

## الفهرس

المقدمة	2
الفصل الأول	3
الدوال والمتباينات	3
1-1 خصائص الأعداد الحقيقية	3
1-2 العلاقات والدوال	3
1-3 دوال خاصة	3
1-4 تمثيل المتباينات الخطية ومتباينات القيمة المطلقة بيانياً	3
1-5 حل أنظمة المتباينات الخطية بيانياً	3
1-6 البرمجة الخطية والحل الأمثل	3
الفصل الثاني	3
المصفوفات	3
2-1 مقدمة في المصفوفات	3
2-2 العمليات على المصفوفات	3
2-3 ضرب المصفوفات	3
2-4 المحددات وقاعدة كرامر	3
2-5 النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية	3
الفصل الثالث	3
كثيرات الحدود ودوالها	3
3-1 الأعداد المركبة	3
3-2 القانون العام والمميز	3
3-3 العمليات على كثيرات الحدود	3
3-4 قسمة كثيرات الحدود	3
3-5 دوال كثيرات الحدود	3
3-6 حل معادلات كثيرات الحدود	3
3-7 نظريتنا الباقي والعوامل	3
3-8 الجذور والأصفار	3
الفصل الرابع	3
العلاقات والدوال العكسية والجذرية	3
4-1 العمليات على الدوال	3
4-2 العلاقات والدوال العكسية	3
4-3 دوال ومتباينات الجذر التربيعي	3
4-4 الجذر النوني	3
4-5 العمليات على العبارات الجذرية	3
4-6 الأسس النسبية	3
4-7 حل المعادلات والمتباينات الجذرية	3
ملحق الاجابات	3

# رياضيات 3

## الفصل الأول

### الدوال والمتباينات

## الفصل الثاني

### المصفوفات

## الفصل الثالث

### كثيرات الحدود ودوالها

## الفصل الرابع

### العلاقات والدوال العكسية والجزرية

# الفصل الأول

## الدوال والمتباينات

<a href="#">اختبر نفسك</a>	<a href="#">الدرس</a>	1-1 خصائص الأعداد الحقيقية
<a href="#">اختبر نفسك</a>	<a href="#">الدرس</a>	1-2 العلاقات والدوال
<a href="#">اختبر نفسك</a>	<a href="#">الدرس</a>	1-3 دوال خاصة
<a href="#">اختبر نفسك</a>	<a href="#">الدرس</a>	1-4 تمثيل المتباينة الخطية ومتباينة القيمة المطلقة بيانيا
<a href="#">اختبر نفسك</a>	<a href="#">الدرس</a>	1-5 حل أنظمة المتباينات الخطية بيانيا
<a href="#">اختبر نفسك</a>	<a href="#">الدرس</a>	1-6 البرمجة الخطية والحل الأمثل

## 1-1 خصائص الأعداد الحقيقية

الأعداد الحقيقية  $R$  :

تتضمن الأعداد الحقيقية مجموعات مختلفة من الأعداد منها :

المجموعة	التعريف + مثال
الأعداد غير النسبية ( $I$ )	هي أعداد لا يمكن كتابتها على صورة كسر اعتيادي أو هي أعداد تكتب بصورة كسور عشرية ليست منتهية وليست دورية <b>مثال</b> : الجذور التربيعية للأعداد التي ليست مربعات كاملة، $\pi$ ، $-\sqrt{7}$ -
الأعداد النسبية ( $Q$ )	هي جميع الكسور الاعتيادية التي تكتب على صيغة $\frac{a}{b}$ ، $b \neq 0$ أو الكسور العشرية ( المنتهية أو الدورية ) سواء كانت موجبة أو سالبة . <b>مثال</b> : $0.452$ ، $-\frac{3}{5}$ ، $\frac{2}{7}$ ، $-0.3$ -
الأعداد الصحيحة ( $Z$ )	هي جميع الأعداد التي تكون بدون فواصل عشرية ( موجبة أو سالبة ) بالإضافة الى الصفر ، <b>مثال</b> : $14$ ، $-\sqrt{25}$ ، $-3$ -
الأعداد الكلية ( $W$ )	هي الأعداد الطبيعية بالإضافة الى الصفر ، <b>مثال</b> : $0$ ، $6$ ، $9$ -
الأعداد الطبيعية ( $N$ )	هي جميع الأعداد ( الموجبة ) التي تكون بدون فواصل عشرية ، <b>مثال</b> : $\sqrt{64}$ ، $14$ -

خصائص الأعداد الحقيقية  $R$  : لاي أعداد حقيقية  $a, b, c$  فإن :

الخاصية	الجمع	الضرب
التبديلية	$a + b = b + a$ $5 + 7 = 7 + 5$	$a \cdot b = b \cdot a$ $2 \cdot 3 = 3 \cdot 2$
التجميعية	$(a + b) + c = a + (b + c)$ $(7 + 5) + 1 = 7 + (5 + 1)$	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ $(9 \cdot 3) \cdot 2 = 9 \cdot (3 \cdot 2)$
العنصر المحايد	$a + 0 = a$ $4 + 0 = 4$	$1 \cdot a = a$ $1 \cdot 8 = 8$
النظير	$a + (-a) = 0$ $3 + (-3) = 0$	$a \cdot \frac{1}{a} = 1 \Rightarrow 5 \cdot \frac{1}{5} = 1$ $\frac{1}{a} \cdot a = 1 \Rightarrow \frac{1}{7} \cdot 7 = 1$
الانغلاق	$(a + b) \Rightarrow (2 + 6) \in R$	$(a \cdot b) \Rightarrow (8 \cdot 9) \in R$
التوزيع	من اليمين $(a + b) \cdot c = ac + bc$	من اليسار $c(a + b) = ca + cb$

النظير الجمعي والنظير الضربي

العدد	النظير الجمعي ( عكس إشارة العدد )	النظير الضربي ( مقلوب العدد )
$\sqrt{17}$	$-\sqrt{17}$	$\frac{1}{\sqrt{17}}$
$-\frac{2}{9}$	$\frac{2}{9}$	$-\frac{9}{2}$

تبسيط العبارات الجذرية : فيها نستخدم خاصية التوزيع والتجميع

مثال : بسط العبارة الآتية	$5(3x + 6y) + 4(2x - 9y)$
خاصية التوزيع	$5(3x) + 5(6y) + 4(2x) + 4(-9y)$
التبسيط	$15x + 30y + 8x - 36y$
خاصية التجميع / التبسيط	$(15 + 8)x + (30 - 36)y = 23x - 6y$

ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الأولى	1-1 خصائص الأعداد الحقيقية
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

أي مجموعات الأعداد التالية ينتمي إليها العدد $\sqrt{15}$ :						
1	A	مجموعة الأعداد الصحيحة . $z$	B	مجموعة الأعداد النسبية . $Q$	C	مجموعة الأعداد غير النسبية . $I$
D	مجموعة الأعداد الطبيعية . $N$					
أي مجموعات الأعداد التالية لا ينتمي إليها العدد $-\sqrt{81}$ :						
2	A	مجموعة الأعداد الصحيحة . $z$	B	مجموعة الأعداد النسبية . $Q$	C	مجموعة الأعداد غير النسبية . $I$
D	مجموعة الأعداد الحقيقية . $R$					
النظير الجمعي للعدد $\frac{5}{3}$ هو :						
3	A	$\frac{5}{3}$	B	$-\frac{3}{5}$	C	$\frac{3}{5}$
D	$-\frac{5}{3}$					
النظير الجمعي للعدد 2.6 هو :						
4	A	$\frac{13}{5}$	B	$-\frac{13}{5}$	C	$\frac{5}{13}$
D	$-\frac{5}{13}$					
لكتابة ما يلي : $2(5x + 10y) + 9(3x + 8y) -$ بأبسط صورة نكتبها كما يلي :						
5	A	$18x + 80y$	B	$8x + 18y$	C	$-17x - 52y$
D	$-37x + 72y$					
الخاصية الموضحة في : $(7 + 23) + 16 = 7 + (23 + 16)$ هي :						
6	A	التبديلية .	B	التجميعية .	C	العنصر المحايد .
D	التوزيع .					
لكتابة ما يلي : $3(6a - 8b) - 6(3a + 5b) -$ بأبسط صورة نكتبها كما يلي :						
7	A	$-36a - 6b$	B	$8a + 45b$	C	$9a - 13b$
D	$6b + 8a$					
النظير الضربي للعدد 2.6 هو :						
8	A	$\frac{13}{5}$	B	$-\frac{13}{5}$	C	$\frac{5}{13}$
D	$-\frac{5}{13}$					

## 1-2 العلاقات والدوال

### العلاقة

هي مجموعة من الأزواج المرتبة  $(x, y)$  ولها 3 حالات هي :

الحالة	مثال
العلاقة	$\{(2,3), (2,7)\}$
الدالة	$\{(-1,5), (4,5), (0,7)\}$
الدالة المتباينة	$\{(2,5), (4,3), (1,6)\}$

ملاحظة : كل دالة هي علاقة وليس كل علاقة دالة

مجموعة قيم  $x$   
تسمى مجال  
مجموعة قيم  $y$   
تسمى مدى

### طرق وصف العلاقة

أزواج مرتبة	جداول	المخطط السهمي	التمثيل البياني												
$\{(3, -4), (-1, 0), (5, 0)\}$	<table><tr><th>x</th><th>y</th></tr><tr><td>-4</td><td>-5</td></tr><tr><td>-2</td><td>-4</td></tr><tr><td>0</td><td>-3</td></tr><tr><td>2</td><td>-2</td></tr><tr><td>4</td><td>-1</td></tr></table>	x	y	-4	-5	-2	-4	0	-3	2	-2	4	-1	<p>بداية السهم تكون <math>x</math> (مجال) نهاية السهم تكون <math>y</math> (مدى)</p>	
x	y														
-4	-5														
-2	-4														
0	-3														
2	-2														
4	-1														

لاي تمثيل بياني يمكن عمل اختبار الخط الرأسي لمعرفة فيما كان التمثيل يعبر عن علاقة أو دالة .

### اختبار الخط الرأسي

دالة :	علاقة :
إذا قطع الخط الرأسي التمثيل البياني في نقطة واحدة فقط	إذا قطع الخط الرأسي التمثيل البياني في أكثر من نقطة

لتمثيل أي معادلة نكون جدول لبعض قيم  $x$  التي تحقق المعادلة .

### تمثيل العلاقة

### إيجاد قيمة دالة

يسمى $y$ المتغير التابع	يسمى $x$ المتغير المستقل	نستعمل الرمز $f(x)$ بدلا من $y$
----------------------------	-----------------------------	------------------------------------

مثال : إذا كان  $f(x) = 3x^2 + 1$  فأوجد كلا مما يلي :

$f(7)$	$f(7) = 3(7^2) + 1 \Rightarrow 3(49) + 1 \Rightarrow 148$
$f(5a)$	$f(5a) = 3((5a)^2) + 1 \Rightarrow 3(5^2) \cdot (a^2) + 1$ $3(25) \cdot a^2 + 1 \Rightarrow 75a^2 + 1$

ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الأولى	1-2 العلاقات والدوال
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

1 مجال العلاقة التالية:  $\{(-6, -1), (-5, -9), (-3, -7), (-1, 7), (-6, -9)\}$  هو :

1

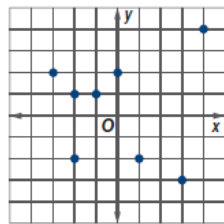
A  $\{-1, -9, -7, 7\}$  B  $\{-6, -5, -3, -1\}$  C  $\{-6, -9, -3, -1\}$  D  $\{-6, -5, -7, -1\}$

أي العلاقات التالية تمثل دالة :

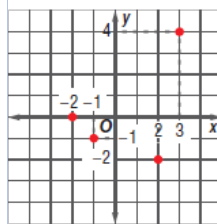
2

لا شيء مما ذكر .

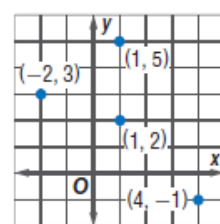
D



C



B



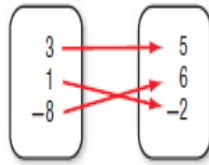
A

أي العلاقات التالية تمثل دالة متباينة :

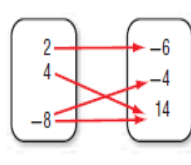
3

لا شيء مما ذكر .

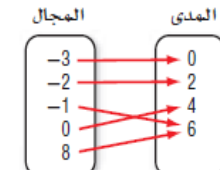
D



C



B



A

إذا كانت  $f(x) = 4x - 8$  فإن  $f(3) = \dots\dots\dots$

4

A 12 B 8 C 6 D 4

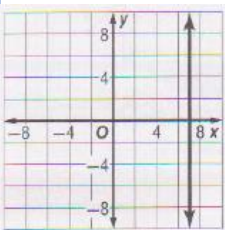
إذا كانت  $f(x) = -4x - 8$  فإن  $f(-4) = \dots\dots\dots$

5

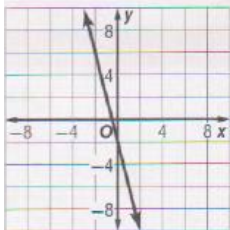
A 12 B 8 C 6 D 4

التمثيل البياني الصحيح للمعادلة  $y = 5x + 4$  هو :

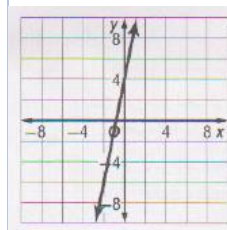
6



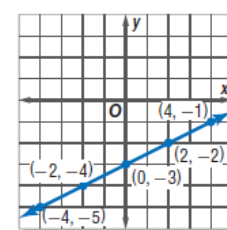
D



C



B



A

### 1-3 دوال خاصة

( دالة متعددة التعريف ، دالة أكبر عدد صحيح ، دالة القيمة المطلقة )

هي دالة لها تعريفيين أو أكثر ولكل تعريف شرط خاص به

#### 1. دالة متعددة التعريف

خطوات التمثيل :

1. نكون جدول

2. نعوض النقطة التي يتغير عندها تعريف الدالة عند كل تعريف فيصبح

لدينا زوج مرتب

3. نختار قيمة لـ  $x$  تحقق الشرط في كل تعريف و يصبح لدينا زوج

مرتب آخر

$$f(x) = \begin{cases} \text{تعريف 1} & \text{شرط 1} \\ \text{تعريف 2} & \text{شرط 2} \end{cases}$$

مثال : مثل بيانيا

$$f(x) = \begin{cases} x & , x < 2 \\ x + 1 & , x \geq 2 \end{cases}$$

$$f(x) = x \quad f(x) = x + 1$$

نعوض النقطة التي يتغير عندها تعريف الدالة ( $x = 2$ )

$$f(2) = 2$$

فالزوج المرتب هو (2,2)

$$f(2) = 2 + 1 = 3$$

فالزوج المرتب هو (2,3)

نعوض قيمة لـ  $x$  تحقق الشرط

$$f(x) = x$$

$$x < 2$$

$$f(x) = x + 1$$

$$x \geq 2$$

نختار  $x = 0$  مثلاً

$$f(0) = 0$$

فالزوج المرتب هو (0,0)

نختار  $x = 3$  مثلاً

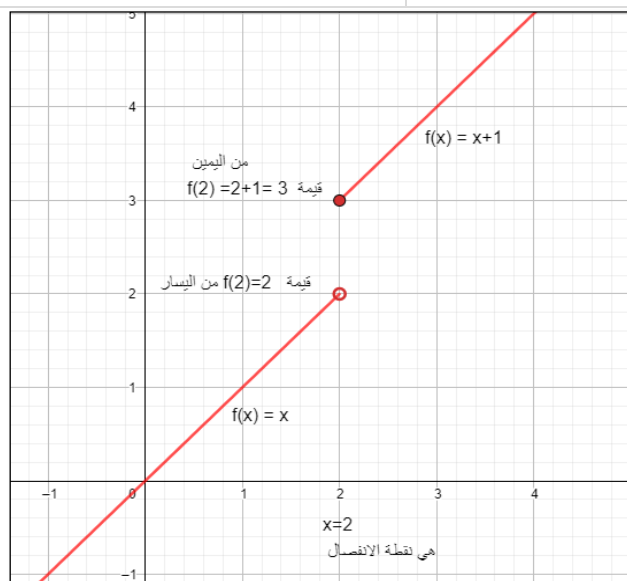
$$f(3) = 3 + 1 = 4$$

فالزوج المرتب هو (3,4)

الأزواج المرتبة التي تمثيل المستقيم 2 ، هي :

(0,0) و (2,2)

(2,3) و (3,4)

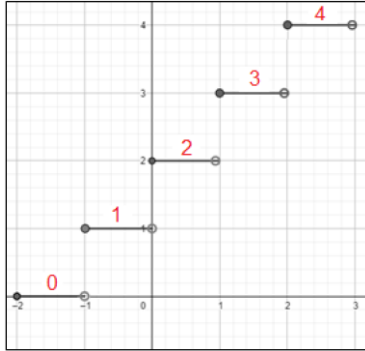




## 2. الدالة الدرجية ومن أمثلتها دالة أكبر عدد صحيح

الدالة الرئيسية الام لها  $f(x) = [x]$  مجالها  $R$  ومداها  $Z$

$$f(x) = \begin{cases} -1 & -1 \leq x < 0 \\ 0 & 0 \leq x < 1 \\ 1 & 1 \leq x < 2 \\ 2 & 2 \leq x < 3 \end{cases}$$



عند تمثيلها نعيد كتابة التعريف  
ونكتفي ب 4 قيم لـ  $f(x)$  وب 4 فترات لـ  $x$   
**ملاحظة:** شكل التمثيل البياني قطع مستقيمة  
طول الدرجة =  $\left| \frac{1}{x} \right|$  معامل  $x$

**مثال:**  $f(x) = [x] + 2$   
طول الدرجة = 1

$$f(x) = \begin{cases} -1 + 2 = 1 & -1 \leq x < 0 \\ 0 + 2 = 2 & 0 \leq x < 1 \\ 1 + 2 = 3 & 1 \leq x < 2 \\ 2 + 2 = 4 & 2 \leq x < 3 \end{cases}$$

تمثل على محور  $y$   
على شكل قطعة مستقيمة

الدالة الرئيسية الام لها  $f(x) = |x|$  مجالها  $R$  ومداها  $R^+$

## 3. دالة القيمة المطلقة

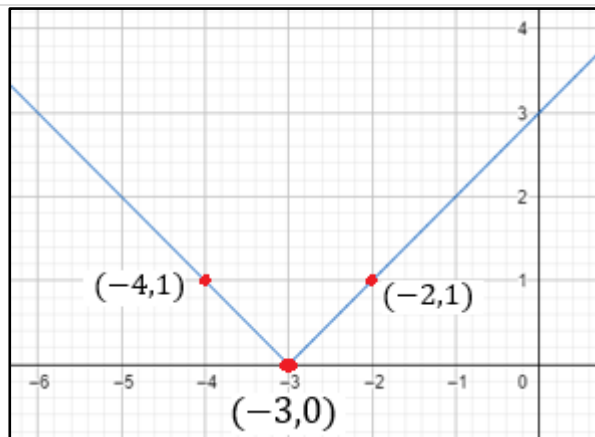
خطوات التمثيل :

- إيجاد صفر ما داخل المقياس
- نختار قيمتين لـ  $x$  :  
قيمة أكبر من صفر ما داخل المقياس  
قيمة أصغر من صفر ما داخل المقياس

عند تمثيلها نعيد كتابتها من خلال تكوين جدول

**ملاحظة:** شكل التمثيل البياني  $V$

**مثال:** مثل بيانيا :  $y = |x + 3|$



نفرض قيمتين لـ  $x$   
قيمة أكبر من صفر الدالة وقيمة  
أصغر من صفر الدالة

$x$	$y =  x + 3 $	الأزواج المرتبة
-2	$f(-2) =  -2 + 3  =  1  = 1$	$(-2, 1)$
-4	$f(-4) =  -4 + 3  =  -1  = 1$	$(-4, 1)$

إيجاد صفر ما  
داخل المقياس

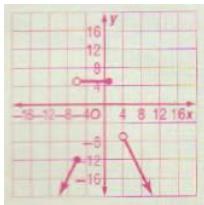
$$x + 3 = 0 \\ \Rightarrow x = -3 \\ \text{فالزوج المرتب هو} \\ (-3, 0)$$

ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الأولى	1-3 دوال خاصة
الاسم:	الشعبة:

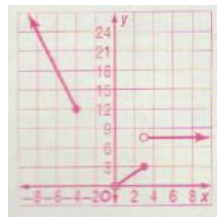
اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

التمثيل البياني الصحيح للدالة :  $f(x) = \begin{cases} -3x, & x \leq -4 \\ x, & 0 < x \leq 3 \\ 8, & x > 3 \end{cases}$  هو :

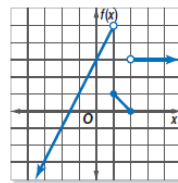
1



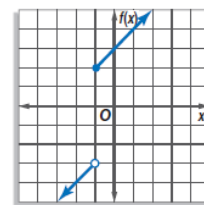
D



C



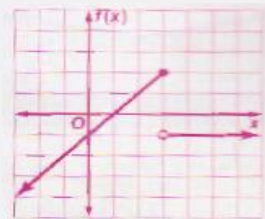
B



A

مجال الدالة التالية هو :

2



$\{f(x) | f(x) \leq 2\}$

D

$\{f(x) | f(x) \leq 1\}$

C

مجموعة الأعداد الصحيحة

B

مجموعة الأعداد الحقيقية

A

$\lfloor 3.25 \rfloor = \dots$

3

-4

D

4

C

-3

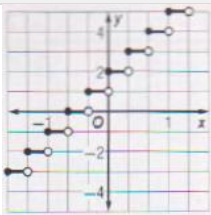
B

3

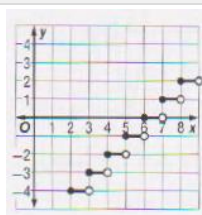
A

التمثيل البياني الصحيح للدالة :  $h(x) = \lfloor x - 5 \rfloor$  هو :

