الاسم/ تمارين عن الباب الثالث (رياضيات ٢-٢)

بين ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي متتابعة حسابية أم لا :

$7 . 12 . 16 . 20 \ldots\ldots\ldots$ (   ) $-6 . 3 . 12 . 21 \ldots\ldots\ldots$ (   )

$8 . -2 . -12 . -22 \ldots\ldots$ (   ) $-19 . -12 . -5 . 2 . 9 \ldots\ldots$ (   )

$-9 . -3 . 0 . 3 . 9 \ldots\ldots$ (   ) $\frac{2}{9} . \frac{5}{9} . \frac{8}{9} . \frac{11}{9} \ldots\ldots$ (   )

بين ما إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي متتابعة هندسية أم لا :

$-8 . 2 . -0.5 . 0.125 \ldots$ (   ) $1 . 3 . 7 . 15 \ldots\ldots\ldots$ (   )

$4 . 12 . 36 . 108 \ldots\ldots$ (   ) $7 . 14 . 21 . 28 \ldots\ldots$ (   )

$21 . 14 . 7 \ldots\ldots$ (   ) $-27 . 18 . -12 \ldots\ldots$ (   )

حدد نوع المتتابعة هل هي حسابية أم هندسية ثم أوجد الأساس

$\frac{5}{3} . 2 . \frac{7}{3} . \frac{8}{3} . 3 \ldots$ (   ) (الأساس :   ) $12 . 16 . 20 . 24 \ldots$ (   ) (الأساس :   )

$200 . -100 . 50 . -25 \ldots$ (   ) (الأساس :   ) $1 . -2 . -5 . -8 \ldots$ (   ) (الأساس :   )

أوجد الحدود الأربعة التالية في المتتابعة الحسابية :

$18 . 11 . 4 \ldots\ldots$ __الحل__

$6 . 18 . 30 \ldots\ldots$ __الحل__

$15 . 6 . -3 \ldots\ldots$ __الحل__

$-5 . -11 . -17 . -23 \ldots$ __الحل__

$\frac{1}{5} . \frac{4}{5} . \frac{7}{5} \ldots\ldots$ __الحل__

$\frac{2}{3} . -\frac{1}{3} . -\frac{4}{3} \ldots\ldots$ __الحل__

أوجد الحدود الثلاثة التالية للمتتابعة الهندسية : $\frac{1}{3} . 1 . 3 . 9 \ldots$ __الحل__

ادخر عامل في يوم ما 20 ريالا من أجره اليومي ، فإذا علمت أنه يدخر في كل يوم 5 ريالات زيادة على اليوم السابق ، فكم ريالا يدخر في اليوم الثاني عشر __الحل__ $20 . 25 . 30 . 35 . 40 . 45 . 50 . 55 . 60 . 65 . 70 . \underline{75}$

الحدود السبعة الأولى للمتتابعة $18 . 11 . 4 \ldots\ldots$

__الحل__

$$18 . 11 . 4 . -3 . -10 . -17 . -24$$

الحد النوني a_n في المتتابعة الحسابية : $\boxed{a_n = a_1 + (n-1)d}$

a_1 : الحد الأول d : الأساس n : عدد الحدود

أوجد قيمة الحد الواحد وخمسون في المتتابعة الحسابية : $2 . 5 . 8 . 11 \ldots\ldots$

__الحل__ $n = 51$ $d = 3$ $a_1 = 2$

$$a_{51} = 2 + (50)3 = 152$$

أوجد قيمة الحد المطلوب في المتتابعة الحسابية

a_n علما بأن : $n = 9$ $d = 8$ $a_1 = -4$ الحل $a_9 =$

a_{20} علما بأن : $d = -8$ $a_1 = 15$ الحل $a_{20} =$

a_n علما بأن : $n = 11$ $d = 9$ $a_1 = 14$ الحل $a_{11} =$

a_{18} في المتتابعة : $12 . 25 . 38 . \dots \dots$ الحل $a_{18} =$

a_n علما بأن : $n = 16$ $d = 12$ $a_1 = -18$ الحل $a_{16} =$

a_n علما بأن : $d = 4$ $n = 66$ $a_1 = -12$ الحل $a_{66} =$

a_{15} في المتتابعة : $-5 . -12 . -19 . \dots$ الحل $a_{15} =$

a_{24} في المتتابعة : $8.25 \;.\; 8.5 \;.\; 8.75 \;.\; \dots$ الحل $a_{24} = 8.25 + 23(0.25) = 14$

