

التبرير الاستقرائي والتخمين

Inductive Reasoning and Conjecture

تحقق من فهمك



اكتب تخميناً يصف النمط في كلٍّ من المتتابعات الآتية، ثم استعمله لإيجاد الحد التالي في كلٍّ منها.

(1A) متتابعة أشهر: صفر، رجب، ذو الحجة، جمادى الأولى، **شوال**
الشهر التالي في المتتابعة يأتي بعد خمس أشهر من الشهر السابق

(1B) **14، -8، -2، 4، 10**

العدد التالي في المتتابعة يقل بمقدار 6 عن العدد السابق

(1) التكلفة: 4.50 ريالاً، 6.75 ريالاً، 9.00 ريالاً، **11.25 ريالاً**
تزيد التكلفة في كل مرة عن المرة السابقة بمقدار **2.25** ريالاً

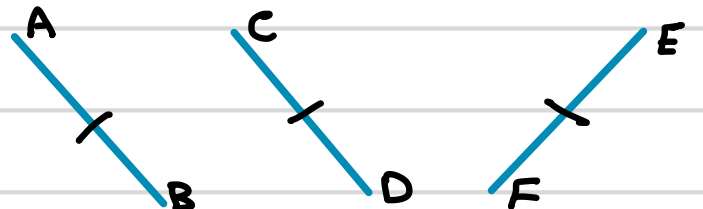
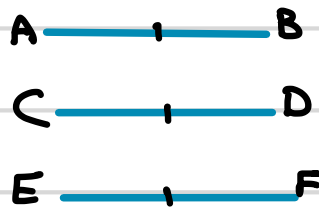
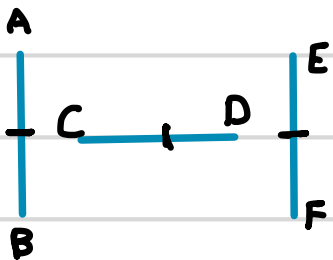
(2) مواعيد انطلاق الحافلات: 10:15 صباحاً، 11:00 صباحاً، 11:45 صباحاً، **12:30**
يأتي كل موعد بعد **45** دقيقة عن الموعد السابق

ضع تخميناً لكل قيمة أو علاقة هندسية لكل مما يأتي، وأعط أمثلة عديدة أو ارسم أشكالاً تساعد على الوصول لهذا التخمين.

(2A) ناتج جمع عددين زوجيين. **عدد زوجي**
 $2 + 4 = 6$ ، $8 + 10 = 18$

$$AB = EF$$

(2B) العلاقة بين AB و EF ، إذا كانت: $AB = CD$ و $CD = EF$



(2C) مجموع مربعي عددين كليين متتاليين. **عدد فردي**

$$1^2 + 2^2 = 5 \quad , \quad 2^2 + 3^2 = 13 \quad , \quad 3^2 + 4^2 = 25$$

(7) ناتج ضرب عددين زوجيين. **عدد زوجي**

$$2 \times 4 = 8 \quad 4 \times 8 = 32 \\ 10 \times 12 = 120$$

أعط مثالاً مضاداً يبين أن كلاً من التخمينات الآتية خاطئة.

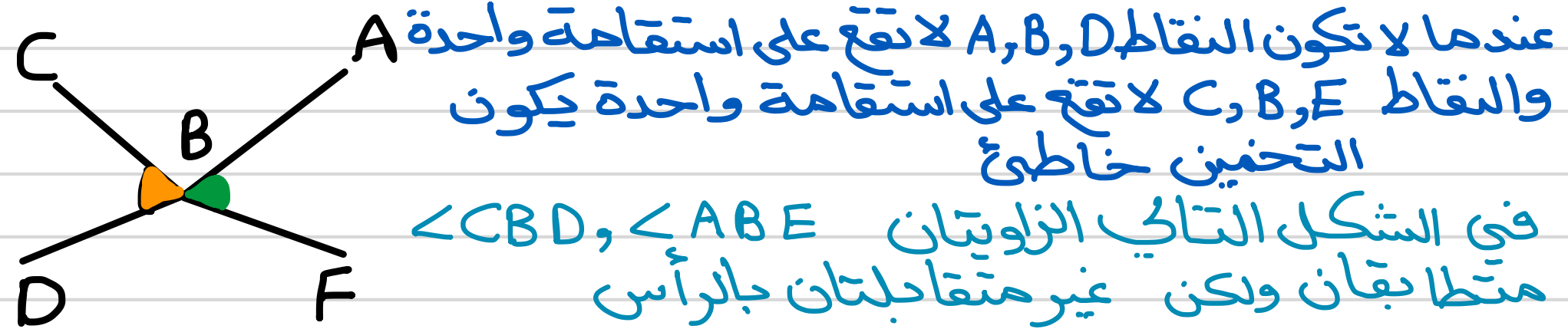
(4A) إذا كان n عدداً حقيقياً، فإن $-n$ يكون سالباً.

إذا كان $n = 1$ فإن $-n = -(1) = -1$ عدد سالبي

$n = 0$ فإن $-n = -(0) = 0$ ليس سالب ولا موجب

$n = -1$ فإن $-n = -(-1) = 1$ وهذا عدد موجب

(4B) إذا كان: $\angle ABE \cong \angle DBC$ ، فإن $\angle ABE$ و $\angle DBC$ متقابلتان بالرأس.



(12) إذا كانت $\angle A$ و $\angle B$ متتامتين، فإن لهما ضلعاً مشتركاً.



(35) إذا كان n عدداً أولياً، فإن $n + 1$ ليس أولياً. التحمين خاطئ

$n = 1$ $\leftarrow n + 1 = 1 + 1 = 2$ عدد أولي

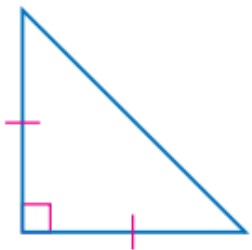
$n = 2$ $\leftarrow n + 1 = 2 + 1 = 3$ عدد أولي

(36) إذا كان x عدداً صحيحاً، فإن $-x$ عدد موجب. التحمين خاطئ

$x = 2$ فإن $-x = -2$ وهذا عدد سالبي

المنطق

استعمل العبارات p, q, r والشكل المجاور لكتابة عبارة الوصل في كل مما يأتي. ثم أوجد قيمة الصواب لها مبرراً إجابتك:



p : الشكل مثلث. T

q : في الشكل ضلعان متطابقان. T

r : جميع زوايا الشكل حادة. F

(1B) ليس p وليس r T F

(1A) $p \wedge q$

F

$T \wedge T = T$

p : يناير من أشهر فصل الربيع. F

q : عدد أيام شهر يناير 30 يومًا فقط. F

r : يناير هو أول أشهر السنة الميلادية. T

(2C) $p \vee \sim q$

$F \vee T$
 T

(2B) $q \vee \sim r$

$F \vee F$
 F

(2A) p أو r

F أو T
 T

p : الرياض عاصمة المملكة العربية السعودية.

q : تقع مكة المكرمة على الخليج العربي.

r : توجد حدود مشتركة للمملكة العربية السعودية مع العراق

s : المملكة العربية السعودية تقع غربي البحر الأحمر.