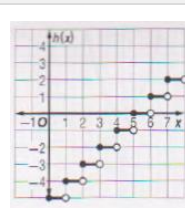
4



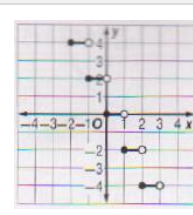
D



C



B

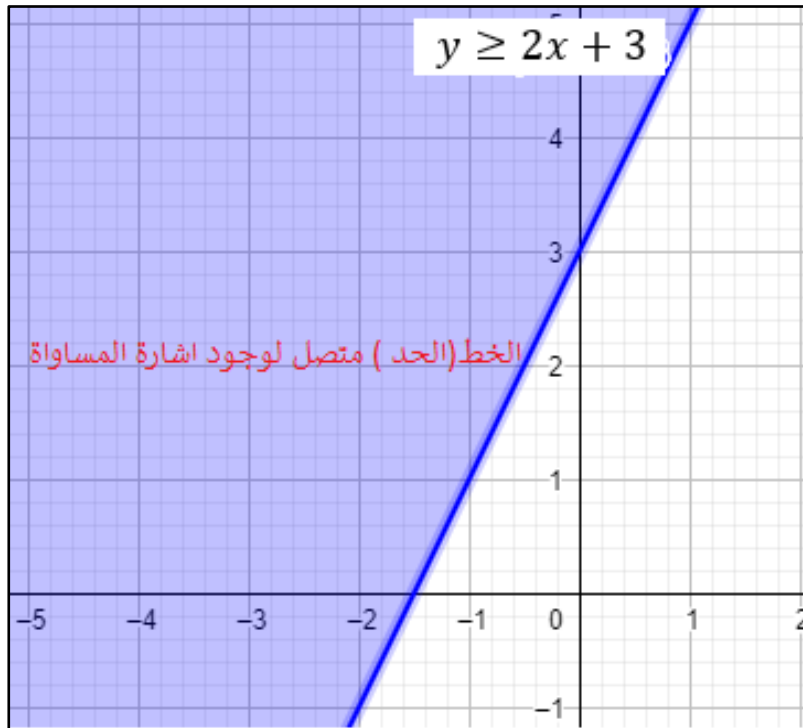


A

#### 1-4 تمثيل المتباينات الخطية ومتباينات القيمة المطلقة بيانياً

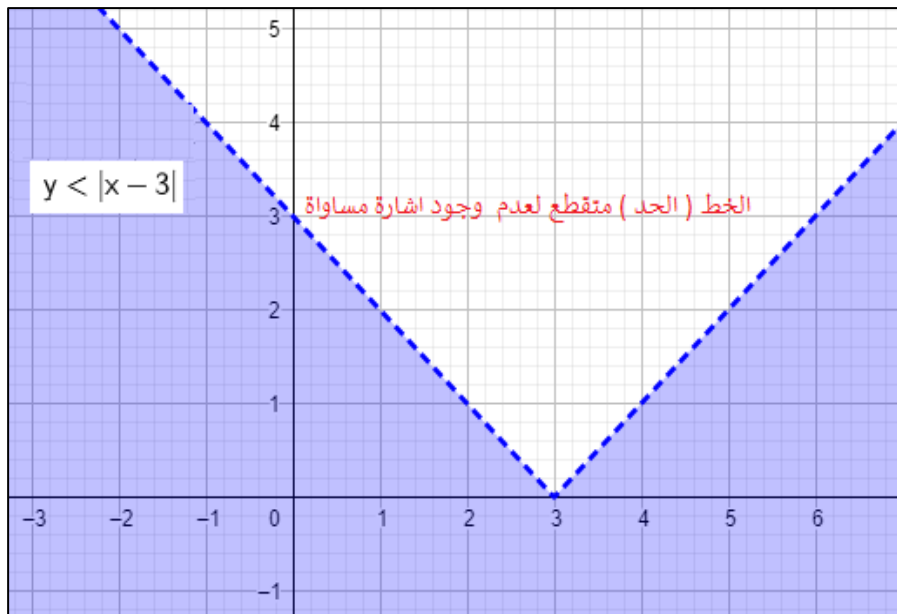
#### خطوات تمثيل المتباينة بيانياً

1. تحويل المتباينة الى معادلة .			
2. نختار قيمتين لـ $x$ لإيجاد زوجين مرتبين لتمثيل حد المتباينة			
متصل إذا كان لدينا احدى العلامتين $\geq , \leq$		3. نرسم حد المتباينة	
منفصل إذا كان لدينا احدى العلامتين $< , >$			
4. نختار زوج مرتب ونعوضه في المتباينة :			
<ul style="list-style-type: none"><li>• إذا كانت النتيجة النهائية للمتباينة صحيحة نظل المنطقة التي تحوي الزوج المرتب.</li><li>• إذا كانت النتيجة النهائية للمتباينة خاطئة نظل المنطقة التي لا تحوي الزوج المرتب.</li></ul>			
مثل بيانيا : $y \geq 2x + 3$			
نحول المتباينة الى معادلة		نفرض قيمتين لـ $x$	
الحد متصل لوجود المساواة $y = 2x + 3$	الأزواج المرتبة	$x$	$y = 2x + 3$
	$(0,3)$	0	$y = 2(0) + 3 = 3$
	$(1,5)$	1	$y = 2(1) + 3 = 5$
	نختار زوج مرتب (1,1) نعوضه في المتباينه $y \geq 2x + 3$ $1 \geq 2(1) + 3$ $1 \geq 5$ خاطئة ؛ أي نظل المنطقة التي لا تحوي الزوج المرتب (1,1)		



## خطوات تمثيل متباينة القيمة المطلقة

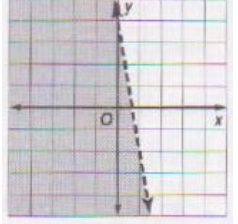
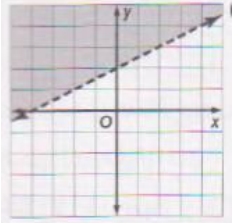
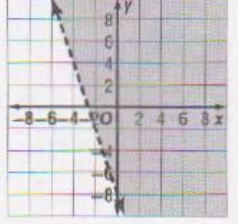
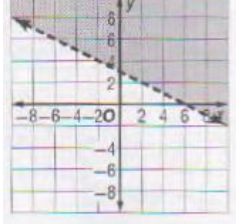
1. تحويل المتباينة الى معادلة .				
2. إيجاد صفر ما داخل المقياس نختار قيمتين لـ $x$ قيمة أكبر من صفر ما داخل المقياس وقيمة أصغر منه .				
متصل إذا كان لدينا احدى العلامتين $\leq , \geq$		3. نرسم حد المتباينة		
منفصل إذا كان لدينا احدى العلامتين $> , <$				
4. نختار زوج مرتب داخل $V$ أو خارجها ونعوضه في المتباينة : <ul style="list-style-type: none"><li>• إذا كانت النتيجة النهائية للمتباينة صحيحة نظل المنطقة التي تحوي الزوج المرتب.</li><li>• إذا كانت النتيجة النهائية للمتباينة خاطئة نظل المنطقة التي لا تحوي الزوج المرتب.</li></ul>				
مثل بيانيا : $y <  x - 3 $				
منطقة الحل ( التظليل )	نفرض قيمتين لـ $x$ قيمة أكبر من صفر الدالة وقيمة أصغر من صفر الدالة		نحول المتباينة الى معادلة	
نختار زوج مرتب (1,1) نعوضه في المتباينه $y <  x - 3 $ $1 <  1 - 3 $ $1 \leq  -2 $ $1 < 2$ صحيحة ؛ أي نظل المنطقة التي تحوي الزوج المرتب (1,1)	$x$	$y =  x - 3 $	الحد متقطع لعدم وجود المساواة $y =  x - 3 $ نجد صفر ما داخل المقياس $x - 3 = 0$ $x = 3$ فالزوج المرتب (3,0)	
	1	$y =  1 - 3 $ $=  -2  = 2$		الأزواج المرتبة (1,2)
	5	$y =  5 - 3 $ $=  2  = 2$		(5,2)



ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الأولى	1-4 تمثيل المتباينات الخطية ومتباينات القيمة المطلقة بيانياً
الاسم:	الشعبة:

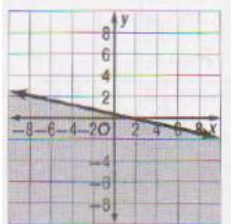
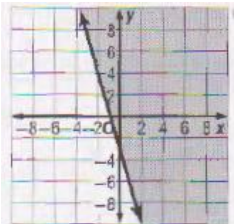
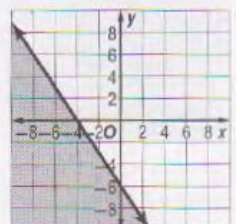
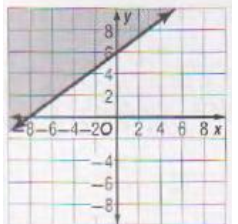
اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

التمثيل البياني الصحيح للمتباينة  $-x + 2y > 4$  هو :

	<b>A</b>
	<b>B</b>
	<b>C</b>
	<b>D</b>

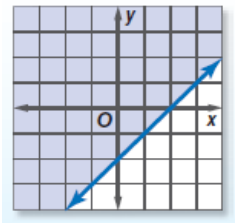
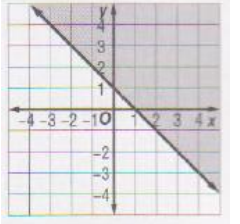
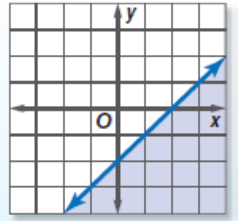
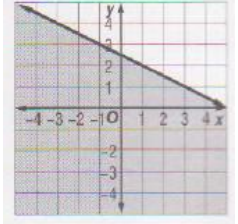
1

التمثيل البياني الصحيح للمتباينة  $x + 4y \leq 2$  هو :

	<b>A</b>
	<b>B</b>
	<b>C</b>
	<b>D</b>

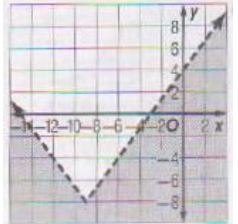
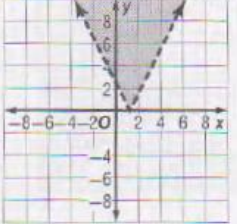
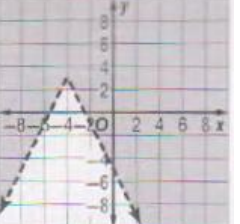
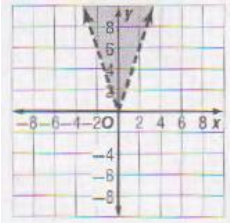
2

التمثيل البياني الصحيح للمتباينة  $x - y \geq 2$  هو :

	<b>A</b>
	<b>B</b>
	<b>C</b>
	<b>D</b>

3

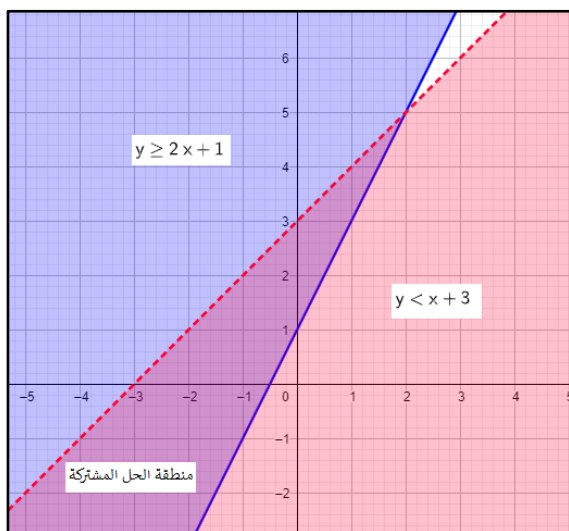
التمثيل البياني الصحيح للمتباينة  $y > |3x|$  هو :

	<b>A</b>
	<b>B</b>
	<b>C</b>
	<b>D</b>

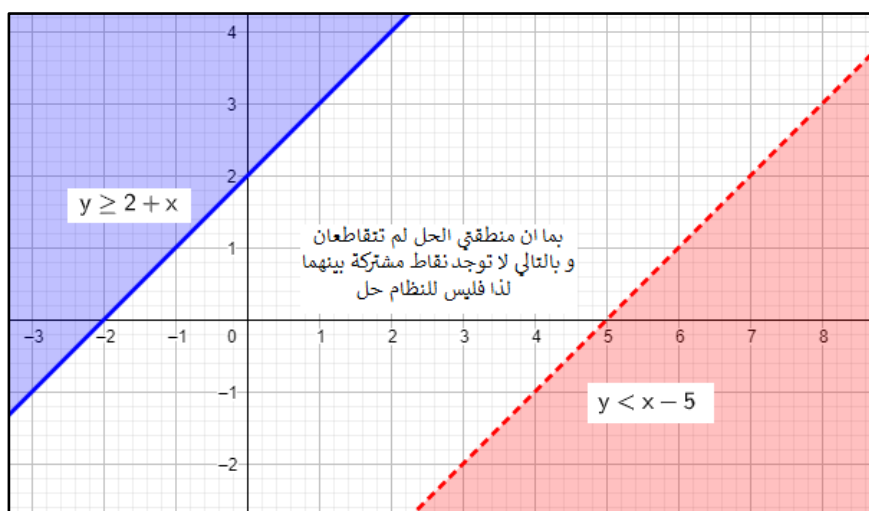
4

## 1-5 حل أنظمة المتباينات الخطية بيانيا

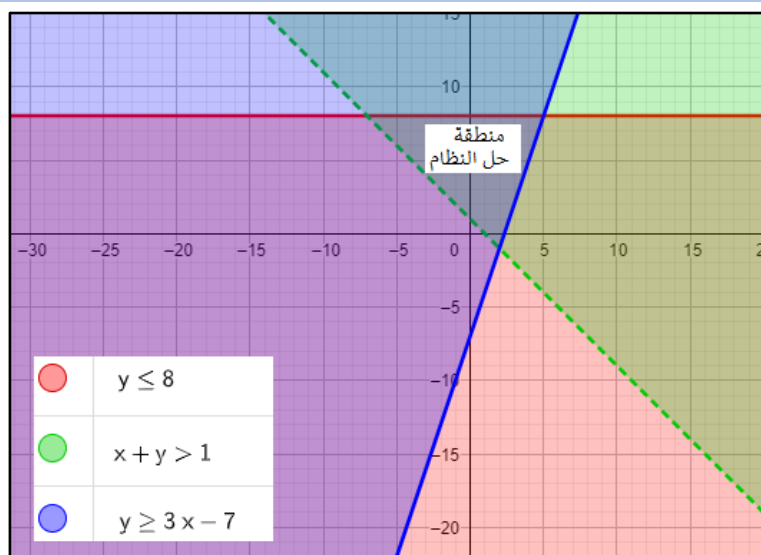
عند تمثيل نظام من متباينتين نرسم كل متباينة لوحدها في النهاية نظل منطقة الحل



مناطق الحل  
( لنظام من متباينتين )  
1. منطقة حل المشتركة  
( التي ظلت مرتين )



2. لا يكون هناك منطقة حل  
مشتركة أي انه لا يوجد حل  
لنظام المتباينتين

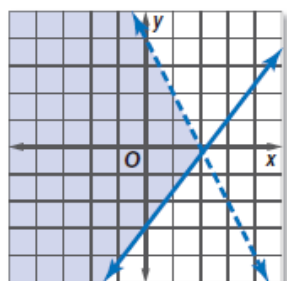


عند تمثيل 3 متباينات  
• قد يتكون لدينا مناطق حل  
مغلقة ( مثلث مثلا )  
• وقد تكون منطقة الحل  
المشتركة مفتوحة



ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الأولى	1-5 حل أنظمة المتباينات الخطية بيانياً
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

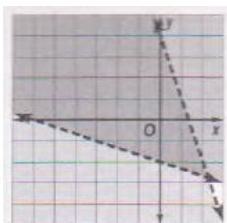


الشكل البياني المجاور يمثل حل النظام الآتي :

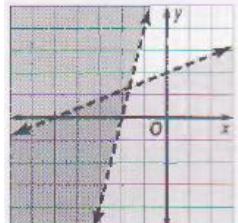
1

$y > \frac{3}{2}x - 3$ $y < 4 - 2x$	D	$y \geq \frac{3}{2}x - 3$ $y < 4 - 2x$	C	$y \leq \frac{3}{2}x - 3$ $y \geq 4 - 2x$	B	$y \geq \frac{3}{2}x - 3$ $y \leq 4 - 2x$	A
--	---	---	---	--	---	--	---

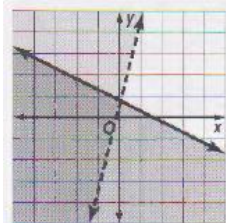
حل النظام الآتي بيانياً هو :  $3y + x > -6$  ،  $y < -3x + 4$



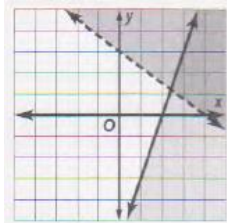
D



C



B



A

2

إحداثيات رؤوس المثلث الناتج عن التمثيل البياني للنظام الآتي هي :

$$y \geq 3x - 7$$

$$y \leq 8$$

$$x + y > 1$$

3

(3,4) , (6,9) ,  
(-7,8)

D

(3,4) , (5,8) ,  
(-5,2)

C

(2,-1) , (5,8) ,  
(-7,8)

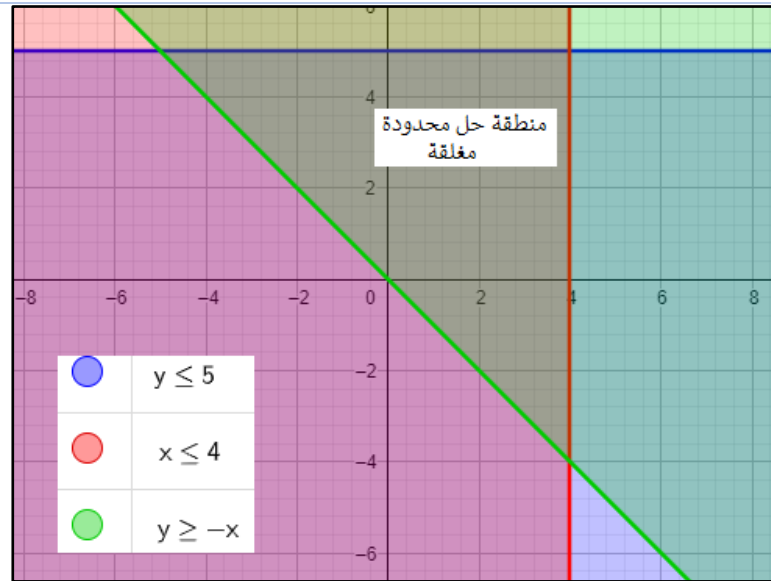
B

(2,-1) , (3,-3) ,  
(-3,3)

A

## 1-6 البرمجة الخطية والحل الأمثل

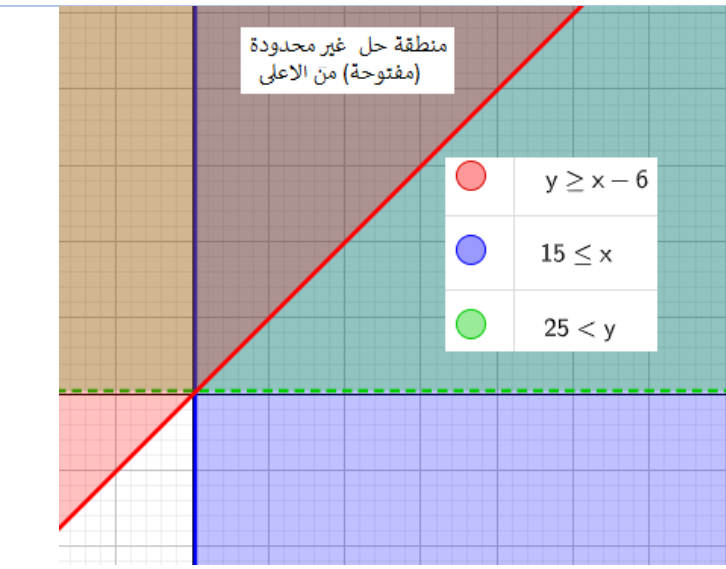
### مناطق الحل



1. محدودة ( مغلقة )

محصورة بقيود

يوجد قيمة عظمى وقيمة صغرى للدالة  
تظهر دائما عند رؤوس منطقة الحل

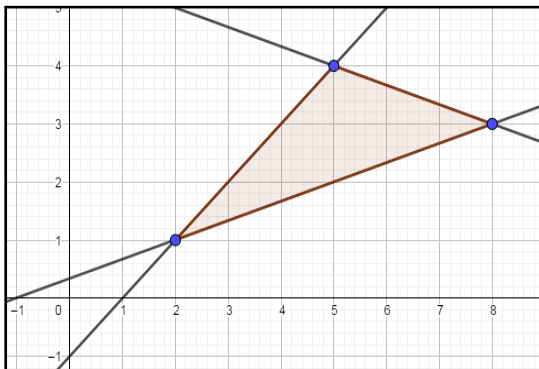


2. غير محددة

( مفتوحة و ممتدة من أحد الأطراف )

ويمكن أن تحتوي الدالة على قيمة  
عظمى أو قيمة صغرى

مثال : استعمل التمثيل المجاور لتحديد إحداثيات رؤوس منطقة الحل و اوجدي القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة  $f(x, y) = x + y$ .



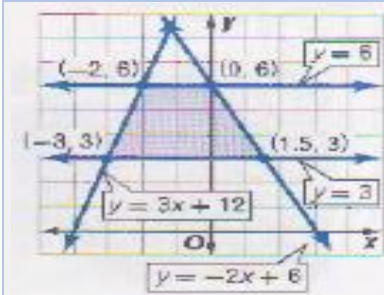
$(x, y)$	$f(x, y) = x + y$
$(5, 4)$	$f(5, 4) = 5 + 4 = 9$
$(2, 1)$	$f(2, 1) = 2 + 1 = 3$
$(8, 3)$	$f(8, 3) = 8 + 3 = 11$

القيمة الصغرى هي 3 ، القيمة العظمى هي 11



ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الأولى	1-6 البرمجة الخطية والحل الأمثل
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:



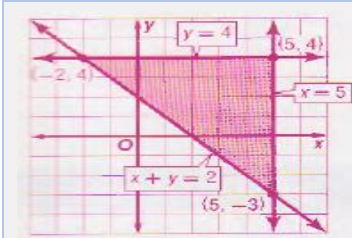
يوضح التمثيل البياني المجاور تمثيل النظام الآتي :

$$\begin{aligned} 3 &\leq y \leq 6 \\ y &\leq 3x + 12 \\ y &\leq -2x + 6 \end{aligned}$$

فإن القيمة العظمى للدالة  $f(x, y) = 4x - 2y$  في هذه المنطقة هي :

1

A	-18 وتكون عند النقطة $(-3, 3)$	B	0 وتكون عند النقطة $(1.5, 3)$	C	-12 وتكون عند النقطة $(0, 6)$	D	-20 وتكون عند النقطة $(-2, 6)$
---	--------------------------------	---	-------------------------------	---	-------------------------------	---	--------------------------------



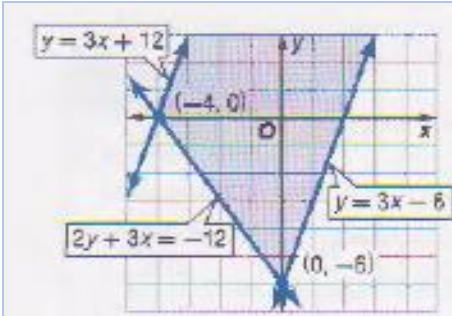
يوضح التمثيل البياني المجاور تمثيل النظام الآتي :

$$\begin{aligned} x &\leq 5 \\ y &\leq 4 \\ x + y &\geq 2 \end{aligned}$$

فإن القيمة العظمى للدالة  $f(x, y) = 3x - 2y$  في هذه المنطقة هي :

2

A	21 وتكون عند النقطة $(5, -3)$	B	7 وتكون عند النقطة $(5, 4)$	C	-14 وتكون عند النقطة $(-2, 4)$	D	-20 وتكون عند النقطة $(-2, 4)$
---	-------------------------------	---	-----------------------------	---	--------------------------------	---	--------------------------------



يوضح التمثيل البياني المجاور تمثيل النظام الآتي :

$$\begin{aligned} 2y + 3x &\geq -12 \\ y &\leq 3x + 12 \\ y &\geq 3x - 6 \end{aligned}$$

فإن القيمة العظمى للدالة  $f(x, y) = 9x - 6y$  في هذه المنطقة هي :

3

A	36 وتكون عند النقطة $(0, -6)$	B	36 وتكون عند النقطة $(-4, 0)$	C	-36 وتكون عند النقطة $(0, -6)$	D	لا توجد قيمة عظمى للدالة .
---	-------------------------------	---	-------------------------------	---	--------------------------------	---	----------------------------

## الفصل الثاني

### المصفوفات

[اختبر نفسك](#)

[الدرس](#)

2-1 مقدمة في المصفوفات

[اختبر نفسك](#)

[الدرس](#)

2-2 العمليات على المصفوفات

[اختبر نفسك](#)

[الدرس](#)

2-3 ضرب المصفوفات

[اختبر نفسك](#)

[الدرس](#)

2-4 المحددات وقاعدة كرامر

[اختبر نفسك](#)

[الدرس](#)

2-5 النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة  
المعادلات الخطية



## 2-1 مقدمة في المصفوفات

### رتبة المصفوفة

تحدد رتبة المصفوفة بدلالة بعديها ، فمثلا  
المصفوفة التي تتكون  $m$  صفا و  $n$   
عموديا تكون من الرتبة  $m \times n$  .

