (b) 4 أصفار حقيقية (c) صفران تخيليان

(a)

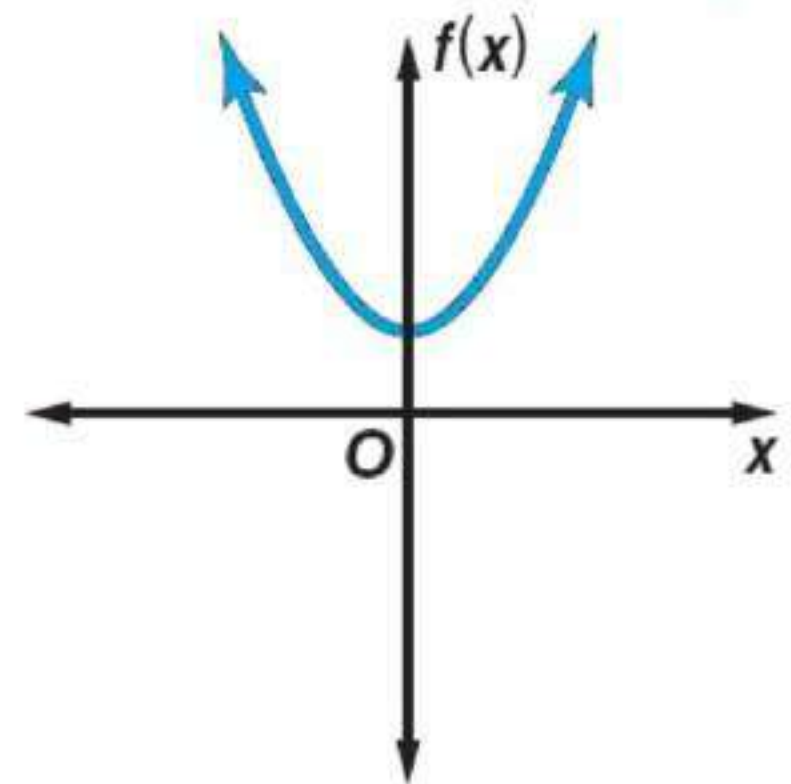




(b)



(c)



(40)

تحدد: اكتب معادلة على صورة حاصل ضرب عوامل دالة كثيرة حدود من الدرجة الخامسة، لها صفيران تخيليان، وصفر غير صحيح، و صفيران غير نسبيين، ووضح إجابتك .

$$f(x) = (x + 2i)(x - 2i)(3x + 5)(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5})$$

استعمل المرافقات للتخيلي.

(41)

حدد أي المعادلات الآتية تختلف عن الأخريات، ووضح إجابتك:

$$r^4 + 1 = 0$$

$$r^3 + 1 = 0$$

$$r^2 - 1 = 0$$

$$r^3 - 8 = 0$$

جميع حلول هذه المعادلة أعداد تخيلية أما المعادلات البقية فلها حلول حقيقية.

(42)

تبرير: اكتب مثلاً مضاداً لكل عبارة فيما يأتي:

(a) جميع دوال كثيرات الحدود التي تزيد درجتها على 2 لها على الأقل صفر حقيقي سالب.

(b) جميع دوال كثيرات الحدود التي تزيد درجتها على 2 لها على الأقل صفر حقيقي موجب.

$$f(x) = x^4 + 4x^2 + 4 \quad (a)$$

$$f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x \quad (b)$$

(43)

اكتب: وضح لزميلك كيف تستعمل قانون ديكرت للإشارات لتحديد عدد الأصفار الحقيقية الموجبة

$$\text{والسالبة الممكنة لدالة كثيرة الحدود: } f(x) = x^4 - 2x^3 + 6x^2 + 5x - 12$$

لكي تقرر عدد الجذور الحقيقية الموجبة نقرر عدد مرات تغير إشارات الحدود أثناء التحرك من اليسار إلى اليمين وفي هذه الحالة هناك 3 تغيرات في الإشارة لذا فإن هناك 3 جذور حقيقية موجبة أو جذر واحد حقيقي موجب.

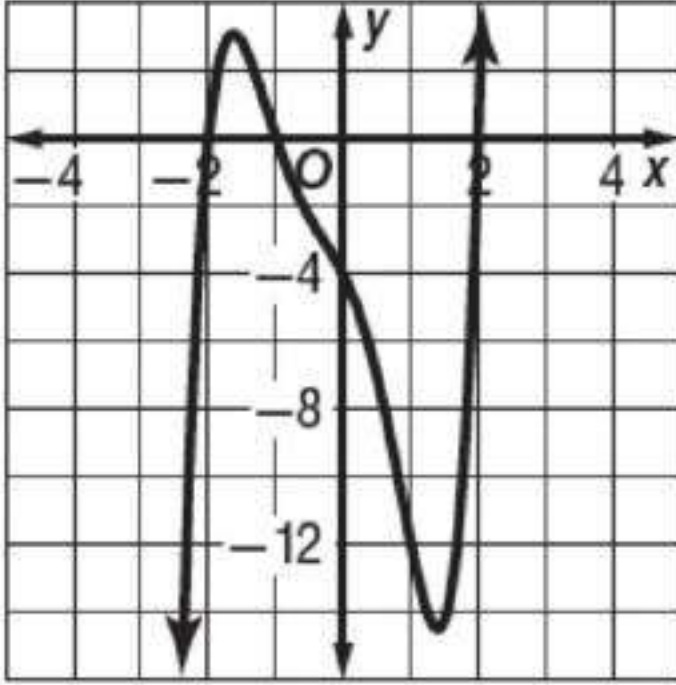
و لتقرر عدد الجذور الحقيقية السالبة أوجد الدالة  $f(-x)$  ثم ابحث عن عدد مرات التغير في إشاراتها أثناء التحرك من اليسار إلى اليمين. وفي هذه الحالة تجد أن هناك تغير واحد و لذا تستنتج وجود جذر حقيقي واحد سالب.



## تدريب على اختبار

(44)

استعمل التمثيل البياني للدالة:  $f(x) = x^5 + x^4 - 3x^3 - 3x^2 - 4x - 4$  وحدد أيًا مما يأتي لا يعد عاملاً لكثيرة الحدود  $x^5 + x^4 - 3x^3 - 3x^2 - 4x - 4$



$x + 2$  C

$x - 2$  A

$x + 1$  D

$x - 1$  B

الاختيار الصحيح: (B)

## مراجعة تراكمية

أوجد  $f(4)$  ,  $f(-8)$  لكل دالة مما يأتي مستعملًا التعويض التركيبي:

$$f(x) = 4x^3 + 6x^2 - 3x + 2 \quad (45)$$

$$f(-8) = -1638 , \quad f(4) = 342$$

$$f(x) = 5x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 6x \quad (46)$$

$$f(-8) = 21808 , \quad f(4) = 1192$$

$$f(x) = 2x^5 - 3x^3 + x^2 - 4 \quad (47)$$

$$f(-8) = -63940 , \quad f(4) = 1868$$

حلل كل كثيرة حدود مما يأتي تحليلًا تامًا، وإن لم يكن ذلك ممكنًا فاكتب كثيرة حدود أولية: (الدرس 3-6)