T

p : في الأسبوع الواحد سبعة أيام.

F

q : في اليوم الواحد 20 ساعة.

T

r : في الساعة الواحدة 60 دقيقة.

(11) r و p T

(12) $p \wedge q$ F

(13) s أو $\sim r$ F

(14) $r \vee q$ T

(4) $\sim p$ أو q F

(5) $p \vee r$ T

(6) $\sim p \wedge \sim r$ F

(1) r و p T

(2) $p \wedge q$ F

(3) $q \vee r$ T



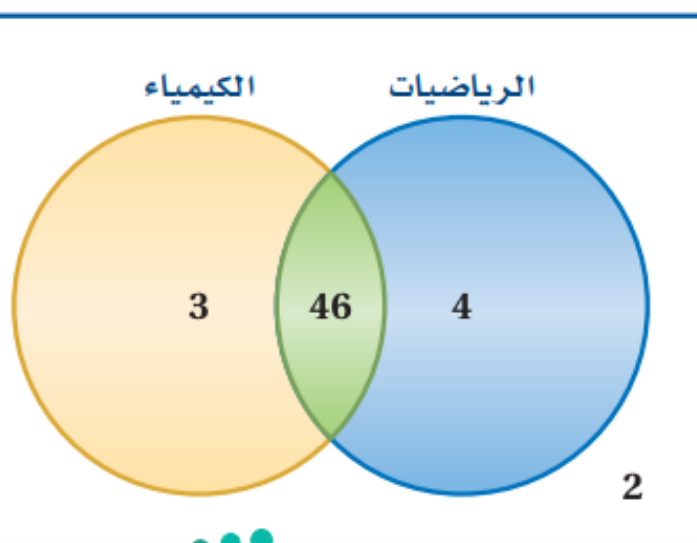
(3) أنشئ جدول الصواب للعبارة $\sim p \wedge \sim q$.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$
T	T	F	F	F
T	F	F	T	F
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

(7) أكمل جدول الصواب المجاور.

p	q	$\sim q$	$p \vee \sim q$
T	T	F	T
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T

اختباري الرياضيات والكيمياء



تحقق من فهمك

(4) **اختبارات :** يبين شكل فن المجاور عدد طلاب الصف الأول الثانوي الذين نجحوا والذين لم ينجحوا في اختباري الرياضيات أو الكيمياء.

(A) ما عدد الطلاب الذين نجحوا في اختبار الرياضيات، ولم ينجحوا في اختبار الكيمياء؟ **4**

(B) ما عدد الطلاب الذين نجحوا في اختبار الرياضيات واختبار الكيمياء؟ **46**

(C) ما عدد الطلاب الذين لم ينجحوا في أيٍّ من الاختبارين؟ **2**

(D) ما عدد طلاب الصف الأول الثانوي؟ **55**

أكمل جدول الصواب الآتي:

(17)

p	q	$\sim p$	$\sim p \wedge q$
T	T	F	F
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	F

أنشئ جدول صواب لكل من العبارتين المركبتين الآتيتين:

$\sim p \vee \sim q$ (9)

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$
T	T	F	F	F
T	F	F	T	T
F	T	T	F	T
F	F	T	T	T

$\sim p \wedge r$ (20)

$\sim(\sim p)$ (18)

p	r	$\sim p$	$\sim p \wedge r$
T	T	F	F
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	F	F

p	$\sim p$	$\sim(\sim p)$
T	F	T
F	T	F

العبارات الشرطية

حدّد الفرض والنتيجة في كلّ من العبارات الشرطية الآتية:

(1A) إذا كان لمضلع ستة أضلاع، فإنه سداسي.
الفرض: المضلع ستة أضلاع النتيجة: سداسي

(1B) سيتم إنجاز طبعة ثانية من الكتاب، إذا بيعت نسخ الطبعة الأولى كلّها.
الفرض: بيعت نسخ الطبعة الأولى كلّها
النتيجة: سيتم إنجاز طبعة ثانية من الكتاب.

(1) يوم غد هو السبت إذا كان اليوم هو الجمعة.
الفرض: اليوم هو الجمعة النتيجة: يوم غد هو السبت

(2) إذا كان $2x + 5 > 7$ ، فإن $x > 1$.
الفرض: $2x + 5 > 7$ النتيجة: $x > 1$

(3) إذا كانت الزاويتان متكاملتين، فإن مجموع قياسيهما 180°

الفرض: الزاويتان متكاملتين النتيجة: مجموع قياسهما 180°

حدّد الفرض والنتيجة في كل عبارة شرطية مما يأتي، ثم اكتبها على صورة (إذا... فإن...):

(2A) يمكن تبديل 5 أوراق نقدية من فئة الريال بورقة نقدية واحدة من فئة 5 ريالات.
إذا كان لديك 5 أوراق نقدية من فئة الريال فإنه يمكنك أن تبدلها بورقة واحدة من فئة 5 ريالات

(2B) مجموع قياسيّ الزاويتين المتتامتين يساوي 90°

إذا كانت الزاويتان متتامتين فإن مجموع قياسيهما 90°

(5) الشخص الذي تجاوز عمره 18 عاماً يمكنه استخراج رخصة قيادة.