### المصفوفة

هي ترتيب على هيئة مستطيل  
لمتغيرات أو أعداد في صفوف  
أفقية أو أعمدة راسية، محصورة  
بين قوسين

مثال :

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 4 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} 3 \text{ صفوف} \\ \text{عمودين} \end{array} \right.$$

بما أن  $A$  فيها 3 صفوف و عمودين ، فإن رتبته  $3 \times 2$  قيمة العنصر  $a_{32}$  في المصفوفة  $A$  يساوي 2 .

يدل الرمز  $a_{32}$  على العنصر الواقع في الصف الثالث والعمود الثاني من المصفوفة  $A$

### أسماء خاصة لبعض المصفوفات

المصفوفة الصفرية

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

جميع عناصرها أصفار

المصفوفة المربعة

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 2 & -7 \end{bmatrix}$$

عدد الصفوف = عدد الأعمدة

مصفوفة العمود

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

تحتوي عمودا واحدا

مصفوفة الصف

$$\begin{bmatrix} 3 & 5 & -2 \end{bmatrix}$$

تحتوي صفا واحدا

### المصفوفتان المتساويتان

هما مصفوفتان لهما الرتبة نفسها وكل عنصر في إحداهما يساوي العنصر المناظر له في الأخرى .

$$A = B \text{ فإن } B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \text{ إذا كانت}$$

ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثانية	2-1 مقدمة في المصفوفات
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

1	رتبة المصفوفة $A = \begin{bmatrix} 4 & 6 & 5 \\ -2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ هي :					
	A	$2 \times 2$	B	$2 \times 3$	C	$3 \times 3$
	D	$3 \times 2$				

2	من المصفوفة $B = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 6 & 3 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$ قيمة العنصر $b_{31}$ تساوي :					
	A	6	B	3	C	-3
	D	1				

3	تسمى المصفوفة $A = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$ مصفوفة					
	A	صف	B	عمود	C	مربعة
	D	صفيرية				

4	إذا كان $\begin{bmatrix} x+1 & 3 \\ 0 & Y \\ 5 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 0 & 4 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$ فإن قيمة $x$ هي :					
	A	2	B	4	C	3
	D	0				

## 2-2 العمليات على المصفوفات

### جمع المصفوفات وطرحها

يمكن جمع مصفوفتين أو طرحهما إذا فقط إذا كان لهما نفس الرتبة.

مثال 1 :

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -7 & -3 \end{bmatrix}$$

بما أن المصفوفتان من الرتبة نفسها  $m \times n$  يمكن إجراء الجمع و الطرح عليهما .

$$A + B = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -7 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B - A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -7 & -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ -10 & -7 \end{bmatrix}$$

### ضرب المصفوفة في عدد ثابت

حاصل ضرب مصفوفة  $A$  من الرتبة  $m \times n$

في عدد ثابت  $k$  هي مصفوفة من الرتبة  $m \times n$

(ضرب كل عنصر من عناصر المصفوفة في ذلك العدد الثابت)

مثال 2 :

$$C = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -6 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow 2C = 2 \cdot \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -6 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 6 & 10 \\ -12 & 0 \end{bmatrix}$$

### خصائص جمع المصفوفات

الخاصية التجميعية لجمع المصفوفات

$$(\underline{A} + \underline{B}) + \underline{C} = \underline{A} + (\underline{B} + \underline{C})$$

خاصية التوزيع للضرب في عدد

$$K(\underline{A} + \underline{B}) = K\underline{A} + K\underline{B}$$

الخاصية الإبدال لجمع المصفوفات

$$\underline{A} + \underline{B} = \underline{B} + \underline{A}$$

ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثانية	2-2 العمليات على المصفوفات
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

$\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} =$							1
$\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$	D	$\begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$	C	$\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$	B	$\begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$	

$\begin{bmatrix} 7 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} =$							2
$\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$	D	$\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$	C	$\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$	B	$\begin{bmatrix} 12 & 4 \\ -3 & 6 \end{bmatrix}$	

إذا كانت $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & -3 & 8 \end{bmatrix}$ فإن $3A$ تساوي:								3
$\begin{bmatrix} 3 & 6 & 12 \\ 0 & 9 & 24 \end{bmatrix}$	D	$\begin{bmatrix} 3 & -6 & 12 \\ 0 & -9 & 24 \end{bmatrix}$	C	$\begin{bmatrix} 3 & -6 & 12 \\ 3 & -9 & 24 \end{bmatrix}$	B	$\begin{bmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 0 & -3 & 8 \end{bmatrix}$	A	

## 2-3 ضرب المصفوفات

### ضرب المصفوفات

$$A \cdot B = AB$$

$m \times r$        $r \times t$        $m \times t$   
 متساويان  
 $AB$

لضرب مصفوفتين لابد من تحقق شرط الضرب هو عدد اعمدة المصفوفة الأولى يساوي عدد صفوف المصفوفة الثانية، اما غير ذلك فانه غير معرف.

**مثال 1:** هل يمكن اجراء عملية الضرب على  $A_{4 \times 2} \cdot B_{2 \times 3}$

نعم يمكن الضرب لان اعمدة المصفوفة الأولى = صفوف المصفوفة الثانية

وبذلك توجد قاعدة لعملية ضرب المصفوفات وهي

اضرب عناصر الصف الاول في المصفوفة الاولى في عناصر العمود الاول في المصفوفة الثانية . ثم اجمع نواتج الضرب وضع العنصر الناتج في الصف الاول العمود الاول من مصفوفة الناتج وهكذا ....

**مثال 2:** أوجد  $AB$  :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

أعمدة المصفوفة الثانية →	$\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$
صفوف المصفوفة الاولى ↓		
$\begin{bmatrix} 3 & 1 \end{bmatrix}$	$3(0) + 1(-1) = -1$	$3(2) + 1(4) = 10$
$\begin{bmatrix} 2 & -5 \end{bmatrix}$	$2(0) + (-5)(-1) = 5$	$2(2) + (-5)(4) = -16$

$$AB = \begin{bmatrix} -1 & 10 \\ 5 & -16 \end{bmatrix}$$

### خصائص ضرب المصفوفات

خاصية التوزيع من اليسار للمصفوفات

$$\underline{C} (\underline{A} + \underline{B}) = \underline{C} \underline{A} + \underline{C} \underline{B}$$

الخاصية التجميعية لضرب المصفوفات

$$(\underline{A} \underline{B}) \underline{C} = \underline{A} (\underline{B} \underline{C})$$

خاصية التوزيع من اليمين للمصفوفات

$$(\underline{A} + \underline{B}) \underline{C} = \underline{A} \underline{C} + \underline{B} \underline{C}$$

الخاصية التجميعية لضرب المصفوفات في عدد

$$K (\underline{A} \underline{B}) = (K \underline{A}) \underline{B} = \underline{A} (K \underline{B})$$

**ملاحظة:** عملية ضرب المصفوفات غير إبدالية

ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثانية	2-3 ضرب المصفوفات
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

1	رتبة المصفوفة الناتجة من $A_{2 \times 3} \cdot B_{3 \times 4}$ هي :	A	$2 \times 3$	B	$2 \times 4$	C	$4 \times 3$	D	$3 \times 2$
---	---	---	--------------	---	--------------	---	--------------	---	--------------

2	رتبة المصفوفة الناتجة من $A_{2 \times 3} \cdot B_{2 \times 4}$ هي :	A	$2 \times 3$	B	$2 \times 4$	C	$4 \times 3$	D	لا يمكن الضرب
---	---	---	--------------	---	--------------	---	--------------	---	---------------

3	إذا كانت $U = \begin{bmatrix} 5 & 9 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$ , $V = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 6 & -5 \end{bmatrix}$ فإن $UV =$	A	$\begin{bmatrix} 64 & -50 \\ -18 & 13 \end{bmatrix}$	B	$\begin{bmatrix} -50 & 64 \\ 13 & -18 \end{bmatrix}$	C	$\begin{bmatrix} 10 & -9 \\ -18 & 10 \end{bmatrix}$	D	$\begin{bmatrix} 10 & 64 \\ 18 & -18 \end{bmatrix}$
---	---	---	--	---	--	---	---	---	---

4	رتبة المصفوفة الناتجة من عملية الضرب الآتية $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 0 \\ 9 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$	A	$3 \times 2$	B	$3 \times 3$	C	$2 \times 3$	D	لا يمكن الضرب
---	--	---	--------------	---	--------------	---	--------------	---	---------------



## 2-4 المحددات وقاعدة كرامر

### المحددات

كل مصفوفة مربعة لها محددة. وهو الشرط الأساس لإيجاد المحدد (تكون المصفوفة مربعة )

وبالتالي يكون محدد المصفوفة من النوع  $2 \times 2$  محدد من الدرجة 2

ويرمز لمحددة المصفوفة  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  بالرمز  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$  وكذلك يرمز لمحدد المصفوفة  $A$  بالرمز  $|A|$

طريقة إيجاد المحدد من النوع  $2 \times 2$  هو

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - cb$$

( حاصل ضرب عنصري القطر الرئيسي مطروحا منه حاصل ضرب عنصري القطر الاخر )

**مثال 1:** اوجد قيمة المحدد التالي  $\begin{vmatrix} 5 & -4 \\ 8 & 9 \end{vmatrix}$  :  $\begin{vmatrix} 5 & -4 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} = 5(9) - (-4)8 = 77$

### قاعدة الأقطار

تسمى محددات المصفوفات من الرتبة  $3 \times 3$  محددات من الدرجة الثالثة وفي هذه الحالة

يمكننا حساب هذه المحددات باستعمال قاعدة الأقطار

**مثال 2:** اوجد قيمة المحدد التالي باستعمال قاعدة الأقطار  $\begin{vmatrix} 8 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 6 & 5 \end{vmatrix}$

الخطوة 1 : أعد كتابة العمود الأول والثاني عن يمين المحددة .

$$\begin{vmatrix} 8 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 6 & 5 \end{vmatrix} \begin{matrix} 8 & 3 \\ 2 & 4 \\ 1 & 6 \end{matrix}$$

الخطوة 2: جد حاصل ضرب الأقطار و موازياتها .

$$\begin{vmatrix} 8 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 6 & 5 \end{vmatrix} \begin{matrix} 8 & 3 \\ 2 & 4 \\ 1 & 6 \end{matrix}$$

$$\begin{vmatrix} 8 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 6 & 5 \end{vmatrix} \begin{matrix} 8 & 3 \\ 2 & 4 \\ 1 & 6 \end{matrix}$$

القطر الرئيسي

$$= 8(4)(5) + 3(2)(1) + 4(2)(6) \\ = 160 + 6 + 48 = 214$$

القطر الاخر

$$= 4(4)(1) + 8(2)(6) + 3(2)(5) \\ = 16 + 96 + 30 = 142$$

الخطوة 3: اطرح المجموع الثاني من المجموع الأول .

$$214 - 142 = 72$$

اذن قيمة المحدد هي 72

## مساحة المثلث

تستعمل المحددات أيضا لإيجاد مساحة المثلث اذا كانت إحداثيات رؤوس المثلث معلومة

**مثال 3:** استعمل المحددات لإيجاد مساحة المثلث الذي رؤوسه  $(-1, 4)$ ,  $(3, 6)$ ,  $(1, 2)$ .  
نوجد قيمة المحدد باستعمال قاعدة الأقطار

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 6 & 1 \\ -1 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 6 & 1 & 3 & 6 \\ -1 & 4 & 1 & -1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= (1(6)(1) + 2(1)(-1) + 1(3)(4)) - (1(6)(-1) + 1(1)(4) + 2(3)(1))$$

$$= (6 - 2 + 12) - (-6 + 4 + 6) = 16 - 4 = 12$$

$$|A| = \frac{1}{2} (12) = 6$$

**ملاحظة:** نستعمل القيمة المطلقة للمقدار  $A$  حتى نضمن ان المساحة موجبة وغير سالبة.

## قاعدة كرامر

$$ax + by = m$$

$$fx + gy = n$$

وحيث ان  $c$  مصفوفة المعاملات

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a & m \\ f & n \end{vmatrix}}{|c|}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} m & b \\ n & g \end{vmatrix}}{|c|}$$

$$c = \begin{bmatrix} a & b \\ f & g \end{bmatrix}$$

**مثال 4:** حل النظام الآتي باستخدام قاعدة كرامر:

$$5x - 6y = 15$$

$$3x + 4y = -29$$

الخطوة 1: نوجد محددة مصفوفة المعاملات

$$|c| = \begin{vmatrix} 5 & -6 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 5(3) - (-6(3)) = 38$$

الخطوة 2: نوجد قيم  $x, y$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} m & b \\ n & g \end{vmatrix}}{|c|} = \frac{\begin{vmatrix} 15 & -6 \\ -29 & 4 \end{vmatrix}}{38} = \frac{60 - 174}{38} = -3$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a & m \\ f & n \end{vmatrix}}{|c|} = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 15 \\ 3 & -29 \end{vmatrix}}{38} = \frac{-145 - 45}{38} = -5$$

حل النظام هو:  $(-3, -5)$

معلومة

اذا كانت قيمة محدد مصفوفة المعاملات **لا يساوي** الصفر فان له حل وحيد  
اما اذا كان قيمة المحدد **يساوي** صفرا فان له عدد لانها من الحلول او لا حل له

ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثانية	2-4 المحددات وقاعدة كرامر
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

$\begin{vmatrix} -5 & 9 & 4 \\ -2 & -1 & 5 \\ -4 & 6 & 2 \end{vmatrix} =$							1
50	D	-48	C	16	B	48	

$\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} =$							2
-13	D	-7	C	13	B	7	

حل النظام							3
$8x - 5y = 70$							
$9x + 7y = 3$							
هو :							
(6,5)	D	(-6,5)	C	(5,-6)	B	(5,6)	A

<div>حل النظام</div> <div><math display="block">6x + 5y + 2z = -1</math><math display="block">-x + 3y + 7z = 12</math><math display="block">5x - 7y - 3z = -52</math></div> <div>هو:</div>							4
(4,5,1)	D	(5,-4,-1)	C	(-1,5,-4)	B	(-4,5,-1)	

## 2-5 النظرير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

مصفوفة الوحدة هي مصفوفة مربعة جميع عناصر قطرها الرئيس يساوي الواحد ، والباقي اصفار ورمزها (  $I$  )

مصفوفة وحدة من النوع  $2 \times 2$  ،  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  ، مصفوفة وحدة من النوع  $3 \times 3$   $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$   
المصفوفة المحايدة لعملية الضرب (  $I$  ) :

لاي مصفوفة مربعة  $A$  لها نفس رتبة مصفوفة الوحدة  $I$  فان  $A \cdot I = I \cdot A = A$

$$\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \quad \text{مثال 1:}$$

النظير الضربي للمصفوفة تسمى المصفوفة  $B$  نظير ضربي للمصفوفة  $A$  اذا فقط اذا كان :

$$A \cdot B = B \cdot A = I \quad \text{ويرمز للمصفوفة } B \text{ بالرمز } A^{-1}$$

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I \quad \text{يكون :}$$

خطوات ايجاد النظير الضربي للمصفوفة من النوع  $2 \times 2$  فان يكون على النحو التالي :

1. ايجاد محددة المصفوفة واذا كانت المحددة تساوي صفر فانه لا يوجد نظير ضربي للمصفوفة واذا كانت لا تساوي الصفر فانه يوجد نظير ضربي للمصفوفة
2. نبادل بين عناصر القطر الرئيس و نغير إشارة كل من عناصر القطر الاخر
3. نضرب المصفوفة في  $\frac{1}{\text{محددة المصفوفة}}$

**مثال 2:** اوجد النظير الضربي للمصفوفة ان وجد .

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 8 & -2 \end{bmatrix}$$

الخطوة 1 : ايجاد محددة المصفوفة:  $\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 8 & -2 \end{vmatrix} = (-1)(-2) - (8)(0) = 2$

الخطوة 2 : نبادل بين عناصر القطر الرئيس و نغير إشارة كل من عناصر القطر الاخر  $\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ -8 & -1 \end{bmatrix}$

الخطوة 3: نضرب المصفوفة في  $\frac{1}{\text{محددة المصفوفة}}$

$$A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ -8 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -4 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

## المعادلة المصفوفية

$$\begin{aligned} ax + by &= m \\ fx + gy &= n \end{aligned} \rightarrow \begin{bmatrix} ax + by \\ fx + gy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix}$$

تستخدم لحل النظام من معادلتين

حيث

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ f & g \end{bmatrix}$$

مصفوفة المعاملات

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

مصفوفة المتغيرات

$$B = \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix}$$

مصفوفة الثوابت

وحل المعادلة المصفوفية هو :  $X = A^{-1} \cdot B$

**مثال 3:** حل نظام المعادلتين الآتيتين باستخدام المعادلة المصفوفية :

$$4x + 5y = 1$$

$$3x + 6y = 2$$

الخطوة 1 : نوجد مصفوفة المعاملات و مصفوفة الثوابت

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

مصفوفة المعاملات

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

مصفوفة الثوابت

الخطوة 2 : نجد النظير الضربي لمصفوفة المعاملات

$$\begin{aligned} A^{-1} &= \frac{1}{((4 \cdot 6) - (5 \cdot 3))} \begin{bmatrix} 6 & -5 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 6 & -5 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

الخطوة 3 : نضرب مصفوفة النظير الضربي بمصفوفة الثوابت

$$\begin{aligned} X &= \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 6 & -5 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{9} \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-4}{9} \\ \frac{5}{9} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

الخطوة 4: حل النظام هو:  $(\frac{-4}{9}, \frac{5}{9})$

ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثانية	2-5 النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

النظير الضربي للمصفوفة $A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$						1
$\begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 19 & 19 \\ 1 & 3 \\ 19 & 19 \end{bmatrix}$	D	$\begin{bmatrix} -3 & -7 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$	C	$\begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 19 & 19 \\ 1 & -3 \\ 19 & 19 \end{bmatrix}$	B	
				$\begin{bmatrix} -4 & -7 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$	A	

النظير الضربي للمصفوفة $Q = \begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$						2
لا يوجد نظير ضربي	D	$\begin{bmatrix} 9 & 3 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$	C	$\begin{bmatrix} -3 & -9 \\ -2 & -6 \end{bmatrix}$	B	
				$\begin{bmatrix} 6 & -9 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$	A	

قيمة $x$ التي تجعل المصفوفة $A = \begin{bmatrix} x & 4 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$ ليس لها نظير ضربي						3
9	D	12	C	-12	B	
				6	A	

قيمة $x$ التي تجعل المصفوفة $B = \begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 2 & x-1 \end{bmatrix}$ ليس لها نظير ضربي						4
8	D	5	C	7	B	
				6	A	

## الفصل الثالث

### كثيرات الحدود ودوالها

<a href="#">اختبر نفسك</a>	<a href="#">الدرس</a>	3-1 الأعداد المركبة
<a href="#">اختبر نفسك</a>	<a href="#">الدرس</a>	3-2 القانون العام و المميز
<a href="#">اختبر نفسك</a>	<a href="#">الدرس</a>	3-3 العمليات على كثيرات الحدود
<a href="#">اختبر نفسك</a>	<a href="#">الدرس</a>	3-4 قسمة كثيرات الحدود
<a href="#">اختبر نفسك</a>	<a href="#">الدرس</a>	3-5 دوال كثيرات الحدود
<a href="#">اختبر نفسك</a>	<a href="#">الدرس</a>	3-6 حل معادلات كثيرات الحدود
<a href="#">اختبر نفسك</a>	<a href="#">الدرس</a>	3-7 نظريتا الباقي والعوامل
<a href="#">اختبر نفسك</a>	<a href="#">الدرس</a>	3-8 الجذور والأصفار



## 3-1 الأعداد المركبة

### الوحدة التخيلية

هي الجذر التربيعي الموجب للعدد  $-1$  :  $\sqrt{-1} = i$

### العدد التخيلي البحت

هي الجذور التربيعية لأعداد حقيقية سالبة ولأي عدد حقيقي موجب مثل  $b$

$$\sqrt{-b^2} = \sqrt{-1} \cdot \sqrt{b^2} = bi \quad \text{فإن :}$$

### قوى الوحدة التخيلية



### العدد المركب

هو عدد يمكن كتابته على الصورة  $(a + bi)$

مثال:  $(2 + 4i)$  أو  $(1 - i)$

يتساوى عدنان مركبان إذا فقط إذا تساوى الجزأين الحقيقيين والجزأين

### تساوي الأعداد المركبة

التخيليين أي أن :  $a + bi = c + di$  إذا فقط إذا كان  $a = c, b = d$

لجمع أو طرح عددين مركبين , نقوم بجمع الأجزاء الحقيقية معا الأجزاء التخيلية معا .

### جمع وطرح الأعداد المركبة

$$(-1 + 2i) - (4 + 6i) = (-1 - 4) + (2 - 6)i = -5 - 4i$$

لضرب الأعداد المركبة فإننا نستخدم طريقة التوزيع بالترتيب.