$$x^6 - y^6 \quad (48)$$

$$(x+y)(x-y)(x^2 - xy + y^2)(x^2 + xy + y^2)$$

$$4x^2y + 8xy + 16y - 3x^2z - 6xz - 12z \quad (49)$$

$$(x^2 + 2x + 4)(4y - 3z)$$

$$5a^3 - 30a^2 + 40a + 2a^2b - 12ab + 16b \quad (50)$$

$$(a-4)(a-2)(5a+2b)$$



# نظرية الصفر النسبي Rational Zero Theorem

3-9



$$g(x) = 3x^3 - 4x + 10 \quad (1A)$$

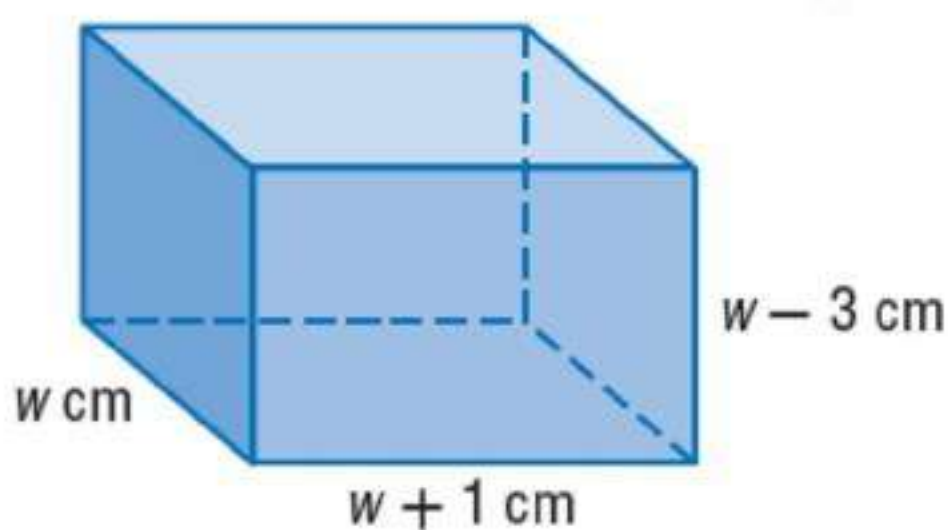
$$\pm \frac{10}{3}, \pm 10, \pm \frac{5}{3}, \pm 5, \pm \frac{2}{3}, \pm 2, \pm \frac{1}{3}, \pm 1$$

$$h(x) = x^3 + 11x^2 + 24 \quad (1B)$$

$$\pm 24, \pm 12, \pm 8, \pm 6, \pm 4, \pm 3, \pm 2, \pm 1$$

(2)

هندسة، منشور متوازي مستطيلات حجمه  $1056 \text{ cm}^3$ ، ويزيد  
طوله  $1 \text{ cm}$  على عرضه، ويقل ارتفاعه  $3 \text{ cm}$  عن عرضه، أوجد  
أبعاده.



$$8 \text{ cm}, 11 \text{ cm}, 12 \text{ cm}$$

(3)

أوجد جميع الأصفار لكل من الدالتين الآتيتين:

$$h(x) = 9x^4 + 5x^2 - 4 \quad (3A)$$

$$\pm \frac{2}{3}, \pm i$$

$$k(x) = 2x^4 - 5x^3 + 20x^2 - 45x + 18 \quad (3B)$$

$$2, -\frac{1}{2}, \pm 3i$$



اكتب جميع الأعداد النسبية التي تحددها نظرية الصفر النسبي لكل من الدالتين الآتيتين:

$$f(x) = x^3 - 6x^2 - 8x + 24 \quad (1)$$

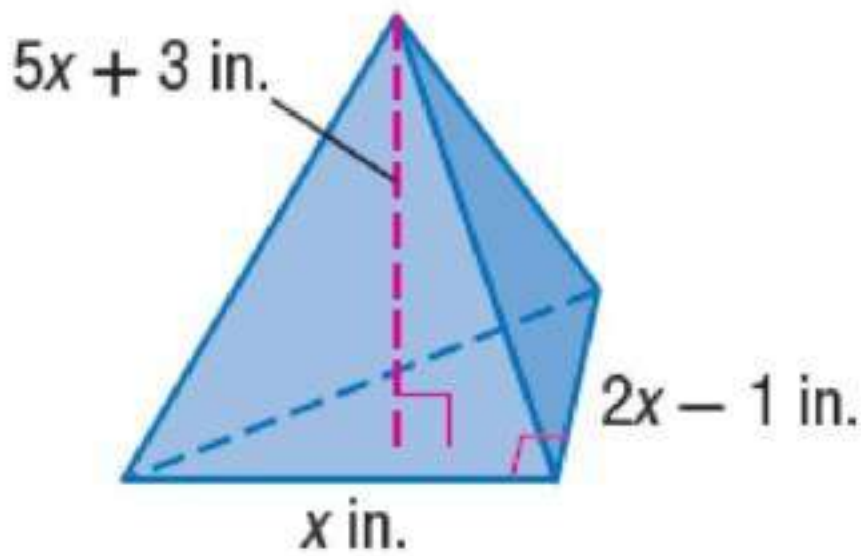
$$\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 8, \pm 12, \pm 24$$

$$f(x) = 2x^4 + 3x^2 - x + 15 \quad (2)$$

$$\pm 1, \pm 3, \pm 5, \pm 15, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}, \pm \frac{5}{2}, \pm \frac{15}{2}$$

(3)

هندسة إذا كان حجم الهرم الثلاثي المجاور  $210 \text{ in}^3$ ، فأوجد أبعاده.



$$5 \text{ in}, 9 \text{ in}, 28 \text{ in}$$

أوجد جميع الأصفار النسبية لكل من الدالتين الآتيتين:

$$f(x) = x^3 - 6x^2 - 13x + 42 \quad (4)$$

$$-3, 2, 7$$

$$f(x) = 2x^4 + 11x^3 + 26x^2 + 29x + 12 \quad (5)$$

$$-\frac{3}{2}, -1$$



أوجد جميع الأصفار لكل دالة مما يأتي :

$$f(x) = 3x^3 - 2x^2 - 8x + 5 \quad (6)$$

$$\frac{5}{3}, \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$f(x) = 8x^3 + 14x^2 + 11x + 3 \quad (7)$$

$$-\frac{1}{2}, \frac{-5 \pm i\sqrt{23}}{8}$$

$$f(x) = 4x^4 + 13x^3 - 8x^2 + 13x - 12 \quad (8)$$

$$-4, \frac{3}{4}, -i, i$$

$$f(x) = 4x^4 - 12x^3 + 25x^2 - 14x - 15 \quad (9)$$

$$-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 1+2i, 1-2i$$

### تدرب وحل المسائل

اكتب جميع الأعداد النسبية التي تحددها نظرية الصفر النسبي لكل دالة مما يأتي :

$$f(x) = x^4 + 8x - 32 \quad (10)$$

$$\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8, \pm 16, \pm 32$$

$$f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 8x - 10 \quad (11)$$

$$\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 7, \pm 8, \pm 14, \pm 28, \pm 56$$

$$f(x) = 3x^6 - 4x^4 - x^2 - 35 \quad (12)$$

$$\pm 1, \pm 5, \pm 7, \pm 35, \pm \frac{1}{3}, \pm \frac{5}{3}, \pm \frac{7}{3}, \pm \frac{35}{3}$$

$$f(x) = 6x^5 - x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 2x - 18 \quad (13)$$

$$\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6, \pm 9, 18, \pm \frac{1}{2},$$

$$, \pm \frac{3}{2}, \pm \frac{9}{2}, \pm \frac{1}{3}, \pm \frac{2}{3}, \pm \frac{1}{6}$$

$$f(x) = 8x^4 - 4x^3 - 4x^2 + x - 42 \quad (14)$$

$$\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6, \pm 9, 18,$$

$$\pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}, \pm \frac{9}{2}, \pm \frac{1}{3}, \pm \frac{2}{3}, \pm \frac{1}{6}$$

$$f(x) = 15x^3 + 6x^2 + x + 90 \quad (15)$$

$$\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6, \pm 7, 14, \pm 21, \pm 42, \pm \frac{1}{2},$$

$$\pm \frac{3}{2}, \pm \frac{7}{2}, \pm \frac{21}{2}, \pm \frac{1}{8}, \pm \frac{3}{8}, \pm \frac{7}{8}, \pm \frac{21}{8}$$

(16)

تصنيع يُراد تصنيع صندوق بقص مربعات صغيرة متساوية في المساحة من زوايا ورقة مقواة مربعة الشكل، ثم ثني الجوانب إلى الأعلى.