إذا كان الشخص تجاوز عمره 18 عاماً فإنه يمكنه استخراج رخصة السيارة

(7) قياس الزاوية الحادة بين 0° و 90°

إذا كانت الزاوية حادة فإن قياسها بين 0° و 90°

حدّد قيمة الصواب لكل عبارة شرطية فيما يأتي، وإذا كانت صائبة، ففسّر تبريرك، أما إذا كانت خاطئة، فأعط مثلاً مضاداً:

(3A) إذا كانت $\angle A$ حادة، فإن $m\angle A = 35^\circ$

الفرض: $\angle A$ حادة T
النتيجة: $m\angle A = 35^\circ$ F
مثال مضاد: $m\angle A = 55^\circ$
قيمة الصواب $T \rightarrow F = F$

(3B) إذا كان $\sqrt{x} = -1$ ، فإن $(-1)^2 = -1$

الفرض: F
النتيجة: F
مستحيل الجذر يساوي سالب
مستحيل التربيع يساوي سالب

قيمة الصواب: T

(10) إذا كان $x^2 = 16$ ، فإن $x = 4$

الفرض: T
النتيجة: F
قيمة الصواب: F
مثال مضاد: $x = -4$
بالتربيع $x^2 = 16$

(11) إذا كنت تعيش في الرياض، فإنك تعيش في الكويت.

الفرض: T
النتيجة: F
قيمة الصواب: F
مثال مضاد: الرياض تقع في المملكة العربية السعودية

(30) إذا كان العدد فردياً، فإنه يقبل القسمة على 5

الفرض: T
قيمة الصواب: F
النتيجة: F

مثال مضاد: العدد 9 لا يقبل القسمة على 5

اكتب العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي لكل من العبارتين الشرطيتين الآتيتين. ثم حدّد ما إذا كان أيٌّ منها صائبًا أم خاطئًا، وإذا كان خاطئًا فأعط مثلاً مضادًا.

(17) إذا كان العدد يقبل القسمة على 2 ، فإنه يقبل القسمة على 4

العبارة الشرطية	الأمثلة	قيمة الصواب	مضاد مثال
العبارة الشرطية $p \rightarrow q$	إذا كان العدد يقبل القسمة على 2 فإنه يقبل القسمة على 4	F	العدد 10 يقبل القسمة على 2 ولا يقبل القسمة على 4
العكس $q \rightarrow p$	إذا كان العدد يقبل القسمة على 4 فإنه يقبل القسمة على 2	T	
المعكوس $\sim p \rightarrow \sim q$	إذا كان العدد لا يقبل القسمة على 2 فإنه لا يقبل القسمة على 4	T	
المعاكس الإيجابي $\sim q \rightarrow \sim p$	إذا كان العدد لا يقبل القسمة على 4 فإنه لا يقبل القسمة على 2	F	العدد 6 لا يقبل القسمة على 4 ولكنه يقبل القسمة على 2

(44) إذا كنت تعيش في الدمام، فإنك تعيش في المملكة العربية السعودية.

العبارة الشرطية	الأمثلة	قيمة الصواب	مضاد مثال
العبارة الشرطية	إذا كنت تعيش في الدمام فإنك تعيش في السعودية	T	
العكس	إذا كنت تعيش في السعودية فإنك تعيش في الدمام	F	يمكن أن تعيش في جدة
المعكوس	إذا كنت لا تعيش في الدمام فإنك لا تعيش في السعودية	F	يمكن أن تعيش في أبها
المعاكس الإيجابي	إذا كنت لا تعيش في السعودية فإنك لا تعيش في الدمام	T	

التبرير الاستنتاجي

حدّد ما إذا كانت النتيجة قائمة على التبرير الاستنتاجي أم التبرير الاستقرائي في كلّ مما يأتي:

تحقق من فهمك

تبرير استقرائي

(1A) يُجري طالب مرحلة ابتدائية تجربة دمج الألوان في المختبر، فقام بثلاث محاولات للحصول على درجة معينة من اللون الرمادي، فاكتشف أنه كلما زادت كمية اللون الأسود كانت درجة اللون الرمادي أغمق.

تبرير استنتاجي

(1B) دُعي خالدٌ إلى حفل عشاء، وقد حضر جميع المدعوين الحفل؛ إذن فقد حضر خالد الحفل.

(1) جميع الطلاب الذين تم تكريمهم معدلهم العام يزيد على 95%. محمد من الطلاب الذين تم تكريمهم؛ إذن معدل محمد العام يزيد على 95%.

تبرير استنتاجي

(2) لاحظ خالد أن جاره يسقي أشجار حديقته كل يوم جمعة. واليوم هو الجمعة، فاستنتج أن جاره سوف يسقي أشجار حديقته اليوم.

تبرير استقرائي

حدد ما إذا كان الاستنتاج صائبًا أم لا فيما يأتي اعتمادًا على المعطيات. فسّر تبريرك.

تحقق من فهمك

(2A) المعطيات: إذا كانت ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة، فإنها تحدد مستوى.

النقاط A, B, C تقع في المستوى G .

الاستنتاج: النقاط A, B, C لا تقع على استقامة واحدة.

الاستنتاج خاطئ ولا يحقق قانون الفصل المنطقي

(2B) المعطيات: إذا حضر الطالب موافقة من ولي أمره، فإنه يمكنه الذهاب في الرحلة المدرسية.

أحضر سلمان موافقة من ولي أمره.

الاستنتاج: يمكن أن يذهب سلمان في الرحلة المدرسية.

الاستنتاج صحيح ويحقق قانون الفصل المنطقي

(3) المعطيات: • إذا كان العدد يقبل القسمة على 4، فإنه يقبل القسمة على 2.

• العدد 12 يقبل القسمة على 4.

الاستنتاج: العدد 12 يقبل القسمة على 2.

الاستنتاج صحيح وحيقق قانون الفصل المنطقي

(4) المعطيات: • إذا ذهب فيصل إلى النوم متأخرًا، فسوف يكون مرهقًا في اليوم التالي.

• فيصل مرهق.

الاستنتاج: ذهب فيصل إلى النوم متأخرًا.

الاستنتاج خاطئ

تحقق من فهمك

(4) أي العبارات الآتية تنتج منطقيًا عن العبارتين الآتيتين؟

(1) إذا لم تأخذ قسطًا كافيًا من النوم، فسوف تكون مرهقًا.

(2) إذا كنت مرهقًا، فلن يكون أداؤك في الاختبار جيدًا.

A إذا كنت مرهقًا، إذن أنت لم تأخذ قسطًا كافيًا من النوم.

B إذا لم تأخذ قسطًا كافيًا من النوم، فلن يكون أداؤك في الاختبار جيدًا.

C إذا لم يكن أداؤك في الاختبار جيدًا، فإنك لم تأخذ قسطًا كافيًا من النوم.

D لا توجد نتيجة صائبة.