اكتب صيغة الحد النوني للمتتابعة الحسابية

$12 . 3 . -6 . \dots$ الحل $\boxed{d = -9}$ $a_n = 12 + (n-1)(-9) = 12 - 9n + 9 = 21 - 9n$

$d = 8$ $a_6 = 12$ الحل $a_1 = -28 \leftarrow 12 = a_1 + 40 \leftarrow 12 = a_1 + (5)8$

$a_n = -28 + (n-1)8 = -28 + 8n - 8 = -36 + 8n$

$13 . 19 . 25 . \dots$ الحل $a_n =$

$d = -4$ $a_5 = -12$ الحل $a_1 = \quad \leftarrow -12 = a_1 \quad \leftarrow -12 = a_1 + (\quad)(\quad)$

$a_n = \quad + (n-1) \quad = \quad =$

أوجد خمسة أوساط حسابية بين : $-18 \;.\; 36$

$-18 \;.\; \dots \;.\; \dots \;.\; \dots \;.\; \dots \;.\; \dots \;.\; 36$

الحل $d = \frac{a_n - a_1}{n-1} = \frac{36-(-18)}{7-1} = 9$

$\boxed{a_1 = -18 \qquad a_n = 36 \qquad n = 7}$

$36 = -18 + 6d \rightarrow 6d = 54 \rightarrow d = 9$

$-18 \;.\; \underline{-9 \;.\; 0 \;.\; 9 \;.\; 18 \;.\; 27} \;.\; 36$

أوجد الأوساط الحسابية $6 \;.\; \dots \;.\; \dots \;.\; \dots \;.\; 42$

الحل $d = \frac{a_n - a_1}{n-1} = \frac{\quad - \quad}{\quad - 1} =$ $\qquad a_1 = \qquad a_n = \qquad n =$

$6 \;.\; \dots \;.\; \dots \;.\; \dots \;.\; 42$

$-4 \;.\; \dots \;.\; \dots \;.\; \dots \;.\; 8$

الحل $d = \frac{a_n - a_1}{n-1} = \frac{\quad - \quad}{\quad - 1} =$ $\qquad a_1 = \qquad a_n = \qquad n =$

$-4 \;.\; \dots \;.\; \dots \;.\; \dots \;.\; 8$

المجموع الجزئي في متسلسلة حسابية : $\boxed{s_n = \frac{n}{2}\left[\,2a_1 + (n-1)d\,\right]}$ $\boxed{s_n = \frac{n}{2}\left(a_1 + a_n\right)}$

أوجد مجموع حدود المتسلسلة الحسابية : $2 + 4 + 6 + \cdots + 100$

الحل $a_1 = 2 \qquad d = 2 \qquad a_n = 100$

$a_n = a_1 + (n-1)d \quad \rightarrow \quad 100 = 2 + (n-1)2 \quad \rightarrow \quad 100 = 2 + 2n - 2 \quad \rightarrow \quad \boxed{n = 50}$

$s_n = \frac{n}{2}\left(a_1 + a_n\right) = \frac{50}{2}(2 + 100) = 2550$

طريقة اخرى $s_n = \frac{n}{2}\left[\,2a_1 + (n-1)d\,\right] = \frac{50}{2}\left[\,2(2) + 49(2)\,\right] = 2550$

أوجد مجموع حدود المتسلسلة الحسابية : $d = 8 \qquad a_n = 240 \qquad n = 16$

الحل

$a_n = a_1 + (n-1)d \quad \rightarrow \quad 240 = a_1 + (15)8 \quad \rightarrow \quad \boxed{a_1 = 120}$

$s_n = \frac{n}{2}\left(a_1 + a_n\right) = \frac{16}{2}(120 + 240) = 2880$

أوجد مجموع حدود المتسلسلة الحسابية : $d = 4 \qquad a_n = 188 \qquad a_1 = 12$

الحل

$a_n = a_1 + (n-1)d \quad \rightarrow \quad 188 = 12 + (n-1)4 \quad \rightarrow \quad 188 = 12 + 4n - 4$

$188 = 8 + 4n \quad \rightarrow \quad 180 = 4n \quad \rightarrow \quad \boxed{n = 45}$