(a) اكتب الدالة  $V(x)$  التي تمثل حجم الصندوق.

(b) ما قيمة  $x$  التي تجعل حجم الصندوق  $1152 \text{ cm}^3$ ؟

(c) إذا كان  $x = 6 \text{ cm}$ ، فما حجم الصندوق؟

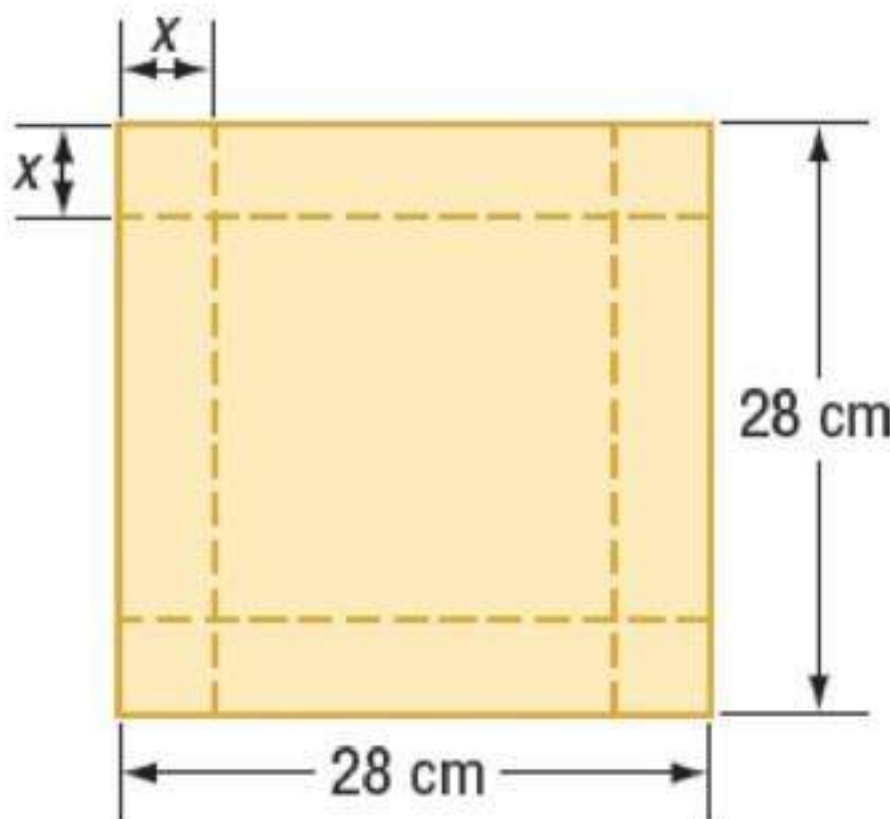
(a)

$$V(x) = (28 - 2x)(28 - 2x)x$$

$$= 4x^3 - 112x^2 + 784x$$

(b) 2 أو 8

(c)  $1536 \text{ cm}^3$





أوجد جميع الأصفار النسبية لكل دالة فيما يأتي:

$$f(x) = x^3 + 10x^2 + 31x + 30 \quad (17)$$
$$-5, -3, -2$$

$$f(x) = 4x^3 - 3x^2 - 100x + 75 \quad (18)$$
$$-5, \frac{3}{4}, 5$$

$$f(x) = 4x^4 + 12x^3 - 5x^2 - 21x + 10 \quad (19)$$
$$-\frac{5}{2}, -2, \frac{1}{2}, 1$$

$$f(x) = x^4 + x^3 - 8x - 8 \quad (20)$$
$$-1, 2$$

$$f(x) = 4x^3 + x^2 + 16x + 4 \quad (21)$$
$$-\frac{1}{4}$$

$$f(x) = 81x^4 - 256 \quad (22)$$
$$-\frac{4}{3}, \frac{4}{3}$$

أوجد جميع أصفار كل دالة فيما يأتي:

$$f(x) = 6x^3 + 5x^2 - 9x + 2 \quad (23)$$
$$\frac{2}{3}, \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$f(x) = x^4 - x^3 - x^2 - x - 2 \quad (24)$$
$$2, -1, i, -i$$

$$f(x) = 10x^3 - 17x^2 - 7x + 2 \quad (25)$$

$$-\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, 2$$

$$f(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 - 3x \quad (26)$$

$$0, 3, -i, i$$

$$f(x) = 6x^3 + 11x^2 - 3x - 2 \quad (27)$$

$$\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -2$$

$$f(x) = 6x^4 + 22x^3 + 11x^2 - 38x - 40 \quad (28)$$

$$-2, \frac{4}{3}, \frac{-3 \pm i}{2}$$

$$f(x) = 2x^3 - 7x^2 - 8x + 28 \quad (29)$$

$$-2, 2, \frac{7}{2}$$

$$f(x) = 9x^5 - 94x^3 + 27x^2 + 40x - 12 \quad (30)$$

$$3, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$f(x) = x^5 - 2x^4 - 12x^3 - 12x^2 - 13x - 10 \quad (31)$$

$$-1, -2, 5, i, -i$$

$$f(x) = 48x^4 - 52x^3 + 13x - 3 \quad (32)$$

$$-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$$

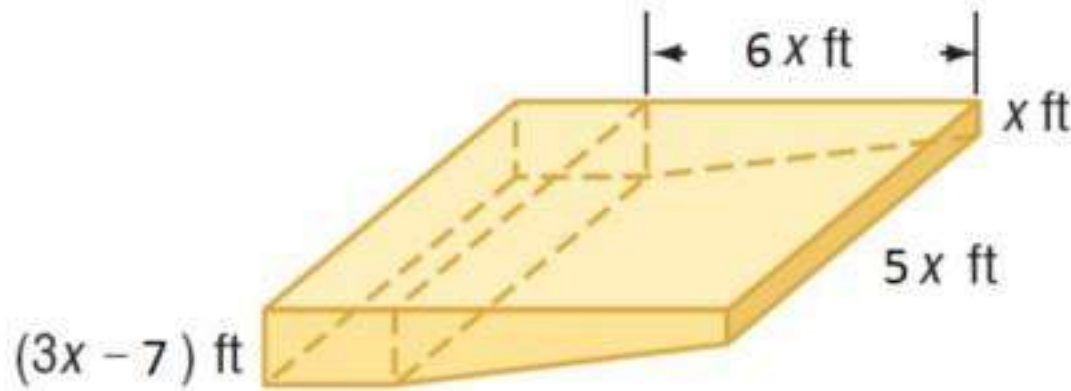


(33)

**بركة سباحة** يوضح الشكل الآتي مخطط بركة سباحة  
تسع  $9175\text{ft}^3$  من الماء.

(a) اكتب دالة كثيرة حدود تمثل حجم البركة.

(b) ما قيم  $x$  الممكنة؟ وأيها مقبولة في هذه الحالة؟



(34)

**أفعوانة** يمكن تمثيل ارتفاع قطار أفعوانة عن مستوى الأرض في مدينة الألعاب بالدالة  
 $f(t) = t^4 - 31t^3 + 308t^2 - 1100t + 1200$ ، حيث  $t$  الزمن بالثواني، و  $f(t)$  ارتفاع الأفعوانة. استعمل  
نظرية الصفر النسبي لتحديد الأوقات الأربعة التي تكون عندها الأفعوانة عند مستوى الأرض.

**2 s , 4 s , 10 s , 15 s**

(35)

يُباع أحد أنواع الزيوت في عبوات أسطوانية الشكل حجم كل منها  $160\pi\text{in}^3$  تقريبًا، ويزيد ارتفاعها 6 in على  
نصف قطرها.

(a) اكتب معادلة كثيرة حدود تمثل حجم عبوة الزيت مستعملًا قانون حجم الأسطوانة  $V = \pi r^2 h$

(b) ما قيم  $r$  الممكنة؟ وأيها مقبولة في هذه الحالة؟

(c) أوجد أبعاد العبوة.

