



تم تحميل الملف
من موقع **بداية**



للمزيد اكتب
في جوجل



بداية التعليمي

موقع بداية التعليمي كل ما يحتاجه الطالب والمعلم
من ملفات تعليمية، حلول الكتب، توزيع المنهج،
بوربوينت، اختبارات، ملخصات، اختبارات إلكترونية،
أوراق عمل، والكثير...

حمل التطبيق





التفكير المنطقي والمنهج الرياضي

تمهيد

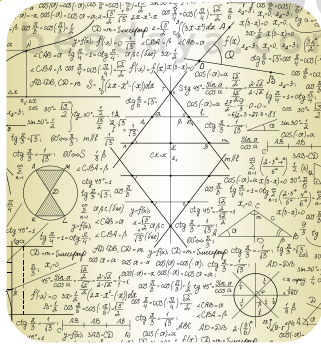


تتباين العلوم بتنوع موضوعاتها وخصائصها وأهدافها، وإذا كان علم المنطق يبحث في صورة الفكر وقوانينه أو مبادئه التي تساعد الذهن على الحذر من الوقوع في الخطأ في ما يتصوره، فإن تلك المبادئ لا تقتصر على المنطق وحده، بل تشمل العلوم أيضاً، ولكن بدرجات متفاوتة، بحسب مجالاتها وخصوصياتها؛ فالرياضيات -على وجه الخصوص- أكثر صورية من علوم أخرى؛ بسبب كونها علماً مجرداً يستعمل الرموز، ويهتم بأنواع العلاقات والاستدلال والاستنباط، إلى حد أننا نعثر على أشكال من العلاقة بين التفكير المنطقي والمنهج الرياضي. وقد أسس إقليدس أول نسق هندسي بصورة دقيقة انطلاقاً من مبادئ يسيرة، على غرار المنطق الأرسطي، ويجب أن يبدأ منها عالم الرياضيات في عملية البرهنة. وابتداء من النصف الثاني من القرن السابع عشر قامت في أوساط علماء الرياضيات حركة نقدية لمبادئ البرهان الرياضي، وفحص معايير الصدق، وهو ما يُعرف بالهندسات غير الإقليدية، وامتزجت الرياضيات بالمنطق امتزاجاً.

الأهداف

١. أبين البعد المنطقي في درس الرياضيات.
٢. أحدد مراحل المنهج الفرضي الاستنباطي.
٣. أتعرف على منظومة الأوليات.

اقرأ (١)



كانت الرياضيات والمنطق تاريخياً نوعين من الدراسة متميزين تماماً، فقد ارتبطت الرياضيات بالعلم، والمنطق باللغة اليونانية. ولكن كليهما تطور في الأزمنة الحديثة، فأصبح المنطق رياضياً بصورة أكبر، والرياضيات أكثر منطقية، مما ترتب عليه استحالة وضع خط فاصل بينهما، إذ الواقع أن الاثنين شيء واحد. والخلاف بينهما كالخلاف بين الصبي والرجل، فالمنطق شباب الرياضيات، والرياضيات تمثل طور الرجولة للمنطق. وجهة النظر هذه ينكرها المناطق الذين أنفقوا عمرهم في دراسة النصوص القديمة حتى أضحوا عاجزين عن تتبع شيء من الاستدلال الرمزي، وينكرها الرياضيون الذين تعلموا صنعة فنية دون أن يجهدوا أنفسهم في البحث عن معناها أو أسسها. ومن حسن الحظ أن كلا الصنفين في سبيلهما الآن إلى أن يصبحا أندراً. لقد أصبح من الواضح أن كثيراً من البحث الرياضي الحديث يقع على محيط المنطق، وأن كثيراً من المنطق الحديث رمزي وصوري، مما جعل العلاقة الوثيقة بين المنطق والرياضيات جلية لكل طالب مُتَعَلِّم. والدليل على تطابقهما أمر يحتاج بالطبع إلى تفصيل: فنحن إذا بدأنا من مقدمات قد نسلّم كلياً أنها تنتمي إلى المنطق، وانتهينا بالاستنتاج إلى نتائج من الواضح أنها تنتمي إلى الرياضيات، رأينا أنه ليس ثمة خط فاصل يمكن رسمه بحيث يوضع المنطق على شماله والرياضيات على يمينه.

