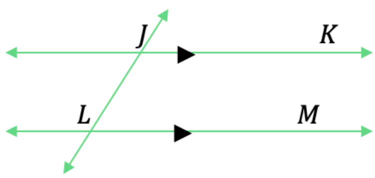
المستقيمان والقاطع:

فاهيم أساسية: التوازي والتخالف:

المستقيمان المتوازيان:
هما مستقيمان لا يتقاطعان أبدا ويقعان في المستوى نفسه.

مثـــال:

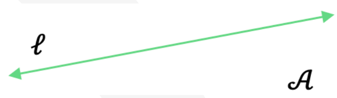
$\overleftrightarrow{JK} \parallel \overleftrightarrow{LM}$



تستعمل رؤوس الأسهم لتدل على توازي مستقيمين

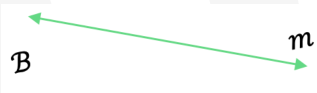
المستقيمان المتخالفان:
هما مستقيمان لا يتقاطعان، ولا يقعان في المستوى نفسه.

مثـــال:
المستقيمان ℓ, m متخالفان.

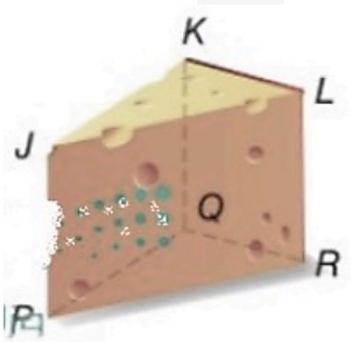


المستويان المتوازيان:
هما مستويان غير متقاطعين.

مثـــال:
المستويان $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ متوازيان.



مثـــال 1: (من واقع الحياة): تحديد علاقات التوازي والتخالف:
حدد كلا مما يأتي مستعملا قطعة الجبن في الشكل المجاور:



١- جميع القطع المستقيمة التي توازي $\overline{JP}$.

$\overline{KQ}, \overline{LR}$

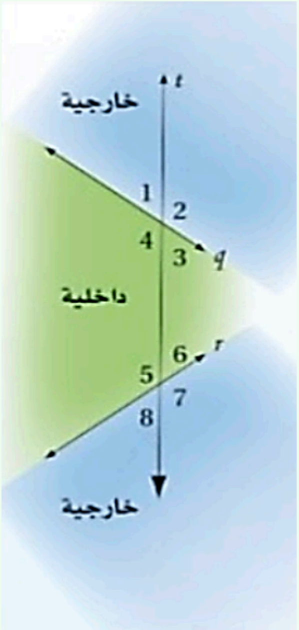
٢- جميع القطع المستقيمة التي تخالف $\overline{KL}$.

$\overline{JP}, \overline{PQ}, \overline{PR}$

٣- مستوى يوازي المستوى PQR.

المستوى JKL هو المستوى الوحيد الموازي للمستوى PQR.

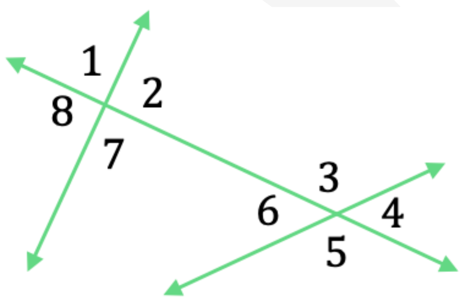
فاهيم أساسية: علاقات أزواج الزوايا الناتجة عن القاطع:



توجد أربع زوايا داخلية في المنطقة بين المستقيمين q, r.	$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$	
توجد أربع زوايا خارجية في منطقتين ليستا بين q, r.	$\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$	
الزاويتان المتحالفتان هما زاويتان داخليتان واقعتان في جهة واحدة من القاطع t.	$\angle 6, \angle 3, \angle 5, \angle 4$	
الزاويتان المتبادلتان داخليا هما زاويتان داخليتان غير متجاورتين تقعان في جهتين مختلفتين من القاطع t.	$\angle 6, \angle 4, \angle 5, \angle 3$	
الزاويتان المتبادلتان خارجيا هما زاويتان خارجيتان غير متجاورتين تقعان في جهتين مختلفتين من القاطع t.	$\angle 8, \angle 2, \angle 7, \angle 1$	
الزاويتان المتناظرتان هما زاويتان تقعان **في جهة واحدة من القاطع t وفي الجهة نفسها من المستقيمين**q, r.	$\angle 6, \angle 2, \angle 5, \angle 1$ $\angle 8, \angle 4, \angle 7, \angle 3$	

مثـــال 2: تصنيف علاقات أزواج الزوايا:

تمستعملا الشكل المجاور، صنف كل زوج من الزوايا فيما يأتي إلى زاويتين متبادلتين داخليا، أو متبادلتين خارجيا، أو متناظرتين، أو متحالفتين:



a) $\angle 1, \angle 5$
متبادلتان خارجيا

b) $\angle 6, \angle 7$
متحالفتان

c) $\angle 2, \angle 4$
متناظرتان

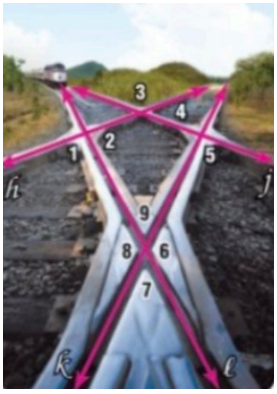
d) $\angle 2, \angle 6$
متبادلتان داخليا

مثـــال 3: تحديد القاطع وتصنيف أزواج الزوايا:

استعمل صورة تقاطع سكك القطار المجاورة؛ لتحدد القاطع الذي يصل بين كل زوج من الزوايا فيما يأتي، ثم صنف الأزواج إلى زاويتين متبادلتين داخليا، أو متبادلتين خارجيا، أو متناظرتين، أو متحالفتين.