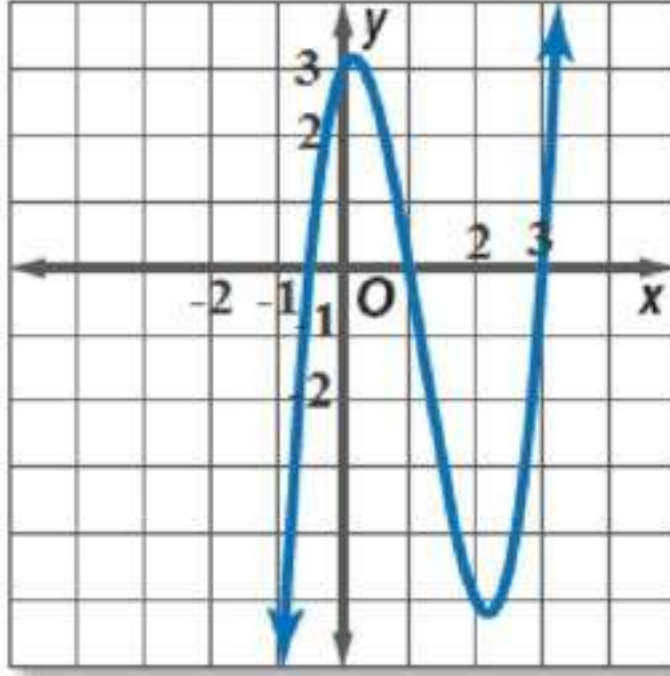
**(a)  $V = \pi r^3 + 6\pi r^2$**

**(b)  $-5 \pm i\sqrt{15}$  , 4 و 4 عي المقبولة.**

**(c)  $r = 4\text{ in}$  ,  $h = 10\text{ in}$**

(36)

أجب عن كل من الفرعين الآتيين:

(a) أوجد جميع أصفار كل من الدالتين:  $f(x) = 2x^3 + 7x^2 + 2x - 3$ و  $g(x) = 2x^3 - 7x^2 + 2x + 3$ .(b) أي الدالتين لها التمثيل البياني المجاور لـ  $g$  ؟(a)  $-1, \frac{1}{2}, -3; -\frac{1}{2}, 1, 3$ (b) الدالة  $g$ 

أوجد جميع أصفار كل من الدالتين الآتيين:

(37)  $f(x) = x^5 + 6x^4 - 19x^3 - 43x^2 + 18x + 40$  $1, -1, -2, 4, -5$ (38)  $f(x) = x^5 + x^4 - 23x^3 + 33x^2 + 126x - 216$  $2, 3, 3, -3, -4$ 

## مسائل مهارات التفكير العليا

(39)

اكتشف الخطأ: كتبت كل من سلمى ونوف جميع الأصفار النسبية الممكنة للدالة:

 $f(x) = 4x^4 + 8x^5 + 10x^2 + 3x + 16$  فأني سألتهما إجابتهما صحيحة؟ وضح إجابتيك.

نوف

 $\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8, \pm 16, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{4}$ 

سلمى

 $\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8, \pm 16, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{4}, \pm \frac{1}{8}$ نوف؛ قيمة  $q$  (المعامل الرئيس) 4 و ليست 8



(40)

**تحذير:** اكتب دالة كثيرة حدود معاملاتها أعداد صحيحة يكون كل من العددين  $5 + 2i$  ,  $1 + \sqrt{3}$  صفراً من أصفارها.

$$f(x) = x^4 - 12x^3 + 47x^2 - 38x - 58$$

(41)

**تبرير:** حدد ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة دائماً أو صحيحة أحياناً أو غير صحيحة أبداً؟ وضع إجابتك. "إذا كانت جميع الأصفار الممكنة لدالة كثيرة حدود أعداداً صحيحة فإن معاملها الرئيس إما 1 أو -1".

صحيحة دائماً؛ قد تكون جميع الأصفار الممكنة لدالة كثيرة حدود أعداداً صحيحة فغن قيمة  $q$  يجب أن تكون 1 أو -1 و إلا فمن الممكن أن تكون الأصفار الممكنة كسوراً. و لكي تكون قيمة  $q$  1 أو -1، يجب أن يكون المعامل الرئيس لكثيرة الحدود 1 أو -1.

(42)

**مسألة مفتوحة:** اكتب دالة تكون جميع أصفارها الممكنة:

$$\pm 18, \pm 9, \pm 6, \pm 3, \pm 2, \pm 1, \pm \frac{9}{4}, \pm \frac{9}{2}, \pm \frac{3}{2}, \pm \frac{3}{4}, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{4}.$$

$$f(x) = 4x^5 + 3x^3 + 8x + 18$$

(43)

**اكتب:** وضح طريقة استعمال نظرية الصفر النسبي لإيجاد جميع الأصفار النسبية الممكنة لدالة.

يمثل الحد الثابت بالرمز  $p$  ، ويمثل المعامل الرئيس بالرمز  $q$  ويمكن إيجاد الأصفار الممكنة

$$\frac{m}{n} \pm \frac{p}{q}$$

حيث  $m$  عامل من عوامل  $p$  و  $n$  عامل من عوامل  $q$ . فمثلاً إذا كانت  $q = 3$  ,  $p = 4$  فإن

الأصفار النسبية الممكنة هي:  $\pm \frac{2}{3}$  ,  $\pm \frac{4}{3}$  ,  $\pm 1$  ,  $\pm 2$  ,  $\pm 4$  ,  $\pm \frac{1}{3}$

## تدريب على اختبار

(44)

أي مما يأتي يعدّ صفرًا للدالة:

$$f(x) = 12x^5 - 5x^3 + 2x - 9$$

- 1 D       $\frac{3}{8}$  C       $-\frac{2}{3}$  B      -6 A

الإختيار الصحيح: (D)

(45)

كم صفرًا حقيقيًا سالبًا للدالة:

$$f(x) = x^5 - 2x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 5x + 6$$

- 0 D      1 C      2 B      3 A

الإختيار الصحيح: (C)

## مراجعة تراكمية

اكتب دالة كثيرة حدود درجتها أقل ما يمكن، ومعاملات حدودها أعداد صحيحة، والأعداد المعطاة في كل مما يأتي من أصفارها:

(46)  $6, -3, \sqrt{2}$

$$f(x) = x^4 - 3x^3 - 20x^2 + 6x + 36$$

(47)  $5, -1, 4i$

$$f(x) = x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 64x - 80$$

(48)  $-4, -2, i\sqrt{2}$

$$f(x) = x^4 + 6x^3 + 10x^2 + 12x + 16$$



في كل مما يأتي كثيرة حدود وأحد عواملها. أوجد عواملها الأخرى:

$$x^4 + 5x^3 + 5x^2 - 5x - 6 ; x + 3 \quad (49)$$
$$(x - 1)(x + 2)(x + 1)$$

$$a^4 - 2a^3 - 17a^2 + 18a + 72 ; a - 3 \quad (50)$$
$$(a + 3)(a - 4)(a + 2)$$

$$x^4 + x^3 - 11x^2 + x - 12 ; x + i \quad (51)$$
$$(x - 3)(x + 4)(x - i)$$

## اختبر مفرداتك

بين ما إذا كانت كل عبارة فيما يأتي صحيحة أم خاطئة. وإذا كانت خاطئة فاستبدل ما تحته خط لتصبح العبارة صحيحة:

- (1) c
- (2) d ، القانون العام لحل المعادلة التربيعية
- (3) c
- (4) d ، كثيرة الحدود أولية
- (5) c
- (6) c
- (7) c
- (8) d ، دالة مكتوبة على الصورة التربيعية

## مراجعة الدروس

## 3-1 الأعداد المركبة

بسط كلاً مما يأتي:

$$2i\sqrt{2} = \sqrt{-8} \quad (9)$$

$$15 + 3i = (2 - i)(13 + 4i) \quad (10)$$

$$2 + 5i = (6 + 2i)(4 - 3i) \quad (11)$$

$$28 + 3i = (6 + 5i)(3 - 2i) \quad (12)$$



(13)

**كهرباء** تبلغ المعاوقة في أحد أجزاء دائرة كهربائية  $3 + 2i$  أوم، وفي الجزء الآخر منها  $4 - 3i$  أوم. اجمع هذين العددين لتجد المعاوقة الكلية في الدائرة الكهربائية.

