

التبرير الاستقرائي والتخمين

Inductive Reasoning and Conjecture

تحقق من فهمك



اكتب تخميناً يصف النمط في كلٍّ من المتتابعات الآتية، ثم استعمله لإيجاد الحد التالي في كلٍّ منها.

(1A) متتابعة أشهر: صفر، رجب، ذو الحجة، جمادى الأولى،

(1B) $10, 4, -2, -8, \dots$

(1) التكلفة: 4.50 ريالاً، 6.75 ريالاً، 9.00 ريالاً،

(2) مواعيد انطلاق الحافلات: 10:15 صباحاً، 11:00 صباحاً، 11:45 صباحاً،

ضع تخميناً لكل قيمة أو علاقة هندسية لكلٍّ مما يأتي، وأعطِ أمثلة عددية أو ارسم أشكالاً تساعد على الوصول لهذا التخمين.

(2A) ناتج جمع عددين زوجيين.

(2B) العلاقة بين AB و EF ، إذا كانت: $AB = CD$ و $CD = EF$

(2C) مجموع مربعي عددين كليين متتاليين.

(7) ناتج ضرب عددين زوجيين.

أعط مثالاً مضاداً يبين أن كلاً من التخمينات الآتية خاطئة.

(4A) إذا كان n عدداً حقيقياً، فإن $-n$ يكون سالباً.

(4B) إذا كان: $\angle ABE \cong \angle DBC$ ، فإن $\angle ABE$ و $\angle DBC$ متقابلتان بالرأس.

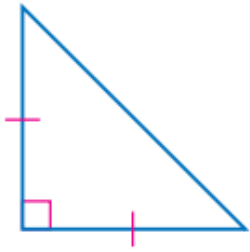
(12) إذا كانت $\angle A$ و $\angle B$ متتامتين، فإن لهما ضلعاً مشتركاً.

(35) إذا كان n عدداً أولياً، فإن $n + 1$ ليس أولياً.

(36) إذا كان x عدداً صحيحاً، فإن $-x$ عدد موجب.

المنطق

استعمل العبارات p, q, r والشكل المجاور لكتابة عبارة الوصل في كل مما يأتي. ثم أوجد قيمة الصواب لها مبرراً إجابتك:



p : الشكل مثلث.

q : في الشكل ضلعان متطابقان.

r : جميع زوايا الشكل حادة.

$$p \wedge q \quad (1A)$$

$$p \text{ ليس } r \quad (1B)$$

p : يناير من أشهر فصل الربيع.

q : عدد أيام شهر يناير 30 يومًا فقط.

r : يناير هو أول أشهر السنة الميلادية.

$$p \text{ أو } r \quad (2A)$$

$$q \vee \sim r \quad (2B)$$

$$p \vee \sim q \quad (2C)$$

p : الرياض عاصمة المملكة العربية السعودية.

q : تقع مكة المكرمة على الخليج العربي.

r : توجد حدود مشتركة للمملكة العربية السعودية مع العراق

s : المملكة العربية السعودية تقع غربي البحر الأحمر.

$$r \text{ و } p \quad (11)$$

$$p \wedge q \quad (12)$$

$$s \text{ أو } \sim r \quad (13)$$

$$r \vee q \quad (14)$$

p : في الأسبوع الواحد سبعة أيام.

q : في اليوم الواحد 20 ساعة.

r : في الساعة الواحدة 60 دقيقة.