مثـــال 3: تحديد القاطع وتصنيف أزواج الزوايا:

استعمل صورة تقاطع سكك القطار المجاورة؛ لتحدد القاطع الذي يصل بين كل زوج من الزوايا فيما يأتي، ثم صنف الأزواج إلى زاويتين متبادلتين داخليا، أو متبادلتين خارجيا، أو متناظرتين، أو متحالفتين.



a) $\angle 3, \angle 1$

القاطع الذي يصل بين $\angle 1$ و $\angle 3$ هو المستقيم k وهما زاويتان متبادلتان خارجيا.

b) $\angle 6, \angle 5$

القاطع الذي يصل بين $\angle 5$ و $\angle 6$ هو المستقيم $\mathcal{K}$ وهما زاويتان متحالفتان.

c) $\angle 6, \angle 2$

القاطع الذي يصل بين $\angle 2$ و $\angle 6$ هو المستقيم ℓ وهما زاويتان متناظرتان.

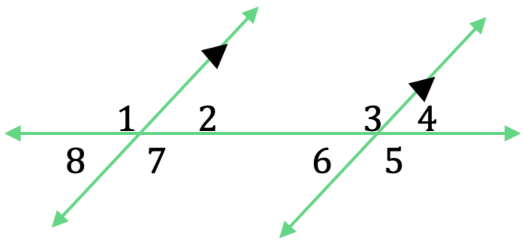
الزوايا والمستقيمات المتوازية:

مسلمة 1: مسلمة الزاويتين المتناظرتين:

إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين متناظرتين متطابقتان.

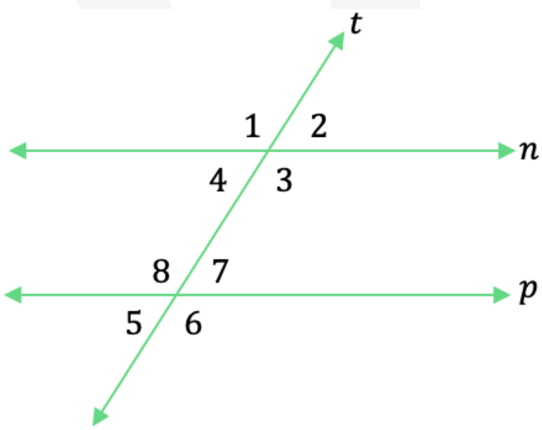
أمثـــلة:

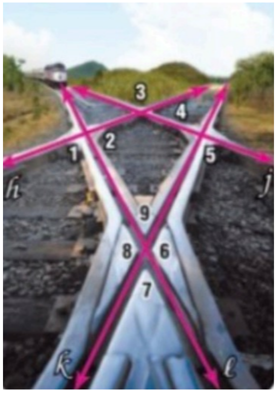
$$\angle 1 \cong \angle 3, \angle 2 \cong \angle 4, \angle 5 \cong \angle 7, \angle 6 \cong \angle 8$$



مثـــال 1: استعمال مسلمة الزاويتين المتناظرتين:

في الشكل التالي: $m\angle 5 = 72°$. أوجد قياس كل من الزاويتين الآتيتين، واذكر المسلمات أو النظريات التي استعملتها.





a) $\angle 4$

مسلمة الزاويتين المتناظرتين: $\angle 4 \cong \angle 5$

تعريف تطابق الزوايا: $m\angle 4 = m\angle 5$

بالتعويض: $m\angle 4 = 72°$

b) $\angle 2$

نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس: $\angle 2 \cong \angle 4$

مسلمة الزاويتين المتناظرتين: $\angle 4 \cong \angle 5$

خاصية التعدي للتطابق: $\angle 4 \cong \angle 5$

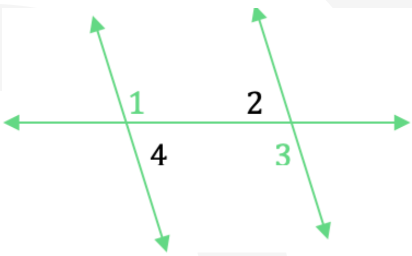
نظرية الزاويتين المتقابلتين بالتعويض: $m\angle 2 = m\angle 5$

بالتعويض: $m\angle 2 = 72°$

نظـريـات:

المستقيمان المتوازيان وأزواج الزوايا:

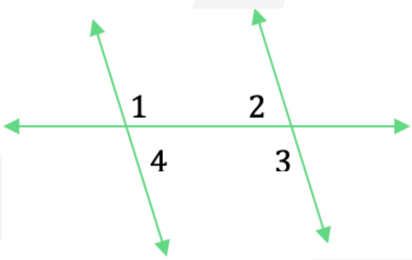
١- نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليا، إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين متبادلتين داخليا متطابقتان.



أمثـــلة:

$\angle 1 \cong \angle 3$ و $\angle 2 \cong \angle 4$

٢- نظرية الزاويتين المتحالفتين إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين متحالفتين متكاملتان.