**المعاوقة الكلية في الدائرة الكهربائية =  $7 - j$  أوم**

حل كلاً من المعادلات الآتية:

$$2x^2 + 50 = 0 \quad (14)$$

$$\pm 5i =$$

$$4x^2 + 1 = 0 \quad (15)$$

$$\pm \frac{1}{2}i =$$

القانون العام والمميز

3-2

أجب عن الفروع a-c لكل معادلة تربيعية فيما يأتي:

(a) أوجد قيمة المميز.

(b) أوجد عدد الجذور المختلفة، وحدد أنواعها.

(c) حل المعادلة باستعمال القانون العام.

$$x^2 - 10x + 25 = 0 \quad (16)$$

$$0 \quad (16a)$$

**جذر حقيقي نسبي** (16b)

$$\{5\} \quad (16c)$$

$$x^2 + 4x - 32 = 0 \quad (17)$$

$$144 \quad (17a)$$

**جذران حقيقيان نسبيا** (17b)

$$\{-8, 4\} \quad (17c)$$

$$2x^2 + 3x - 18 = 0 \quad (18)$$

$$153 \quad (18a)$$

$$\text{جذران حقيقيان غير نسبيان} \quad (18b)$$

$$\left\{ \frac{-3 \pm 3\sqrt{17}}{4} \right\} \quad (18c)$$

$$4x^2 - 4x + 1 = 0 \quad (19)$$

$$0 \quad (19a)$$

$$\text{جذر حقيقي نسبي} \quad (19b)$$

$$\left\{ \frac{1}{2} \right\} \quad (19c)$$

(20)

**فيزياء** قذف محمد كرة رأسياً إلى أعلى بسرعة ابتدائية مقدارها  $40 \text{ ft/s}$ . إذا علمت أن ارتفاع الكرة عن الأرض  $(h)$  بالأقدام يعطى بالمعادلة  $h = -16t^2 + 40t + 5$ ، حيث  $t$  الزمن بالثواني، فأوجد الزمن اللازم لتصل الكرة إلى الأرض.

حوالي 2.62 ثانية

### العمليات على كثيرات الحدود

3-3

بسط كلاً مما يأتي مفترضاً أن أيّاً من المتغيرات لا يساوي صفراً:

$$\frac{7x}{y^4} = \frac{14x^4y}{2x^3y^5} \quad (21)$$

$$3t^2n - 15t = 3t(tn - 5) \quad (22)$$

$$r^2 + 8r - 5 = (4r^2 + 3r - 1)(3r^2 - 5r + 4) \quad (23)$$

$$x^{12} = (x^4)^3 \quad (24)$$



$$m^3 - m^2 p - mp^2 + p^3 = (m + p)(m^2 - 2mp + p^2) \quad (25)$$

$$8b^2 + 3b = 3b(2b - 1) + 2b(b + 3) \quad (26)$$

بسّط كلّ مما يأتي:

$$3x^3 + 2x^2y^2 - 4xy = \frac{12x^4y^5 + 8x^3y^7 - 16x^2y^6}{4xy^5} \quad (27)$$

$$6y^2 + y - 12 = (6y^3 + 13y^2 - 10y - 24) \div (y + 2) \quad (28)$$

$$a^3 + 3a^2 - 4a + 2 = (a^4 + 5a^3 + 2a^2 - 6a + 4)(a + 2)^{-1} \quad (29)$$

$$(4a^6 - 5a^4 + 3a^2 - a) \div (2a + 1) \quad (30)$$

$$2a^5 - a^4 - 2a^3 + a^2 + a - 1 + \frac{1}{2a + 1}$$

(31)



$3x + 2$

هندسة، حجم المنشور المتوازي  
المستطيلات في الشكل المجاور يساوي  
 $3x^3 + 11x^2 - 114x - 80$  وحدة  
مكعبة، فما مساحة القاعدة؟

مساحة القاعدة  $= x^2 + 3x - 40$  وحدة مربعة



حدد الدرجة والمعامل الرئيس لكل كثيرة حدود بمتغير واحد فيما يأتي، وإذا لم تكن كثيرة حدود بمتغير واحد، فاذكر السبب:

$$(32) \quad 5x^6 - 3x^4 + x^3 - 9x^2 + 1$$

الدرجة 6 و المعامل الرئيس 5

$$(33) \quad 6xy^2 - xy + y^2$$

كثيرة حدود بمتغيرين  $x, y$

$$(34) \quad 12x^3 - 5x^4 + 6x^8 - 3x - 3$$

الدرجة 8 و المعامل الرئيس 6

أوجد  $p(-2)$  ,  $p(x+h)$  لكل دالة فيما يأتي :

$$(35) \quad p(x) = x^2 + 2x - 3$$

$$p(x+h) = x^2 + 2xh + h^2 + 2x + 2h - 3$$

$$p(-2) = -3$$

$$(36) \quad p(x) = 3x^2 - x$$

$$p(x+h) = 3x^2 + 6xh + 3h^2 - x - h$$

$$p(-2) = 14$$

$$(37) \quad p(x) = 3 - 5x^2 + x^3$$

$$p(x+h) = 3 - 5x^2 - 10xh - 5h^2 + x^3 + 3hx^2 + 3h^2x + h^3$$

$$p(-2) = -25$$

حلّ كلّاً من المعادلتين الآتيتين:

$$x^3 + 2x^2 - 35x = 0 \quad (38)$$

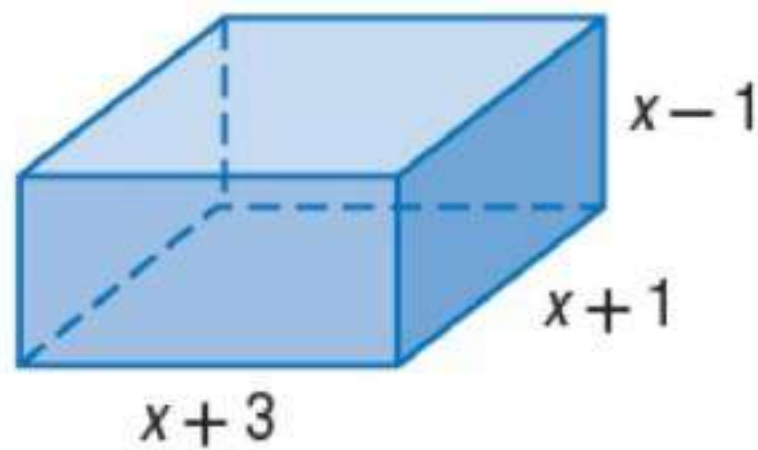
$$-7, 0, 5$$

$$8x^4 - 10x^2 + 3 = 0 \quad (39)$$

$$\pm \frac{\sqrt{3}}{2}, \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(40)

هندسة: إذا كان حجم المنشور في الشكل الآتي يساوي  $315 \text{ in}^3$ . فأوجد كلّاً من قيمة  $x$  وطول المنشور وعرضه وارتفاعه.