### ضرب الأعداد المركبة

$$(2 + 4i)(9 - 3i) = 2(9) + 2(-3i) + 4i(9) + 4i(-3i) = 18 - 6i + 36i - 12i^2 \\ = 18 + 30i - 12(-1) = 30 + 30i$$

العدنان المركبان المترافقان يسمى العدنان  $(a + bi), (a - bi)$  مركبين مترافقين وناتج ضربهما هو

عدد حقيقي دائما على صورة  $a^2 + b^2$  ويمكن استعمالها في قسمة عددين مركبين

### قسمة الأعداد المركبة

$$\frac{5}{2+4i} = \frac{5}{2+4i} \cdot \frac{2-4i}{2-4i} = \frac{5(2)+5(-4i)}{4+16} = \frac{10-20i}{20} = \frac{5}{10} - i$$



ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثالثة	3-1 الأعداد المركبة
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:							
1	نكتب $\sqrt{-81}$ بشكل مبسط كما يلي :						
	A	9	B	$9i$	C	81	D $81i$
2	نكتب $\sqrt{-45}$ بشكل مبسط كما يلي :						
	A	$3\sqrt{3}$	B	$3\sqrt{5}$	C	$3\sqrt{3}i$	D $3\sqrt{5}i$
3	$3i \cdot 4i = \dots\dots\dots$						
	A	12	B	$12i$	C	-12	D $-12i$
4	$-3i \cdot 4i = \dots\dots\dots$						
	A	12	B	$12i$	C	-12	D $-12i$
5	$i^{12} = \dots\dots\dots$						
	A	1	B	-1	C	$i$	D $-i$
6	$i^{15} = \dots\dots\dots$						
	A	1	B	-1	C	$i$	D $-i$
7	مجموعة حل المعادلة التالية : $x^2 + 64 = 0$ هي :						
	A	$\{8, -8\}$	B	$\{8i, -8i\}$	C	$\{64, -64\}$	D $\{64i, -64i\}$
8	قيمتي $a, b$ الحقيقيتين اللتين تجعلان المعادلة التالية صحيحة $3a + (4b + 2)i = 9 - 6i$ هي :						
	A	$a = 3, b = 2$	B	$a = 3, b = -2$	C	$a = 9, b = -6$	D $a = -6, b = -10$

## 3-2 القانون العام والمميز

### القانون العام

الصورة العامة لمعادلة الدرجة الثانية هي  $a x^2 + x b + c = 0$  لكي نحل هذه المعادلة نستخدم ما يسمى بالقانون العام والصيغة هي

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

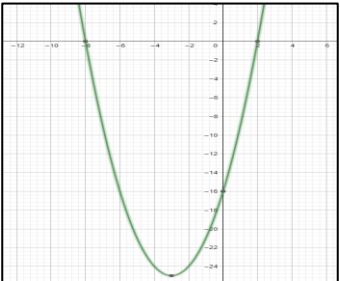
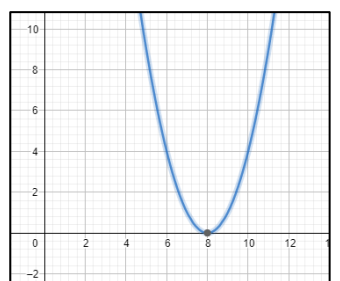
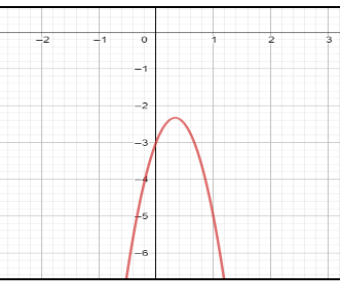
### المميز

هو قيمة ما تحت الجذر في القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

المميز

### حالات المميز

مثال على التمثيل البياني للدالة المرتبطة بالمعادلة	عدد الجذور وانواعها	قيمة المميز
	جذران حقيقيان نسبيا	$b^2 - 4ac > 0$ مربع كامل
	جذران حقيقيان غير نسبيا	ليس مربع كامل $b^2 - 4ac > 0$
	جذر حقيقي مكرر مرتين	$b^2 - 4ac = 0$
	جذران مركبان مترافقين	$b^2 - 4ac < 0$

ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثالثة	3-2 القانون العام والمميز
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:							
1	مجموعة حل المعادلة التالية : $x^2 + 6x + 5 = 0$ هي :						
	A	$\{ 5 , 1 \}$	B	$\{ - 5 , - 1 \}$	C	$\{ - 5 , 1 \}$	D
2	مجموعة حل المعادلة التالية : $9x^2 + 6x + 1 = 0$ هي :						
	A	$\{ \frac{1}{3} \}$	B	$\{ - \frac{1}{3} \}$	C	$\{ 3 \}$	D
3	مجموعة حل المعادلة التالية : $x^2 + 12x - 9 = 0$ هي :						
	A	$\{ 6 + \frac{3}{2}\sqrt{10} , 6 - \frac{3}{2}\sqrt{10} \}$	B	$\{ - 6 + \frac{3}{2}\sqrt{10} , - 6 - \frac{3}{2}\sqrt{10} \}$	C	$\{ 6 + 3\sqrt{5} , 6 - 3\sqrt{5} \}$	D
4	مجموعة حل المعادلة التالية : $x^2 + 2x - 4 = - 9$ هي :						
	A	$\{ 1 + 2i , 1 - 2i \}$	B	$\{ - 1 + 2i , - 1 - 2i \}$	C	$\{ 1 + 4i , 1 - 4i \}$	D
5	ما قيمة ممیز المعادلة : $3x^2 + 8x + 2 = 0$ ؟						
	A	40	B	64	C	66	D
6	للمعادلة $3x^2 + 8x + 2 = 0$ :						
	A	جذران حقيقيان نسبيان .	B	جذران حقيقيان غير نسبيين .	C	جذران مركبان مترافقان .	D
7	إذا كانت قيمة المميز لمعادلة تربيعية تساوي صفراً فإن للمعادلة التربيعية :						
	A	جذران حقيقيان نسبيان .	B	جذران حقيقيان غير نسبيين .	C	جذران مركبان مترافقان .	D

### 3-3 العمليات على كثيرات الحدود

#### وحيدة الحد

هي عدد أو متغير أو عبارة ناتجة عن ضرب متغير أو أكثر و أسسها أعداد صحيحة غير سالبة

#### خصائص الأسس

الخاصية	التعريف	مثال	الخاصية	التعريف	مثال
ضرب القوى	$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$	$3^3 \cdot 3^4 = 3^{2+4} = 3^7$	القوى الصفرية	$x^0 = 1, x \neq 0$	$7^0 = 1$
قسمة القوى	$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}, a \neq 0$	$\frac{9^5}{9^2} = 9^{5-2} = 9^3$	قوة القوة	$(x^a)^b = x^{ab}$	$(3^3)^2 = x^{3 \cdot 2}$
الأس السالب	$x^{-a} = \frac{1}{x^a}, x \neq 0$	$3^{-5} = \frac{1}{3^5}$	قوة ناتج القسمة	$\left(\frac{x}{y}\right)^a = \frac{x^a}{y^a}$	$\left(\frac{x}{y}\right)^2 = \frac{x^2}{y^2}$
قوة ناتج الضرب	$(xy)^a = x^a y^a$	$(2k)^4 = 2^4 k^4$			

#### درجة كثيرة الحدود

هي أكبر درجة لوحيدات الحد المكونة لها

شروط كثيرة الحدود :

لا تحتوي على متغير في المقام	لا تحتوي على جذر	لا تحتوي على أسس سالبة أو أسس كسرية
------------------------------	------------------	-------------------------------------

#### التبسيط

عملية تبسيط عبارات تتضمن إعادة كتابتها دون اقواس أو أسس سالبة

#### تبسيط وحيدات الحد

تكون وحيدة الحد في أبسط صورة عندما

لا تتضمن قوى قوة.	تكون جميع الكسور المتضمنة في أبسط صورة.
يظهر كل أساس مرة واحدة.	لا تتضمن اقواسا أو أسسا سالبة

#### جمع كثيرات الحدود وطرحها

نتخلص من الاقواس ونجمع او نطرح الحدود المتشابهة

#### ضرب كثيرات الحدود

نستعمل خاصية التوزيع لضرب وحيدة حد في كثيرة حدود او في ضرب كثيرات الحدود

ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثالثة	3-3 العمليات على كثيرات الحدود
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:							
1	قيمة $5^{-2}$ تساوي:						
	A	25	B	-25	C	$\frac{1}{25}$	D
2	تبسيط العبارة $(2x^2y^3)^2$ يساوي:						
	A	$4x^4y^6$	B	$4x^4y^5$	C	$2x^4y^6$	D
3	تبسيط العبارة $\left(\frac{y}{2}\right)^{-3}$ تساوي :						
	A	$\frac{y^3}{8}$	B	$\frac{-y^3}{8}$	C	$\frac{8}{y^3}$	D
4	كثيرة الحدود $4x^3 + 2x^7 - 4x^4 + 5$ من الدرجة :						
	A	الأولى	B	الرابعة	C	الثالثة	D
5	نتاج الضرب $5x^2(3x^4 + 2x)$ هو :						
	A	$15x^8 + 10x^3$	B	$15x^6 + 10x^3$	C	$15x^6 + 10x^2$	D
6	تبسيط العبارة $(n - 9)(n + 7)$ يساوي:						
	A	$n^2 - 2n - 36$	B	$n^2 - 2n - 63$	C	$n^2 + 2n + 63$	D

### 3-4 قسمة كثيرات الحدود

قسمة كثيرة حدود على وحيدة حد

خطوات قسمة كثيرة حدود على وحيدة حد .

1. توزيع البسط (كثيرة الحدود) على المقام (وحيدة حد) .
2. اقسام كل حد في البسط على المقام .
3. اكتب الناتج في ابسط صورة .

$$\frac{4y^2x - 2xy + 2yx^2}{xy} = \frac{4xy^2}{xy} - \frac{2xy}{xy} + \frac{2yx^2}{xy}$$

**مثال 1 :** بسطي العبارة التالية :

$$= 4y - 2 + 2x$$

قسمة كثيرة حدود على كثيرة حدود

عندما يكون قسمة كثيرة حدود على ثنائية هناك طريقتان للحل عن طريق المثال هذا نوضح ذلك الطريقتين

**مثال 2 :** استعملي القسمة الطويلة لايجاد الناتج :  $(x^2 + 3x - 40) \div (x - 5)$

**خطوات خوارزمية كثيرات حدود على أخرى :**

1. اكتب كثيرة الحدود في كل من المقسوم والمقسوم عليه بحيث تكون حدودها مرتبة ترتيبا تنازليا حسب درجتها .

2. ابدأ بقسمة الحد الأول في المقسوم على الحد الأول في المقسوم عليه وضع الإجابة في المكان المخصص لذلك .

3. اضرب ناتج القسمة في الخطوة السابقة في المقسوم عليه واكتب الإجابة تحت المقسوم واطرحه من المقسوم .

4. استمر بقسمة الحد الثاني و هكذا حتى نصل الى ان يكون باقي القسمة 0 او كثيرة حدود درجتها اقل من درجة المقسوم عليه .

$$\begin{array}{r} x + 8 \\ x - 5 \overline{) x^2 + 3x - 40} \\ \underline{-(x^2 - 5x)} \phantom{- 40} \\ 8x - 40 \\ \underline{-(8x - 40)} \\ 0 \end{array}$$

### القسمة التركيبية :

هي طريقة مبسطة لقسمة كثيرة حدود على ثنائية حد .

### خطوات القسمة التركيبية :

1. اكتب معاملات المقسوم بعد ترتيب حدوده تنازليا بحسب درجتها تاكد من ان المقسوم عليه على الصورة  $x - r$  ثم اكتب الثابت  $r$  في الصندوق و اكتب المعامل الأول اسفل الخط الافقي
2. اضرب المعامل الأول في  $r$  و اكتب الناتج اسفل المعامل الذي يليه .
3. اجمع ناتج الضرب مع المعامل الذي فوقه .
4. كرر الخطوتين السابقتين على ناتج الجمع في الخطوة السابقة حتى تصل الى ناتج جمع العددين في العمود الأخير .
5. الاعداد في الصف الأخير تمثل معاملات ناتج القسمة ، ودرجة الحد الأول أقل بواحد من درجة المقسوم والعدد الأخير هو الباقي

**مثال 3 :** استعملي القسمة التركيبية ليجاد الناتج :  $(x^2 + 3x - 40) \div (x - 5)$

المتغيرات ←	الحد الثابت	$x$	$x^2$
المعاملات ←	-40	3	1
	+	+	
	40	5	
	0	8	1
الباقي ←			

ناتج القسمة هو :  $x + 8$  والباقي 0

### تذكير

إذا لم يوجد احد الحدود في كثيرة حدود المقسوم فأضفه وليكن معامل صفر

مثال :  $2x^3 - 5x^2 + 8$

فاكتبه  $2x^3 - 5x^2 + 0x + 8$

ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثالثة	3-4 قسمة كثيرات الحدود
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

1	أبسط صورة للمقدار $\frac{4x^2y - 2xy + 2x^2y}{xy}$ هي :
A	$4y + 2x$
B	$4y - 2 + 2x$
C	$4y - 2x$
D	$4y + 2 + 2x$

2	ناتج قسمة كثيرة الحدود $a^2 - 8a - 20$ على كثيرة الحدود $a + 2$ يساوي :
A	$a + 10$
B	$a - 10$
C	$a + 6$
D	$a - 6$

3	ناتج قسمة كثيرة الحدود $a^2 - 8a + 12$ على كثيرة الحدود $a - 2$ يساوي :
A	$a + 10$
B	$a - 10$
C	$a + 6$
D	$a - 6$

4	أي مما يأتي يكافئ العبارة : $(x^2 + 3x - 9)(4 - x)^{-1}$ ؟
A	$x + 7 + \frac{19}{4-x}$
B	$-x - 7$
C	$-x - 7 + \frac{19}{4-x}$
D	$-x - 7 - \frac{19}{4-x}$

5	أي مما يأتي يكافئ العبارة : $\frac{y^5 - 3y^2 - 20}{y - 2}$ ؟
A	$y^4 + 2y^3 + y^2 + 4y + 10 - \frac{16}{y-2}$
B	$y^4 + 2y^3 + 2y^2 + 4y + 10 + \frac{16}{y-2}$
C	$y^4 + 2y^3 + 4y^2 + 5y + 10 - \frac{16}{y-2}$
D	$y^4 + 2y^3 + 4y^2 + 5y + 10$

6	باقي قسمة كثيرة الحدود $a^2 + 8a - 26$ على كثيرة الحدود $a + 2$ يساوي :
A	0
B	-6
C	-38
D	-14



## 3-5 دوال كثيرات الحدود

كثيرة الحدود بمتغير واحد عبارة جبرية على الصورة التالية .

اعداد حقيقية ،  $a_n \neq 0$  ،  $n$  عدد صحيح غير سالب .  
حيث  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$   $a_0 , a_1 , a_2 , \dots , a_{n-1} , a_n$

درجة كثيرة الحدود هي اس المتغير ذي أكبر أس فيها.

المعامل الرئيسي هو معامل الحد الاول في كثيرة الحدود المكتوبة بالصيغة القياسية.

كثيرة حدود	مثال	الدرجة	المعامل الرئيس
الثابتة	14	0	14
الخطية	$2x + 3$	1	2
التربيعية	$5x^2 - 3x + 1$	2	5
التكعيبية	$8x^3 + 12x^2 - 3x + 1$	3	8
الصيغة العامة	$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$	$n$	$a_n$

هي دالة متصلة تكتب على الصورة  $f(x) = a x^b$

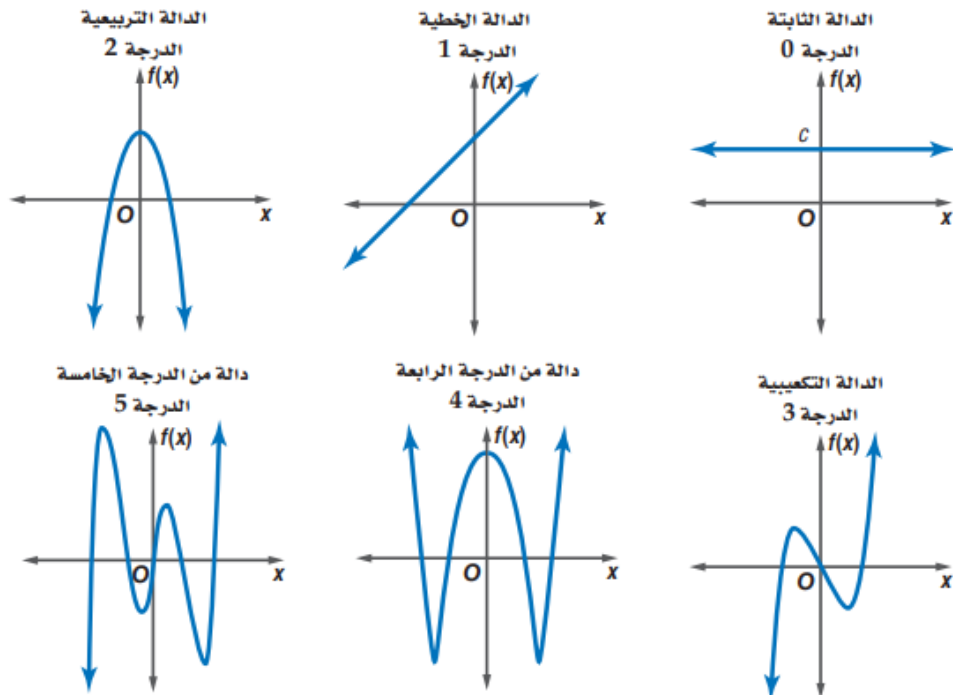
حيث  $a$  عدد حقيقي ،  $b$  عدد صحيح غير السالب

دالة القوة

هو التمثيل البياني لكثيرات الحدود

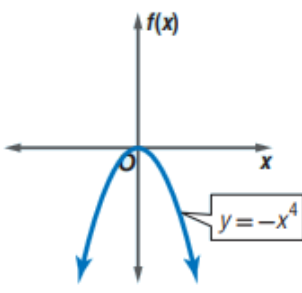
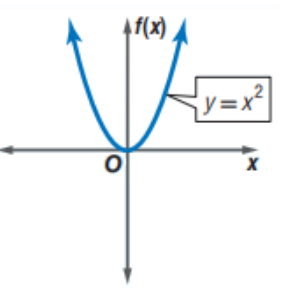
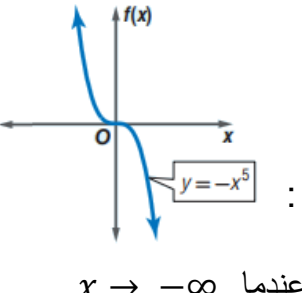
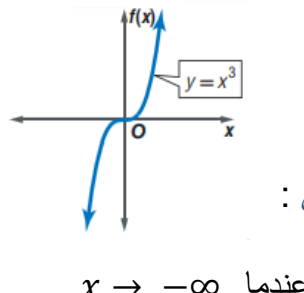
التمثيل البياني لكثيرات الحدود

هذا التمثيل المحور  $x$  ، وهذا العدد يمثل درجة كثيرة الحدود وهكذا



## سلوك طرفي الدالة في التمثيل البياني

العاملان الوحيدان في تحديد سلوك طرفي التمثيل البياني هما المعامل الرئيس و درجة كثيرة الحدود.

<p>الدرجة : زوجية المعامل الرئيس : سالب المجال : <math>R</math> المدى : مجموعة الاعداد الحقيقية الأقل من او تساوي القيمة العظمى</p>  <p>سلوك طرفي التمثيل البياني : ( في الاتجاه نفسة )</p> <p>عندما <math>x \rightarrow -\infty</math> <math>f(x) \rightarrow -\infty</math> عندما <math>x \rightarrow +\infty</math> <math>f(x) \rightarrow -\infty</math></p>	<p>الدرجة : زوجية المعامل الرئيس : موجب المجال : <math>R</math> المدى : مجموعة الاعداد الحقيقية الاكبر من او تساوي القيمة الصغرى</p>  <p>سلوك طرفي التمثيل البياني : ( في الاتجاه نفسة )</p> <p>عندما <math>x \rightarrow -\infty</math> <math>f(x) \rightarrow +\infty</math> عندما <math>x \rightarrow +\infty</math> <math>f(x) \rightarrow +\infty</math></p>
<p>الدرجة : فردية المعامل الرئيس : سالب المجال : <math>R</math> المدى : <math>R</math> سلوك طرفي التمثيل البياني : ( في اتجاهين مختلفين )</p>  <p>عندما <math>x \rightarrow -\infty</math> <math>f(x) \rightarrow +\infty</math> عندما <math>x \rightarrow +\infty</math> <math>f(x) \rightarrow -\infty</math></p>	<p>الدرجة : فردية المعامل الرئيس : موجب المجال : <math>R</math> المدى : <math>R</math> سلوك طرفي التمثيل البياني : ( في اتجاهين مختلفين )</p>  <p>عندما <math>x \rightarrow -\infty</math> <math>f(x) \rightarrow -\infty</math> عندما <math>x \rightarrow +\infty</math> <math>f(x) \rightarrow +\infty</math></p>

## صفر الدالة

صفر الدالة الحقيقي : هو الاحداثي  $x$  لنقطة تقاطع التمثيل البياني للدالة مع المحور  $x$ .

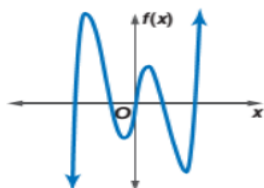
عدد اصفار الدالة الحقيقية : هو عدد مرات تقاطع التمثيل البياني مع المحور  $x$ .

## أصفار الدوال ذات الدرجة الفردية والزوجية

يكون للدوال الفردية عدد فردي من الاصفار المنتمة لمجموعة الاعداد الحقيقية ويكون للدوال الزوجية

الدرجة عدد زوجي من الاصفار أو لا يكون لها اصفار تنتمي الى مجموعة الاعداد الحقيقية

مثال : الدالة في التمثيل البياني التالي لها 5 اصفار حقيقية



ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثالثة	3-5 دوال كثيرات الحدود
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

1	الشكل المقابل يعبر عن كثيرة حدود							
	A	ثابتة	B	خطية	C	تربيعية	D	تكعيبية
2	في الشكل المقابل يكون سلوك طرفي التمثيل البياني هو :							
	A	$f(x) \rightarrow -\infty$ عندما $x \rightarrow -\infty$ $f(x) \rightarrow +\infty$ عندما $x \rightarrow +\infty$		C	$f(x) \rightarrow -\infty$ عندما $x \rightarrow -\infty$ $f(x) \rightarrow -\infty$ عندما $x \rightarrow +\infty$			
	B	$f(x) \rightarrow -\infty$ عندما $x \rightarrow -\infty$ $f(x) \rightarrow +\infty$ عندما $x \rightarrow +\infty$		D	$f(x) \rightarrow +\infty$ عندما $x \rightarrow -\infty$ $f(x) \rightarrow -\infty$ عندما $x \rightarrow +\infty$			
3	الدالة الممثلة بالشكل المقابل							
	A	فردية الدرجة و لها صفران حقيقيان	B	زوجية الدرجة و لها صفران حقيقيان	C	فردية الدرجة و لها صفر واحد حقيقي	D	زوجية الدرجة و ليس لها أصفار حقيقية
4	المعامل الرئيس لكثيرة الحدود $2x^4 - 5x^7 + 3x^2$ يساوي :							
	A	-5	B	2	C	3	D	7
5	في الدالة $c(x) = 2x^2 - 4x + 3$ تكون قيمة $c(y^2 - 1)$ تساوي :							
	A	$2y^4 + 8y^2 + 9$		C	$2y^4 - 8y^2 + 9$			
	B	$-4y^4 - 8y^2 + 9$		D	$4y^4 + 8y^2 - 9$			

## 3-6 حل معادلات كثيرات الحدود

### طرائق تحليل كثيرات الحدود

عدد الحدود	طريقة التحليل	نموذج
أي عدد	إخراج العامل المشترك الأكبر	$4a^3b^2 - 8ab = 4ab(a^2b - 2)$
حداً	الفرق بين مربعين الفرق مكعبين مجموع مكعبين	$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
ثلاثة حدود	ثلاثية حدود المربع الكامل	$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
أربعة حدود أو أكثر	تجميع الحدود	$acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$
ثلاثية الحدود بالصورة العامة		$ax^2 + bx + c = (ax + b)(cx + d)$

### كثيرة الحدود الأولية

هي كثيرة الحدود التي لا يمكن تحليلها إلى كثيرتي حدود درجة كل منهما أقل من درجة كثيرة الحدود المعطاة .