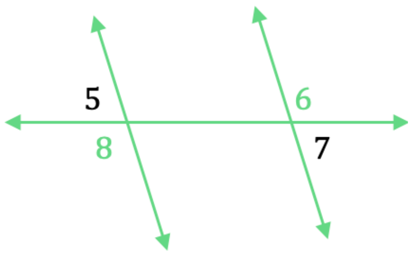


أمثـــلة:

$\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان

$\angle 3$ و $\angle 4$ متكاملتان

٣- نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجيا، إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين متبادلتين خارجيا متطابقتان.



أمثـــلة:

$\angle 5 \cong \angle 7$ و $\angle 6 \cong \angle 8$

ستبرهن النظريتين 2 و 3 في السؤالين 28 و 33 على الترتيب.
بما أن المسلمات تقبل دون برهان، فيمكنك استعمال مسلمة الزاويتين المتناظرتين لإثبات كل من النظريات السابقة.

بـرهـــان:

نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليا:

المعطيات:

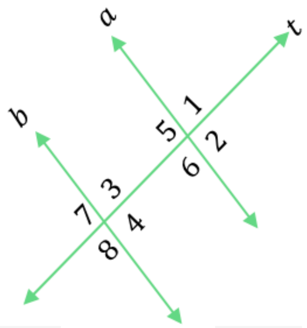
$a \parallel b$

t قاطع للمستقيمين a, b

المطلوب:

$\angle 4 \cong \angle 5, \angle 3 \cong \angle 6$

لدينا من المعطيات $a \parallel b$، والمستقيم قاطع لهما. ومن مسلمة الزاويتين المتناظرتين $\angle 4 \cong \angle 2$, و $\angle 8 \cong \angle 6$ وكذلك $\angle 2 \cong \angle 5$ و $\angle 3 \cong \angle 8$, لأن الزاويتين المتقابلتين بالرأس متطابقتان؛ لذا فإن $\angle 4 \cong \angle 5$ و $\angle 3 \cong \angle 6$ بحسب خاصية التعدي للتطابق.



مثـــال 2: من واقع الحياة:

استعمال نظريات المستقيمين المتوازيين وأزواج الزوايا:

تخطيط المدن: شارع A وشارع B متوازيان ويقطعهما شارع C فإذا كان $m\angle 1 = 118°$، فأوجد $m\angle 2$، واذكر المسلمات أو النظريات التي استعملتها.

نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليا:

$\angle 2 \cong \angle 1$

تعريف تطابق الزوايا:

$$m\angle 2 = m\angle 1$$

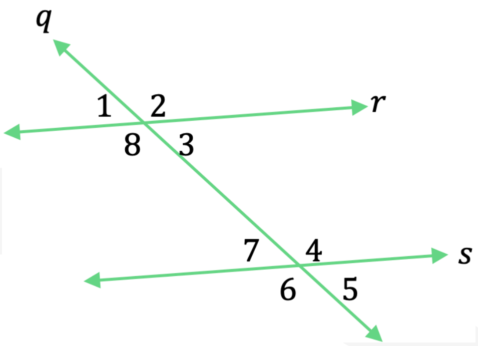
بالتعويض:

$$m\angle 2 = 118°$$

مثـــال 3: إيجاد قيم المتغيرات:

جـبـــــــر: استعمل الشكل المجاور لإيجاد المتغير في كل مما يأتي. برر إجابتك.

١ - إذا كان $m\angle 1 = 85°$, $m\angle 4 = (2x - 17)°$، فأوجد قيمة x.



نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليا:

$$\angle 3 \cong \angle 1$$

تعريف تطابق الزوايا:

$$m\angle 3 = m\angle 1$$

بالتعويض:

$$m\angle 3 = 85°$$

بما أن المستقيمين r, s متوازيان، فإن الزاويتين $\angle 4, \angle 3$ متكاملتان بحسب نظرية الزاويتين المتحالفتين.

تعريف الزاويتين المتكاملتين:

$$m\angle 3 + m\angle 4 = 180$$

عوض:

85+2x-17=180

بسط:

2x+68=180

اطرح 68 من كلا الطرفين:

2x=112

اقسم كلا الطرفين على 2:

x=56

٢- إذا كان $m\angle 3 = (4y + 30)°$, $m\angle 7 = (7y + 6)°$، فأوجد قيمة y .

نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليا:

$$\angle 3 \cong \angle 7$$

تعريف تطابق الزوايا:

$$m\angle 3 = m\angle 7$$

عوض:

4y+30=7y+6

اطرح 4y من كلا الطرفين:

24=3y

اقسم كلا الطرفين على 3:

8=y

مثـــال 4: من الاختبار:

مسالة مفتوحة: إذا كان $a \parallel b$, فأوجد $m\angle MRQ$. وبين خطوات الحل.

$m\angle MRQ, m\angle RPN$ متبادلتان داخليا. وبما أن المستقيمين a, b متوازيان، إذن يجب أن تكون الزاويتان المتبادلتان داخليا متطابقتين، ولذا $\angle MRQ \cong \angle RPN$، وبحسب تعريف التطابق يكون $m\angle MRQ = m\angle RPN$ عوض بقياسات الزوايا المعطاة في هذه المعادلة وحلها لإيجاد قيمة x.