$$r \text{ و } p \quad (1)$$

$$q \text{ أو } \sim p \quad (4)$$

$$p \vee r \quad (5)$$

$$\sim p \wedge \sim r \quad (6)$$

$$p \wedge q \quad (2)$$

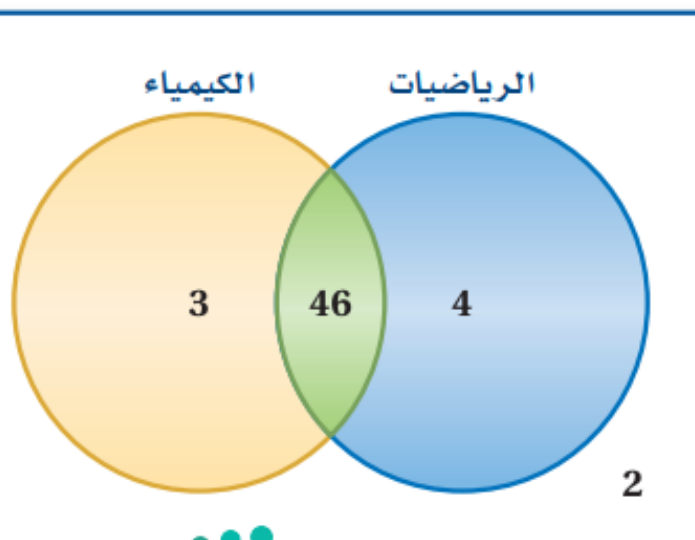
$$q \vee r \quad (3)$$

(3) أنشئ جدول الصواب للعبارة $\sim p \wedge \sim q$.

(7) أكمل جدول الصواب المجاور.

p	q	$\sim q$	$p \vee \sim q$
T	T	F	
T	F		
F	T		
F	F		

اختباري الرياضيات والكيمياء



تحقق من فهمك

(4) اختبارات : يبين شكل فن المجاور عدد طلاب الصف الأول الثانوي الذين نجحوا والذين لم ينجحوا في اختباري الرياضيات أو الكيمياء.

(A) ما عدد الطلاب الذين نجحوا في اختبار الرياضيات، ولم ينجحوا في اختبار الكيمياء؟

(B) ما عدد الطلاب الذين نجحوا في اختبار الرياضيات واختبار الكيمياء؟

(C) ما عدد الطلاب الذين لم ينجحوا في أي من الاختبارين؟

(D) ما عدد طلاب الصف الأول الثانوي؟

أكمل جدول الصواب الآتي:

(17)

p	q	$\sim p$	$\sim p \wedge q$
T		F	
T		F	
F		T	
F		T	

أنشئ جدول صواب لكل من العبارتين المركبتين الآتيتين:

$\sim p \vee \sim q$ (9)

$\sim p \wedge r$ (20)

$\sim (\sim p)$ (18)

p		$\sim(\sim p)$

العبارات الشرطية

حدّد الفرض والنتيجة في كلّ من العبارات الشرطية الآتية:

(1A) إذا كان لمضلع ستة أضلاع، فإنه سداسي.
الفرض :-
النتيجة :-

(1B) سيتم إنجاز طبعة ثانية من الكتاب، إذا بيعت نسخ الطبعة الأولى كلّها.
الفرض :-
النتيجة :-

(1) يوم غد هو السبت إذا كان اليوم هو الجمعة.

الفرض :-
النتيجة :-

(2) إذا كان $2x + 5 > 7$ ، فإن $x > 1$.

الفرض :-
النتيجة :-

(3) إذا كانت الزاويتان متكاملتين، فإن مجموع قياسيهما 180°

الفرض :-
النتيجة :-

حدّد الفرض والنتيجة في كل عبارة شرطية مما يأتي، ثم اكتبها على صورة (إذا... فإن...):

(2A) يمكن تبديل 5 أوراق نقدية من فئة الريال بورقة نقدية واحدة من فئة 5 ريالات.

(2B) مجموع قياسيّ الزاويتين المتتامتين يساوي 90°

(5) الشخص الذي تجاوز عمره 18 عامًا يمكنه استخراج رخصة قيادة.

(7) قياس الزاوية الحادة بين 0° و 90°

حدّد قيمة الصواب لكل عبارة شرطية فيما يأتي، وإذا كانت صائبة، ففسّر تبريرك، أما إذا كانت خاطئة، فأعطِ مثالاً مضاداً:

(3A) إذا كانت $\angle A$ حادة، فإن $m\angle A = 35^\circ$

(3B) إذا كان $\sqrt{x} = -1$ ، فإن $(-1)^2 = -1$

(10) إذا كان $x^2 = 16$ ، فإن $x = 4$

(11) إذا كنت تعيش في الرياض، فإنك تعيش في الكويت.

(30) إذا كان العدد فرديًا، فإنه يقبل القسمة على 5

اكتب العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي لكلٍّ من العبارتين الشرطيتين الآتيتين. ثم حدّد ما إذا كان أيٌّ منها صائبًا أم خاطئًا، وإذا كان خاطئًا فأعط مثلاً مضادًا.