(7) اختيار من متعدد: أي العبارات الآتية تنتج منطقيًا عن العبارتين (1)، (2)؟

(1) إذا كان المثلث قائم الزاوية، فإن قياس إحدى زواياه 90° .

(2) إذا كان قياس إحدى زوايا المثلث 90° ، فإن زاويتي الحادتين تكونان متتامتين.

A إذا كان المثلث قائم الزاوية، فإنه يحوي زاوية قياسها 90° .

B إذا كان قياس إحدى زوايا المثلث 90° ، فإن زاويتي الحادتين لا تكونان متتامتين.

C إذا كان المثلث قائم الزاوية، فإن زاويتي الحادتين متتامتان.

D إذا كان قياس إحدى زوايا المثلث 90° ، فإنه لا يكون مثلثًا قائم الزاوية.

استعمل قانون الفصل المنطقي أو قانون القياس المنطقي؛ لتحصل على نتيجة صائبة إن أمكن من العبارات الآتية، واذكر القانون الذي استعملته. إذا تعذر الحصول على نتيجة صائبة فاكتب "لا نتيجة صائبة"، وفسّر تبريرك.

تحقق من فهمك

$$\overline{AM} = \overline{BM}$$

(5) المعطيات: • إذا كانت القطعتان المستقيمتان متطابقتين فإن طوليهما متساويان.

• M نقطة منتصف \overline{AB} . عبارة صائبة تحقق قانون الفصل المنطقي

(8) المعطيات: • إذا أنهى وليد عمله، فإنه سيحصل على أجر.

• إذا حصل وليد على أجر، فإنه سيشتري مديعاً.

الاستنتاج صحيح و يحقق قانون القياس المنطقي
إذا أنهى وليد عمله فإنه سيشتري مديعاً.

(9) المعطيات: الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان.

$$\angle 1 \cong \angle 2$$

الاستنتاج خاطئ ، لا نتيجة صائبة

(10) تنصُ التعليمات المدرسية على أنه إذا تأخرت الطالبة عن المدرسة خمس مرات، فسوف تُعطى تنبيهًا. تأخرت فاطمة خمس مرات عن المدرسة؛ لذلك سوف تُعطى تنبيهًا.

التبرير استنتاجي

(11) لاحظ طبيب الأسنان أن فهدًا يأتي في مواعده المحدد، إذن سوف يأتي فهد في الموعد المحدد للزيارة القادمة.

التبرير استقرائي

(14) المعطيات: الزوايا القائمة متطابقة، $\angle 1$ و $\angle 2$ قائمتان.

الاستنتاج: $\angle 1 \cong \angle 2$ نتيجة

الاستنتاج صحيح و يحقق قانون
الفصل المنطقي

(15) المعطيات: إذا كان الشكل مربعاً فإن له أربع زوايا قائمة.

الشكل $ABCD$ له أربع زوايا قائمة.

الاستنتاج: الشكل $ABCD$ مربع.

الاستنتاج خاطئ ممكن يكون مستطيل

(22) إذا حصلت شيماء على معدل 98 فأكثر، فإن اسمها سوف يُكتب في لوحة الشرف هذا العام.

إذا كُتب اسم شيماء في لوحة الشرف هذا العام فإنه سيتم تكريمها.

إذا حصلت شيماء على معدل 98 فأكثر فإنه
سيتم تكريمها

الاستنتاج صحيح

(25) المعطيات: إذا كانت الزاويتان متتامتين، فإن مجموع قياسيهما يساوي 90°

$\angle 1$ و $\angle 2$ متتامتان.

$$m\angle 1 + m\angle 2 = 90$$

الاستنتاج صحيح وتحقق قانون الفصل المنطقي

(26) المعطيات: المثقفون يحبون المطالعة.

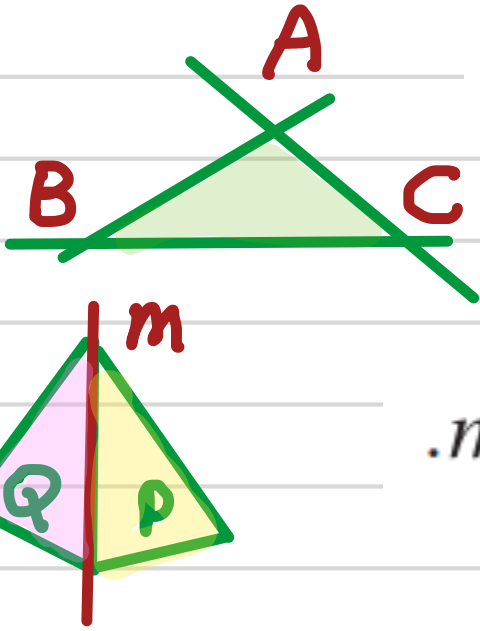
إذا كنت تحب المطالعة، فأنت من زوار المكتبة العامة.

إذا كنت مثقف فأنت من زوار المكتبة العامة

الاستنتاج صحيح وتحقق قانون القياس
المنطقي.

المسلمات والبراهين الحرة

اذكر المسلمة التي تبرر صحة كل عبارة مما يأتي:

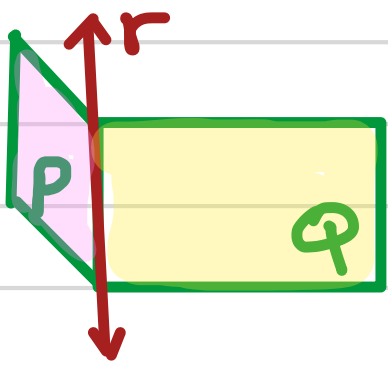


(1A) النقاط A, B, C تحدد مستوى.

المسلمة (1.2)

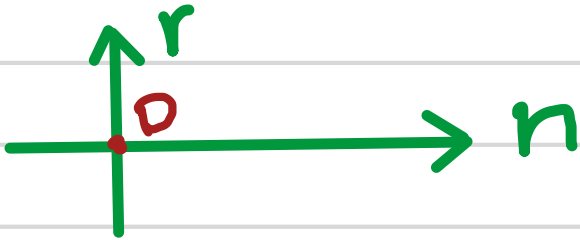
(1B) يتقاطع المستويان P و Q في المستقيم m .

المسلمة (1.7)



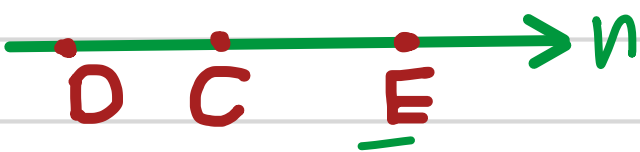
(1) المستويان P و Q يتقاطعان في المستقيم r .