المصدر: مقدمة إلى فلسفة الرياضيات، برتراند راسل، الطبعة الأولى، ترجمة محمد أحمد، ٢٠٢٠م

أفهم وأحل (١)



١. أرصد أهمّ الكلمات الأساسية الواردة في النص وأحدّد معانيها.

إضاءة



الرياضيات هي علم الكم بنوعيه: الكم المنفصل، ويبحث في الأعداد، والكم المتصل وهو الأشكال الهندسية. وتهتم الرياضيات أيضًا بدراسة البنية والعلاقات.

المنطق علم يبحث في القوانين أو المبادئ العامة التي ينطوي عليها الفكر الإنساني لتجنب الوقوع في الخطأ.

المفهوم	التعريف
١ الرياضيات	علم يبحث في الكم والبنى والعلاقات
٢ المنطق	يبحث قديماً في قواعد التفكير وقوانينه
٣ المنطق الحديث	منطق رمزي رياضي يعبر عن العلاقة الوثيقة بينهما (المنطق والرياضيات)
٤	
٥	

٢. "كانت الرياضيات والمنطق تاريخياً نوعين من الدراسة متميزين تماماً". أوضح نقاط التمايز بين الرياضيات والمنطق.

الرياضيات القديمة	المنطق القديم
علم الكم	اللغة والقضايا والتصورات
التمييز بين المبادئ (التعريفات والمصادر والبديهات)	مبادئ العقل (مبدأ الهوية وعدم التناقض والثالث المرفوع)
اعتبار المبادئ الرياضية ثابتة	مبادئ أو قوانين كلية
التكميم	الاستدلال - الحجاج - البرهان
	المجال / الموضوع
	المبادئ
	الخصائص
	الوظيفة

٣. انطلاقاً من النص، أبرز العلاقة الوثيقة بين المنطق والرياضيات في العصور الحديثة: " أصبح المنطق رياضياً بصورة أكبر، والرياضيات أكثر منطقية " .

من ناحية أولى: **الرياضي ينطلق من قضايا هي من إنشاء حر للعقل ويمكن تعريف تلك القضايا أو الفرضيات و إثباتها منطقياً**

من ناحية ثانية: **المنطق الحديث يعتمد رموزاً ويهتم بالبنى والعلاقات من ناحية ثالثة: الرياضيات الحديث منهجها منطقي فرضي استنتاجي**

٤. بالاستناد إلى النص، استخرج دواعي استنكار كل من المناطقة وعلماء الرياضيات للتماثل بين المنطق والرياضيات اليوم:

من وجهة نظر المناطقة: **اقتصروا على العودة إلى التاريخ- اعتمدوا المنطق الأرسطي انغمسوا في دراسة النصوص القديمة- العجز عن معرفة التطورات الحاصلة وتتبع الاستدلال الرمزي**

من وجهة نظر علماء الرياضيات: **انحصر جهدهم في متابعة الجانب الصناعي والفني لم يهتموا بالبحث في العنى والأسس**

إضاءة



المنطق الرمزي يعبر عن درجة عليا من التجريد الفكري الذي يظهر في تحويل الصورة اللغوية للقضية المنطقية إلى صورة رياضية، وكذلك استنباط الرياضيات الخالصة من أصول منطقية.

٥. بالاستناد إلى النص أستخرج ما يميّز " المنطق الحديث " / المنطق الرياضي.

الجمع بين المنطق والرياضيات من ناحية طبيعته:

من ناحية شكله: استعمال الرموز

الاهتمام بالعلاقات

من ناحية نوعية الاستدلال: ينطلق من فرضيات ويصل إلى استنتاجات

المنطق الرياضي منطق رمزي واستنتاجي

أقرأ (٢)