زاويتان متبادلتان داخليا:

$$m\angle MRQ = m\angle RPN$$

عوض:

5x+7=7x-21

اطرح 5x من كلا الطرفين:

7=2x-21

اجمع 21 إلى كلا الطرفين:

28=2x

اقسم كلا الطرفين على 2:

14=x

الآن، استعمل قيمة x لإيجاد $m\angle MRQ$

عوض:

$$m\angle MRQ = (5x + 7)°$$

=(5 (14) +7)°

=77°

x = 14:

بسط:

تحقق:

تحقق من إجابتك باستعمال قيمة x لتجد $m\angle RPN$

$$m\angle RPN = (7x - 21)°$$

$$= (7(14) - 21)°$$

$$= 77°$$

بما ان $a \parallel b$ فان $m\angle MRQ = m\angle RPN$، فان $\angle MRQ \cong \angle RPN$، و $a \parallel b$

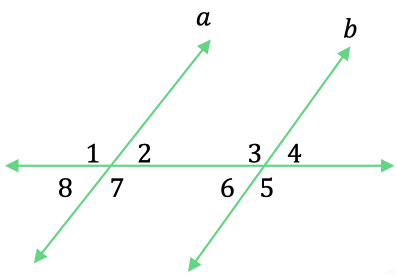
إثبات توازي مستقيمين

مسلمة 2: عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين:

إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى، ونتج عن التقاطع زاويتان متناظرتان متطابقتان، فإن المستقيمين متوازيان.

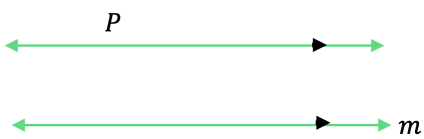
أمثـــلة:

إذا كانت: $\angle 8 \cong \angle 6$ أو $\angle 7 \cong \angle 5$ أو $\angle 4 \cong \angle 2$ أو $\angle 3 \cong \angle 1$ فان $\boldsymbol{b} \parallel \boldsymbol{a}$.



مسلمة 2: مسلمة التوازي:

إذا علم مستقيم ونقطة لا تقع عليه، فإنه يوجد مستقيم واحد فقط يمر بتلك النقطة ويوازي المستقيم المعلوم.

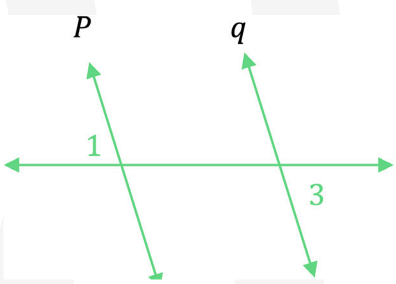


ينتج عن المستقيمين المتوازيين وقاطع لهما أزواج من الزوايا المتطابقة. ويمكن أن تحدد أزواج الزوايا هذه ما إذا كان المستقيمان متوازيين أم لا.

نظريـــــات:

ا- عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجيا:

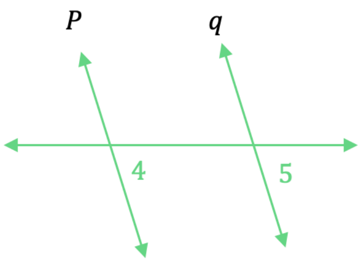
إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى، ونتج عن التقاطع زاويتان متبادلتان خارجيا متطابقتان، فإن المستقيمين متوازيان.



اذا كانت $\angle 3 \cong \angle 1$, فان $p \parallel q$

٢- عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين:

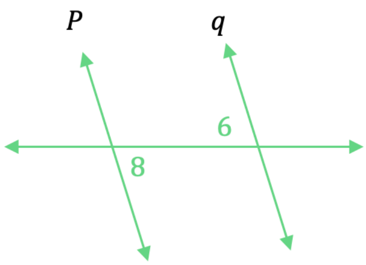
إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى ونتج عن التقاطع زاويتان متحالفتان متكاملتان، فإن المستقيمين متوازيان.



اذا كانت $m\angle 4 + m\angle 5 = 180$ فان, $p \| q$

٣- عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليا:

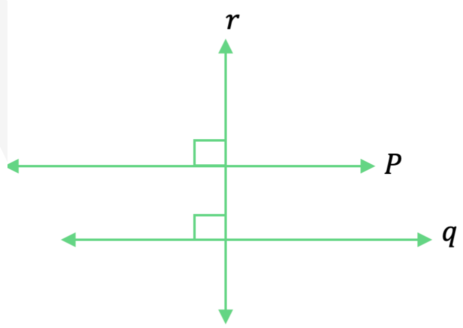
إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى، ونتج عن التقاطع زاويتان متبادلتان داخليا متطابقتان، فإن المستقيمين متوازيان.



اذا كانت $\angle 8 \cong \angle 6$ فان, $p \| q$

٣- عكس نظرية القاطع العمودي:

إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى، وكان عموديا على كل منهما، فإن المستقيمين متوازيان.



اذا كانت $\angle 8 \cong \angle 6$ فان, $p \| q$

مـثــــال 1: تعيين المستقيمات المتوازية:

هل يمكن إثبات أن أيا من مستقيمات الشكل متوازية، اعتمادا على المعطيات في كل مما يأتي؟ وإذا كان أي منها متوازيا ، فاذكر المسلمة أو النظرية التي تبرر إجابتك.

a) $\angle 1 \cong \angle 6$

$\angle 1, \angle 6$ متبادلتان خارجيا بالنسبة للمستقيمين ℓ, n، وبما أن $\angle 6 \cong \angle 1$ فان $\ell \| n$، بحسب عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجيا.

b) $\angle 2 \cong \angle 3$

$\angle 3, \angle 2$ متبادلتان داخليا بالنسبة للمستقيمين ℓ, m، وبما أن $\angle 3 \cong \angle 2$ فان $\ell \| m$، بحسب عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليا.