المسلمة (1.7)



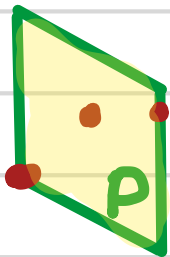
(2) المستقيمان r و n يتقاطعان في النقطة D .

المسلمة (1.6)



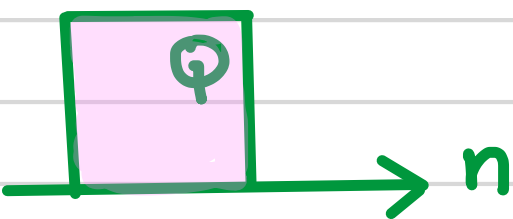
(3) المستقيم n يحوي النقاط C, D, E .

المسلمة (1.3)



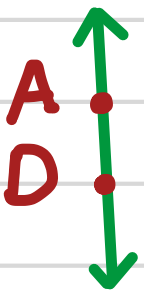
(4) المستوى P يحوي النقاط A, F, D .

المسلمة (1.4)



(5) المستقيم n يقع في المستوى Q .

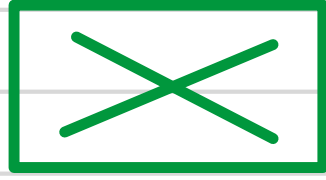
المسلمة (1.5)



(6) المستقيم r هو المستقيم الوحيد الذي يمر بالنقطتين A و D .

المسلمة (1.1)

حدّد ما إذا كانت كل جملة مما يلي صائبة دائماً أو صائبة أحياناً أو غير صائبة أبداً. فسّر تبريرك.

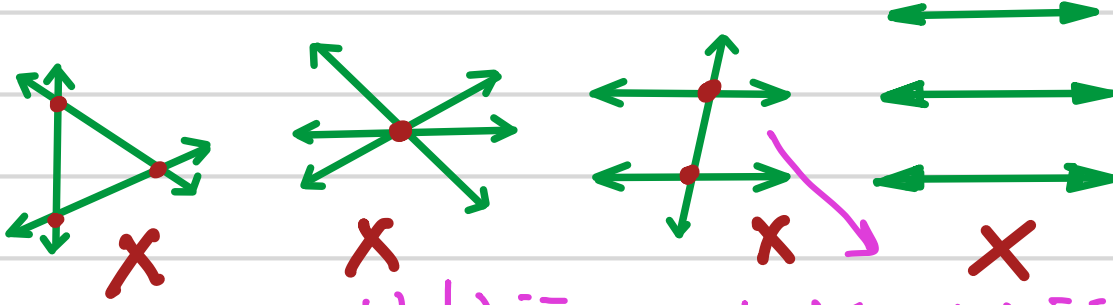


(2A) المستقيمان المتقاطعان يحددان مستوى.

صحيحة

(2B) تتقاطع ثلاثة مستقيمات في نقطتين.

غير صحيحة



مستقيمان متوازيان لا يتقاطعان

(7) تتقاطع ثلاثة مستويات في مستقيم.

صحيحة أحياناً

(8) المستقيم l يحوي النقطة P فقط.

غير صحيحة

(9) يمر مستقيم واحد فقط بنقطتين معلومتين.

صحيحة دائماً

(41) أيُّ العبارات الآتية ليست صائبة؟

A أي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة تحدد مستوى واحداً فقط.

B يتقاطع المستقيمان في نقطة واحدة فقط.

C يوجد على الأقل مستقيمان يحويان النقطتين نفسيهما.

D تقسم نقطة المنتصف القطعة المستقيمة إلى قطعتين متطابقتين.

تحقق من فهمك

(3) إذا علمت أن C تقع على \overline{AB} ، حيث $\overline{AC} \cong \overline{CB}$ ، فكتب برهاناً حرّاً لإثبات أن C هي نقطة منتصف \overline{AB}

$$\overline{AC} \cong \overline{CB}$$

من المعطيات

من نظرية القطع المستقيمة المتطابقة

فإن طول \overline{AC} يساوي طول \overline{CB}

من تعريف نقطة المنتصف فإن C هي نقطة المنتصف



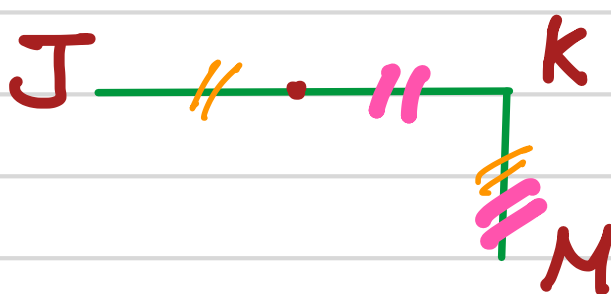
(27) **برهان:** النقطة L هي نقطة منتصف \overline{JK} ، ويتقاطع \overline{JK} مع \overline{MK} في النقطة K . إذا كان $\overline{MK} \cong \overline{JL}$ ، فأثبت أن $\overline{LK} \cong \overline{MK}$.

المعطيات:-

١١ L نقطة منتصف \overline{JK}



١٢ \overline{JK} يتقاطع مع \overline{MK} في K



١٣ $\overline{MK} \cong \overline{JL}$

المطلوب:- $\overline{LK} \cong \overline{MK}$

البرهان:-

نعلم أن L نقطة منتصف \overline{JK} .
من نظرية نقطة المنتصف ينتج أن

$$\overline{JL} \cong \overline{LK}$$

من المعطيات:-

$$\overline{MK} \cong \overline{JL} \quad \text{معطى فرض}$$

$$\overline{JL} \cong \overline{LK} \quad \text{نظرية}$$

وبتطبيق خاصية التبادلي نحصل على:-

$$\overline{MK} \cong \overline{LK}$$

من خاصية التماثل للتطابق نجد أن:-

$$\overline{LK} \cong \overline{MK}$$

البرهان الجبري

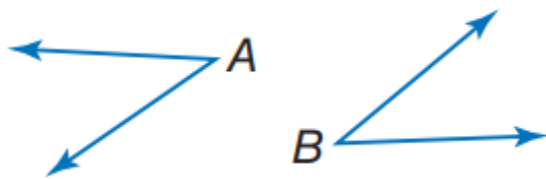
اذكر الخاصية التي تبرر العبارة:

- (1A) إذا كان $4 + (-5) = -1$ ، فإن $x + 4 + (-5) = x - 1$ خاصية الجمع
- (1B) إذا كانت $5 = y$ ، فإن $y = 5$ خاصية التماثل
- (1) إذا كان $5 = x$ ، فإن $x = 5$ خاصية التماثل
- (7) إذا كان $a + 10 = 20$ ، فإن $a = 10$ خاصية الطرح
- (8) إذا كان $\frac{x}{3} = -15$ ، فإن $x = -45$ خاصية الضرب
- (9) إذا كان $5(x + 7) = -3$ ، فإن $5x + 35 = -3$ خاصية التوزيع

(1C) أثبت أنه إذا كان $2x - 13 = -5$ ، فإن $x = 4$. اكتب تبريراً لكل خطوة.