إنّ التقدّم الذي حقّقته منظومة الأوليات مرّجه إلى أنّها منطقية شكلية، أي مستقلة عن الواقع الحدسي. لنضرب مثلاً على ذلك: من نقطتين في المكان نستطيع دومًا أن نرسم خطًا مستقيمًا واحدًا لا أكثر، فكيف تفسر الرياضيات القديمة هذه المصادرة أو البدئية؟ وكيف تفسرها الرياضيات الحديثة؟ التفسير القديم: كلنا يعرف الخط المستقيم، والنقطة، وليس من شأن الرياضي أن يقرر إذا كانت هذه المعرفة قد نبعت من قدرة العقل البشري أو من التجربة أو من تعاونهما، أو من أي جهة أخرى [...] التفسير الحديث: أما الرياضي الحديث فلا يعنيه وضوح المصادرة، وإنما صفتها الشكلية، أي انفصالها عن حدث واقعي؛ لأنها في نظره إنشاء حر يقوم به الفكر الإنساني. [...] ولهذا فالرياضيات الحديثة خالية من أي مضمون من الحدس أو من التجربة، فهي شكلية خالصة. هذه المصادرات إبداع حر للعقل البشري، وكلّ القضايا الأخرى في الهندسة استنتاجات منطقية من هذه المصادرات.

المصدر: أفكار وآراء- الهندسة والتجربة، ألبرت أنشتاين، الطبعة الأولى، ترجمة رمسيس شحاته، ١٩٨٦م

إضاءة

تقوم الهندسة الإقليدية على ثلاثة مبادئ: التعريفات، وهي قضايا تشرح معنى الحدود الأولية، ولا يقال لها صادقة أو كاذبة. والبدّهيات التي تتسم بكونها قضايا واضحة بذاتها، ولا تحتاج إلى برهان. وأخيرًا المصادرات، وهي قضايا يطلب منا التسليم بها دون برهان، مع الوعد بأن الرياضي سيشيد عليها بنيانًا رياضيًا متماسكًا.



كان البرهان الرياضي في التأويل التقليدي قطعياً وضرورياً. وكان يقول: بما أن هذه المبادئ صادقة على الإطلاق، فالقضية المحددة التي أُستنتجها منها هي إذن صادقة أيضاً. وكان "أرسطو" يُسميه قياس الضروري. أما الآن، فالبرهان الرياضي لا يقول سوى هذا: إذا افترضنا، اعتباطياً (أي عشوائياً وبدون سبب)، مجموعة من المبادئ، فهذه هي النتائج التي تتجمع عنها، من الناحية الصورية. فلم تعد الضرورة تكمن إلا في العلاقة المنطقية التي تجمع القضايا، وانسحبت من القضايا نفسها.

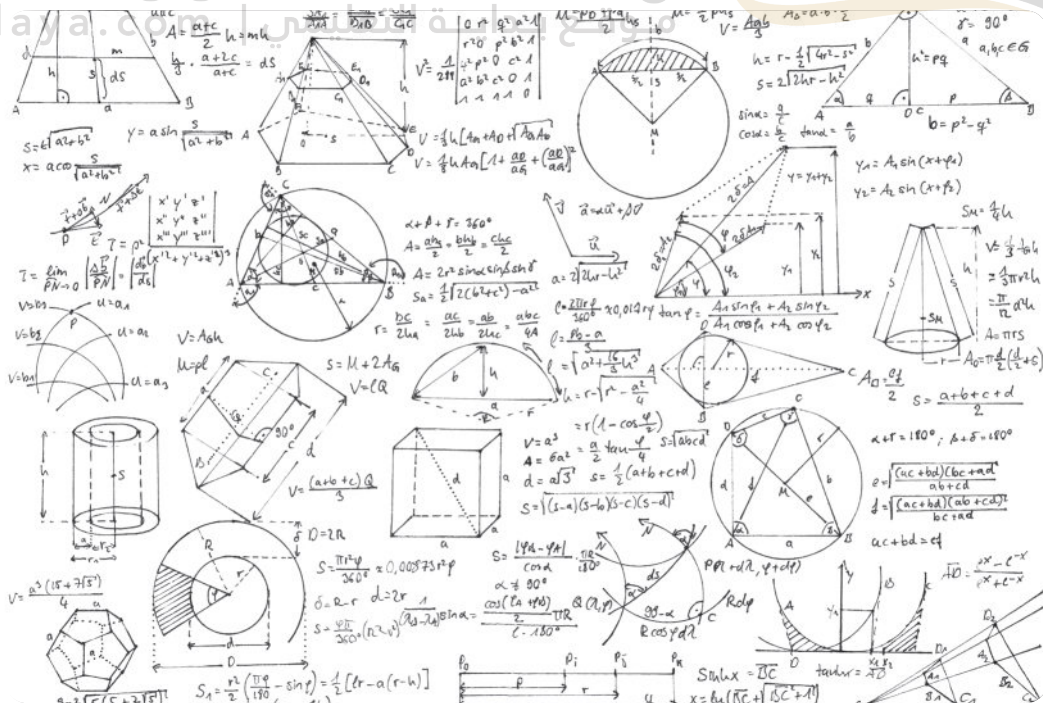
المصدر: منظومة الأوليات، الطبعة الأولى، روبر بلانشاي، ترجمة محمود بن جماعة، ٢٠٠٤م