### الصورة التربيعية

الصورة التربيعية لكثيرة الحدود هي:  $ax^2 + bx + c$  ،  $a \neq 0$  ،  $a, b, c$  أعداد حقيقية ويمكن أن تكتب بعض كثيرات الحدود في المتغير  $x$  على هذه الصورة وذلك بعد تعريف  $u$  بدلالة  $x$  .

مثال :

اكتب العبارة على الصورة التربيعية  $8x^4 + 12x^2 + 18$

$$2(2x^2)^2 + 6(2x^2) + 18 \Rightarrow (u = 2x^2) \Rightarrow 2(u)^2 + 6(u) + 18$$

تنبيه :

هناك كثيرات حدود لا يمكن كتابتها على الصورة التربيعية مثال لذلك  $x^4 + 5x + 6$  لا يمكن كتابتها على الصورة التربيعية .

ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثالثة	3-6 حل معادلات كثيرات الحدود
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:			
1	نحلل المقدار : $16x^4 + 54xy^3$ تحليلًا تامًا كما يلي :		
	$2x(x+y)(x^2-xy+y^2)$	C	$2x(2x+3y)(4x^2-6xy+9y^2)$ A
	$2x(x-y)(x^2+xy+y^2)$	D	$2x(2x-3y)(4x^2+6xy+9y^2)$ B
2	نحلل المقدار : $12ax + 8bx + 4cx + 9ay + 6by + 3cy$ تحليلًا تامًا كما يلي :		
	$(4x+3y)(3a+2b+c)$	C	$(4x-3y)(2a+3b+c)$ A
	$(4x+2y)(3a+2b+c)$	D	$(2x-4y)(3a+2b+c)$ B
3	نكتب العبارة الآتية : $150n^8 + 40n^4 - 15$ على الصورة التربيعية كما يلي :		
	$30(5n^4)^2 + 8(5n^4) - 15$	C	$6(5n^4)^2 + 10(4n^4) - 15$ A
	$10(5n^4)^2 + 10(4n^4) - 15$	D	$6(5n^4)^2 + 8(5n^4) - 15$ B
4	حلل المعادلة : $x^3 + 64 = 0$ هي :		
	$-4, 2+2\sqrt{3}i, 2-2\sqrt{3}i$	C	$-4, -2+2\sqrt{3}, -2-2\sqrt{3}$ A
	$4, -2+2\sqrt{3}i, -2-2\sqrt{3}i$	D	$4, 2+2\sqrt{3}, 2-2\sqrt{3}$ B
5	حلل المعادلة : $x^4 - 6x^2 + 8 = 0$ هي :		
	$2i, -2i, \sqrt{2}, -\sqrt{2}$	C	$-2, 2i, \sqrt{2}i, -\sqrt{2}$ A
	$2, -2, \sqrt{2}i, -\sqrt{2}i$	D	$-2, 2, \sqrt{2}, -\sqrt{2}$ B

### 3-7 نظريتنا الباقي والعوامل

#### نظرية الباقي

إذا قسمت كثيرة الحدود  $P(x)$  على  $x - r$  , فإن الباقي ثابت ويساوي  $P(r)$  , وكذلك :

$$P(x) = Q(x) \cdot (x - r) + P(r)$$

حيث  $Q(x)$  دالة كثيرة حدود تقل درجتها بواحد عن درجة  $P(x)$  .

**مثال 1 :**  $x^2 + 6x + 2 = (x - 4) \cdot (x + 10) + 42$

#### التعويض التركيبي

هو عملية إيجاد قيمة دالة عند عدد بتطبيق نظرية الباقي واستعمال القسمه التركيبية .

**ملاحظة :** في التعويض التركيبي يتم قسمة كثيرة حدود على ثنائية حد على الصورة  $(x - a)$  وفي هذه الحالة استعمال  $a$  , وإذا كانت ثنائية الحد على الصورة  $(x + a)$  فاستعمل  $-a$

#### نظرية العوامل

تكون ثنائية الحد  $x - r$  عاملا من عوامل كثيرة الحدود  $P(x)$  اذا وفقط اذا كان  $P(r) = 0$

**مثال 2 :** ثنائية الحد  $x - 5$  عاملا من عوامل  $P(x) = x^3 - 7x^2 + 7x + 15$

إذا كان  $P(5) = 0$

**نظرية العوامل** تعد حالة خاصة من نظرية الباقي .

"التحليل الى العوامل " ليس شرطا ان تكون عوامل كثيرة الحدود ثنائيات حد .

فمثلا ,  $x^2 + x^3 - x + 15$  هما

$x + 3$  و  $x^2 - 2x + 5$  .

ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثالثة	3-7 نظريتا الباقي والعوامل
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:						
1	لإيجاد باقي قسمة كثيرة حدود على كثيرة حدود أخرى نستعمل طريقة :					
	A	خوارزمية القسمة	B	التعويض التركيبي	C	التعويض المباشر
2	بناءً على نظرية الباقي: فإن $f(4)$ يساوي باقي قسمة كثيرة الحدود $2x^3 - 5x^2 - x + 14$ على ثنائية الحد :					
	A	$x + 4$	B	$x - 4$	C	$x + 2$
3	إذا كان : $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - x + 14$ ، فإن قيمة $f(4)$ تساوي :					
	A	64	B	58	C	8
4	بناءً على نظرية الباقي : فإن $f(-2)$ يساوي باقي قسمة كثيرة الحدود $2x^3 - 5x^2 - x + 14$ على ثنائية الحد :					
	A	$x + 4$	B	$x - 4$	C	$x + 2$
5	إذا كان : $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - x + 14$ ، فإن قيمة $f(-2)$ تساوي :					
	A	64	B	58	C	8
6	تكون ثنائية الحد $x - r$ عاملاً من عوامل كثيرة الحدود $P(x)$ إذا وفقط إذا كان :					
	A	$P(r) = 0$	B	$P(r) = 1$	C	$P(r) = r$
7	تكون ثنائية الحد $x - 2$ عاملاً من عوامل كثيرة الحدود $f(x) = x^3 - 7x^2 + 4x + 12$ إذا وفقط إذا كان :					
	A	$f(2) = 0$	B	$f(-2) = 0$	C	$f(1) = 0$
8	تكون ثنائية الحد $x + 1$ عاملاً من عوامل كثيرة الحدود $f(x) = x^3 - 7x^2 + 4x + 12$ إذا وفقط إذا كان :					
	A	$f(2) = 0$	B	$f(-2) = 0$	C	$f(1) = 0$

## 3-8 الجذور والأصفار

### النظرية الأساسية في الجبر

كل معادلة كثيرة حدود درجتها أكبر من صفر لها جذر واحد على الأقل ينتمي الى مجموعة الاعداد المركبة .

#### الجذور المكررة

يمكن ان يكون لمعادلات كثيرات الحدود جذر مكرر مرتين او ثلاث او اربع وهكذا

### نتيجة للنظرية الاساية في الجبر

يكون لمعادلة كثيرة الحدود من الدرجة  $n$  العدد  $n$  فقط من الجذور المركبة بما في ذلك الجذور المكررة .

#### مثال 1:

$$(1) \quad x^3 + 2x^2 + 6 : \text{ لها 3 جذور}$$

$$(2) \quad 4x^4 - 3x^3 + 5x - 6 : \text{ لها 4 جذور}$$

$$(3) \quad 2x^5 - 3x^2 + 8 : \text{ لها 5 جذور}$$

### قانون ديكارت للإشارات

هو قانون يستخدم لمعرفة عدد الاصفار الحقيقية والتخيلية لدالة كثيرة الحدود .

إذا كانت  $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$  دالة كثيرة حدود معاملات حدودها أعداد حقيقية فإن :

1. عدد الاصفار **الموجبة** للدالة  $P(x)$  **يساوي** عدد مرات تغير إشارة معاملات حدود الدالة  $P(x)$  ، او اقل منه بعدد زوجي .
2. عدد الاصفار **السالبة** للدالة  $P(x)$  **يساوي** عدد مرات تغير إشارة معاملات حدود الدالة  $P(-x)$  ، او اقل منه بعدد زوجي .

#### مثال 2: اذكر العدد الممكن للاصفار الحقيقية الموجبة والحقيقية السالبة والتخيلية للدالة

$$f(x) = 2x^5 + x^4 + 3x^3 - 4x^2 - x + 9$$

الخطوة 1 : احسب عدد مرات تغير إشارة معاملات  $f(x)$

$$f(x) = \underbrace{+2x^5}_{\text{لا}} + \underbrace{+x^4}_{\text{لا}} + \underbrace{+3x^3}_{\text{نعم}} - \underbrace{4x^2}_{\text{لا}} - \underbrace{x}_{\text{نعم}} + 9$$

نجد أن هناك 2 من تغيرات في إشارة المعاملات لذا عدد الاصفار الحقيقية الموجبة سيكون 2 أو 0



الخطوة 2 : احسب عدد مرات تغير إشارة معاملات  $f(-x)$

$$f(-x) = 2(-x)^5 + (-x)^4 + 3(-x)^3 - 4(-x)^2 - (-x) + 9$$

$$f(x) = -2x^5 + x^4 - 3x^3 - 4x^2 + x + 9$$

نعم نعم لا نعم لا

نجد أن هناك 3 تغيرات في إشارة المعاملات لذا عدد الاصفار الحقيقية السالبة سيكون 3 أو 1

الخطوة 3 : ننشئ جدول يبين عدد الجذور الحقيقية والتخيلية الممكنة

عدد الاصفار الحقيقية الموجبة	عدد الاصفار الحقيقية السالبة	عدد الاصفار التخيلية يساوي العدد 5 مطروحا منه ( عدد الاصفار الموجبة والسالبة الحقيقية )
2	3	$5 - (2 + 3) = 0$
	1	$5 - (2 + 1) = 2$
0	3	$5 - (0 + 3) = 2$
	1	$5 - (0 + 1) = 4$

#### نظرية الأعداد المركبة المترافقة

إذا كان  $a, b$  عددين حقيقيين , وكان  $a + bi$  صفرا لدالة كثيرة حدود معاملات حدودها أعداد حقيقية .  
فان  $a - bi$  صفر للدالة أيضا .

**مثال 3:** اكتب دالة كثيرة حدود درجتها اقل ما يمكن , ومعاملات حدودها اعداد صحيحة ، اذا كان العددان  $5 - i, -1$

من المعطيات فان  $5 - i, -1$  من اصفار كثيرة حدود

وبما ان  $5 - i$  صفر للدالة فان المرافق أيضا صفر للدالة  $5 + i$

اكتب معادلة كثيرة الحدود على صورة حاصل ضرب عواملها .

$$P(x) = (x + 1) [x - (5 - i)] [x - (5 + i)]$$

$$= (x + 1) [(x - 5) + i] [(x - 5) - i]$$

$$= (x + 1) [(x - 5)^2 - i^2]$$

$$= (x + 1) (x^2 - 10x + 26)$$

$$= x^3 - 10x^2 + 26x + x^2 - 10x + 26$$

$$= x^3 - 9x^2 + 16x + 26$$

ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثالثة	3-8 الجذور والأصفار
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

1	كل معادلة كثيرة حدود درجتها أكبر من صفر لها جذر واحد على الأقل ينتمي إلى مجموعة الأعداد :	A	النسبية	B	الحقيقية	C	التخيلية	D	المركبة
	للمعادلة $x^3 + 2x = 0$								
2	جذر حقيقي واحد هو 0 ، و جذران تخيليان هما $-\sqrt{2}i, \sqrt{2}i$	A				C	جذر حقيقي واحد هو 0 ، و جذران تخيليان هما $2i, -2i$		
	جذر حقيقي واحد هو 2 ، و جذران تخيليان هما $\sqrt{2}i, -\sqrt{2}i$	B				D	جذر حقيقي واحد هو -2 ، و جذران تخيليان هما $2i, -2i$		
	للمعادلة $x^3 + 4x = 0$								
3	جذر حقيقي واحد هو 0 ، و جذران تخيليان هما $\sqrt{2}, -\sqrt{2}i$	A				C	جذر حقيقي واحد هو 0 ، و جذران تخيليان هما $2i, -2i$		
	جذر حقيقي واحد هو 4 ، و جذران تخيليان هما $\sqrt{2}i, -\sqrt{2}i$	B				D	جذر حقيقي واحد هو -4 ، و جذران تخيليان هما $2i, -2i$		
4	يكون لمعادلة كثيرة الحدود من الدرجة $n$ العدد $n$ فقط من الجذور ..... بما في ذلك الجذور المكررة .								
		A	النسبية	B	الحقيقية	C	التخيلية	D	المركبة
5	عدد الأصفار الحقيقية الموجبة الممكنة للدالة $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - 6$ ، يساوي :								
		A	0	B	1 أو 3	C	1 أو 2	D	0 أو 2
6	عدد الأصفار الحقيقية السالبة الممكنة للدالة : $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - 6$ ، يساوي :								
		A	0	B	1 أو 3	C	1 أو 2	D	0 أو 2
7	عدد الأصفار التخيلية الممكنة للدالة : $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - 6$ ، يساوي :								
		A	0	B	1 أو 3	C	1 أو 2	D	0 أو 2
8	إذا كان $3 + 4i$ صفرًا للدالة : $f(x) = x^3 - 4x^2 + 13x + 50$ ، فإن ..... صفر للدالة أيضاً .								
		A	$3 + 4i$	B	$3 - 4i$	C	$-3 + 4i$	D	$-3 - 4i$

## الفصل الرابع

### العلاقات والدوال العكسية والجذرية

4-1 العمليات على الدوال

[الدرس](#)

[اختبر نفسك](#)

4-2 العلاقات و الدوال العكسية

[الدرس](#)

[اختبر نفسك](#)

4-3 دوال ومتباينات الجذر التربيعي

[الدرس](#)

[اختبر نفسك](#)

4-4 الجذر النوني

[الدرس](#)

[اختبر نفسك](#)

4-5 العمليات على العبارات الجذرية

[الدرس](#)

[اختبر نفسك](#)

4-6 الأسس النسبية

[الدرس](#)

[اختبر نفسك](#)

4-7 حل المعادلات و المتباينات الجذرية

[الدرس](#)

[اختبر نفسك](#)



## 4-1 العمليات على الدوال

### العمليات على الدوال

العملية	التعريف	مثال
الجمع	$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$	إذا كانت $f(x) = 3x + 5$ , $g(x) = x - 2$ $(f + g)(x) = (3x + 5) + (x - 2)$ $= (3x + x) + (5 + (-2)) = 4x + 3$
الطرح	$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$	$(f - g)(x) = (3x + 5) - (x - 2)$ $= (3x - x) + (5 - (-2)) = 2x + 7$
الضرب	$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$	$(f \cdot g)(x) = (3x + 5) \cdot (x - 2)$ $= 3x(x - 2) + 5(x - 2)$ $= 3x^2 - 6x + 5x - 10$ $= 3x^2 - x - 10$
القسمة	$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, g(x) \neq 0$	$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{3x + 5}{x - 2}$ نستثنى من مجال الدالة القيم التي تجعل المقام يساوي صفراً: $g(x) = 0$ $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$

### تركيب الدالتين

ملاحظة 1:

$$[f \circ g](x) \neq [g \circ f](x)$$

في معظم الحالات لذا فإن ترتيب الدالتين عند تركيبهما مهم

ملاحظة 2:

إذا كانت احدها غير موجودة فإن  $f \circ g(x)$  تكون غير معرفة

في الدوال من أزواج مرتبة			في الدوال من تعريفين
إذا كانت : $f = \{(2,5), (3,4), (7,1)\}$ $g = \{(6,2), (8,3), (9,7)\}$ فإن $[f \circ g](x)$ تساوي :			إذا كانت $f(x) = 2x - 5$ $g(x) = 4x$ فإن $[g \circ f](x)$ تساوي:
مدى $f$	مدى $g$ هو مجال $f$	مجال $g$ هو $x$	$g(f(x)) = g(2x - 5)$ $= 4(2x - 5)$ $= 8x - 20$
5	2	6	
4	3	8	
1	7	9	
$f \circ g(6) = 5$ $f \circ g(8) = 4$ $f \circ g(9) = 1$			

ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثالثة	4-1 العمليات على الدوال
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

1	إذا كان $f(x) = x^2 + 5x - 2$ , $g(x) = 3x - 2$ فإن $(f + g)(x)$ تساوي:
A	$x^2 + 8x - 4$
B	$x^2 + 8x$
C	$x^2 + 4x - 4$
D	$x^2 - 8x - 4$

2	إذا كانت $f(x) = x^2 - 5$ , $g(x) = -x + 8$ فإن $(f \cdot g)(x)$ تساوي:
A	$-x^3 + 8x^2 - 5x - 40$
B	$-x^3 - 8x^2 + 5x - 40$
C	$x^3 + 8x^2 + 5x - 40$
D	$-x^3 + 8x^2 + 5x - 40$

3	إذا كانت $f = \{(2,5), (6,10)\}$ , $g = \{(10,13), (5,8)\}$ فإن $g \circ f$ تساوي:
A	$\{(5,8), (10,13)\}$
B	$\{(2,8), (10,13)\}$
C	$\{(2,8), (6,13)\}$
D	$\{(5,8), (6,10)\}$

4	إذا كانت $f(x) = 2x - 5$ , $g(x) = 4x$ فإن $[g \circ f](x)$ تساوي:
A	$8x + 20$
B	$8x - 5$
C	$8x + 5$
D	$8x - 20$

5	إذا كانت $g(x) = -2x + 1$ , $h(x) = x^2 + 6x + 8$ فإن $g[h(3)]$ تساوي:
A	69
B	-69
C	3
D	-3

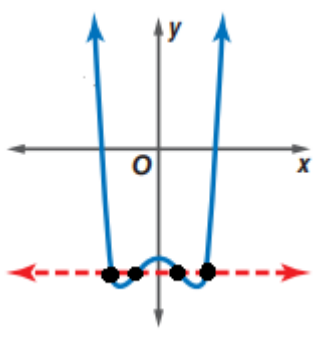
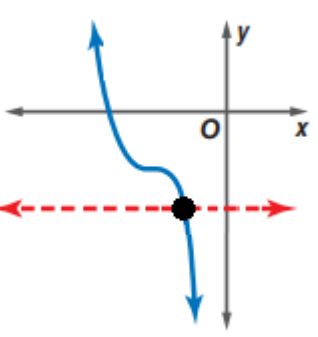
6	إذا كانت $f(x) = 2x + 4$ , $g(x) = x^2 + 5$ فإن قيمة $(f \circ g)(6)$ تساوي:
A	38
B	43
C	86
D	261

## 4-2 العلاقات والدوال العكسية

### إيجاد العلاقات العكسية

<p>إذا كانت</p> $f(x) = \{(4, 1), (5, -3)\}$ <p>فإن</p> $f^{-1}(x) = \{(1, 4), (-3, 5)\}$	$(a, b) \rightarrow (b, a)$	<p>في الأزواج المرتبة</p>
<p>إذا كانت <math>f(x) = 3x - 7</math> فإن <math>f^{-1}(x)</math> تساوي:</p> $y = 3x - 7$ $x = 3y - 7$ $x + 7 = 3y$ $\frac{x + 7}{3} = y$ $f^{-1}(x) = \frac{x + 7}{3}$	<p><b>خطوات إيجاد معكوس الدالة :</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. إعادة كتابة الدالة كمعادلة بدلالة <math>x, y</math></li> <li>2. تبديل بين كل من المتغير <math>x</math> و المتغير <math>y</math></li> <li>3. حل المعادلة بالنسبة للمتغير <math>y</math></li> <li>4. ضع <math>f^{-1}(x)</math> بدلا من المتغير <math>y</math> إذا كان للمعكوس دالة .</li> </ol>	<p>في الدوال من تعريفين</p>

يمكن استعمال اختبار الخط الأفقي لتحديد ما إذا كان **معكوس دالة** يمثل **دالة أم لا** .

 <p>معكوس الدالة لا يمثل دالة لأن اختبار الخط الأفقي قطع التمثيل البياني في أكثر من نقطة واحدة</p>	 <p>معكوس الدالة يمثل دالة لأن اختبار الخط الأفقي قطع التمثيل البياني في نقطة واحدة فقط</p>
---	---

### التأكد من الدالة العكسية

إذا كان تركيب كل منهما يساوي الدالة المحايدة  $I(x) = x$  ،  
أي أن :

$$[f \circ g](x) = [g \circ f](x) = x$$

تكون الدالة  $f, g$  دالة عكسية  
للاخرى  $\Leftrightarrow$

**مثال :** حدد هل  $f(x) = x - 7, g(x) = x + 7$  كل منها دالة عكسية للآخرى أم لا ؟

$[g \circ f](x) = x$ $g(f(x)) = g(x - 7)$ $= (x - 7) + 7$ $= x - 7 + 7$ $= x$	$[f \circ g](x) = x$ $f(g(x)) = f(x + 7)$ $= (x + 7) - 7$ $= x + 7 - 7$ $= x$
---	---

ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثالثة	4-2 العلاقات والدوال العكسية
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

إذا كانت $f(x) = 2x - 5$ فإن $f^{-1}(x)$ تساوي :							1
A	$-2x - 5$	B	$2x + 5$	C	$\frac{x + 5}{2}$	D	$\frac{x - 5}{2}$

إذا كانت $f(x) = 3x^2$ فإن $f^{-1}(x)$ تساوي :							2
A	$\pm \frac{\sqrt{x}}{3}$	B	$\pm \sqrt{\frac{x}{3}}$	C	$\pm \frac{\sqrt{3x}}{3}$	D	$\pm \frac{3\sqrt{x}}{2}$

أي من الدوال الآتية هي دالة عكسية للدالة $\frac{3x-5}{2}$ :							3
A	$\frac{2x + 5}{3}$	B	$\frac{3x + 5}{2}$	C	$\frac{2x - 5}{3}$	D	$2x + 5$

### 4-3 دوال ومتباينات الجذر التربيعي

#### دالة الجذر التربيعي

هي دالة تحتوي على جذر تربيعي لمتغير والدالة الرئيسية ( الأم ) هي:  $f(x) = \sqrt{x}$

يشمل **مجال** دالة الجذر التربيعي القيم الأكبر أو التي تساوي صفر : اي (القيم التي يكون ما تحت الجذر عندها غير سالب)  $\{x|x \geq a\}$  ، وتعتبر  $f(a)$  الحد الأدنى **للمدى**  $\{f(x)|f(x) \geq f(a)\}$

#### خطوات تمثيل دوال الجذر التربيعي بيانيا :

1. بتحديد القيم الصغرى للدوال:  
( إيجاد المجال والمدى ويكون الزوج المرتب الناتج منهما هو بداية منحنى دالة الجذر التربيعي ).
2. نختار قيمة لـ  $x$  ونعوضها في الدالة  $f(x)$  لتكوين زوج مرتب آخر ثم نصل الزوجين بخط مائل .