المبررات	العبارات
معطيات	$2x - 13 = -5$
خاصية الجمع	$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$
خاصية القسمة	$x = 4$

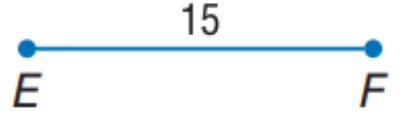
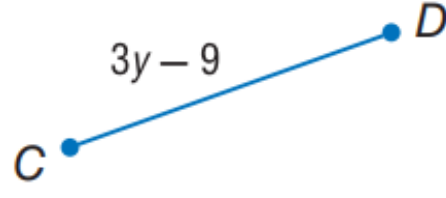
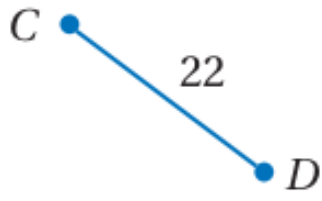
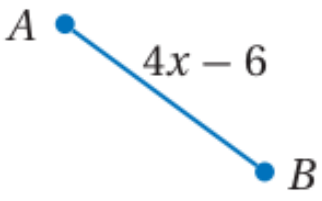
- (2A) إذا كان $\frac{5x+1}{2} - 8 = 0$ ، فإن $x = 3$
- (3A) إذا كان $\angle A \cong \angle B$ ، $m\angle A = 37^\circ$ ، فإن $m\angle B = 37^\circ$



المبررات	العبارات	المبررات	العبارات
معطيات	$\angle A \cong \angle B$	معطيات	$\frac{5x+1}{2} - 8 = 0$
تعريف خطابق الزوايا	$m\angle A = 37^\circ$	خاصية الجمع	$2 \times \frac{5x+1}{2} = 8 \times 2$
خاصية التعويض	$m\angle A = m\angle B$	خاصية الضرب	$5x + 1 = 16$
خاصية التماثل	$37^\circ = m\angle B$	خاصية الطرح	$\frac{5x}{5} = \frac{15}{5}$
	$m\angle B = 37^\circ$	خاصية القسمة	$x = 3$

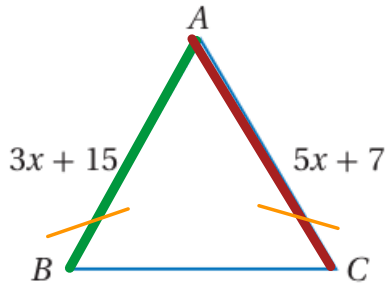
(5) إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، فإن $x = 7$.

(3B) إذا كان $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ ، فإن $y = 8$.



المبررات	العبارات	المبررات	العبارات
معطيات	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$	معطيات	$\overline{CD} \cong \overline{EF}$
تعريف تطابق القطع المستقيمة	$AB = CD$	تعريف تطابق القطع المستقيمة	$CD = EF$
خاصية التقويض	$4x - 6 = 22$	خاصية التقويض	$3y - 9 = 15$
خاصية الجمع	$4x = 28$	خاصية الجمع	$3y = 24$
خاصية القسمة	$x = 7$	خاصية القسمة	$y = 8$

(23) إذا كانت $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ ، فإن $x = 4$.



(4) إذا كان $-4(x - 3) + 5x = 24$ ، فإن $x = 12$.

المبررات	العبارات	المبررات	العبارات
معطيات	$\overline{AB} \cong \overline{AC}$	معطيات	$-4(x - 3) + 5x = 24$
تعريف تطابق القطع المستقيمة	$AB = AC$	خاصية التوزيع	$-4x + 12 + 5x = 24$
خاصية التقويض	$3x + 15 = 5x + 7$	بالتبسيط	$x + 12 = 24$
خاصية الطرح	$15 = 2x + 7$	خاصية الطرح	$x = 12$
خاصية الطرح	$8 = 2x$		
خاصية القسمة	$4 = x$		
خاصية التماثل	$x = 4$		

إثبات علاقات بين القطع المستقيمة

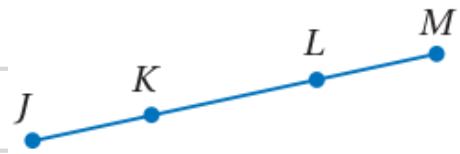
تحقق من فهمك



(1) أكمل البرهان الآتي:

المعطيات: $\overline{JL} \cong \overline{KM}$

المطلوب: $\overline{JK} \cong \overline{LM}$



المبررات	العبارات
(a) معطيات	$\overline{JL} \cong \overline{KM}$ (a)
(b) تعريف تطابق القطع المستقيمة	$\overline{JL} = \overline{KM}$ (b)
(c) مسلمة جمع أطوال القطع المستقيمة	$JK + KL = \overline{JL}$, (c)
	$KL + LM = \overline{KM}$
(d) بالتعويض	$JK + KL = KL + LM$ (d)
(e) بالطرح	$JK + KL - \text{KL} = KL + LM - \text{KL}$ (e)
(f) بالتبسيط	$\overline{JK} = \overline{LM}$ (f)
(g) تعريف تطابق القطع المستقيمة	$\overline{JK} \cong \overline{LM}$ (g)

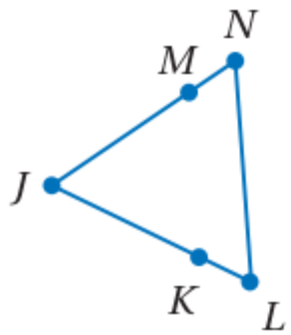
تأكد



(1) أكمل البرهان الآتي:

المعطيات: $\overline{LK} \cong \overline{NM}$, $\overline{KJ} \cong \overline{MJ}$