"إنَّ الأوليات.. مجرد اتفاقات، وإن اختيارنا لاتفاق معين من بين المواضع الممكنة يهتدي بوقائع تجريبية، ولكنه يظل اختياراً حراً لا تحدّه ضرورة إلا ضرورة تجنّب الوقوع في التناقض".

المصدر: العلم والفريضة، هنري بوانكاري، ترجمة حمادي بن جاء بالله، ٢٠٠٢م

مثال من الهندسة الإقليدية إلى الهندسات غير الإقليدية.

أنواع الهندسات	عدد المتوازيات التي يمكن رسمها من نقطة خارج مستقيم
إقليدس	متوازي واحد
لوباشيفسكي	إلى ما لا نهاية له من المتوازيات
ريمان	لا شيء من المتوازيات



أفهم وأحلل (٢)



انطلاقاً من (أقرأ ٢):

١. أكشف عن أسس تفسير الرياضيات القديمة لمصادرة التوازي.

الانطلاق من مبادئ واضحة وثابتة - الارتباط بالواقع أو التجربة - تطابق الرياضيات

مع الواقع

٢. أكشف عن أسس تفسير الرياضيات الحديثة لمصادرة التوازي.

ينطلق من فرضيات - الاستقلال عن الواقع - الرياضيات الحديثة عملية إنشائية حرة - العقل فاعلية إبداعية

٣. انطلاقاً من النص أوضِّح مع مجموعتي الفروق بين التفسير القديم والتفسير الحديث لمسألة التوازي.

الهندسة الإقليدية	الهندسات غير الإقليدية
الأسس	مبادئ رياضية
المصادر	عقلية وتجريبية
المنهج	منهج برهاني يقوم على مبادئ واضحة وثابتة
	أوليات - فرضيات
	عقلية خالصة
	فرضي استنتاجي

٤. بالاستناد إلى ما تقدّم، أبرِّز مع مجموعتي تبعات التغيرات التي حدثت مع ظهور الهندسات غير الإقليدية.

الهندسة الإقليدية	الهندسات غير الإقليدية
مفهوم الحقيقة الرياضية	حقيقة عقلية وتجريبية
معيّار الحقيقة الرياضية	التطابق مع الواقع أو التجربة
	حقيقة إنشائية وتجريبية
	عدم التناقض - الانسجام المنطقي

أقرأ (٣)



إنَّ الأمل في اكتشاف قواعد ثابتة للتفكير العقلي تتحكّم في أشكاله (صوره) بقطع النظر عن محتواه، سينحصر في ما يُسمّى اليوم بناء منظومة أو نسق من الأوليات. ففي مستوى الحساب، يُعدّ العقل آليات إجرائية. أمّا في مستوى تحليل اللغة، فهو يوجّه استعمالها ويحدّد أهميّتها. وأمّا في مستوى منظومة الأوليات، فإنّه يسعى إلى الإعلان عن عدد قليل من الشروط الكافية والضرورية - إن أمكن -، نستطيع انطلاقاً منها وبواسطة قاعدة برهانية دقيقة وآلية، استنتاج كل الصور الصالحة لتسلسلات منطقية صارمة. [...] وبوجه عام، يُطلق اسم الأوليات على هذه القضايا المتخذة نقطة انطلاق، والمقبولة دون برهان. فهي بمنزلة النقاط الثابتة لكل استدلال، وتكفي للبرهنة على كل صور الاستدلالات المنتجة. ولا يمكن أن نستخلص منها أيّ علم حقيقي بموضوعات التجربة، بل تضمن فحسب تماسك العمليات منطقياً.