$s_n = \frac{n}{2}\left(a_1 + a_n\right) = \frac{45}{2}(12 + 188) = 4500$

أوجد مجموع حدود المتسلسلة الحسابية : $4 + 8 + 12 + \cdots + 200$

الحل $a_1 = 4 \qquad d = 4 \qquad a_n = 200$

$a_n = a_1 + (n-1)d \quad \rightarrow \quad 200 = 4 + (n-1)4 \quad \rightarrow$ $\boxed{n = \quad}$

$s_n = \frac{n}{2}\left(a_1 + a_n\right) = \frac{\quad}{2}(4 + 200) =$

أوجد مجموع حدود المتسلسلة الحسابية : $n = 24 \qquad d = 6 \qquad a_1 = -16$

الحل $s_n = \frac{n}{2}\left[\,2a_1 + (n-1)d\,\right] = \frac{24}{2}\left[\,2(-16) + 23(6)\,\right] = 1272$

طريقة أخرى

$a_n = a_1 + (n-1)d = -16 + (23)6 = 122$

$s_n = \frac{n}{2}\left(a_1 + a_n\right) = \frac{24}{2}(-16 + 122) = 1272$

أوجد مجموع حدود المتسلسلة الحسابية : $n = 21 \qquad d = 5 \qquad a_n = 145$

الحل

$a_n = a_1 + (n-1)d \quad \rightarrow \quad 145 = a_1 + (\quad)5 \quad \rightarrow$ $\boxed{a_1 = \quad}$

$s_n = \frac{n}{2}\left(a_1 + a_n\right) = \frac{21}{2}(\qquad + 145) =$

أوجد مجموع : أول 50 عدداً طبيعياً

الحل $d = 1 \qquad n = 50 \qquad a_1 = 1$

$a_n = a_1 + (n-1)d = 1 + (49)1 = 50$

$s_n = \frac{n}{2}\left(a_1 + a_n\right) = \frac{50}{2}(1 + 50) = 1275$

أوجد مجموع : أول 100 عدد زوجي في مجموعة الأعداد الطبيعية

الحل $d = 2 \qquad n = 100 \qquad a_1 = 2$

$a_n = a_1 + (n-1)d = 2 + (99)2 = 200$

$s_n = \frac{n}{2}\left(a_1 + a_n\right) = \frac{100}{2}(2 + 200) = 10100$

أوجد مجموع : أول 200 عدد فردي في مجموعة الأعداد الطبيعية

الحل $d = 2 \qquad n = 200 \qquad a_1 = 1$

$a_n = a_1 + (n-1)d = 1 + (199)2 = 399$

$s_n = \frac{n}{2}\left(a_1 + a_n\right) = \frac{200}{2}(1 + 399) = 40000$

أوجد مجموع حدود المتسلسلة : $5m+6 \quad \sum_{m=9}^{21}$

الحل

$a_1 = 5(9)+6 = 51 \qquad a_n = 5(21)+6 = 111 \qquad n = (21-9)+1 = 13$

$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{13}{2}(51+111) = 1053$

أوجد مجموع حدود المتسلسلة : $3k+9 \quad \sum_{k=1}^{12}$

الحل

$a_1 = 3(\quad)+9 = \qquad a_n = 3(\quad)+9 = \qquad n = (\quad - \quad)+1 =$

$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{\quad}{2}(\quad + \quad) =$

أوجد مجموع حدود المتسلسلة : $4k-2 \quad \sum_{k=1}^{16}$

الحل

$a_1 = 4(\quad)-2 = \qquad a_n = 4(\quad)-2 = \qquad n = (\quad - \quad)+1 =$

$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{\quad}{2}(\quad + \quad) =$

أوجد مجموع حدود المتسلسلة : $-3k+2 \quad \sum_{k=0}^{12}$

الحل

$a_1 = -3(\quad)+2 = \qquad a_n = -3(\quad)+2 = \qquad n = (\quad - \quad)+1 =$

$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{\quad}{2}(\quad + \quad) =$

أوجد الحدود الثلاثة الأولى لمتتابعة حسابية فيها : $a_n = 36 \quad n = 8 \quad s_n = 120$

الحل

$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \rightarrow 120 = \frac{8}{2}(a_1 + 36) \rightarrow 120 = 4a_1 + 144 \rightarrow$

$-24 = 4a_1 \rightarrow \boxed{a_1 = -6}$

$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow 36 = -6 + 7d \rightarrow 7d = 42 \rightarrow \boxed{d = 6}$