$$x = 6$$

$$\text{الطول} = 9 \text{ in}$$

$$\text{العرض} = 7 \text{ in}$$

$$\text{الارتفاع} = 5 \text{ in}$$

أوجد  $f(4)$ ,  $f(-2)$  لكل دالة فيما يأتي مستعملاً التعويض التركيبي:

$$f(x) = x^2 - 3 \quad (41)$$

$$f(-2) = 1$$

$$f(4) = 13$$

$$f(x) = x^2 - 5x + 4 \quad (42)$$

$$f(-2) = 18$$

$$f(4) = 0$$

$$f(x) = x^3 + 4x^2 - 3x + 2 \quad (43)$$

$$f(-2) = 16$$



$$f(4) = 118$$

$$f(x) = 2x^4 - 3x^3 + 1 \quad (44)$$

$$f(-2) = 57$$

$$f(4) = 321$$

في كل مما يأتي كثيرة حدود وأحد عواملها. أوجد عواملها الأخرى:

$$3x^3 + 20x^2 + 23x - 10, \quad x + 5 \quad (45)$$

$$(x + 2), \quad (3x - 1)$$

$$2x^3 + 11x^2 + 17x + 5, \quad 2x + 5 \quad (46)$$

$$(x^2 + 3x + 1)$$

$$x^3 + 2x^2 - 23x - 60, \quad x - 5 \quad (47)$$

$$(x + 3)(x + 4)$$

### الجزور والأصفار

3-8

اذكر العدد الممكن للأصفار الحقيقية الموجبة، والحقيقية السالبة، والتخيلية لكل دالة مما يأتي:

$$f(x) = -2x^3 + 11x^2 - 3x + 2 \quad (48)$$

عدد الأصفار الحقيقية الموجبة: 3 أو 1  
عدد الأصفار الحقيقية السالبة: 0  
عدد الأصفار التخيلية: 2 أو 0

$$f(x) = -4x^4 - 2x^3 - 12x^2 - x - 23 \quad (49)$$

عدد الأصفار الحقيقية الموجبة: 0  
عدد الأصفار الحقيقية السالبة: 4 أو 2  
عدد الأصفار التخيلية: 4 أو 2 أو 0

$$f(x) = x^6 - 5x^3 + x^2 + x - 6 \quad (50)$$

عدد الأصفار الحقيقية الموجبة: 3 أو 1

عدد الأصفار الحقيقية السالبة: 1

عدد الأصفار التخيلية: 4 أو 2

$$f(x) = -2x^5 + 4x^4 + x^2 - 3 \quad (51)$$

عدد الأصفار الحقيقية الموجبة: 2 أو 0

عدد الأصفار الحقيقية السالبة: 1

عدد الأصفار التخيلية: 4 أو 2

$$f(x) = -2x^6 + 4x^4 + x^2 - 3x - 3 \quad (52)$$

عدد الأصفار الحقيقية الموجبة: 2 أو 0

عدد الأصفار الحقيقية السالبة: 2 أو 0

عدد الأصفار التخيلية: 6 أو 4 أو 2

### نظرية الصفر النسبي

3-9

أوجد جميع أصفار كل دالة مما يأتي:

$$f(x) = x^3 + 4x^2 + 3x - 2 \quad (53)$$

$$-2, -1 \pm \sqrt{2}$$

$$f(x) = 4x^3 + 4x^2 - x - 1 \quad (54)$$

$$-1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$$

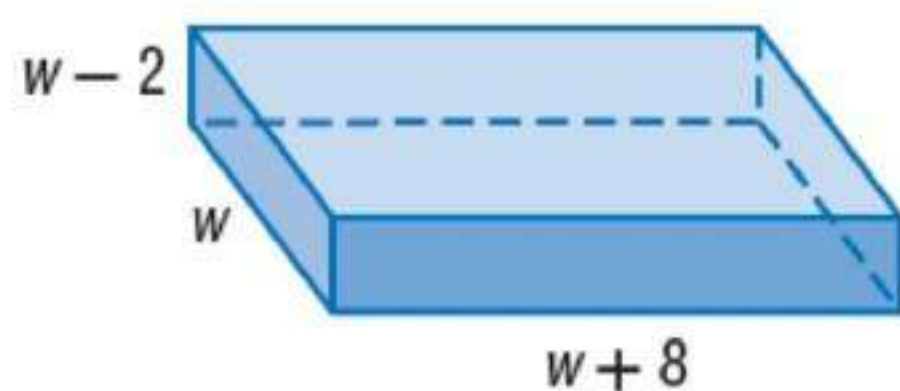
$$f(x) = x^3 + 2x^2 + 4x + 8 \quad (55)$$

$$-2, \pm 2i$$



(56)

تخزين: صنعت سعاد صندوقًا للتخزين على شكل منشور متوازي مستطيلات حجمه  $96 \text{ ft}^3$ . أوجد أبعاد الصندوق باستعمال الشكل أدناه.



الطول =  $12 \text{ ft}$

العرض =  $4 \text{ ft}$

الارتفاع =  $2 \text{ ft}$

## الفصل 3 اختبار الفصل

بسّط كلّاً مما يأتي:

$$-\frac{1}{10} - \frac{7}{10}i = \frac{2-i}{1+3i} \quad (1)$$

$$6i = (2+3i)(2-3i) \quad (2)$$

$$14+2i = (3-i) \cdot (4+2i) \quad (3)$$

بسّط كلّاً مما يأتي:

$$21609a^2b^4 = (3a)^2(7b)^4 \quad (4)$$

$$14x^2 + 10x - 5 = (7x-2)(2x+5) \quad (5)$$

$$-2x^2 + 10x - 5 = (2x^2 + 3x - 4) - (4x^2 - 7x + 1) \quad (6)$$

$$4x^3 - x^2 + 10x - 14 = (4x^3 - x^2 + 5x - 4) + (5x - 10) \quad (7)$$

$$x^3 + 2x^2 - 3x + 1 = (x^4 + 5x^3 + 3x^2 - 8x + 3) \div (x+3) \quad (8)$$

$$3x^2 + 4x - 11 - \frac{9}{x-3} = (3x^3 - 5x^2 - 23x + 24) \div (x-3) \quad (9)$$

(10)

إذا كانت  $c(x) = 3x^3 + 5x^2 - 4$ ، فما قيمة  $4c(3b)$ ؟

$$324b^3 + 180b^2 - 16$$



حلّل كل كثيرة حدود فيما يأتي، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا فاكتب كثيرة حدود أولية:

$$y(2y + x)(4y^2 + 2xy + x^2) = 8y^4 + x^3y \quad (11)$$

$$2x^2 + 2x + 1 \quad \text{كثيرة حدود أولية} \quad (12)$$

$$(x - y)(a + 2)(a + 1) = a^2x + 3ax + 2x - a^2y - 3ay - 2y \quad (13)$$

حلّ كلّ من المعادلات الآتية باستعمال القانون العام:

$$8x^3 + 1 = 0 \quad (14)$$

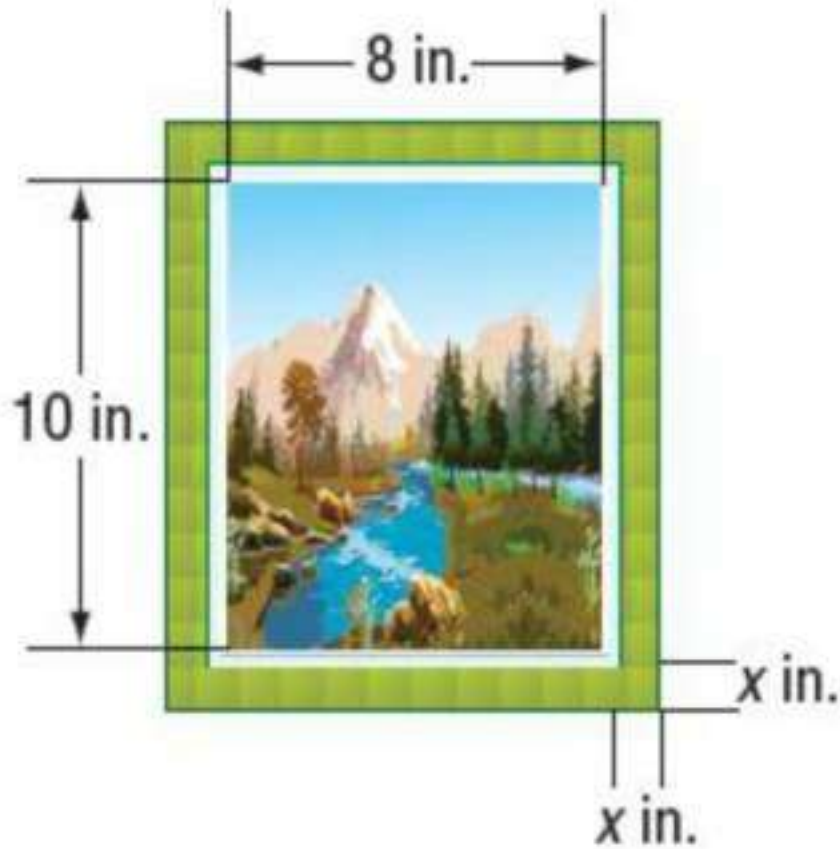
$$-\frac{1}{2}, \frac{1 \pm i\sqrt{3}}{4}$$

$$x^4 - 11x^2 + 28 = 0 \quad (15)$$

$$\pm\sqrt{7}, \pm 2$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \quad \text{حل المعادلة:} \quad (16)$$

$$1, 3$$



(17)