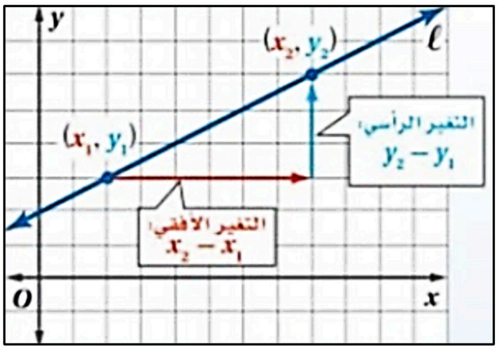
مـيــل المستقيم

مفهوم اساسي: ميل المستقيم

في المستوى الإحداثي، ميل المستقيم هو نسبة التغير في الإحداثي y إلى التغير في الإحداثي x بين أي نقطتين عليه.

ويعطى الميل m لمستقيم يحوي نقطتين إحداثياهما (x_2, y_2) و (x_1, y_1) بالصيغة:

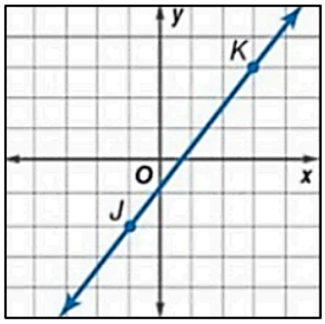
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ , حيث } x_1 \neq x_2$$



$$m = \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

مثـــــال 1: إيجاد ميل المستقيم: أوجد ميل كل مستقيم فيما يأتي:

(a



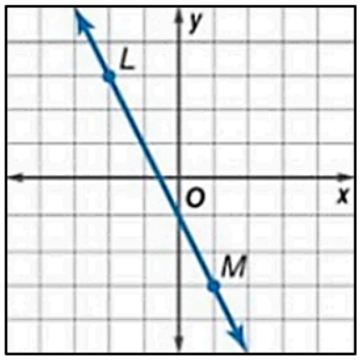
عوض عن (x_1, y_1) بـ $(-1, -2)$ وعن (x_1, y_1) بـ $(-1, -2)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{3 - (-2)}{3 - (-1)}$$

$$= \frac{5}{4}$$

(b



$$(x_1, y_1) = (-2, 3), (x_2, y_2) = (1, -3)$$

صيغة الميل:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

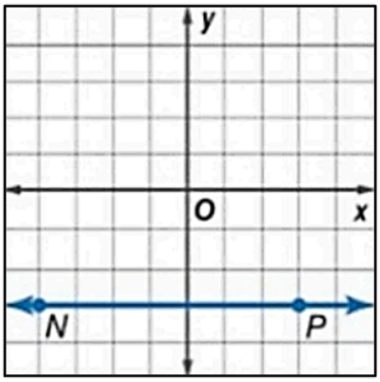
عوض:

$$= \frac{-3 - 3}{1 - (-2)}$$

بسط:

=-2

c)



$$(x_1, y_1) = (-4, -3), (x_2, y_2) = (3, -3)$$

صيغة الميل:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

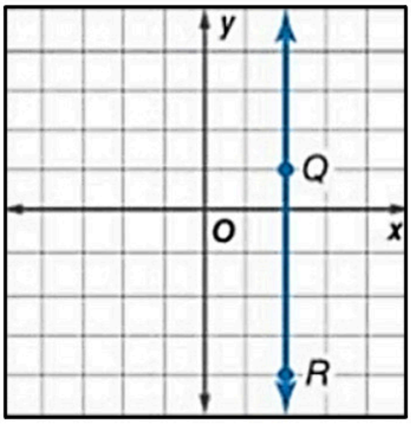
عوض:

$$= \frac{-3 - (-3)}{3 - (-4)}$$

بسط:

$$= \frac{0}{7} = 0$$

(d



$$(x_1, y_1) = (2, 1), (x_2, y_2) = (2, -4)$$

صيغة الميل:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

عوض:

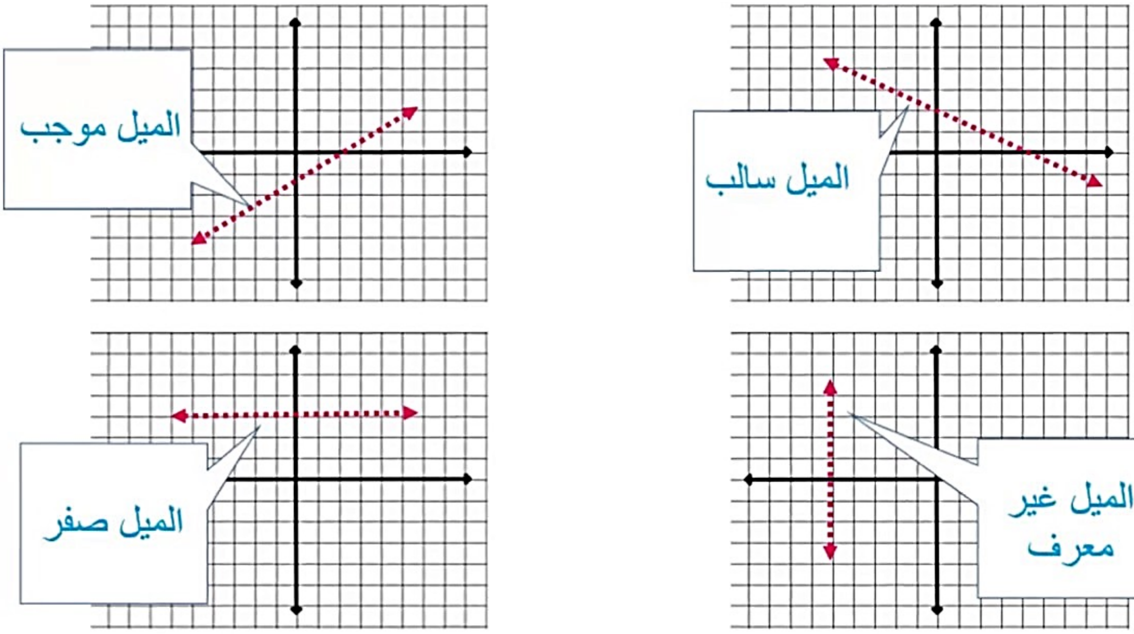
$$= \frac{-4 - 1}{2 - 2}$$

بسط:

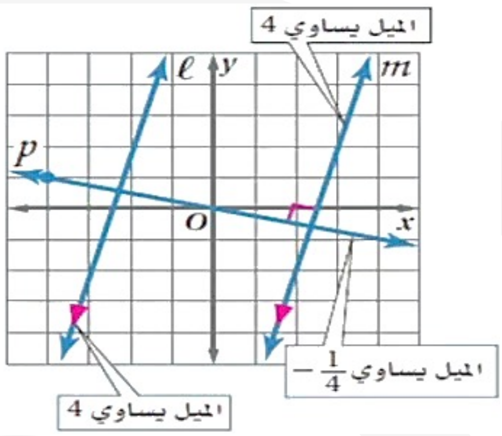
$$= -\frac{5}{0}$$

ميل هذا المستقيم غير معرف.

حـالات الميل:



مسلمـــات: المستقيمات المتوازية والمستقيما ت المتعامدة:



١- ميلا المستقيمين المتوازيين: يكون للمستقيمين غير الرأسيين الميل نفسه إذا وفقط إذا كان متوازيين وجميع المستقيمات الرأسية متوازية.

مثـــال: المستقيمان المتوازيان ℓ, m لهما الميل نفسه ويساوي 4.

٢- ميلا المستقيمين المتعاملين: المستقيمان غير الرأسيين متعامدين إذا وفقط إذا كان حاصل ضرب ميليهما يساوي -1 والمستقيمات الأفقية والرأسية متعامدة.

مثـــال: المستقيم m عمودي على المستقيم p، أو $m \perp p$.
ناتج ضرب الميلين هو: -1 $4, -\frac{1}{4} = -1$

مثـــــال 3: تحديد علاقات المستقيمات:

حدد ما إذا كان $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ متوازين أو متعامدين أو غير ذلك إذا كانت $(1,1), B(-1,-5), C(3,2), D(6,1)$, ومثل كل مستقيم بيانيا لتتحقق من إجابتك.

الخطوة 1: أوجد ميل كل مستقيم ميل:

ميل $\overleftrightarrow{AB}$:

$$\frac{-5-1}{-1-1} = -\frac{6}{-2} = 3$$

ميل $\overleftrightarrow{CD}$:

$$\frac{1-2}{6-3} = -\frac{1}{3}$$

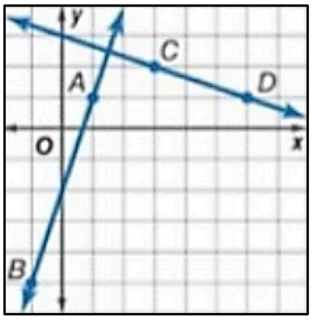
الخطوة 2: حدد العلاقة إن وجدت بين المستقيمين:
بما أن ميلي المستقيمين غير متساوين فهما غير متوازيين. ولتحدد ما إذا كانا متعامدين أم لا، أوجد ناتج ضرب ميليهما.

ناتج ضرب ميلي $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$

$$\frac{1-2}{6-3} = -\frac{1}{3}$$

بما ان حاصل ضرب ميلي $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ يساوي 1 - إذن هما متعامدان.

ضرب:
من تمثيل المستقيمين بيانيا يبدو أنهما يشكلان زاوية قائمة عند نقطة تقاطعهما.



صيغ معادلة المستقيم

مفهوم أساسي: معادلة المستقيم غير الرأسي
صيغة الميل والمقطع لمعادلة المستقيم هي:
$y = mx + b$ حيث m ميل المستقيم و b مقطع المحور y.

صيغة الميل والمقطع لمعادلة المستقيم هي:
$y-y_1 = m(x-x_1)$ حيث (x_1,y_1) إحداثيا أي نقطة على المستقيم، m ميل المستقيم.
إذا علمت الميل ومقطع المحور y أو نقطة على المستقيم، فإنه يمكنك استعمال هاتين الصيغتين لتكتب معادلة المستقيم.

مثـال 1: معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع:
اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي ميله 3، ومقطع المحور y له 2- ، ثم مثله بيانيا.