الحدود الثلاثة الأولى $-6 \,.\, 0 \,.\, 6$

أوجد الحدود الثلاثة الأولى لمتتابعة حسابية فيها : $s_n = 5280 \quad a_n = 288 \quad a_1 = -24$

الحل

$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \rightarrow 5280 = \frac{n}{2}(-24+288) \rightarrow 5280 = 132n \rightarrow \boxed{n = 40}$

$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow 288 = -24 + 39d \rightarrow 39d = 312 \rightarrow \boxed{d = 8}$

الحدود الثلاثة الأولى $-24 \,.\, -16 \,.\, -8$

أوجد الحدود الثلاثة الأولى لمتتابعة حسابية فيها : $s_n = 1098 \quad a_n = 112 \quad n = 18$

الحل

$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \rightarrow 1098 = \frac{18}{2}(a_1 + 112) \rightarrow$

$\boxed{a_1 =}$

$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow 112 = \quad +17d \rightarrow \quad \rightarrow \boxed{d =}$

الحدود الثلاثة الأولى . .

أوجد الحدود الثلاثة الأولى لمتتابعة حسابية فيها : $s_n = 1296 \quad a_n = 100 \quad a_1 = 8$

الحل

$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \rightarrow 1296 = \frac{n}{2}(8+100) \rightarrow \quad \rightarrow \boxed{n =}$

$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow 100 = 8+ \quad \rightarrow \quad \rightarrow \boxed{d =}$

الاسم/ تمارين عن الباب الثالث (رياضيات ٢-٢)

ملاحظة : المتسلسلة الحسابية اللانهائية : متباعدة ليس لها مجموع

الحد النوني a_n في المتتابعة الهندسية : $\boxed{a_n = a_1 \; r^{n-1}}$

a_1 : الحد الأول r : الأساس n : عدد الحدود

أوجد قيمة الحد الواحد و العشرون في المتتابعة الهندسية : $3 . 6 . 12 . 24 . \ldots\ldots$

الحل $n = 21 \quad r = 2 \quad a_1 = 3$

$a_{21} = 3 \; (2)^{20} = 3145728$

أوجد a_n في المتتابعة الهندسية : $n = 7 \quad r = \frac{1}{4} \quad a_1 = 2400$

الحل

$a_7 = 2400 \; (\frac{1}{4})^6 = 0.5859375$

أوجد a_n في المتتابعة الهندسية : $n = 8 \quad r = -2 \quad a_1 = -4$

الحل

$a_8 = -4 \; (-2)^7 = 512$

أكتب صيغة الحد النوني في المتتابعة الهندسية : $-3 \; . \; 6 \; . -12 \; . \ldots\ldots$

الحل $r = -2 \quad a_1 = -3$

$a_n = -3 \; (-2)^{\,n-1} = -3 \; (-2)^n \; (-2)^{-1} = \frac{-3}{-2} \; (-2)^n = \frac{3}{2} \; (-2)^n$

أكتب صيغة الحد النوني في المتتابعة الهندسية : $r = 4 \quad a_3 = 16$

الحل $\boxed{n = 3}$

$16 = a_1 \; (4)^2 \quad \rightarrow \quad a_1 = \frac{16}{(4)^2} = 1$

$a_n = 1 \; (4)^{\,n-1} = 1 \; 4^n \; 4^{-1} = \frac{1}{4} \; 4^n$

أكتب صيغة الحد النوني في المتتابعة الهندسية : $r = 2 \quad a_3 = 28$

الحل $\boxed{n = 3}$

$= a_1 \; (\quad) \quad \rightarrow \quad a_1 = \text{———} = 7$

$a_n = 7 \; (2)^{\,n-1} = 7 \; 2^n \; 2^{-1} = \frac{7}{2} \; 2^n$

أوجد أربعة أوساط هندسية بين : $512 \; . \; 0.5$

الحل

$r = \sqrt[(n-1)]{\frac{a_n}{a_1}} = \sqrt[5]{\frac{512}{0.5}} = 4 \qquad n = 6 \qquad a_n = 512 \qquad a_1 = 0.5$

الأربعة أوساط هندسية : $128 \; . \; 32 \; . \; 8 \; . \; 2$

أوجد الأوساط هندسية في المتتابعة الهندسية : $64 \; . \; \ldots \; . \; \ldots \; . \; \ldots \; . \; 0.25$

الحل

$r = \sqrt[(n-1)]{\frac{a_n}{a_1}} = \sqrt[4]{\frac{64}{0.25}} = \pm 4 \qquad n = 5 \qquad a_n = 64 \qquad a_1 = 0.25$