إطارات: إذا كانت مساحة الصورة وإطارها في الشكل الآتي  $268 \text{ in}^2$ ، فما عرض الإطار؟

$$\text{عرض الإطار} = 2 \text{ in}$$

(18)

اختيار من متعدد : إذا كان  $f(x) = x^4 - 3x^3 + 5x - 3$  فما قيمة  $f(-2)$  ؟

37 A      -33 C

27 B      -21 D

الاختيار الصحيح (B)

(19)

فيما يأتي كثيرة حدود وأحد عواملها . أوجد عواملها الأخرى:

$$2x^3 + 15x^2 + 22x - 15; x + 5$$

$$(2x-1), (x+3)$$

اذكر العدد الممكن للأصفار الحقيقية الموجبة، والحقيقية السالبة،  
والخيلية لكل من الدالتين الآتيتين:

$$p(x) = x^3 - x^2 - x - 3 \quad (20)$$

$$1, 2 \text{ أو } 0, 2 \text{ أو } 0$$

$$p(x) = 2x^6 + 5x^4 - x^3 - 5x - 1 \quad (21)$$

$$4, 1, 1$$

أوجد جميع أصفار كل من الدالتين الآتيتين:

$$p(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6 \quad (22)$$

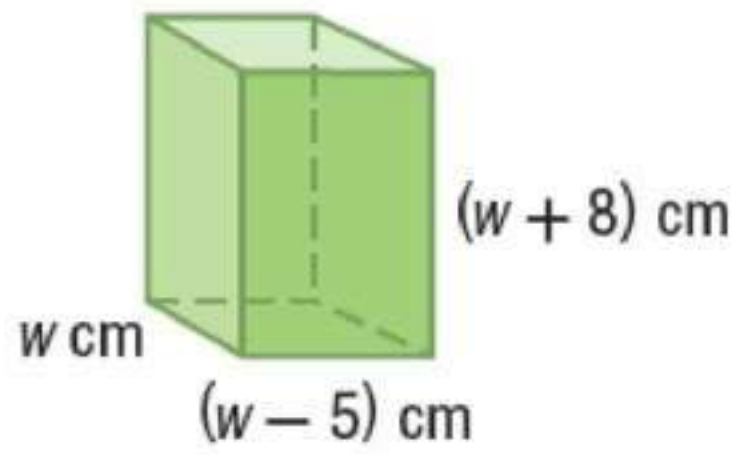
$$-1, 2, 3$$

$$p(x) = x^3 + 2x^2 + 4x + 8 \quad (23)$$

$$-2, \pm 2i$$



(24)



**هندسة**، إذا كان حجم المنشور المتوازي المستطيلات  
الموضح بالشكل أدناه  $612 \text{ cm}^3$ ، فأوجد أبعاده.

**$9 \text{ cm}$  ,  $17 \text{ cm}$  ,  $4 \text{ cm}$**

(25)

اكتب جميع الأعداد النسبية التي تحددها نظرية الصفر النسبي:

$$f(x) = 2x^4 + 3x^2 - 12x + 8.$$

**$\pm \frac{1}{2}$  ,  $\pm 1$  ,  $\pm 2$  ,  $\pm 4$  ,  $\pm 8$**

## الإعداد للاختبارات المعيارية

## تمارين ومسائل

اقرأ كل مسألة من المسألتين الآتيتين، وحدد المطلوب واستعمل المعطيات في الحل:

(1)

لدى مزارع سياج طوله 240 ft، ويريد أن يحيط به حديقة مستطيلة الشكل على أن يكون جدار منزله أحد جوانبها. فما أكبر مساحة ممكنة للحديقة؟

$$7200 \text{ ft}^2 \quad A$$

$$4960 \text{ ft}^2 \quad C$$

$$3600 \text{ ft}^2 \quad B$$

$$3280 \text{ ft}^2 \quad D$$

الاختيار الصحيح: (A)

(2)

يتم تصنيع الحلقات المعدنية بعمل ثقب في رقاقة معدنية دائرية. إذا صنعت حلقة بعمل ثقب عند مركز رقاقة معدنية قطرها 1.8 in، وكانت مساحة سطح الحلقة  $0.65\pi \text{ in}^2$ ، فما نصف قطر الثقب؟

$$0.35 \text{ in} \quad F$$

$$0.38 \text{ in} \quad G$$

$$0.40 \text{ in} \quad H$$

$$0.42 \text{ in} \quad I$$

الاختيار الصحيح: (H)



الفصل  
3  
اختبار تراكمي  
للفصول 1 إلى 3

اختيار من متعدد

(1)

أبسط صورة للمقدار  $(5n^2 + 11n - 6) - (2n^2 - 5)$  هي:

$3n^2 + 11n - 11$  A

$3n^2 + 11n - 1$  B

$7n^2 + 11n - 11$  C

$7n^2 + 11n - 1$  D

الاختيار الصحيح: (B)

(2)

أي مما يأتي ليس حلًّا للمعادلة:  $x^3 - 37x - 84 = 0$  ؟

$-4$  A

$6$  C

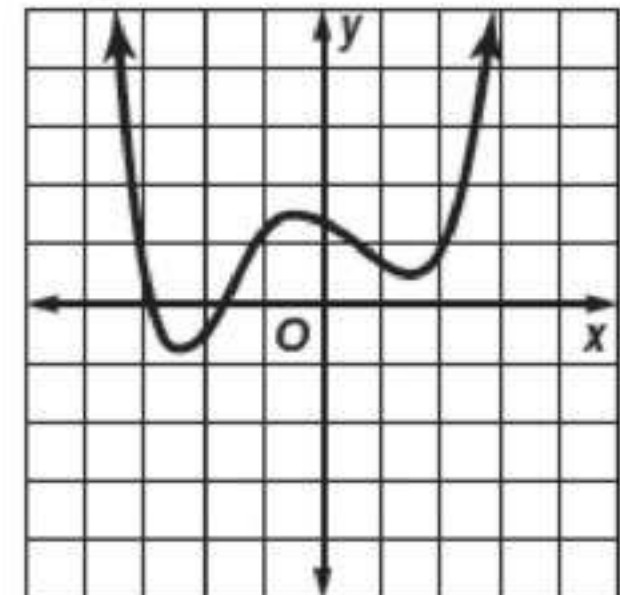
$-3$  B

$7$  D

الاختيار الصحيح: (C)

(3)

كم صفرًا حقيقياً للدالة الكثيرة الحدود الممثلة بيانياً أدناه؟



$4$  C

$2$  A

$5$  D

$3$  B

الاختيار الصحيح: (A)

(4)

إذا كانت المصفوفة  $\begin{bmatrix} x+1 & x \\ -2 & 8 \end{bmatrix}$  ليس لها نظير ضربي ،  
فإن قيمة  $x$  تساوي:

A  $\frac{4}{3}$

B  $\frac{4}{5}$

C  $-\frac{4}{3}$

D  $-\frac{4}{5}$

الاختيار الصحيح: (A)