صيغة الميل والمقطع:

$$y = mx + b$$

$m = 3, b = -2$:

$$y = 3x + (-2)$$

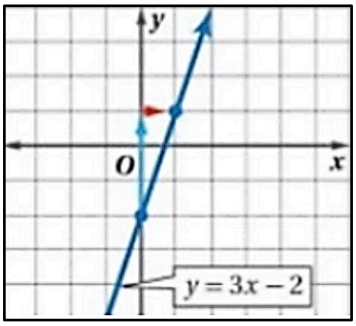
بسط:

$$y = 3x - 2$$

على المستوى الإحداثي، عين نقطة مقطع المحور y عند $y = -2$، واستعمل قيمة الميل $\frac{3}{1} = 3$

لتحدد نقطة أخرى، وذلك بالانتقال 3 وحدات أعلى مقطع المحور y، ثم وحدة واحدة إلى يمينه.

ارسم المستقيم الذي يمر بهاتين النقطتين.



مثـال 2: معادلة المستقيم بصيغة الميل ونقطة:
اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم الذي ميله $-\frac{3}{4}$، ويمر بالنقطة (-2,5)، ثم مثله بيانيا.

صيغة الميل ونقطة:

$$y = y_1 = m(x-x_1)$$

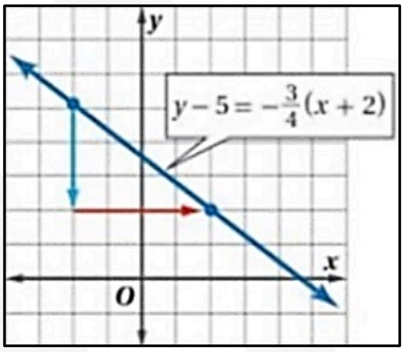
:$m = -\frac{3}{4}$,$(x_1, y_1) = (-2, 5)$

$$y - 5 = -\frac{3}{4}[x - (-2)]$$

بسط:

$$y - 5 = -\frac{3}{4}(x + 2)$$

عين النقطة (-2,5) في المستوى الإحداثي. واستعمل قيمة الميل $\frac{-3}{4} = -\frac{3}{4}$لتحدد نقطة أخرى؛ وذلك بالانتقال 3 وحدات أسفل النقطة (-2,5)، ثم 4 وحدات إلى يمينها.
ارسم المستقيم المار بهاتين النقطتين.



مثـال 3: معادلة المستقيم الأفقي:
اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين (-2,6) , (5,6).

الخطوة 1:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 6}{5 - (-2)} = \frac{0}{7} = 0$$

الخطوة 2:

صيغة الميل ونقطة: $y - y_1 = m(x-x_1)$

$m = 0, (x_1, y_1) = (-2,6)$: $y-6 = 0[x-(-2)]$

بسط: $y - 6 = 0$

اجمع 6 لكلا الطرفين: $y = 6$

$y = b$

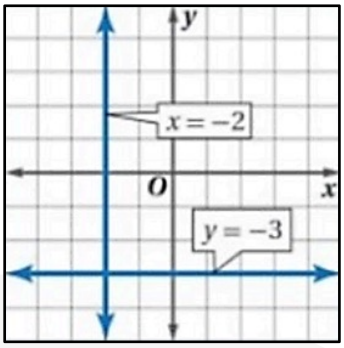
مفهوم أساسي: معادلات المستقيمات الأفقية أو الرأسية:

معادلة المستقيم الأفقي هي: $y = b$ حيث b مقطع المحور y له.

مثال: $y = -3$

معادلة المستقيم الرأسي هي $x = a$ حيث a مقطع المحور x له.

مثال: $y = -2$



المستقيمات المتوازية غير الرأسية لها الميل نفسه. ويكون المستقيمان غير الرأسيين متعامدين إذا كان ناتج ضرب ميليهما يساوي 1-. والمستقيم الرأسي والمستقيم الأفقي دائما متعامدان.

مثال 3: معادلة المستقيم الأفقي:

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين (2,6-) , (5,6).

مثال 4: معادلات المستقيمات المتوازية أو المتعامدة:

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم العمودي على $y=-3x+2$ ، والمار بالنقطة (4,0).

ميل المستقيم $y=-3x+2$ يساوي 3-؛ لذا فإن ميل المستقيم العمودي عليه يساوي $\frac{1}{3}$.

صيغة الميل والمقطع: $y = mx + b$

$m = \frac{1}{3}, (x,y) = (4,0)$: $0 = \frac{1}{3}(4) + b$

بسط: $0 = \frac{4}{3} + b$

اطرح $\frac{4}{3}$ من كلا الطرفين: $-\frac{4}{3} = b$

لذا فمعادلة المستقيم العمودي هي $y = \frac{1}{3}x + \left(-\frac{4}{3}\right)$ او $y = \frac{1}{3}x - 1\frac{1}{3}$.

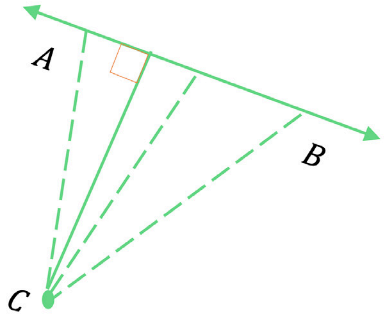
الأعمدة والمسافة

مفهوم اساسي: البعد بين نقطة ومستقيم:

التعبير اللفظي:

البعد بين مستقيم ونقطة لا تقع عليه هو طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم من تلك النقطة.