**مثال 1 :** مثل الدالة  $f(x) = \sqrt{x-2} + 1$

1. ما تحت الجذر أكبر أو يساوي صفر

$$x - 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2$$

المجال هو:  $\{x|x \geq 2\}$

$$f(2) = \sqrt{2-2} + 1 \Rightarrow f(2) = 1$$

المدى هو:  $\{f(x)|f(x) \geq f(2)\}$

$$\{f(x)|f(x) \geq 1\}$$

**بداية المنحنى** هي الزوج المرتب (2,1)

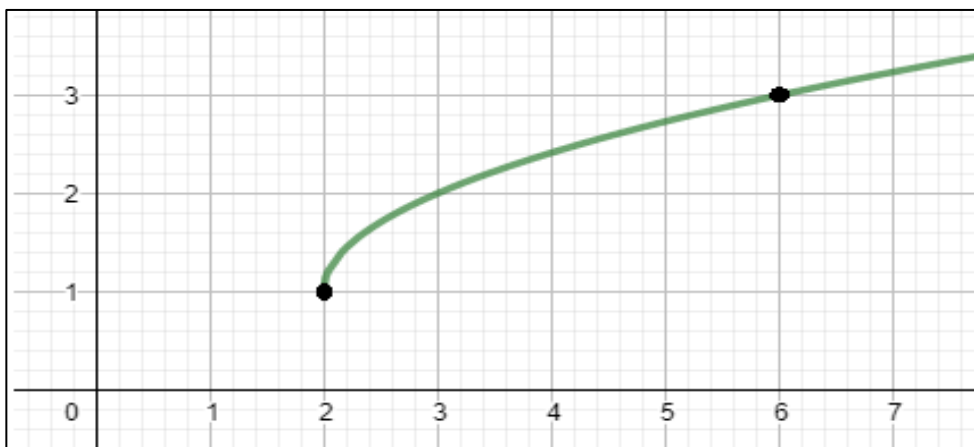
2. نختار قيمة لـ  $x$  ولتكن  $x = 6$  ونعوضها في الدالة

$$f(6) = \sqrt{6-2} + 1$$

$$f(6) = \sqrt{4} + 1$$

$$f(6) = 2 + 1 = 3$$

الزوج المرتب (6,3)





## متباينة الجذر التربيعي

هي متباينة تحتوي على جذر تربيعي لمتغير

### خطوات تمثيل متباينات الجذر التربيعي بيانياً :

1. نحول المتباينة الى معادلة .
2. تحديد القيم الصغرى للدوال:
- ( ايجاد المجال والمدى ويكون الزوج المرتب الناتج منهما هو بداية منحنى دالة الجذر التربيعي ).
3. نختار قيمة لـ  $x$  ونعوضها في الدالة  $f(x)$  لتكوين زوج مرتب آخر ثم نصل الزوجين بخط مائل.
4. الحد يكون متصل إذا كانت المتباينة  $(\leq, \geq)$  او متقطع إذا كانت المتباينة  $(<, >)$
5. منطقة الحل : نختار زوج مرتب أعلى أو أسفل الحد ونعوضه في المتباينة إذا كانت النتيجة النهائية صحيحة نظل المنطقة التي تحويه وإذا كان النتيجة النهائية خاطئة نظل المنطقة التي لاتحويه

### مثال 2 : مثل المتباينة $y > \sqrt{x+3}$

1. نحول المتباينة الى معادلة  $y = \sqrt{x+3}$

2. المجال هو :  $\{x|x > -3\}$

المدى هو :  $\{f(x)|f(x) > f(-3) = 0\}$

بداية المنحنى هي الزوج المرتب  $(-3,0)$  و يكون حد المنحنى متقطع

3. نختار قيمة لـ  $x$  ولتكن  $x = 1$  ونعوضها في الدالة

$$f(1) = \sqrt{1+3}$$

$$f(1) = \sqrt{4} \Rightarrow 2$$

الزوج المرتب  $(1,2)$

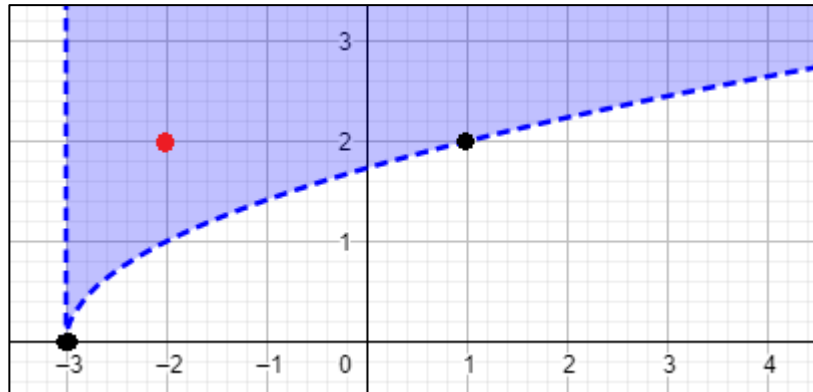
4. نختار الزوج المرتب  $(-2,2)$  ونعوضه في المتباينة

$$2 > \sqrt{-2+3}$$

$$2 > \sqrt{1} = 1$$

$$2 > 1$$

النتيجة النهائية للمتباينة صحيحة نظل المنطقة التي يوجد فيها الزوج المرتب  $(-2,2)$



ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثالثة	4-3 دوال ومتباينة الجذر التربيعي
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

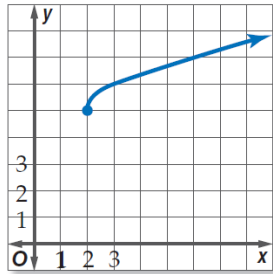
1	مجال الدالة $f(x) = \sqrt{x-4}$ هو :	A	$x \geq 4$	B	$x \geq -4$	C	$x < -4$	D	$x > 4$
---	--------------------------------------	---	------------	---	-------------	---	----------	---	---------

2	مدى الدالة $f(x) = \sqrt{x-4}$ هو :	A	$f(x) \geq 4$	B	$f(x) \geq 0$	C	$f(x) \leq 0$	D	$f(x) > 0$
---	-------------------------------------	---	---------------	---	---------------	---	---------------	---	------------

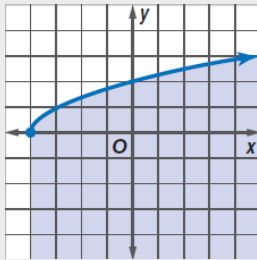
3	مجال الدالة $y = \sqrt{x-2} + 4$ هو :	A	$x \geq 2$	B	$x \geq -2$	C	$x < -2$	D	$x > 2$
---	---------------------------------------	---	------------	---	-------------	---	----------	---	---------

4	مدى الدالة $y = \sqrt{x-2} + 4$ هو :	A	$f(x) \geq 0$	B	$f(x) \geq 2$	C	$f(x) \leq 4$	D	$f(x) \geq 4$
---	--------------------------------------	---	---------------	---	---------------	---	---------------	---	---------------

5	الشكل المقابل يمثل أي من الدوال الآتية :	A	$y = \sqrt{x+2} + 5$	B	$y = \sqrt{x-2} - 5$	C	$y = \sqrt{x+2} - 5$	D	$y = \sqrt{x-2} + 5$
---	--	---	----------------------	---	----------------------	---	----------------------	---	----------------------



6	أي من المتباينات الآتية تمثل الشكل المقابل :	A	$y \geq \sqrt{x+4}$	B	$y \leq \sqrt{x+4}$	C	$y \geq \sqrt{x-4}$	D	$y \leq \sqrt{x-4}$
---	--	---	---------------------	---	---------------------	---	---------------------	---	---------------------



## 4-4 الجذر النوني

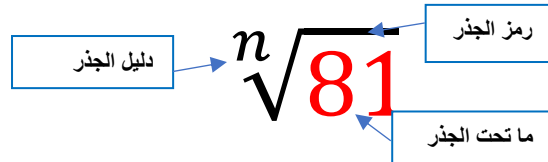
### الجذر النوني

لاي عددين حقيقيين  $a, b$  ولاي عدد صحيح  $n$  ، حيث  $n > 1$  إذا كان  $a^n = b$  ،

فإن  $a$  هو الجذر النوني للعدد  $b$  ، أي أن:

نأخذ الجذر النوني للطرفين  $\sqrt[n]{\phantom{x}}$

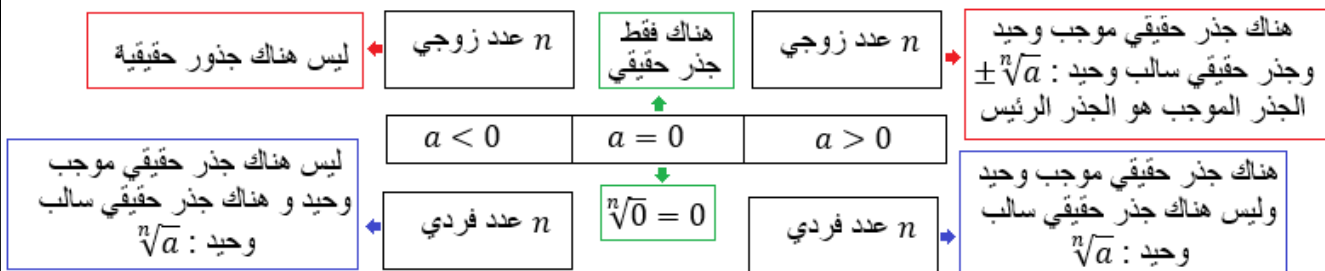
$$a^n = b \Rightarrow \sqrt[n]{a^n} = \sqrt[n]{b} \Rightarrow a^{\frac{n}{n}} = \sqrt[n]{b} \Rightarrow a = \sqrt[n]{b}$$



$\sqrt{64}$ يشير إلى الجذر التربيعي الرئيس للعدد 64	$\sqrt{64} = 8$
$-\sqrt{64}$ يشير إلى معكوس (النظير الجمعي) للجذر التربيعي الرئيس للعدد 64	$-\sqrt{64} = -8$
$\pm\sqrt{64}$ يشير إلى كلا الجذرين التربيعيين للعدد 64	$\pm\sqrt{64} = \pm 8$

### الجذر النوني الحقيقي

ليكن  $n$  عددا صحيحا أكبر من 1 و  $a$  عددا حقيقيا.



**ملاحظة:** إذا كان دليل الجذر عددا زوجيا وأس ما تحت الجذر عددا زوجيا وكان الأس الناتج عدد فرديا يجب أن نضع القيمة المطلقة للناتج لتتأكد من أن الجواب ليس سالبا .

**مثال:** بسط كلا من العبارات الآتية :

$\sqrt[5]{32 x^{15} y^{10}}$ <p>نستخدم خاصية توزيع الجذر على الضرب</p> $\sqrt[5]{32 x^{15} y^{10}} = \sqrt[5]{32} \cdot \sqrt[5]{x^{15}} \cdot \sqrt[5]{y^{10}}$ $\sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{4 \times 8} = \sqrt[5]{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = 2$ $\sqrt[5]{x^{15}} = x^{\frac{15}{5}} = x^3$ $\sqrt[5]{y^{10}} = y^{\frac{10}{5}} = y^2$ $\sqrt[5]{32 x^{15} y^{10}} = 2 x^3 y^2$	$\sqrt[4]{81(y+1)^{12}}$ <p>نستخدم خاصية توزيع الجذر على الضرب</p> $\sqrt[4]{81(y+1)^{12}} = \sqrt[4]{81} \cdot \sqrt[4]{(y+1)^{12}}$ $\sqrt[4]{81} = 3$ $\sqrt[4]{(y+1)^{12}} = (y+1)^{\frac{12}{4}}$ <p>عدد فردي يجب وضع قيمة مطلقة في الناتج ، <math>\frac{12}{4} = 3</math></p> $\sqrt[4]{81(y+1)^{12}} = 3 (y+1)^3 $
---	---

ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثالثة	4-4 الجذر النوني
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

1	تبسيط $\sqrt[3]{8x^6}$ يساوي :	A	$3x$	B	$2x^3$	C	$2x^2$	D	$3x^2$
---	--------------------------------	---	------	---	--------	---	--------	---	--------

2	تبسيط $\sqrt[4]{16(x-3)^{12}}$ يساوي :	A	$4(x-3)^{12}$	B	$4(x-3)^8$	C	$2 (x-3)^3 $	D	$16 (x-3)^3 $
---	--	---	---------------	---	------------	---	--------------	---	---------------

3	$\sqrt[5]{-3211}$ يساوي لاقرب 3 ارقام عشرية :	A	$-5.027$	B	$-5.227$	C	$5.27$	D	$-5.271$
---	---	---	----------	---	----------	---	--------	---	----------

4	تبسيط $\sqrt[8]{x^{16}y^8}$ يساوي :	A	$x^2 y $	B	$x^3y^2$	C	$x^3 y $	D	$y^3x$
---	-------------------------------------	---	----------	---	----------	---	----------	---	--------

5	تبسيط $\sqrt[3]{27x^{12}z^6}$ :	A	$9x^4z^2$	B	$3x^4z^2$	C	$3x^4z^3$	D	$3x^4z^6$
---	---------------------------------	---	-----------	---	-----------	---	-----------	---	-----------

## 4-5 العمليات على العبارات الجذرية

### تبسيط العبارات الجذرية

تكون العبارة الجذرية في أبسط صورة إذا تحققت جميع الشروط الآتية :

1. إذا كان دليل الجذر  $n$  أصغر ما يمكن .
2. إذا لم يتضمن ما تحت الجذر عوامل ( غير العدد 1 ) يمكن أن تكتب على صورة قوى نونية لعدد صحيح أولكثيرة حدود .
3. إذا لم يتضمن ما تحت الجذر كسورا .
4. إذا لم توجد جذور في المقام باستعمال عملية ( انطاق المقام ) .

تبسيط العبارات الجذرية باستعمال خاصية الضرب	لاي عددين حقيقيين $a, b$ ولاي عدد صحيح $n$ ، حيث $n > 1$ فإن : $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ إذا كانت $n$ عدد زوجيا وكان $a, b$ عددين غير سالبين أو كان $n$ عددا فرديا .
تبسيط العبارات الجذرية باستعمال خاصية القسمة	لاي عددين حقيقيين $a, b$ ، حيث $b \neq 0$ ولاي عدد صحيح $n$ ، حيث $n > 1$ فإن : $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ ، إذا كانت جميع الجذور معرفة .

### عملية انطاق المقام

مثال	فاضرب البسط والمقام في	إذا كان المقام
$\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$	$\sqrt{a}$	$\sqrt{a}$
$\frac{4}{\sqrt[4]{3}} = \frac{4}{\sqrt[4]{3}} \cdot \frac{\sqrt[4]{3^3}}{\sqrt[4]{3^3}} = \frac{4\sqrt[4]{3^3}}{\sqrt[4]{3^4}} = \frac{4\sqrt[4]{27}}{3}$	$\sqrt[n]{a^{n-x}}$	$\sqrt[n]{a^x}$

### العمليات على العبارات الجذرية

الجمع أو الطرح	نجمع أو نطرح الحدود التي لها جذور متشابهة ( أي أن يكون للجذور الدليل نفسه وما تحت الجذور المقادير نفسها )
الضرب	نستعمل خاصية التوزيع بالترتيب لضرب ثنائيتي حد
استعمال المرافق لانطاق المقام	تعتبر كل من ثنائيتي الحد اللتين على الصورة $a\sqrt{b} + c\sqrt{d}$ ، $a\sqrt{b} + c\sqrt{d}$ حيث $a, b, c, d$ أعداد نسبية مرافقة للاحرى . ( يمكن استعمال قانون الفرق بين مربعين ) $(x^2 - y^2) = (x - y) \cdot (x + y)$

**مثال :** بسط العبارات الاتية :

$\frac{3}{\sqrt{5}-2}$	$\begin{aligned}\frac{3}{\sqrt{5}-2} &= \frac{3}{\sqrt{5}-2} \cdot \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}+2} \\ &= \frac{3(\sqrt{5}+2)}{5-4} \\ &= \frac{3\sqrt{5}+6}{1} \\ &= 3\sqrt{5}+6\end{aligned}$
$\sqrt{\frac{x^6}{y^7}}$	$\begin{aligned}\sqrt{\frac{x^6}{y^7}} &= \frac{\sqrt{x^6}}{\sqrt{y^7}} = \frac{x^{\frac{6}{2}}}{\sqrt{y^6} \cdot \sqrt{y}} = \frac{ x^3 }{y^{\frac{6}{2}} \cdot \sqrt{y}} \\ &= \frac{x^3}{y^3 \sqrt{y}} \cdot \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{y}} = \frac{ x^3  \sqrt{y}}{y^4}\end{aligned}$
$4\sqrt{8} + 3\sqrt{50}$	$\begin{aligned}4\sqrt{8} + 3\sqrt{50} &= 4\sqrt{2 \times 2 \times 2} + 3\sqrt{5 \times 5 \times 2} \\ &= 4(2\sqrt{2}) + 3(5\sqrt{2}) \\ &= 8\sqrt{2} + 15\sqrt{2} = 23\sqrt{2}\end{aligned}$

ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثالثة	4-5 العمليات على العبارات الجذرية
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

1	العبرة الجذرية التي تكافئ العبرة الجذرية $\sqrt{144a^3b^5}$ هي :					
	A	$12\sqrt{ab} ab^2$	B	$12\sqrt{a} ab^5$	C	$12\sqrt{b} a^2b^2$
					D	$12\sqrt{ab} a^2b^4$

2	تبسيط $4\sqrt{32} + 6\sqrt{18}$ يساوي:					
	A	$118\sqrt{2}$	B	$50\sqrt{2}$	C	$34\sqrt{2}$
					D	$27\sqrt{2}$

3	تبسيط $\sqrt{\frac{y^8}{x^6}}$ يساوي :					
	A	$\frac{y^2}{ x^3 }$	B	$\frac{y^4}{x^2}$	C	$\frac{y^2}{x^4}$
					D	$\frac{y^4}{ x^3 }$

4	تبسيط $\frac{\sqrt{3}}{5+\sqrt{2}}$ يساوي :					
	A	$\frac{\sqrt{3}}{5-\sqrt{2}}$	B	$\frac{\sqrt{6}+5\sqrt{3}}{23}$	C	$\frac{-\sqrt{6}+5\sqrt{3}}{23}$
					D	$\frac{\sqrt{6}}{5}$

## 4-6 الأسس النسبية

### الأسس النسبية

الأسس النسبية $(b^{\frac{1}{n}})$	لأي عدد حقيقي $b$ ، وأي عدد صحيح موجب $n$ ، $b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{b}$ ، إلا إذا كانت $b < 0$ ، $n$ عددا زوجيا فإن الجذر النوني يكون عددا مركبا .
الأسس النسبية $(b^{\frac{x}{y}})$	يكون $b^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{b^x} = (\sqrt[y]{b})^x$ لأي عدد حقيقي $b$ لا يساوي صفرا ولأي عددين صحيحين $x, y$ بحيث $y > 1$ ، إلا إذا كانت $b < 0$ ، $y$ عددا زوجيا فإن الجذر قد يكون عددا مركبا .

**مثال 1 :** اكتب العبارة الاسية على الصورة الجذرية أو العكس فيما يلي :

العدد $x^{\frac{1}{7}}$ صورته الجذرية : $\sqrt[7]{x^1} = \sqrt[7]{x}$	العدد $y^{\frac{3}{4}}$ صورته الأسية : $\sqrt[4]{y^3}$
---	--

**مثال 2 :** أوجد قيمة كل عبارة فيما يلي :

قيمة $\sqrt{\sqrt{81}}$ تساوي :	$\sqrt{\sqrt{81}} = \sqrt{9} = 3$
قيمة $\sqrt[4]{\sqrt{256}}$ تساوي	$\sqrt[4]{\sqrt{256}} = \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{4 \times 4} = \sqrt[4]{2 \times 2 \times 2 \times 2} = 2$

### تبسيط العبارات التي تتضمن أسسا نسبية

تكون العبارة التي تتضمن أسسا نسبية في أبسط صورة إذا تحققت الشروط الآتية :

1. جميع الأسس غير سالبة .
2. جميع الأسس في المقام هي أعداد صحيحة موجبة .
3. لا يتضمن أي من البسط أو المقام أو كليهما كسرا .
4. دليل الجذر أو الجذور المتبقية فيها أصغر ما يمكن .

**مثال 3 :** بسط العبارات الآتية :

$p^{\frac{5}{3}} \cdot p^{\frac{4}{3}}$	الأسس في حالة الضرب تجمع و جمع الكسور المتشابهة $p^{\frac{5}{3} + \frac{4}{3}} = p^{\frac{9}{3}} = p^3$
$\frac{x^{\frac{3}{4}}}{x^{\frac{1}{2}}}$	الأسس في حالة القسمة تطرح و طرح الكسور غير المتشابهة ( توحيد مقامات ) $x^{\frac{3}{4} - \frac{1}{2}} = x^{\frac{3}{4} - \frac{2}{4}} = x^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{x}$



ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثالثة	4-6 الأسس النسبية
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

العدد $a^{\frac{1}{7}}$ يكافئ :								1
A	$a^7$	B	$\sqrt{a^7}$	C	$\sqrt[7]{a}$	D	$\sqrt[7]{a^2}$	

العدد $\sqrt[3]{c^{-5}}$ صورته الاسية :								2
A	$c^{\frac{5}{3}}$	B	$c^3$	C	$c^{-\frac{1}{3}}$	D	$c^{-\frac{5}{3}}$	

قيمة $216^{\frac{2}{3}}$ تساوي :								3
A	6	B	$6^{\frac{2}{3}}$	C	36	D	64	

تبسيط $p^{\frac{7}{4}} \cdot p^{\frac{5}{4}}$ يساوي :								4
A	$p^{-\frac{3}{4}}$	B	$p^3$	C	$p^{\frac{3}{4}}$	D	$p^{\frac{1}{3}}$	

قيمة $\sqrt{\sqrt{81}}$ تساوي:								5
A	$\sqrt{81}$	B	$\sqrt[3]{81}$	C	$\sqrt[4]{9}$	D	3	

## 4-7 حل المعادلات والمتباينات الجذرية

### حل المعادلات الجذرية

نستخدم الخطوات الآتية :

1. اجعل الجذر في طرف واحد من المعادلة .
  2. ارفع طرفي المعادلة لقوة مساوية لدليل الجذر وذلك للتخلص من الجذر
  3. حل معادلة كثيرة الحدود الناتجة ثم التحقق من صحة الحل .
- ملاحظة :** عند حل بعض المعادلات الجذرية ، قد لا يحقق الحل المعادلة الأصلية ويسمى هذا الحل (حلا دخيلا)

**مثال :** حل المعادلة  $\sqrt{x+5} + 1 = 4$  .

الحل :	التحقق :
$\sqrt{x+5} + 1 = 4$ $\sqrt{x+5} = 3$ $x+5 = 9$ $x = 4$	<p>نعوض <math>x = 4</math> في المعادلة</p> $\sqrt{x+5} + 1 = 4$ $\sqrt{4+5} + 1$ $\sqrt{9} + 1$ $3 + 1 = 4$

### حل المتباينات الجذرية

نستخدم الخطوات الآتية :

1. إذا كان دليل الجذر عددا زوجيا ، فعين قيم المتغير التي لا تجعل ما تحت الجذر سالبا .
2. حل المتباينة جبريا .
3. حدد حل المتباينة من الخطوتين السابقتين ، ثم اختبر القيم لتتأكد من صحة الحل .