(5)

استعمل عبد الرحمن الدالة:  
 $P(x) = -0.000047x^2 + 0.027x + 3$   
لتقدير عدد سكان المدينة التي يسكنها ما بين عامي  
1390، 1430 هـ ، حيث  $x$  عدد السنوات منذ عام 1390 هـ ،  $P$  عدد  
السكان بالملايين . فما قيمة  $P(20)$  التي تمثل عدد سكان هذه  
المدينة عام 1410 هـ ؟

A 2 مليون تقريباً

B 2.5 مليون تقريباً

C 3 ملايين تقريباً

D 3.5 ملايين تقريباً

الاختيار الصحيح: (D)



(6)

أبسط صورة للمقدار  $\frac{2}{1-5i}$  هي:

$$\frac{1}{13} - \frac{5}{13}i \quad A$$

$$\frac{1}{2} - \frac{5}{2}i \quad B$$

$$\frac{1}{13} + \frac{5}{13}i \quad C$$

$$2 - \frac{2}{5}i \quad D$$

الاختيار الصحيح: (C)

(7)

ما قيمة معيّر المعادلة:  $x^2 - x - 20 = 0$  ؟

$$9 \quad A$$

$$5 \quad C$$

$$81 \quad B$$

$$-4 \quad D$$

الاختيار الصحيح: (B)

(8)

إذا كان  $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  وكانت  $X$  مصفوفة

رتبتها  $2 \times 2$  بحيث  $X = 2A - B$  فإن:

$$X = 3B \quad A$$

$$X = 2A \quad B$$

$$X = -2B \quad C$$

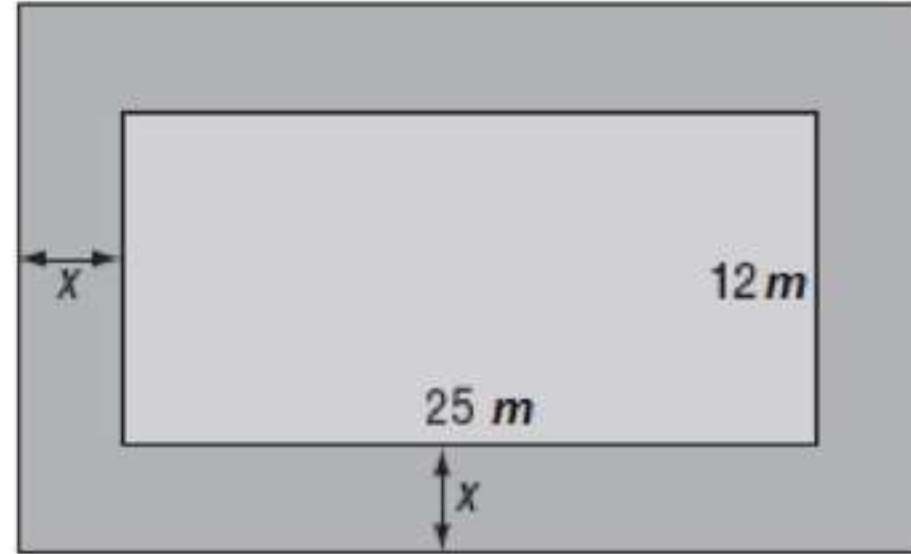
$$X = 3A \quad D$$

الاختيار الصحيح: (B)

## إجابة قصيرة

(9)

يُبين الشكل الآتي حديقة محاطة بممر عرضه  $x$  مترًا. فإذا علمت أن مساحة الحديقة مع الممر  $558 \text{ m}^2$ ، فأوجد عرض الممر بالأمتار.



3m

(10)

حلّ المقدار:  $64a^4 + ab^3$  تحليلًا تامًا، وبين خطوات الحل.

$$a(4a + b)(16a^2 - 4ab + b^2)$$

(11)

$$\frac{3x^3 - 4x^2 - 28x - 16}{x + 2} \quad \text{بسّط المقدار:}$$

واكتب إجابتك على صورة حاصل ضرب عوامل مبيّنًا خطوات الحل.

$$(3x + 2)(x - 4)$$

(12)

ما قيمة  $a$  في المعادلة المصفوفية الآتية؟

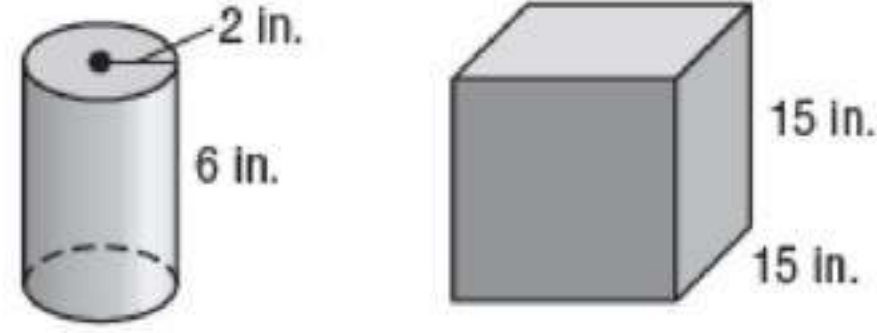
$$\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 \\ 9 \end{bmatrix}$$

7.5



(13)

بريد صالح أن يملأ الإناء المكعب بالماء مستعملاً العلبة الأسطوانية في الشكل أدناه. فكم مرة يستعمل العلبة؟



يستعمل العلبة 45 مرة.

### إجابة طويلة

(14)

منشور متوازي مستطيلات حجمه  $864 \text{ cm}^3$ ، ويقل طوله بمقدار

$1 \text{ cm}$  عن ارتفاعه، ويزيد عرضه بمقدار  $3 \text{ cm}$  على ارتفاعه.

(a) اكتب معادلة كثيرة حدود لإيجاد ارتفاع المنشور  $h$ .

(b) كم جذراً يمكننا للمعادلة كثيرة الحدود التي كتبناها؟ فسر إجابتك.

(c) أوجد الجذور الحقيقية للمعادلة التي كتبناها؟ وأوجد أبعاد المنشور.

$$h^3 + 2h^2 - 3h = 864 \quad (a)$$

(b)

درجة المعادلة 3 ، لذا يتوقع أن يكون لها 3 حلول على الأكثر.

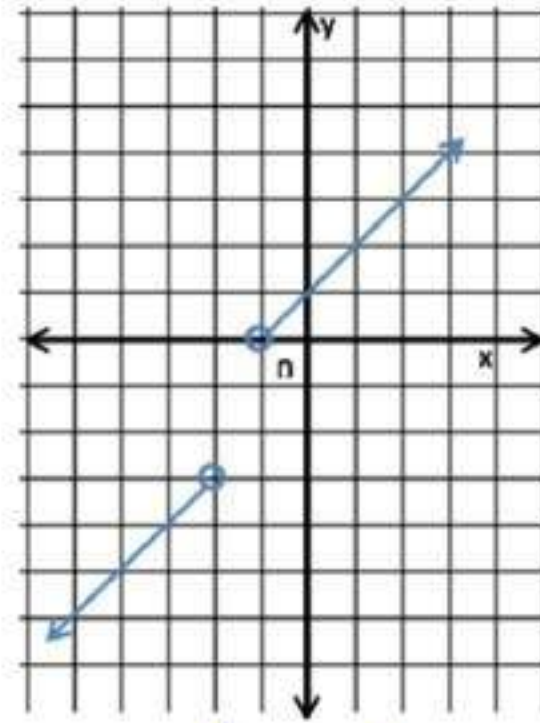
$$h = 9 \quad (c)$$

الطول =  $8 \text{ cm}$

العرض =  $12 \text{ cm}$

الارتفاع =  $9 \text{ cm}$

اكتب الدالة المتعددة التعريف التي لها التمثيل البياني أدناه:



$$f(x) = \begin{cases} x-1, & x < -2 \\ x+1, & x > -1 \end{cases}$$