(17) إذا كان العدد يقبل القسمة على 2 ، فإنه يقبل القسمة على 4

الأمثلة	قيمة الصواب	مصادرات
العبارة الشرطية $p \rightarrow q$ العكس $q \rightarrow p$ المعكوس $\sim p \rightarrow \sim q$ المعاكس الإيجابي $\sim q \rightarrow \sim p$		

(44) إذا كنت تعيش في الدمام، فإنك تعيش في المملكة العربية السعودية.

الأمثلة	فئة إصواب	مثال مضاد
العبارة الشرطية		
العكس		
المعكوس		
المعاكس الإيجابي		

التبرير الاستنتاجي

حدّد ما إذا كانت النتيجة قائمة على التبرير الاستنتاجي أم التبرير الاستقرائي في كلّ مما يأتي:

تحقق من فهمك

(1A) يُجري طالب مرحلة ابتدائية تجربة دمج الألوان في المختبر، فقام بثلاث محاولات للحصول على درجة معينة من اللون الرمادي، فاكتشف أنه كلما زادت كمية اللون الأسود كانت درجة اللون الرمادي أغمق.

(1B) دُعي خالدٌ إلى حفل عشاء، وقد حضر جميع المدعوين الحفل؛ إذن فقد حضر خالد الحفل.

(1) جميع الطلاب الذين تم تكريمهم معدلهم العام يزيد على 95%. محمد من الطلاب الذين تم تكريمهم؛ إذن معدل محمد العام يزيد على 95%.

(2) لاحظ خالد أن جاره يسقي أشجار حديقته كل يوم جمعة. واليوم هو الجمعة، فاستنتج أن جاره سوف يسقي أشجار حديقته اليوم.

حدد ما إذا كان الاستنتاج صائبًا أم لا فيما يأتي اعتمادًا على المعطيات. فسّر تبريرك.

تحقق من فهمك

(2A) المعطيات: • إذا كانت ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة، فإنها تحدد مستوى.

• النقاط A, B, C تقع في المستوى G .

الاستنتاج: النقاط A, B, C لا تقع على استقامة واحدة.



(2B) المعطيات: • إذا حضر الطالب موافقة من ولي أمره، فإنه يمكنه الذهاب في الرحلة المدرسية.

• أحضر سلمان موافقة من ولي أمره.

الاستنتاج: يمكن أن يذهب سلمان في الرحلة المدرسية.

(3) المعطيات: • إذا كان العدد يقبل القسمة على 4، فإنه يقبل القسمة على 2.

• العدد 12 يقبل القسمة على 4.

الاستنتاج: العدد 12 يقبل القسمة على 2.

(4) المعطيات: • إذا ذهب فيصل إلى النوم متأخرًا، فسوف يكون مرهقًا في اليوم التالي.

• فيصل مرهق.

الاستنتاج: ذهب فيصل إلى النوم متأخرًا.

تحقق من فهمك

- (4) أيُّ العبارات الآتية تنتج منطقيًا عن العبارتين الآتيتين؟
- (1) إذا لم تأخذ قسطًا كافيًا من النوم، فسوف تكون مرهقًا.
- (2) إذا كنت مرهقًا، فلن يكون أداؤك في الاختبار جيدًا.
- A إذا كنت مرهقًا، إذن أنت لم تأخذ قسطًا كافيًا من النوم.
- B إذا لم تأخذ قسطًا كافيًا من النوم، فلن يكون أداؤك في الاختبار جيدًا.
- C إذا لم يكن أداؤك في الاختبار جيدًا، فإنك لم تأخذ قسطًا كافيًا من النوم.
- D لا توجد نتيجة صائبة.

(7) اختيار من متعدد: أيُّ العبارات الآتية تنتج منطقيًا عن العبارتين (1)، (2)؟

- (1) إذا كان المثلث قائم الزاوية، فإن قياس إحدى زواياه 90°
- (2) إذا كان قياس إحدى زوايا المثلث 90° ، فإن زاويتييه الحادتين تكونان متتامتين.
- A إذا كان المثلث قائم الزاوية، فإنه يحوي زاوية قياسها 90° .
- B إذا كان قياس إحدى زوايا المثلث 90° ، فإن زاويتييه الحادتين لا تكونان متتامتين.
- C إذا كان المثلث قائم الزاوية، فإن زاويتييه الحادتين متتامتان.
- D إذا كان قياس إحدى زوايا المثلث 90° ، فإنه لا يكون مثلثًا قائم الزاوية.