المطلوب: $\overline{LJ} \cong \overline{NJ}$



المبررات	العبارات
(a) معطيات	$\overline{LK} \cong \overline{NM}$, $\overline{KJ} \cong \overline{MJ}$ (a)
(b) تعريف تطابق القطع المستقيمة	$LK = NM$, $KJ = MJ$ (b)
(c) خاصية الجمع	$LK + KJ = NM + KJ$ (c)
(d) بالتعويض	$LK + KJ = NM + MJ$ (d)
(e) مسلمة جمع أطوال القطع المستقيمة	$LJ = LK + KJ$ (e)
	$NJ = NM + MJ$
(f) بالتعويض	$LJ = NJ$ (f)
(g) تعريف تطابق القطع المستقيمة	$\overline{LJ} \cong \overline{NJ}$ (g)

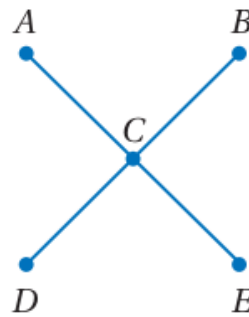
(3) أكمل البرهان الآتي:

المعطيات: C نقطة منتصف \overline{AE} .

C نقطة منتصف \overline{BD} .

$$\overline{AE} \cong \overline{BD}$$

المطلوب: $\overline{AC} \cong \overline{CD}$

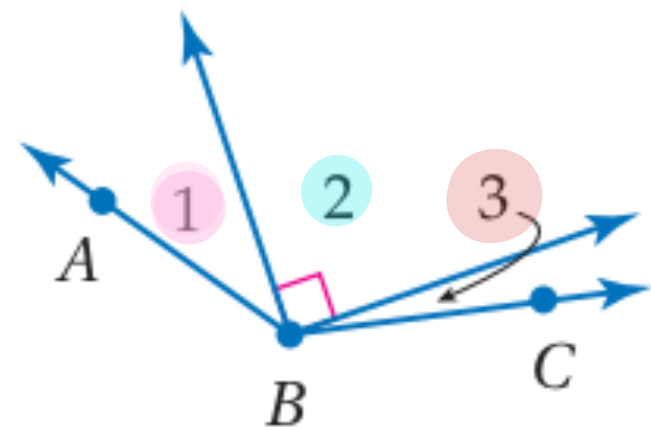


المبررات	العبارات
(a) معطيات	(a) C نقطة منتصف \overline{AE} C نقطة منتصف \overline{BD}
(b) تعريف نقطة المنتصف	(b) $AC = CE, BC = CD$
(c) تعريف تطابق القطع المستقيمة	(c) $AE = BD$
(d) مسأمة جمع أطوال القطع المستقيمة	(d) $AE = AC + CE$ $BD = BC + CD$
(e) بالتعويض	(e) $AC + CE = BC + CD$
(f) بالتعويض	(f) $AC + AC = CD + CD$
(g) بالتبسيط	(g) $2AC = 2CD$
(h) بالقسمة	(h) $AC = CD$
(i) تعريف تطابق القطع المستقيمة	(i) $\overline{AC} \cong \overline{CD}$

إثبات علاقات بين الزوايا

تحقق من فهمك

(1) إذا كان $m\angle ABC = 131^\circ$, $m\angle 1 = 23^\circ$, فأوجد $m\angle 3$.
برر خطوات حلّك.



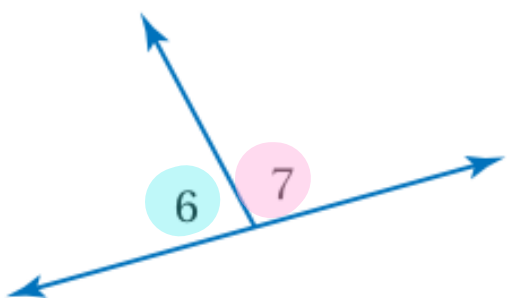
$$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = m\angle ABC$$

$$23^\circ + 90^\circ + m\angle 3 = 131^\circ$$

$$\cancel{113^\circ} + m\angle 3 = \cancel{131^\circ}$$

$$m\angle 3 = 18^\circ$$

تحقق من فهمك



(2) في الشكل المجاور، $\angle 6$ و $\angle 7$ متجاورتان على مستقيم. إذا كان:

$$m\angle 6 = (3x + 32)^\circ \text{ و } m\angle 7 = (5x + 12)^\circ$$

فأوجد قيمة x , $m\angle 6$, $m\angle 7$. برر خطوات الحل.

$$m\angle 6 + m\angle 7 = 180^\circ$$

$$(3x + 32) + (5x + 12) = 180$$

$$\cancel{8x + 44} = \cancel{180}$$

$$\frac{8x}{8} = \frac{136}{8}$$

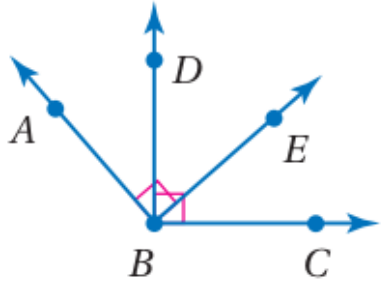
$$x = 17$$

$$m\angle 6 = 3(17) + 32 = 83^\circ$$

$$m\angle 7 = 5(17) + 12 = 97^\circ$$

(أو)

$$m\angle 7 = 180 - 83 = 97^\circ$$



(3) في الشكل المجاور $\angle ABE$ و $\angle DBC$ قائمتان.
أثبت أن $\angle ABD \cong \angle EBC$.