الأوساط هندسية الثلاثة : $16 \; . \; 4 \; . \; 1$

أوجد الأوساط هندسية في المتتابعة الهندسية : $10 \; . \; \ldots \; . \; \ldots \; . \; \ldots \; . \; 810$

الحل

$r = \sqrt[(n-1)]{\frac{a_n}{a_1}} = \sqrt[4]{\frac{10}{810}} = \pm \frac{1}{3} \qquad n = 5 \qquad a_n = 10 \qquad a_1 = 810$

الأوساط هندسية الثلاثة : $30 \; . \; 90 \; . \; 270$

أوجد وسطين هندسيين بين : $-2 \; . \; 16$

المجموع الجزئي في متسلسلة هندسية : $\boxed{s_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}}$ $r \neq 1$ $\boxed{s_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r}}$

أوجد مجموع حدود المتسلسلة الهندسية : $n = 8$ $r = \frac{1}{3}$ $a_1 = 36$

الحل

$$s_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} = \frac{36\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^8\right)}{1-\frac{1}{3}} = \frac{13120}{243} = 53.991$$

أوجد مجموع حدود المتسلسلة الهندسية : $n = 7$ $r = \frac{3}{4}$ $a_1 = 240$

الحل

$$s_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} = \frac{240\left(1-\left(\frac{3}{4}\right)^7\right)}{1-\frac{3}{4}} = 831.855$$

أوجد مجموع حدود المتسلسلة الهندسية : $\sum_{k=1}^{7} 4(-3)^{k-1}$

الحل

الاساس

$r = -3$ | $a_1 = 4(-3)^0 = 4$ | $n = (7-1)+1 = 7$ | $a_n = 4(-3)^6 = 2916$

$$s_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} = \frac{4(1-(-3)^7)}{1-(-3)} = 2188$$

$$\boxed{s_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r} = \frac{4-2916\times(-3)}{1-(-3)} = 2188}$$

أوجد مجموع حدود المتسلسلة الهندسية : $\sum_{k=2}^{9} \frac{2}{3} 4^{k-1}$

الحل

الاساس

$r = 4$ $a_1 = \frac{2}{3}(4)^1 = \frac{8}{3}$ $n = (9-2)+1 = 8$

$$s_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} = \frac{\frac{8}{3}(1-4^8)}{1-4} = \frac{174760}{3} = 58253.33$$

أوجد مجموع حدود المتسلسلة الهندسية : $\sum_{k=1}^{10} 5(-1)^{k-1}$

الحل

الاساس

$r =$ $a_1 =$ $n =$

$$s_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} = \frac{\qquad}{\qquad} = 0$$ صفر

أوجد الحد الأول a_1 في المتسلسلة الهندسية : $r = -3$ $n = 8$ $s_n = -26240$

$\boxed{s_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}}$

الحل

$$-26240 = \frac{a_1(1-(-3)^8)}{1-(-3)} \rightarrow -26240 = -1640\, a_1 \rightarrow a_1 = 16$$

أوجد الحد الأول a_1 في المتسلسلة الهندسية : $r = \frac{1}{2}$ $a_n = 4$ $s_n = 1020$

$\boxed{s_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r}}$

الحل

$$1020 = \frac{a_1 - 4\left(\frac{1}{2}\right)}{1-\frac{1}{2}} \rightarrow 1020 = \frac{a_1 - 2}{\frac{1}{2}} \rightarrow 510 = a_1 - 2 \rightarrow a_1 = 512$$

اذا كان الحد الأول في متسلسلة هندسية 5 ، و أساسها 2 ، ومجموعها 1275 فما عدد حدودها

$\boxed{s_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}}$

الحل

$$1275 = \frac{5(1-(2)^n)}{1-2} \rightarrow 1275 = \frac{5-5(2)^n}{-1} \rightarrow -1275 = 5 - 5(2)^n$$

$$5(2)^n = 5 + 1275 \rightarrow 5(2)^n = 1280 \rightarrow 2^n = 256 \rightarrow 2^n = 2^8 \rightarrow n = 8$$

الاسم/ تمارين عن الباب الثالث (رياضيات ٢-٢)

المتسلسلة الهندسية متباعدة : عندما $\boxed{|r| \geq 1}$ المتسلسلة الهندسية متقاربة : عندما $\boxed{|r| < 1}$