المصدر: العقل، الطبعة الأولى، جيل غاستون جرانجي، ٢٠٠٤م

إضاءة



مثال لتوضيح منظومة الأوليات:

لعبة الشطرنج مكونة من رقعة رُسمت فيها مربّعات، ومن قطع توضع على تلك المربّعات، بصورة معلومة، وتجري عليها جملة من عمليات التحويل حسب قواعد مضبوطة، هي قواعد اللعبة أو قوانين التركيب. وواضح أن كل عملية تحويل تجريها على قطع اللعبة تنتج عنها شبكة من العلاقات تربط بين تلك القطع. ومن هذه العلاقات تستمد قطع الشطرنج أثناء اللعب أهميتها. اللاعب إذن لا تهمة القطع في ذاتها بل شبكة العلاقات القائمة بينها، وذلك إلى درجة أنه لا يرى القطع بل العلاقات فقط؛ علاقات منظمة متشابهة يحكمها قانون تركيب معين. وتلك المنظومة من العلاقات هي ما تشكل البنية النهائية.

المصدر: تطور الفكر الرياضي والعقلانية المعاصرة، الطبعة الثانية، محمد عابد الجابري، ١٩٨٢م (بتصرف)

أفهم وأحل (٣)



انطلاقاً من (أقرأ ٢):

١. استخلص مفهوم منظومة الأوليات:

الانطلاق من الأوليات - المنهج الأكسيومي نسق - منظومة أوليات - التسلسل الصارم. أو.....
اللزوم المنطقي. بين الفرضيات والنتائج.....

٢. أبرز الأساس المنطقي لمنظومة الأوليات: **الانطلاق من قضايا أو فرضيات يتخذها نقطة بداية المنظومة الهندسية**

التأكيد على العلاقات بين الفرضيات - التماسك المنطقي - الوصول إلى نتائج بكيفية منطقية أساسها مبدأ عدم التناقض

٣. أبين قيمة منظومة الأوليات في مستوى الحساب. **التأكيد على قواعد الصياغة واستعمالها استعمالاً سليماً كأن نستعمل**

نفس العمليات الحسابية الجبرية لحل مشكلات تتعلق بالوزن (الكيلوجرامات) أو بالأشكال الهندسية - قواعد ثابتة في التفكير تظهر في عمليات الحساب - استعمال الرموز

أَتَدْرَبْ



١. أحررُ فقرة قصيرة أوضح فيها أوجه العلاقة بين المنطق والمنهج الرياضي.

المنهج الرياضي هو منهج منطقي ينظر في العلاقات

المنهج الرياضي أساسه الانسجام المنطقي

معياري الصدق في الرياضيات هو التماسك المنطقي

٢. أستنتج بعض فوائد منظومة الأوليات.

استعمال الأكسيوماتيك في مجالات علمية متنوعة (علم الاقتصاد مثلاً) - الاهتمام بغرض النظرية

مما يجعل فهمها سهلاً - الأكسيوماتيك إنشاءات رياضية تتيح فهم العالم (الفيزياء النظرية) -

الأكسيوماتيك ليس مجرد أداة بل هو شرط بناء العلم المعاصر

٣. مستعيناً بشبكة الإنترنت، أبحث عن الفرق بين المصادر والبداهيات ودور المصادرة في بناء النظرية.

موقع بداية التعليمي | beadaya.com

أَتَذَكَّرُ



المفكر الناقد يطرح عدد من الأسئلة للتأكد من موثوقية مصادر المعلومات:

- ما نوع مصدر المعلومات (فرد، مؤسسة حكومية أو أهلية، منظمة دولية)؟
- ما الخلفية العلمية والثقافية لمصدر المعلومات (متخصص، غير متخصص)؟
- ما هدف مصدر المعلومات؟ (تعليمي، تجاري، ثقافي، سياسي)
- هل معلومات المصدر متسقة أو متناقضة؟
- وماذا عن الآراء الأخرى ذات العلاقة بالمسألة التي يطرحها المصدر؟ هل تتفق معه أو تناقضه؟

إِضَاءة



" منهج منظومة الأوليات، هو فنُّ عرض النظريات بصورة تجعل من السهل تصوُّر صياغتها بطريقة رمزية " وهو من المعالم الأصلية للرياضيات المعاصرة.

المصدر: بنية الرياضيات: تيارات الفكر الرياضي الكبرى، نيكولاس بورباكي، ترجمة محمد عابد الجابري، ١٩٧٦م