استعمل قانون الفصل المنطقي أو قانون القياس المنطقي؛ لتحصل على نتيجة صائبة إن أمكن من العبارات الآتية، واذكر القانون الذي استعملته. إذا تعذر الحصول على نتيجة صائبة فاكتب "لا نتيجة صائبة"، وفسّر تبريرك.

B

تحقق من فهمك

(5) المعطيات: • إذا كانت القطعتان المستقيمتان متطابقتين فإن طوليهما متساويان.

• M نقطة منتصف \overline{AB} .

- (8) **المعطيات:** • إذا أنهى وليد عمله، فإنه سيحصل على أجر.
• إذا حصل وليد على أجر، فإنه سيشتري مذياعاً.

- (9) **المعطيات:** الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان.
 $\angle 1 \cong \angle 2$

- (10) تنصُّ التعليمات المدرسية على أنه إذا تأخرت الطالبة عن المدرسة خمس مرات، فسوف تُعطى تنبيهًا. تأخرت فاطمة خمس مرات عن المدرسة؛ لذلك سوف تُعطى تنبيهًا.

- (11) لاحظ طبيب الأسنان أن فهدًا يأتي في مواعده المحدد، إذن سوف يأتي فهد في الموعد المحدد للزيارة القادمة.

- (14) **المعطيات:** الزوايا القائمة متطابقة، $\angle 1$ و $\angle 2$ قائمتان.

الاستنتاج: $\angle 1 \cong \angle 2$.

(15) المعطيات: إذا كان الشكل مربعاً فإن له أربع زوايا قائمة.

الشكل $ABCD$ له أربع زوايا قائمة .

الاستنتاج: الشكل $ABCD$ مربع.

(22) إذا حصلت شيماء على معدل 98 فأكثر، فإن اسمها سوف يُكتب في لوحة الشرف هذا العام.

إذا كُتب اسم شيماء في لوحة الشرف هذا العام فإنه سيتم تكريمها.

(25) المعطيات: إذا كانت الزاويتان متتامتين، فإن مجموع قياسيهما يساوي 90°

$\angle 1$ و $\angle 2$ متتامتان.

(26) المعطيات: المثقفون يحبون المطالعة.

إذا كنت تحب المطالعة، فأنت من زوار المكتبة العامة.

المسلمات والبراهين الحرة

اذكر المسلمة التي تبرر صحة كل عبارة مما يأتي:

(1A) النقاط A, B, C تحدد مستوى.

(1B) يتقاطع المستويان P و Q في المستقيم m .

(1) المستويان P و Q يتقاطعان في المستقيم r .

(2) المستقيمان r و n يتقاطعان في النقطة D .

(3) المستقيم n يحوي النقاط C, D, E .

(4) المستوى P يحوي النقاط A, F, D .

(5) المستقيم n يقع في المستوى Q .

(6) المستقيم r هو المستقيم الوحيد الذي يمر بالنقطتين A و D .

حدّد ما إذا كانت كل جملة مما يلي صائبة دائماً أو صائبة أحياناً أو غير صائبة أبداً. فسّر تبريرك.

(2A) المستقيمان المتقاطعان يحددان مستوى.

(2B) تتقاطع ثلاثة مستقيمات في نقطتين.

(7) تتقاطع ثلاثة مستويات في مستقيم.

(8) المستقيم r يحوي النقطة P فقط.

(9) يمر مستقيم واحد فقط بنقطتين معلومتين.

(41) أيُّ العبارات الآتية ليست صائبة؟

- A** أي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة تحدد مستوى واحداً فقط.
- B** يتقاطع المستقيمان في نقطة واحدة فقط.
- C** يوجد على الأقل مستقيمان يحويان النقطتين نفسيهما.
- D** تقسم نقطة المنتصف القطعة المستقيمة إلى قطعتين متطابقتين.