**مثال :** حل المتباينة :  $3 + \sqrt{5x-10} \leq 8$  .

$5x - 10 \leq 0$ $5x \leq 10$ $x \leq 2$			ايجاد قيم $x$ التي لا تجعل ما تحت الجذر سالبا
$3 + \sqrt{5x-10} \leq 8$ $\sqrt{5x-10} \leq 5$ $5x - 10 \leq 25$ $5x \leq 35$ $x \leq 7$			حل المتباينة جبريا
$x = 0$	$x = 5$	$x = 8$	حل المتباينة $2 \leq x \leq 7$ نختبر قيم للتأكد من الحل
$3 + \sqrt{5x-10} \leq 8$	$3 + \sqrt{5x-10} \leq 8$	$3 + \sqrt{5x-10} \leq 8$	
$3 + \sqrt{(5 \cdot 0) - 10}$	$3 + \sqrt{(5 \cdot 5) - 10}$	$3 + \sqrt{(5 \cdot 8) - 10}$	
$3 + \sqrt{-10}$	$3 + \sqrt{15}$	$3 + \sqrt{30}$	
$\sqrt{-10}$ ليس عددا حقيقيا	$6.87 \leq 8$	$8.47 \leq 8$	
فالعبرة خاطئة	فالعبرة صحيحة	فالعبرة خاطئة	

ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثالثة	4-7 حل المعادلات والمتباينات الجذرية
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

حل المعادلة $3(\sqrt[4]{2n+6}) - 6 = 0$ هو :								1
A	-1	B	1	C	5	D	11	

حل المعادلة $\sqrt{x+5} + 1 = 4$ هو :								2
A	4	B	10	C	11	D	20	

حل المعادلة $\sqrt[3]{5x}=10$ هو :								3
A	2	B	200	C	20	D	1000	

[ملحق الإجابات](#)

[فهرس الفصل الرابع](#)

ملحق الاجابات  
الفصل الاول :  
الدوال والعلاقات

اختبر نفسك ( )	رقة عمل
1-1 خصائص الأعداد الحقيقية	الوحدة الأولى
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

أي مجموعات الأعداد التالية ينتمي إليها العدد $\sqrt{15}$ :						1
مجموعة الأعداد الصحيحة $Z$ .	A	مجموعة الأعداد النسبية $Q$ .	B	مجموعة الأعداد غير النسبية $I$ .	C	D
مجموعة الأعداد الطبيعية $N$ .						
أي مجموعات الأعداد التالية لا ينتمي إليها العدد $-\sqrt{81}$ :						2
مجموعة الأعداد الصحيحة $Z$ .	A	مجموعة الأعداد النسبية $Q$ .	B	مجموعة الأعداد غير النسبية $I$ .	C	D
مجموعة الأعداد الحقيقية $R$ .						
النظير الجمعي للعدد $\frac{5}{3}$ هو :						3
$\frac{5}{3}$	A	$-\frac{3}{5}$	B	$\frac{3}{5}$	C	D
$-\frac{5}{3}$						
النظير الجمعي للعدد 2.6 هو :						4
$\frac{13}{5}$	A	$-\frac{13}{5}$	B	$\frac{5}{13}$	C	D
$-\frac{5}{13}$						
كتابة ما يلي : $2(5x + 10y) + 9(3x + 8y) -$ بأبسط صورة نكتبها كما يلي :						5
$18x + 80y$	A	$8x + 18y$	B	$-17x - 52y$	C	D
$-37x + 72y$						
الخاصية الموضحة في : $(16 + 7) + 23 = 16 + (7 + 23)$ هي :						6
التبديلية.	A	التجميعية.	B	العنصر المحايد.	C	D
التوزيع.						
كتابة ما يلي : $3(6a - 8b) - 6(3a + 5b) -$ بأبسط صورة نكتبها كما يلي :						7
$-36a - 6b$	A	$8a + 45b$	B	$9a - 13b$	C	D
$6b + 8a$						
النظير الضربي للعدد 2.6 هو :						8
$\frac{13}{5}$	A	$-\frac{13}{5}$	B	$\frac{5}{13}$	C	D
$-\frac{5}{13}$						

اختبر نفسك )	رقة عمل
1-2 العلاقات والدوال	الوحدة الأولى
الشعبة:	الاسم:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

مجال العلاقة التالية :  $\{ (-6, -1), (-5, -9), (-3, -7), (-1, 7), (-6, -9) \}$  هو :

1

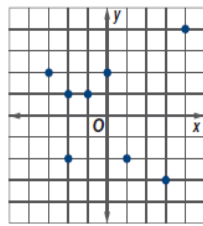
A  $\{-1, -9, -7, 7\}$  B  $\{-6, -5, -3, -1\}$  C  $\{-6, -9, -3, -1\}$  D  $\{-6, -5, -7, -1\}$

أي العلاقات التالية تمثل دالة :

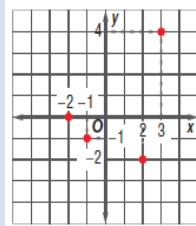
2

لا شيء مما ذكر .

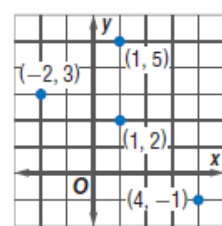
D



C



B



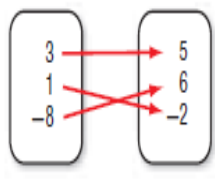
A

أي العلاقات التالية تمثل دالة متباينة :

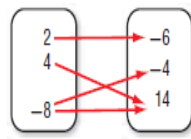
3

لا شيء مما ذكر .

D



C



B



A

إذا كانت  $f(x) = 4x - 8$  فإن  $f(3) = \dots\dots\dots$

4

A 12 B 8 C 6 D 4

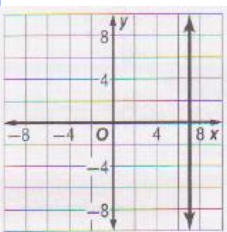
إذا كانت  $f(x) = -4x - 8$  فإن  $f(-4) = \dots\dots\dots$

5

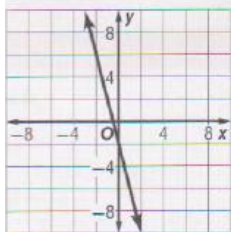
A 12 B 8 C 6 D 4

التمثيل البياني الصحيح للمعادلة :  $y = 5x + 4$  هو :

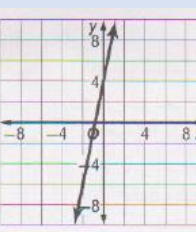
6



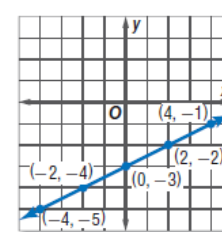
D



C



B



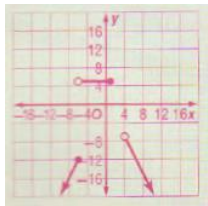
A

ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الأولى	1-3 دوال خاصة
الاسم:	الشعبة:

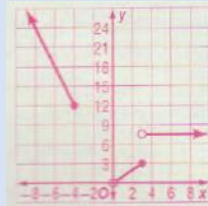
اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

التمثيل البياني الصحيح للدالة :  $f(x) = \begin{cases} -3x, & x \leq -4 \\ x, & 0 < x \leq 3 \\ 8, & x > 3 \end{cases}$  هو :

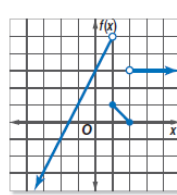
1



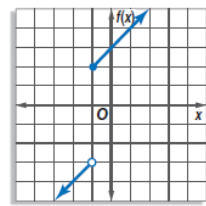
D



C



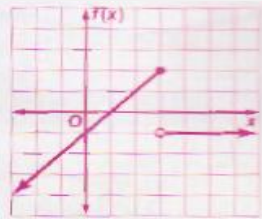
B



A

مجال الدالة التالية هو :

2



$\{f(x) | f(x) \leq 2\}$

D

$\{f(x) | f(x) \leq 1\}$

C

مجموعة الأعداد الصحيحة

B

مجموعة الأعداد الحقيقية

A

$\lceil 3.25 \rceil = \dots$

3

-4

D

4

C

-3

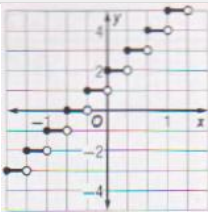
B

3

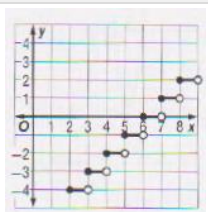
A

التمثيل البياني الصحيح للدالة :  $h(x) = \lfloor x - 5 \rfloor$  هو :

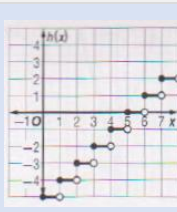
4



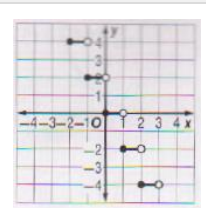
D



C



B

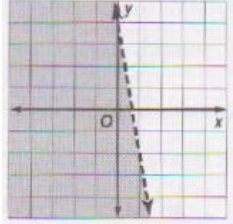
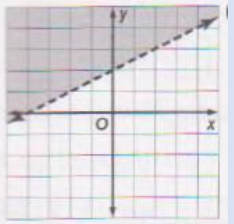
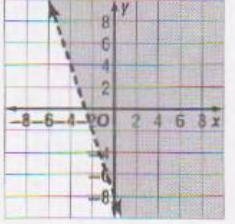
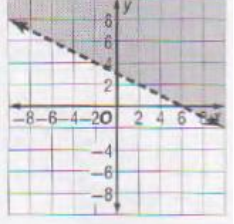


A

ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الأولى	1-4 تمثيل المتباينات الخطية ومتباينات القيمة المطلقة بيانياً
الاسم:	الشعبة:

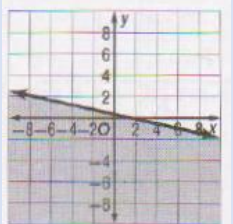
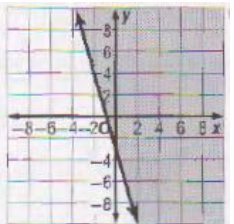
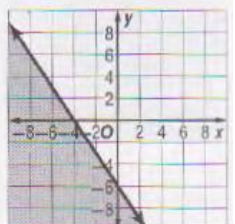
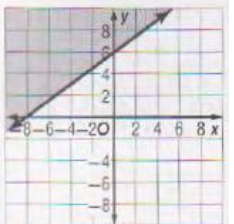
اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

التمثيل البياني الصحيح للمتباينة  $-x + 2y > 4$  هو :

	<b>A</b>
	<b>B</b>
	<b>C</b>
	<b>D</b>

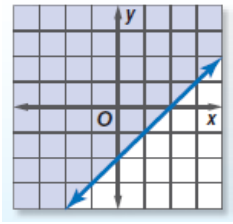
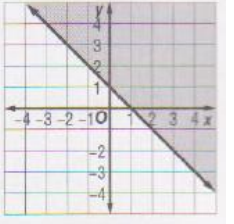
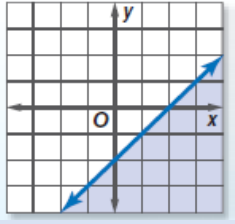
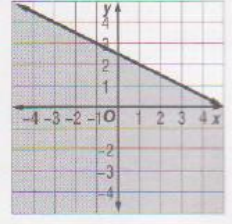
1

التمثيل البياني الصحيح للمتباينة  $x + 4y \leq 2$  هو :

	<b>A</b>
	<b>B</b>
	<b>C</b>
	<b>D</b>

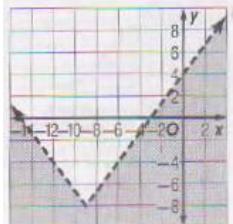
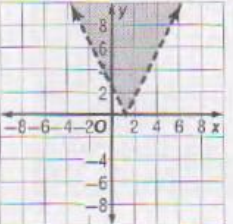
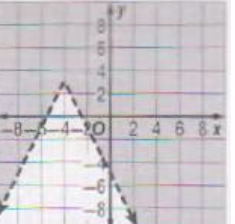
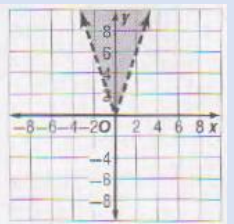
2

التمثيل البياني الصحيح للمتباينة  $x - y \geq 2$  هو :

	<b>A</b>
	<b>B</b>
	<b>C</b>
	<b>D</b>

3

التمثيل البياني الصحيح للمتباينة  $y > |3x|$  هو :

	<b>A</b>
	<b>B</b>
	<b>C</b>
	<b>D</b>

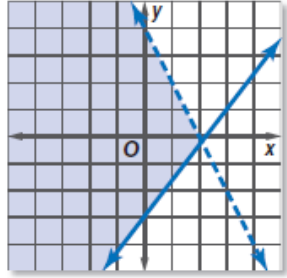
4

اختبر نفسك

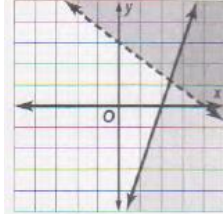
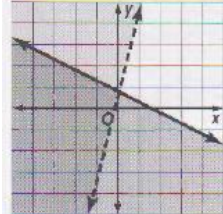
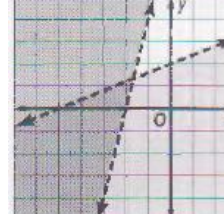
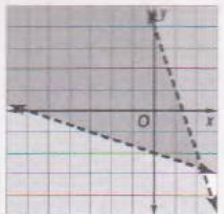


ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الأولى	1-5 حل أنظمة المتباينات الخطية بيانياً
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

		<p>الشكل البياني المجاور يمثل حل النظام الآتي :</p>	1				
$y > \frac{3}{2}x - 3$ $y < 4 - 2x$	<b>D</b>	$y \geq \frac{3}{2}x - 3$ $y < 4 - 2x$	<b>C</b>	$y \leq \frac{3}{2}x - 3$ $y \geq 4 - 2x$	<b>B</b>	$y \geq \frac{3}{2}x - 3$ $y \leq 4 - 2x$	<b>A</b>

حل النظام الآتي بيانياً هو :  $y < -3x + 4$  ،  $3y + x > -6$

	<b>A</b>		<b>B</b>		<b>C</b>		<b>D</b>	2
---	----------	--	----------	---	----------	---	----------	---

إحداثيات رؤوس المثلث الناتج عن التمثيل البياني للنظام الآتي هي :

$$y \geq 3x - 7$$

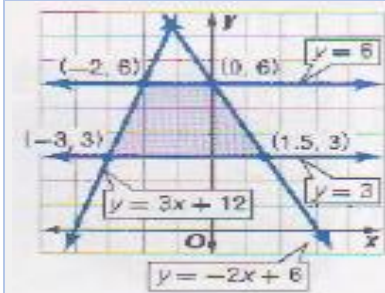
$$y \leq 8$$

$$x + y > 1$$

$(3,4), (6,9), (-7,8)$	<b>D</b>	$(3,4), (5,8), (-5,2)$	<b>C</b>	$(2,-1), (5,8), (-7,8)$	<b>B</b>	$(2,-1), (3,-3), (-3,3)$	<b>A</b>	3
------------------------	----------	------------------------	----------	-------------------------	----------	--------------------------	----------	---

ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الأولى	1-6 البرمجة الخطية والحل الأمثل
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:



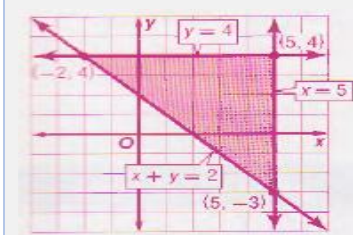
يوضح التمثيل البياني المجاور تمثيل النظام الآتي :

$$\begin{aligned} 3 &\leq y \leq 6 \\ y &\leq 3x + 12 \\ y &\leq -2x + 6 \end{aligned}$$

فإن القيمة العظمى للدالة  $f(x, y) = 4x - 2y$  في هذه المنطقة هي :

1

A	-18 وتكون عند النقطة $(-3, 3)$	B	0 وتكون عند النقطة $(1.5, 3)$	C	-12 وتكون عند النقطة $(0, 6)$	D	-20 وتكون عند النقطة $(-2, 6)$
---	--------------------------------	---	-------------------------------	---	-------------------------------	---	--------------------------------



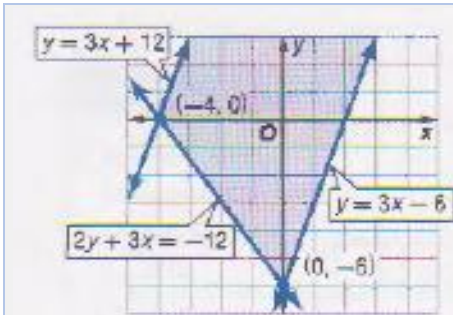
يوضح التمثيل البياني المجاور تمثيل النظام الآتي :

$$\begin{aligned} x &\leq 5 \\ y &\leq 4 \\ x + y &\geq 2 \end{aligned}$$

فإن القيمة العظمى للدالة  $f(x, y) = 3x - 2y$  في هذه المنطقة هي :

2

A	21 وتكون عند النقطة $(5, -3)$	B	7 وتكون عند النقطة $(5, 4)$	C	-14 وتكون عند النقطة $(-2, 4)$	D	-20 وتكون عند النقطة $(-2, 4)$
---	-------------------------------	---	-----------------------------	---	--------------------------------	---	--------------------------------



يوضح التمثيل البياني المجاور تمثيل النظام الآتي :

$$\begin{aligned} 2y + 3x &\geq -12 \\ y &\leq 3x + 12 \\ y &\geq 3x - 6 \end{aligned}$$

فإن القيمة العظمى للدالة  $f(x, y) = 9x - 6y$  في هذه المنطقة هي :

3

A	36 وتكون عند النقطة $(0, -6)$	B	36 وتكون عند النقطة $(-4, 0)$	C	-36 وتكون عند النقطة $(0, -6)$	D	لا توجد قيمة عظمى للدالة .
---	-------------------------------	---	-------------------------------	---	--------------------------------	---	----------------------------

# ملحق الاجابات

## الفصل الثاني :

### المصفوفات

ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثانية	2-1 مقدمة في المصفوفات
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

1	رتبة المصفوفة $A = \begin{bmatrix} 4 & 6 & 5 \\ -2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ هي :					
	A	$2 \times 2$	B	$2 \times 3$	C	$3 \times 3$
	D	$3 \times 2$				

2	من المصفوفة $B = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 6 & 3 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$ قيمة العنصر $b_{31}$ تساوي :					
	A	6	B	3	C	-3
	D	1				

3	تسمى المصفوفة $A = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$ مصفوفة					
	A	صف	B	عمود	C	مربعة
	D	صفيرية				

4	إذا كان $\begin{bmatrix} x+1 & 3 \\ 0 & Y \\ 5 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 0 & 4 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$ فإن قيمة $x$ هي :					
	A	2	B	4	C	3
	D	0				



ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثانية	2-2 العمليات على المصفوفات
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

$\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} =$						1
$\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$	D	$\begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$	C	$\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$	B	
$\begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$	A					

$\begin{bmatrix} 7 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} =$						2
$\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$	D	$\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$	C	$\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$	B	
$\begin{bmatrix} 12 & 4 \\ -3 & 6 \end{bmatrix}$	A					

إذا كانت $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & -3 & 8 \end{bmatrix}$ فإن $3A$ تساوي:						3
$\begin{bmatrix} 3 & 6 & 12 \\ 0 & 9 & 24 \end{bmatrix}$	D	$\begin{bmatrix} 3 & -6 & 12 \\ 0 & -9 & 24 \end{bmatrix}$	C	$\begin{bmatrix} 3 & -6 & 12 \\ 3 & -9 & 24 \end{bmatrix}$	B	
$\begin{bmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 0 & -3 & 8 \end{bmatrix}$	A					



ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثانية	2-3 ضرب المصفوفات
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

1	رتبة المصفوفة الناتجة من $A_{2 \times 3} \cdot B_{3 \times 4}$ هي :	<b>A</b>	$2 \times 3$	<b>B</b>	$2 \times 4$	<b>C</b>	$4 \times 3$	<b>D</b>	$3 \times 2$
---	---	----------	--------------	----------	--------------	----------	--------------	----------	--------------

2	رتبة المصفوفة الناتجة من $A_{2 \times 3} \cdot B_{2 \times 4}$ هي :	<b>A</b>	$2 \times 3$	<b>B</b>	$2 \times 4$	<b>C</b>	$4 \times 3$	<b>D</b>	لا يمكن الضرب
---	---	----------	--------------	----------	--------------	----------	--------------	----------	---------------

3	إذا كانت $U = \begin{bmatrix} 5 & 9 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$ , $V = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 6 & -5 \end{bmatrix}$ فإن $UV =$	<b>A</b>	$\begin{bmatrix} 64 & -50 \\ -18 & 13 \end{bmatrix}$	<b>B</b>	$\begin{bmatrix} -50 & 64 \\ 13 & -18 \end{bmatrix}$	<b>C</b>	$\begin{bmatrix} 10 & -9 \\ -18 & 10 \end{bmatrix}$	<b>D</b>	$\begin{bmatrix} 10 & 64 \\ 18 & -18 \end{bmatrix}$
---	---	----------	--	----------	--	----------	---	----------	---

4	رتبة المصفوفة الناتجة من عملية الضرب الآتية $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 0 \\ 9 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$	<b>A</b>	$3 \times 2$	<b>B</b>	$3 \times 3$	<b>C</b>	$2 \times 3$	<b>D</b>	لا يمكن الضرب
---	--	----------	--------------	----------	--------------	----------	--------------	----------	---------------



ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثانية	2-4 المحددات وقاعدة كرامر
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

$\begin{vmatrix} -5 & 9 & 4 \\ -2 & -1 & 5 \\ -4 & 6 & 2 \end{vmatrix} =$							1
50	D	-48	C	16	B	48	

$\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} =$							2
-13	D	-7	C	13	B	7	

<div>حل النظام</div> <div><math>8x - 5y = 70</math></div> <div><math>9x + 7y = 3</math></div> <div>هو :</div>							3
(6,5)	D	(-6,5)	C	(5,-6)	B	(5,6)	

<div>حل النظام</div> <div><math>6x + 5y + 2z = -1</math></div> <div><math>-x + 3y + 7z = 12</math></div> <div><math>5x - 7y - 3z = -52</math></div> <div>هو:</div>							4
(4,5,1)	D	(5,-4,-1)	C	(-1,5,-4)	B	(-4,5,-1)	



ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثانية	2-5 النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

النظير الضربي للمصفوفة $A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$						1
$\begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 19 & 19 \\ 1 & 3 \\ 19 & 19 \end{bmatrix}$	D	$\begin{bmatrix} -3 & -7 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$	C	$\begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 19 & 19 \\ 1 & -3 \\ 19 & 19 \end{bmatrix}$	B	
$\begin{bmatrix} -4 & -7 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$	A					

النظير الضربي للمصفوفة $Q = \begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$						2
لا يوجد نظير ضربي	D	$\begin{bmatrix} 9 & 3 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$	C	$\begin{bmatrix} -3 & -9 \\ -2 & -6 \end{bmatrix}$	B	
$\begin{bmatrix} 6 & -9 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$	A					

قيمة $x$ التي تجعل المصفوفة $A = \begin{bmatrix} x & 4 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$ ليس لها نظير ضربي						3
9	D	12	C	-12	B	

قيمة $x$ التي تجعل المصفوفة $B = \begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 2 & x-1 \end{bmatrix}$ ليس لها نظير ضربي						4
8	D	5	C	7	B	



ملحق الاجابات  
الفصل الثالث :  
كثيرات الحدود ودوالها

ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثالثة	3-1 الأعداد المركبة
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:							
1	نكتب $\sqrt{-81}$ بشكل مبسط كما يلي :						
	A	9	B	$9i$	C	81	D
2	نكتب $\sqrt{-45}$ بشكل مبسط كما يلي :						
	A	$3\sqrt{3}$	B	$3\sqrt{5}$	C	$3\sqrt{3}i$	D
3	$3i \cdot 4i = \dots\dots\dots$						
	A	12	B	$12i$	C	-12	D
4	$-3i \cdot 4i = \dots\dots\dots$						
	A	12	B	$12i$	C	-12	D
5	$i^{12} = \dots\dots\dots$						
	A	1	B	-1	C	$i$	D
6	$i^{15} = \dots\dots\dots$						
	A	1	B	-1	C	$i$	D
7	مجموعة حل المعادلة التالية : $x^2 + 64 = 0$ هي :						
	A	$\{8, -8\}$	B	$\{8i, -8i\}$	C	$\{64, -64\}$	D
8	قيمتي $a, b$ الحقيقيتين اللتين تجعلان المعادلة التالية صحيحة $3a + (4b + 2)i = 9 - 6i$ هي :						
	A	$a = 3, b = 2$	B	$a = 3, b = -2$	C	$a = 9, b = -6$	D

ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثالثة	3-2 القانون العام والمميز
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:						
1	مجموعة حل المعادلة التالية : $x^2 + 6x + 5 = 0$ هي :					
	A	$\{5, 1\}$	B	$\{-5, -1\}$	C	$\{-5, 1\}$
2	مجموعة حل المعادلة التالية : $9x^2 + 6x + 1 = 0$ هي :					
	A	$\{\frac{1}{3}\}$	B	$\{-\frac{1}{3}\}$	C	$\{3\}$
3	مجموعة حل المعادلة التالية : $x^2 + 12x - 9 = 0$ هي :					
	A	$\{6 + \frac{3}{2}\sqrt{10}, 6 - \frac{3}{2}\sqrt{10}\}$	B	$\{-6 + \frac{3}{2}\sqrt{10}, -6 - \frac{3}{2}\sqrt{10}\}$	C	$\{6 + 3\sqrt{5}, 6 - 3\sqrt{5}\}$
4	مجموعة حل المعادلة التالية : $x^2 + 2x - 4 = -9$ هي :					
	A	$\{1 + 2i, 1 - 2i\}$	B	$\{-1 + 2i, -1 - 2i\}$	C	$\{1 + 4i, 1 - 4i\}$
5	ما قيمة ممیز المعادلة : $3x^2 + 8x + 2 = 0$ ؟					
	A	40	B	64	C	66
6	للمعادلة $3x^2 + 8x + 2 = 0$ :					
	A	جذران حقيقيان نسبيين .	B	جذران حقيقيان غير نسبيين .	C	جذران مركبان مترافقان .
7	إذا كانت قيمة المميز لمعادلة تربيعية تساوي صفراً فإن للمعادلة التربيعية :					
	A	جذران حقيقيان نسبيين .	B	جذران حقيقيان غير نسبيين .	C	جذران مركبان مترافقان .
7	جذر حقيقي واحد .					
	D	جذر حقيقي واحد .				



ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثالثة	3-3 العمليات على كثيرات الحدود
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:							
1	قيمة $5^{-2}$ تساوي:						
	A	25	B	-25	C	$\frac{1}{25}$	D
2	تبسيط العبارة $(2x^2y^3)^2$ يساوي:						
	A	$4x^4y^6$	B	$4x^4y^5$	C	$2x^4y^6$	D
3	تبسيط العبارة $\left(\frac{y}{2}\right)^{-3}$ تساوي :						
	A	$\frac{y^3}{8}$	B	$\frac{-y^3}{8}$	C	$\frac{8}{y^3}$	D
4	كثيرة الحدود $4x^3 + 2x^7 - 4x^4 + 5$ من الدرجة :						
	A	الأولى	B	الرابعة	C	الثالثة	D
5	ناتج الضرب $5x^2(3x^4 + 2x)$ هو :						
	A	$15x^8 + 10x^3$	B	$15x^6 + 10x^3$	C	$15x^6 + 10x^2$	D
6	تبسيط العبارة $(n - 9)(n + 7)$ يساوي:						
	A	$n^2 - 2n - 36$	B	$n^2 - 2n - 63$	C	$n^2 + 2n + 63$	D



ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثالثة	3-4 قسمة كثيرات الحدود
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

1	أبسط صورة للمقدار $\frac{4x^2y^2 - 2xy + 2x^2y}{xy}$ هي :
A	$4y + 2x$
B	$4y - 2 + 2x$
C	$4y - 2x$
D	$4y + 2 + 2x$

2	ناتج قسمة كثيرة الحدود $a^2 - 8a - 20$ على كثيرة الحدود $a + 2$ يساوي :
A	$a + 10$
B	$a - 10$
C	$a + 6$
D	$a - 6$

3	ناتج قسمة كثيرة الحدود $a^2 - 8a + 12$ على كثيرة الحدود $a - 2$ يساوي :
A	$a + 10$
B	$a - 10$
C	$a + 6$
D	$a - 6$

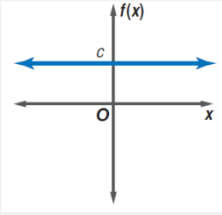
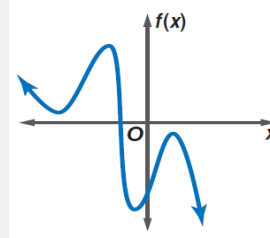
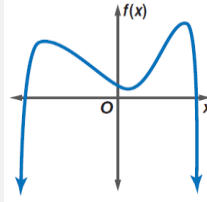
4	أي مما يأتي يكافئ العبارة : $(x^2 + 3x - 9)(4 - x)^{-1}$ ؟
A	$x + 7 + \frac{19}{4-x}$
B	$-x - 7$
C	$-x - 7 + \frac{19}{4-x}$
D	$-x - 7 - \frac{19}{4-x}$

5	أي مما يأتي يكافئ العبارة : $\frac{y^5 - 3y^2 - 20}{y - 2}$ ؟
A	$y^4 + 2y^3 + y^2 + 4y + 10 - \frac{16}{y-2}$
B	$y^4 + 2y^3 + 2y^2 + 4y + 10 + \frac{16}{y-2}$
C	$y^4 + 2y^3 + 4y^2 + 5y + 10 - \frac{16}{y-2}$
D	$y^4 + 2y^3 + 4y^2 + 5y + 10$

6	باقي قسمة كثيرة الحدود $a^2 + 8a - 26$ على كثيرة الحدود $a + 2$ يساوي :
A	0
B	-6
C	-38
D	-14

ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثالثة	3-5 دوال كثيرات الحدود
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

1	الشكل المقابل يعبر عن كثيرة حدود			
	A	ثابتة	B	خطية
2	في الشكل المقابل يكون سلوك طرفي التمثيل البياني هو :			
	A	$f(x) \rightarrow -\infty$ عندما $x \rightarrow -\infty$ $f(x) \rightarrow +\infty$ عندما $x \rightarrow +\infty$	C	$f(x) \rightarrow -\infty$ عندما $x \rightarrow -\infty$ $f(x) \rightarrow -\infty$ عندما $x \rightarrow +\infty$
	B	$f(x) \rightarrow -\infty$ عندما $x \rightarrow -\infty$ $f(x) \rightarrow +\infty$ عندما $x \rightarrow +\infty$	D	$f(x) \rightarrow +\infty$ عندما $x \rightarrow -\infty$ $f(x) \rightarrow -\infty$ عندما $x \rightarrow +\infty$
3	الدالة الممثلة بالشكل المقابل			
	A	فردية الدرجة و لها صفران حقيقيان	B	زوجية الدرجة و لها صفران حقيقيان
4	المعامل الرئيس لكثيرة الحدود $2x^4 - 5x^7 + 3x^2$ يساوي :			
	A	-5	B	2
5	في الدالة $c(x) = 2x^2 - 4x + 3$ تكون قيمة $c(y^2 - 1)$ تساوي :			
	A	$2y^4 + 8y^2 + 9$	C	$2y^4 - 8y^2 + 9$
	B	$-4y^4 - 8y^2 + 9$	D	$4y^4 + 8y^2 - 9$

ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثالثة	3-6 حل معادلات كثيرات الحدود
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:			
1	نحلل المقدار : $16x^4 + 54xy^3$ تحليلًا تامًا كما يلي :		
	$2x(x+y)(x^2-xy+y^2)$	C	$2x(2x+3y)(4x^2-6xy+9y^2)$ A
	$2x(x-y)(x^2+xy+y^2)$	D	$2x(2x-3y)(4x^2+6xy+9y^2)$ B
2	نحلل المقدار : $12ax + 8bx + 4cx + 9ay + 6by + 3cy$ تحليلًا تامًا كما يلي :		
	$(4x+3y)(3a+2b+c)$	C	$(4x-3y)(3a+2b+c)$ A
	$(4x+2y)(3a+2b+c)$	D	$(2x-4y)(3a+2b+c)$ B
3	نكتب العبارة الآتية : $150n^8 + 40n^4 - 15$ على الصورة التربيعية كما يلي :		
	$30(5n^4)^2 + 8(5n^4) - 15$	C	$6(5n^4)^2 + 10(4n^4) - 15$ A
	$10(5n^4)^2 + 10(4n^4) - 15$	D	$6(5n^4)^2 + 8(5n^4) - 15$ B
4	حلول المعادلة : $x^3 + 64 = 0$ هي :		
	$-4, 2 + 2\sqrt{3}i, 2 - 2\sqrt{3}i$	C	$-4, -2 + 2\sqrt{3}, -2 - 2\sqrt{3}$ A
	$4, -2 + 2\sqrt{3}i, -2 - 2\sqrt{3}i$	D	$4, 2 + 2\sqrt{3}, 2 - 2\sqrt{3}$ B
5	حلول المعادلة : $x^4 - 6x^2 + 8 = 0$ هي :		
	$2i, -2i, \sqrt{2}, -\sqrt{2}$	C	$-2, 2i, \sqrt{2}i, -\sqrt{2}$ A
	$2, -2, \sqrt{2}i, -\sqrt{2}i$	D	$-2, 2, \sqrt{2}, -\sqrt{2}$ B



ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثالثة	3-7 نظريتا الباقي والعوامل
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:						
1	لإيجاد باقي قسمة كثيرة حدود على كثيرة حدود أخرى نستعمل طريقة :					
	A	خوارزمية القسمة	B	التعويض التركيبي	C	التعويض المباشر
2	بناءً على نظرية الباقي: فإن $f(4)$ يساوي باقي قسمة كثيرة الحدود $2x^3 - 5x^2 - x + 14$ على ثنائية الحد :					
	A	$x + 4$	B	$x - 4$	C	$x + 2$
3	إذا كان : $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - x + 14$ ، فإن قيمة $f(4)$ تساوي :					
	A	64	B	58	C	8
4	بناءً على نظرية الباقي : فإن $f(-2)$ يساوي باقي قسمة كثيرة الحدود $2x^3 - 5x^2 - x + 14$ على ثنائية الحد :					
	A	$x + 4$	B	$x - 4$	C	$x + 2$
5	إذا كان : $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - x + 14$ ، فإن قيمة $f(-2)$ تساوي :					
	A	64	B	58	C	8
6	تكون ثنائية الحد $x - r$ عاملاً من عوامل كثيرة الحدود $P(x)$ إذا وفقط إذا كان :					
	A	$P(r) = 0$	B	$P(r) = 1$	C	$P(r) = r$
7	تكون ثنائية الحد $x - 2$ عاملاً من عوامل كثيرة الحدود $f(x) = x^3 - 7x^2 + 4x + 12$ إذا وفقط إذا كان :					
	A	$f(2) = 0$	B	$f(-2) = 0$	C	$f(1) = 0$
8	تكون ثنائية الحد $x + 1$ عاملاً من عوامل كثيرة الحدود $f(x) = x^3 - 7x^2 + 4x + 12$ إذا وفقط إذا كان :					
	A	$f(2) = 0$	B	$f(-2) = 0$	C	$f(1) = 0$



ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثالثة	3-8 الجذور والأصفار
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

1	كل معادلة كثيرة حدود درجتها أكبر من صفر لها جذر واحد على الأقل ينتمي إلى مجموعة الأعداد :	A	النسبية	B	الحقيقية	C	التخيلية	D	المركبة
	للمعادلة $x^3 + 2x = 0$								
2	جذر حقيقي واحد هو 0 ، و جذران تخيليان هما $-\sqrt{2}i, \sqrt{2}i$	A				C	جذر حقيقي واحد هو 0 ، و جذران تخيليان هما $2i, -2i$		
	جذر حقيقي واحد هو 2 ، و جذران تخيليان هما $\sqrt{2}i, -\sqrt{2}i$	B				D	جذر حقيقي واحد هو -2 ، و جذران تخيليان هما $2i, -2i$		
	للمعادلة $x^3 + 4x = 0$								
3	جذر حقيقي واحد هو 0 ، و جذران تخيليان هما $\sqrt{2}, -\sqrt{2}i$	A				C	جذر حقيقي واحد هو 0 ، و جذران تخيليان هما $2i, -2i$		
	جذر حقيقي واحد هو 4 ، و جذران تخيليان هما $\sqrt{2}i, -\sqrt{2}i$	B				D	جذر حقيقي واحد هو -4 ، و جذران تخيليان هما $2i, -2i$		
4	يكون لمعادلة كثيرة الحدود من الدرجة $n$ العدد $n$ فقط من الجذور ..... بما في ذلك الجذور المكررة .								
		A	النسبية	B	الحقيقية	C	التخيلية	D	المركبة
5	عدد الأصفار الحقيقية الموجبة الممكنة للدالة $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - 6$ ، يساوي :								
		A	0	B	1 أو 3	C	1 أو 2	D	0 أو 2
6	عدد الأصفار الحقيقية السالبة الممكنة للدالة $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - 6$ ، يساوي :								
		A	0	B	1 أو 3	C	1 أو 2	D	0 أو 2
7	عدد الأصفار التخيلية الممكنة للدالة $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - 6$ ، يساوي :								
		A	0	B	1 أو 3	C	1 أو 2	D	0 أو 2
8	إذا كان $3 + 4i$ صفرًا للدالة $f(x) = x^3 - 4x^2 + 13x + 50$ ، فإن ..... صفر للدالة أيضاً .								
		A	$3 + 4i$	B	$3 - 4i$	C	$-3 + 4i$	D	$-3 - 4i$



ملحق الاجابات  
الفصل الرابع  
العلاقات والدوال العكسية  
والجزئية

ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثالثة	4-1 العمليات على الدوال
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

1	إذا كان $f(x) = x^2 + 5x - 2$ , $g(x) = 3x - 2$ فإن $(f + g)(x)$ تساوي:
A	$x^2 + 8x - 4$
B	$x^2 + 8x$
C	$x^2 + 4x - 4$
D	$x^2 - 8x - 4$

2	إذا كانت $f(x) = x^2 - 5$ , $g(x) = -x + 8$ فإن $(f \cdot g)(x)$ تساوي :
A	$-x^3 + 8x^2 - 5x - 40$
B	$-x^3 - 8x^2 + 5x - 40$
C	$x^3 + 8x^2 + 5x - 40$
D	$-x^3 + 8x^2 + 5x - 40$

3	إذا كانت $f = \{(2,5), (6,10)\}$ , $g = \{(10,13), (5,8)\}$ فإن $g \circ f$ تساوي :
A	$\{(5,8), (10,13)\}$
B	$\{(2,8), (10,13)\}$
C	$\{(2,8), (6,13)\}$
D	$\{(5,8), (6,10)\}$

4	إذا كانت $f(x) = 2x - 5$ , $g(x) = 4x$ فإن $[g \circ f](x)$ تساوي :
A	$8x + 20$
B	$8x - 5$
C	$8x + 5$
D	$8x - 20$

5	إذا كانت $g(x) = -2x + 1$ , $h(x) = x^2 + 6x + 8$ فإن $g[h(3)]$ تساوي :
A	69
B	-69
C	3
D	-3

6	إذا كانت $f(x) = 2x + 4$ , $g(x) = x^2 + 5$ فإن قيمة $(f \circ g)(6)$ تساوي :
A	38
B	43
C	86
D	261

ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثالثة	4-2 العلاقات والدوال العكسية
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

إذا كانت $f(x) = 2x - 5$ فإن $f^{-1}(x)$ تساوي :							1
A	$-2x - 5$	B	$2x + 5$	C	$\frac{x + 5}{2}$	D	$\frac{x - 5}{2}$

إذا كانت $f(x) = 3x^2$ فإن $f^{-1}(x)$ تساوي :							2
A	$\pm \frac{\sqrt{x}}{3}$	B	$\pm \sqrt{\frac{x}{3}}$	C	$\pm \frac{\sqrt{3x}}{3}$	D	$\pm \frac{3\sqrt{x}}{2}$

أي من الدوال الآتية هي دالة عكسية للدالة $\frac{3x-5}{2}$ :							3
A	$\frac{2x + 5}{3}$	B	$\frac{3x + 5}{2}$	C	$\frac{2x - 5}{3}$	D	$2x + 5$



ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثالثة	4-3 دوال ومتباينة الجذر التربيعي
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

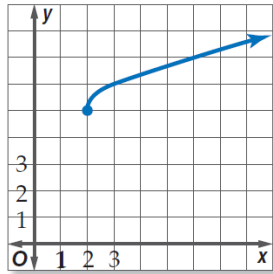
1	مجال الدالة $f(x) = \sqrt{x-4}$ هو :	A	$x \geq 4$	B	$x \geq -4$	C	$x < -4$	D	$x > 4$
---	--------------------------------------	---	------------	---	-------------	---	----------	---	---------

2	مدى الدالة $f(x) = \sqrt{x-4}$ هو :	A	$f(x) \geq 4$	B	$f(x) \geq 0$	C	$f(x) \leq 0$	D	$f(x) > 0$
---	-------------------------------------	---	---------------	---	---------------	---	---------------	---	------------

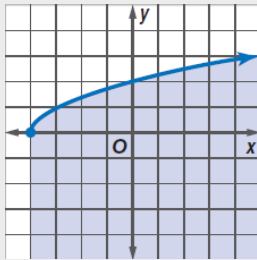
3	مجال الدالة $y = \sqrt{x-2} + 4$ هو :	A	$x \geq 2$	B	$x \geq -2$	C	$x < -2$	D	$x > 2$
---	---------------------------------------	---	------------	---	-------------	---	----------	---	---------

4	مدى الدالة $y = \sqrt{x-2} + 4$ هو :	A	$y \geq 0$	B	$y \geq 2$	C	$y \leq 4$	D	$y \geq 4$
---	--------------------------------------	---	------------	---	------------	---	------------	---	------------

5	الشكل المقابل يمثل أي من الدوال الآتية :	A	$y = \sqrt{x+2} + 5$	B	$y = \sqrt{x-2} - 5$	C	$y = \sqrt{x+2} - 5$	D	$y = \sqrt{x-2} + 5$
---	--	---	----------------------	---	----------------------	---	----------------------	---	----------------------



6	أي من المتباينات الآتية تمثل الشكل المقابل :	A	$y \geq \sqrt{x+4}$	B	$y \leq \sqrt{x+4}$	C	$y \geq \sqrt{x-4}$	D	$y \leq \sqrt{x-4}$
---	--	---	---------------------	---	---------------------	---	---------------------	---	---------------------



ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثالثة	4-4 الجذر النوني
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

1	تبسيط $\sqrt[3]{8x^6}$ يساوي :						
	A	$3x$	B	$2x^3$	C	$2x^2$	D $3x^2$

2	تبسيط $\sqrt[4]{16(x-3)^{12}}$ يساوي :						
	A	$4(x-3)^{12}$	B	$4(x-3)^8$	C	$2 (x-3)^3 $	D $ 16(x-3)^3 $

3	$\sqrt[5]{-3211}$ يساوي لاقرب 3 ارقام عشرية :						
	A	$-5.027$	B	$-5.227$	C	$5.27$	D $-5.271$

4	تبسيط $\sqrt[8]{x^{16}y^8}$ يساوي :						
	A	$x^2 y $	B	$x^3y^2$	C	$x^3 y $	D $y^3x$

5	تبسيط $\sqrt[3]{27x^{12}z^6}$ :						
	A	$9x^4z^2$	B	$3x^4z^2$	C	$3x^4z^3$	D $3x^4z^6$



ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثالثة	4-5 العمليات على العبارات الجذرية
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

1	العبرة الجذرية التي تكافئ العبرة الجذرية $\sqrt{144a^3b^5}$ هي :
A	$12\sqrt{ab} ab^2$
B	$12\sqrt{a} ab^5$
C	$12\sqrt{b} a^2b^2$
D	$12\sqrt{ab} a^2b^4$

2	تبسيط $4\sqrt{32} + 6\sqrt{18}$ يساوي:
A	$118\sqrt{2}$
B	$50\sqrt{2}$
C	$34\sqrt{2}$
D	$27\sqrt{2}$

3	تبسيط $\sqrt{\frac{y^8}{x^6}}$ يساوي :
A	$\frac{y^2}{ x^3 }$
B	$\frac{y^4}{x^2}$
C	$\frac{y^2}{x^4}$
D	$\frac{y^4}{ x^3 }$

4	تبسيط $\frac{\sqrt{3}}{5+\sqrt{2}}$ يساوي :
A	$\frac{\sqrt{3}}{5-\sqrt{2}}$
B	$\frac{\sqrt{6}+5\sqrt{3}}{23}$
C	$\frac{-\sqrt{6}+5\sqrt{3}}{23}$
D	$\frac{\sqrt{6}}{5}$



ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثالثة	4-6 الأسس النسبية
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

العدد $a^{\frac{1}{7}}$ يكافئ :							1
A	$a^7$	B	$\sqrt{a^7}$	C	$\sqrt[7]{a}$	D	$\sqrt[7]{a^2}$

العدد $\sqrt[3]{c^{-5}}$ صورته الاسية :							2
A	$c^{\frac{5}{3}}$	B	$c^3$	C	$c^{-\frac{1}{3}}$	D	$c^{-\frac{5}{3}}$

قيمة $216^{\frac{2}{3}}$ تساوي :							3
A	6	B	$6^{\frac{2}{3}}$	C	36	D	64

تبسيط $p^{\frac{7}{4}} \cdot p^{\frac{5}{4}}$ يساوي :							4
A	$p^{-\frac{3}{4}}$	B	$p^3$	C	$p^{\frac{3}{4}}$	D	$p^{\frac{1}{3}}$

قيمة $\sqrt{\sqrt{81}}$ تساوي:							5
A	$\sqrt{81}$	B	$\sqrt[3]{81}$	C	$\sqrt[4]{9}$	D	3





ورقة عمل	( اختبر نفسك )
الوحدة الثالثة	4-7 حل المعادلات والمتباينات الجذرية
الاسم:	الشعبة:

اختر الإجابة الصحيحة مما يلي:

حل المعادلة $3(\sqrt[4]{2n+6}) - 6 = 0$ هو :								1
A	-1	B	1	C	5	D	11	

حل المعادلة $\sqrt{x+5} + 1 = 4$ هو :								2
A	4	B	10	C	11	D	20	

حل المعادلة $\sqrt[3]{5x}=10$ هو :								3
A	2	B	200	C	20	D	1000	

المؤلفون	
1	روان تيسير أحمد القضاة
2	محمد عبدالله علي الثبتي
3	روحيه عبيدالله عليان السلمي

المراجعون	
1	محمد علي أحمد الشواف
2	شيمه يوسف نافع الحربي

التنسيق	
1	احمد صالح مجيد الخلف

### المرجع:

ماجروهيل. رياضيات 3. وزارة التعليم، مجموعة  
العبيكان للاستثمار. المملكة العربية السعودية.  
(2008)