المبررات

معطيات

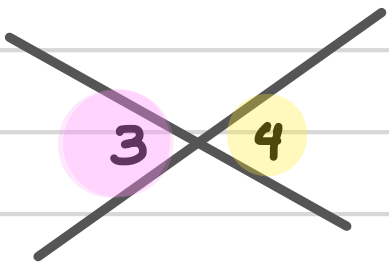
نظرية الزاويتين المتتامتين
نظرية تطابق المتتامات

العبارات

$\angle ABE$, $\angle DBC$ قائمتان
 $\angle ABD$, $\angle DBE$ متتامتان
 $\angle DBE$, $\angle EBC$ متتامتان
 $\angle ABD \cong \angle EBC$

تحقق من فهمك

(4) إذا كانت $\angle 3$ و $\angle 4$ متقابلتين بالرأس، وكان $m\angle 3 = (6x + 2)^\circ$ و $m\angle 4 = (8x - 14)^\circ$ ، فأوجد $m\angle 3$ و $m\angle 4$. برّر خطوات حلّك.



$$\angle 3 \cong \angle 4$$

$$m\angle 3 = m\angle 4$$

$$6x + 2 = 8x - 14$$

$$2 = 2x - 14$$

$$\frac{16}{2} = \frac{2x}{2}$$

$$x = 8$$

$$m\angle 3 = 6x + 2$$

$$= 6(8) + 2 = 50$$

$$m\angle 4 = 8x - 14$$

$$= 8(8) - 14 = 50$$

(31) إذا كانت النسبة بين قياسيّ زاويتين متتامتين هي 4:1 فما قياس الزاوية الصغرى؟

24° C

15° A

36° D

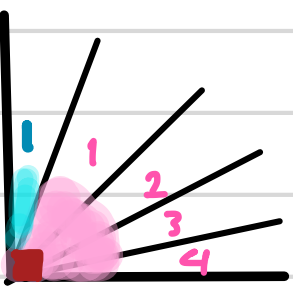
18° B

$$18^\circ = \frac{90}{5}$$

$$18^\circ = \text{الزاوية الصغرى}$$

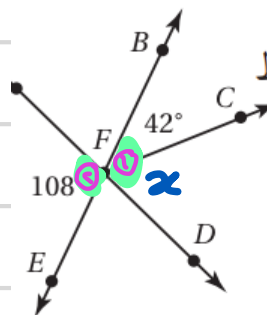
$$\text{إذا جلبت الزاوية الكبرى}$$

$$18 \times 4 = 72^\circ$$



$$4 : 1$$

(30) في الشكل المجاور إذا كانت النقاط F, E تقع على استقامة واحدة، وكذلك النقاط A, F, D، فأوجد قياس $\angle CFD$.



108° C

66° A

138° D

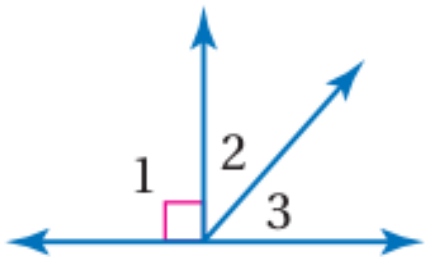
72° B

1, 2 متقابلتان بالرأس

$$x + 42 = 108$$

$$x = 66$$

$$90 - 18 = 72^\circ$$



$$m\angle 2 = x^\circ, m\angle 3 = (x - 16)^\circ \quad (1)$$

طريقة (2) :-

$$m\angle 2 + m\angle 3 = 90^\circ$$

$$x + (x - 16)^\circ = 90^\circ$$

$$2x - 16 = 90^\circ$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{106}{2}$$

$$x = 53^\circ$$

$$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 180^\circ$$

$$90^\circ + x + (x - 16)^\circ = 180^\circ$$

$$2x + 74 = 180^\circ$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{106}{2}$$

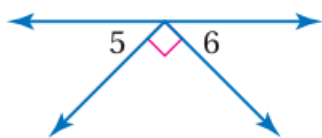
$$x = 53$$

$$m\angle 2 = x = 53$$

$$m\angle 3 = x - 16$$

$$53 - 16 = 37^\circ$$

$$\textcircled{9} m\angle 3 = 90 - 53^\circ = 37^\circ$$



$$m\angle 5 = m\angle 6 \quad (6)$$

$$m\angle 5 + m\angle 6 = 90^\circ$$

$$m\angle 5 + m\angle 5 = 90^\circ$$

$$2 m\angle 5 = 90^\circ$$

$$m\angle 5 = 45^\circ$$

$$m\angle 6 = 45^\circ$$

$$m\angle 5 + m\angle 6 + 90^\circ = 180^\circ$$

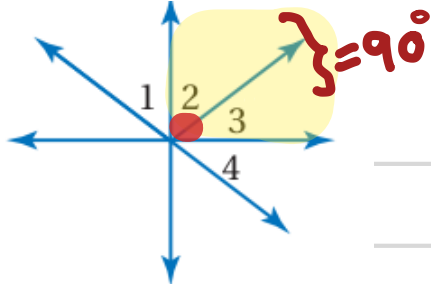
$$m\angle 5 + m\angle 5 + 90^\circ = 180^\circ$$

$$2m\angle 5 + 90 = 180^\circ$$

$$\frac{2 m\angle 5}{2} = \frac{90}{2}$$

$$m\angle 5 = 45^\circ$$

$$m\angle 6 = 45^\circ$$



$90^\circ = \angle 2 \text{ و } \angle 3 \text{ متتامتان، (7)}$

$$\angle 1 \cong \angle 4$$

$$m\angle 2 = 28^\circ$$

$$m\angle 2 + m\angle 3 = 90^\circ$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ -28 \\ \hline \end{array} + m\angle 3 = 90^\circ$$

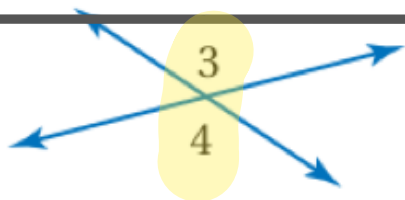
$$m\angle 3 = 62^\circ \quad \star\star$$

$\angle 1 \cong \angle 4$ ومتماثلتان

$$m\angle 1 + m\angle 4 = 90^\circ$$

$$\begin{array}{r} m\angle 1 + m\angle 1 = 90^\circ \\ 2m\angle 1 = 90^\circ \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} m\angle 1 = 45^\circ \\ m\angle 4 = 45^\circ \end{array} \quad \star\star$$



$$m\angle 3 = (2x + 23)^\circ \quad (10)$$

$$m\angle 4 = (5x - 112)^\circ$$

$\angle 3$ و $\angle 4$ متقابلتان بالرأس ومتطابقتان

$$m\angle 3 = m\angle 4$$

$$\begin{array}{r} 2x + 23 = 5x - 112 \\ -2x \quad -2x \end{array}$$

$$\begin{array}{l} m\angle 3 = 2x + 23 \\ = 2(45) + 23 \\ = 90 + 23 = 113 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} m\angle 4 = 5x - 112 \\ = 5(45) - 112 \\ = 225 - 112 = 113 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 = 3x - 112 \\ 112 \quad + 112 \end{array}$$

$$\frac{135}{3} = \frac{3x}{3}$$

$$x = 45^\circ \quad \star\star$$