تحقق من فهمك

(3) إذا علمت أن C تقع على \overline{AB} ، حيث $\overline{AC} \cong \overline{CB}$ ، فاكتب برهاناً حرّاً لإثبات أن C هي نقطة منتصف \overline{AB}

(27) **برهان:** النقطة L هي نقطة منتصف \overline{JK} ، ويتقاطع \overline{JK} مع \overline{MK} في النقطة K . إذا كان $\overline{MK} \cong \overline{JL}$ ،
فأثبت أن $\overline{LK} \cong \overline{MK}$.

البرهان:-

البرهان الجبري

اذكر الخاصية التي تبرر العبارة:

(1A) إذا كان $4 + (-5) = -1$ ، فإن $x + 4 + (-5) = x - 1$

(1B) إذا كانت $5 = y$ ، فإن $y = 5$

(1) إذا كان $5 = x$ ، فإن $x = 5$

(7) إذا كان $a + 10 = 20$ ، فإن $a = 10$

(8) إذا كان $\frac{x}{3} = -15$ ، فإن $x = -45$

(9) إذا كان $5(x + 7) = -3$ ، فإن $5x + 35 = -3$

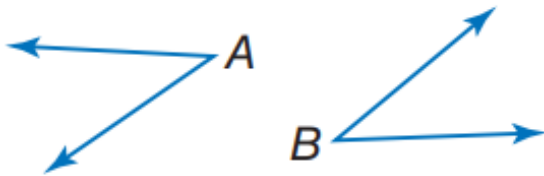
(1C) أثبت أنه إذا كان $2x - 13 = -5$ ، فإن $x = 4$. اكتب تبريرًا لكل خطوة.

المبررات

العبارات

(3A) إذا كان $\angle A \cong \angle B$ ، $m\angle A = 37^\circ$

فإن $m\angle B = 37^\circ$



(2A) إذا كان $\frac{5x + 1}{2} - 8 = 0$ ، فإن $x = 3$

المبررات

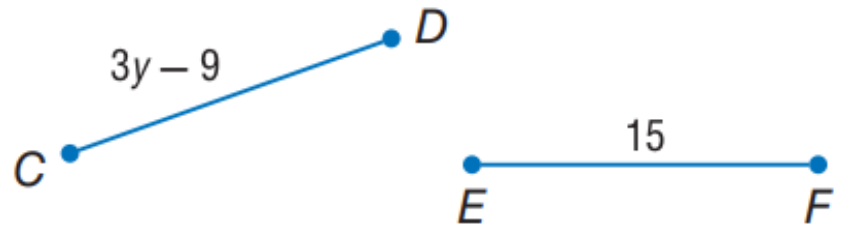
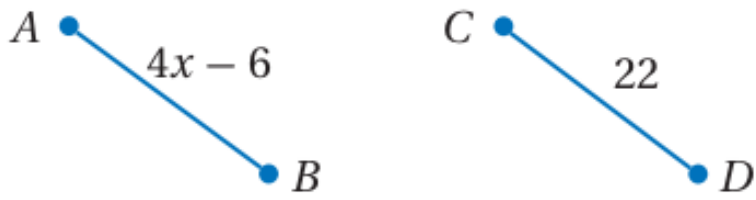
العبارات

المبررات

العبارات

(5) إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، فإن $x = 7$.

(3B) إذا كان $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ ، فإن $y = 8$.

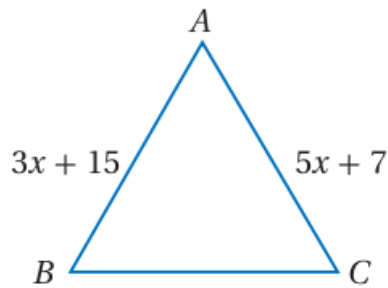


المبررات العبارات

المبررات العبارات

(23) إذا كانت $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ ، فإن $x = 4$.

(4) إذا كان $-4(x - 3) + 5x = 24$ ، فإن $x = 12$.