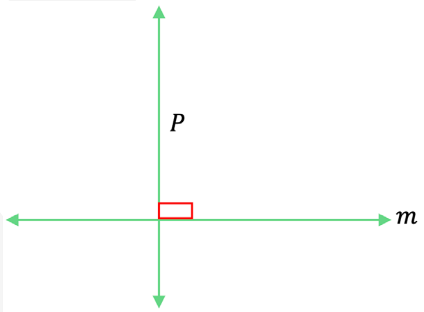
النموذج:



مسلمة 1: مسلمة التعامد:

التعبير اللفظي:

لأي مستقيم ونقطة لا تقع عليه يوجد مستقيم واحد فقط يمر بالنقطة ويكون عموديا على المستقيم المعلوم.



مثـــال 1: البعد بين نقطة ومستقيم في المستوى الإحداثي:

الهندسة الإحداثية: يمر المستقيم ℓ بالنقطتين (-5,3),(-6,4). أوجد البعد بين المستقيم ℓ، والنقطة P (2,4) .

الخطوة 1:

أوجد معادلة المستقيم ℓ. ابدأ بإيجاد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين (-5,3),(-6,4).

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-6-3}{4-(-5)}=\frac{-9}{9}=-1$$

استعمل ميل المستقيم ℓ، والنقطة (-6,4) الواقعة عليه لتجد مقطع المحور y له.

صيغة الميل والمقطع:

$y = mx + b$

:m= -1,(x,y) = (4,-6)

$-6= -1(4) + b$

بسط:

$-6= -4 + b$

اجمع 4 لكلا الطرفين:

$-2 = b$

معادلة المستقيم ℓ هي $\mathbf{y = -x + (-2)}$ او $\mathbf{y = -x - 2}$.

الخطوة 2:
اكتب معادلة المستقيم w العمودي على المستقيم ℓ والمار بالنقطة P(2,4) . بما أن ميل المستقيم ℓ يساوي 1-، فإن ميل المستقيم w يساوي 1.

صيغة الميل والمقطع:

$y = mx + b$

:m= -1,(x,y) = (2,4)

$4 = 1(2) + b$

بسط:

$4 = 2 + b$

اجمع 2 لكلا الطرفين:

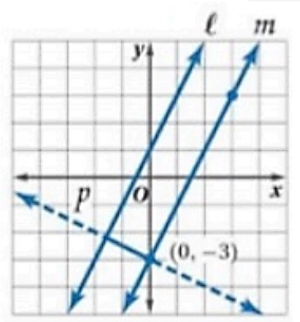
$2 = b$

معادلة المستقيم w هي y=x+2 .

الخطوة 3:
حل نظام المعادلات التجد نقطة التقاطع.
المستقيم ℓ: $y = -x - 2$

المستقيم w: $y = x + 2$

مفهوم اساسي: البعد بين مستقيمين متوازيين:
البعد بين مستقيمين متوازيين، هو المسافة العمودية بين أحد المستقيمين وأي نقطة على المستقيم الأخر.



مثــال: المسافة بين مستقيمين متوازيين:
أوجد البعد بين المستقيمين المتوازيين ℓ, m اللذين معادلتيهما y=2x+1,y=2x على الترتيب.
يتعين عليك حل نظام من المعادلات لإيجاد نقطتي نهايتي القطعة المستقيمة العمودية على كل من ℓ, m

ميل المستقيم ℓ يساوي ميل المستقيم m ويساوي 2.

ارسم المستقيم p على أن يمر بنقطة مقطع المحور y للمستقيم m وهي (0,3-)، ويكون عموديا على كلا المستقيمين.

الخطوة 1:
لاحظ أن ميل المستقيم p هو معكوس مقلوب العدد 2، ويساوي $-\frac{1}{2}$، وأن المستقيم p يمر بالنقطة (0,3-)، وفي مقطع المحور y للمتقيم m. والآن: اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم p .

صيغة الميل والمقطع:

$$y = mx + b$$

$m=-\frac{1}{2}, b = -3$:

$$y = -\frac{1}{2}x - 3$$

الخطوة 2:
حدد نقطة تقاطع المستقيمين ℓ و p بحل نظام المعادلات الآتي:
المستقيم ℓ: $y = 2x + 1$

المستقيم p: $y = -\frac{1}{2}x - 3$

عوض 2x+1 بدلا من y في معادلة المستقيم p :

$$2x + 1 = -\frac{1}{2}x - 3$$

جمع الحدود المتشابهة في كل طرف:

$$2x + \frac{1}{2}x = -3 - 1$$

بسط:

$$\frac{5}{2}x = -4$$

اضرب كلا الطرفين في $\frac{2}{5}$:

$$x = -\frac{8}{5}$$

عوض $-\frac{8}{5}$ بدلا من x في معادلة المستقيم p :

$$y = -\frac{1}{2}\left(-\frac{8}{5}\right) - 3$$

بسط:

$$= -\frac{11}{5}$$

نقطة التقاطع هي $\left(-\frac{8}{5}, -\frac{11}{5}\right)$ أو $(-1.6, -2.2)$.

الخطوة 3:
استعمل صيغة المسافة بين نقطتين, لتجد المسافة بين النقطتين (0,3-) و (1.6-,2.2-).

صيغةالمسافة بين نقطتين:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$x_2 = -1.6,\ x_1 = 0, x_2 = -2.2,\ y_1 = -3$:

$$= \sqrt{(-1.6 - 0)^2 + [-22 - (-3)]^2}$$

كل التوفيق

والنجاح