المبررات العبارات

المبررات العبارات

إثبات علاقات بين القطع المستقيمة

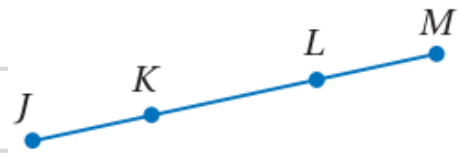
تحقق من فهمك



1 أكمل البرهان الآتي:

المعطيات: $\overline{JL} \cong \overline{KM}$

المطلوب: $\overline{JK} \cong \overline{LM}$



المبررات	العبارات
(a) معطيات	$\overline{JL} \cong \overline{KM}$ (a)
(b) _____	$JL = KM$ (b)
(c) مسلمة جمع أطوال القطع المستقيمة	$JK + KL =$ _____, (c) $KL + LM =$ _____
(d) _____	$JK + KL = KL + LM$ (d)
(e) بالطرح	$JK + KL - \textcolor{red}{KL} = KL + LM - \textcolor{red}{KL}$ (e)
(f) بالتبسيط	_____ ؟ (f)
(g) تعريف تطابق القطع المستقيمة	$\overline{JK} \cong \overline{LM}$ (g)

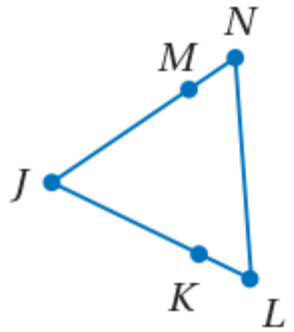
تأكد



1 أكمل البرهان الآتي:

المعطيات: $\overline{LK} \cong \overline{NM}$, $\overline{KJ} \cong \overline{MJ}$

المطلوب: $\overline{LJ} \cong \overline{NJ}$



المبررات	العبارات
(a) _____	$\overline{LK} \cong \overline{NM}, \overline{KJ} \cong \overline{MJ}$ (a)
(b) تعريف تطابق القطع المستقيمة	_____ (b)
(c) _____	$LK + KJ = NM + KJ$ (c)
(d) _____	$LK + KJ = NM + MJ$ (d)
(e) مسلمة جمع أطوال القطع المستقيمة	_____ (e)
(f) _____	$LJ = NJ$ (f)
(g) _____	$\overline{LJ} \cong \overline{NJ}$ (g)

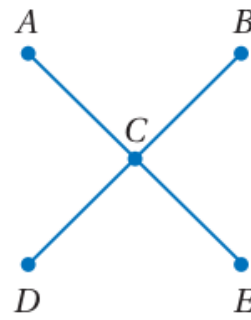
3) أكمل البرهان الآتي:

المعطيات: C نقطة منتصف \overline{AE} .

C نقطة منتصف \overline{BD} .

$$\overline{AE} \cong \overline{BD}$$

المطلوب: $\overline{AC} \cong \overline{CD}$

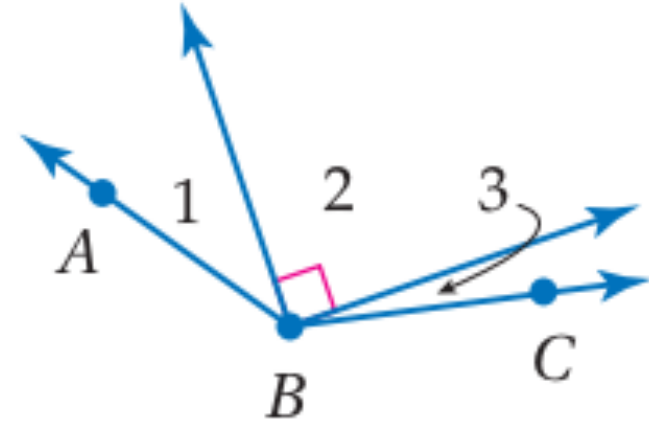


المبررات	العبارات
(a) معطيات	(a) _____
(b) _____	(b) $AC = CE, BC = CD$
(c) _____	(c) $AE = BD$
(d) مسلّمة جمع أطوال القطع المستقيمة	(d) _____
(e) _____	(e) $AC + CE = BC + CD$
(f) _____	(f) $AC + AC = CD + CD$
(g) بالتبسيط	(g) _____
(h) بالقسمة	(h) _____
(i) _____	(i) $\overline{AC} \cong \overline{CD}$

إثبات علاقات بين الزوايا

تحقق من فهمك

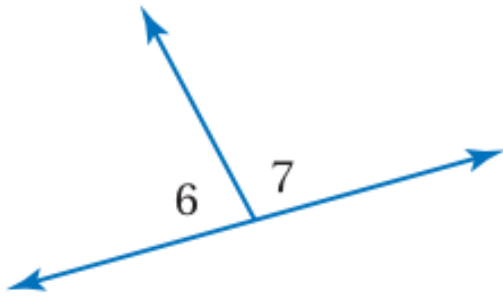
(1) إذا كان $m\angle ABC = 131^\circ$, $m\angle 1 = 23^\circ$, فأوجد $m\angle 3$.
برر خطوات حلّك.

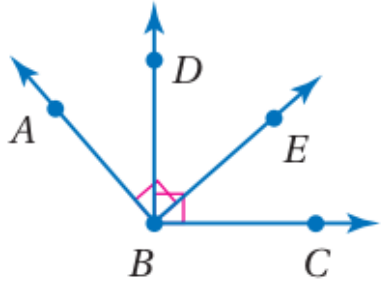


تحقق من فهمك



(2) في الشكل المجاور، $\angle 6$ و $\angle 7$ متجاورتان على مستقيم. إذا كان:
 $m\angle 6 = (3x + 32)^\circ$ و $m\angle 7 = (5x + 12)^\circ$
فأوجد قيمة $m\angle 6$, $m\angle 7$, x . برر خطوات الحل.





(3) في الشكل المجاور $\angle ABE$ و $\angle DBC$ قائمتان.
أثبت أن $\angle ABD \cong \angle EBC$.

العبارات المبررات

تحقق من فهمك

(4) إذا كانت $\angle 3$ و $\angle 4$ متقابلتين بالرأس، وكان $m\angle 3 = (6x + 2)^\circ$ و $m\angle 4 = (8x - 14)^\circ$ ، فأوجد $m\angle 3$ و $m\angle 4$. برّر خطوات حلّك.

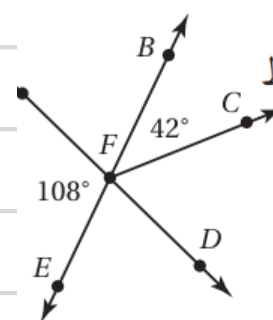
(31) إذا كانت النسبة بين قياسيّ زاويتين متتامتين هي 4:1 فما قياس الزاوية الصغرى؟

24° **C**

36° **D**

15° **A**

18° **B**



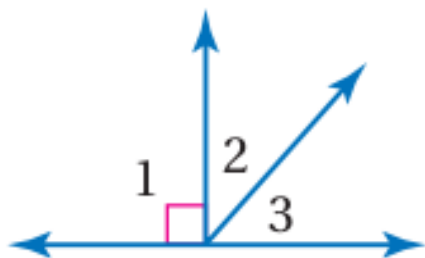
(30) في الشكل المجاور إذا كانت النقاط F, E, B تقع على استقامة واحدة، وكذلك النقاط A, F, D، فأوجد قياس $\angle CFD$

108° **C**

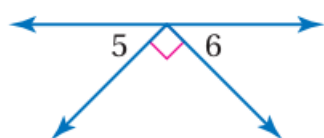
138° **D**

66° **A**

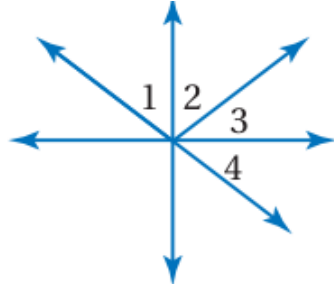
72° **B**



$$m\angle 2 = x^\circ, m\angle 3 = (x - 16)^\circ \quad (1)$$



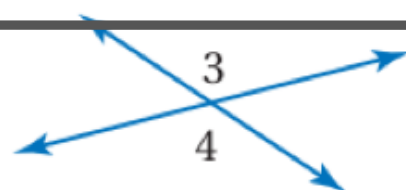
$$m\angle 5 = m\angle 6 \quad (6)$$



(7) $\angle 2$ و $\angle 3$ متتامتان،

، $\angle 1 \cong \angle 4$

$m\angle 2 = 28^\circ$



$m\angle 3 = (2x + 23)^\circ$ (10

$m\angle 4 = (5x - 112)^\circ$