مجموع المتسلسلة الهندسية اللانهائية المتقاربة : $\boxed{s = \frac{a_1}{1-r}}$

حدد أي المتسلسلات الهندسية الآتية متقاربة ، أو متباعدة ثم أوجد مجموع حدود المتسلسلة المتقاربة

$2 + 3 + 4.5 + \cdots$ الحل > 1 $r = \frac{3}{2}$ المتسلسلة متباعدة

$100 + 50 + 25 + \cdots$ الحل < 1 $r = \frac{1}{2}$ المتسلسلة متقاربة

$s = \frac{a_1}{1-r} = \frac{100}{1-\frac{1}{2}} = 200$

$16 - 8 + 4 - \cdots$ الحل < 1 $r = -\frac{1}{2}$ المتسلسلة متقاربة

$s = \frac{a_1}{1-r} = \frac{}{1-(-\frac{1}{2})} =$

$1 + 1 + 1 + \cdots$ الحل $= 1$ $r = 1$ المتسلسلة متباعدة

$440 + 220 + 110 + \cdots$ الحل < 1 $r = \frac{1}{2}$ المتسلسلة متقاربة

$s = \frac{a_1}{1-r} = \frac{}{1-\frac{1}{2}} =$

$0.1 + 0.01 + 0.001 + \cdots$ الحل < 1 $r = \frac{1}{}$ المتسلسلة متقاربة

$s = \frac{a_1}{1-r} = \frac{}{1-\frac{1}{}} =$

$0.008 + 0.08 + 0.8 + \cdots$ الحل > 1 $r =$ المتسلسلة متباعدة

أوجد قيمة : $\sum_{k=1}^{\infty} 12(\frac{3}{4})^{k-1}$

الحل < 1 $r = \frac{3}{4}$ متسلسلة متقاربة $a_1 = 12(\frac{3}{4})^{1-1} = 12$

$s = \frac{a_1}{1-r} = \frac{12}{1-\frac{3}{4}} =$

أوجد قيمة : $\sum_{k=1}^{\infty} 5(4)^{k-1}$

الحل > 1 $r = 4$ متسلسلة متباعدة

أوجد قيمة : $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{5}{3}(\frac{3}{7})^{k-1}$

الحل < 1 $r =$ متسلسلة متقاربة $a_1 =$

$s = \frac{a_1}{1-r} = \frac{\frac{5}{3}}{1-\frac{3}{7}} =$

أوجد قيمة : $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{4}{3}(\frac{5}{4})^{k-1}$

الحل > 1 $r =$ متسلسلة متباعدة

أكتب الكسر العشري الدوري في صورة كسر اعتيادي

$0.\overline{21}$ الحل $s = \frac{a_1}{1-r} = \frac{0.21}{1-0.01} = \frac{7}{33}$

$4.\overline{96}$ الحل $s = \frac{a_1}{1-r} = \frac{4.92}{1-0.01} = \frac{164}{33}$

$0.3\overline{21}$ الحل $s = \frac{0.318}{1-0.01} = \frac{53}{165}$

$0.12\overline{14}$ الحل $s = \frac{0.1202}{1-0.01} = \frac{601}{4950}$

نظرية ذات الحدين

$$(a+b)^n = {}_nc_0\, a^n b^0 + {}_nc_1\, a^{n-1} b^1 + {}_nc_2\, a^{n-2} b^2 + \dots + {}_nc_n\, a^0 b^n$$

$$= \sum_{k=0}^{n} {}_nc_k\, a^{n-k} b^k$$

أوجد مفكوك $(x+y)^{10}$

الحل

$$(x+y)^{10} = x^{10} + 10x^9 y + 45x^8 y^2 + 120x^7 y^3 + 210x^6 y^4 + 252x^5 y^5 + 210x^4 y^6 + 120x^3 y^7 + 45x^2 y^8 + 10x y^9 + y^{10}$$

أوجد مفكوك $(g+h)^7$

الحل

$$(g+h)^7 =$$

أوجد مفكوك $(x+3)^5$

الحل

$$(x+3)^5 = x^5 + 5x^4(3) + 10x^3(3)^2 + 10x^2(3)^3 + 5x(3)^4 + (3)^5$$

$$= x^5 + 15x^4 + 90x^3 + 270x^2 + 405x + 243$$

أوجد مفكوك $(y-4z)^4$

الحل

$$(y-4z)^4 = y^4 + 4y^3(-4z) + 6y^2(-4z)^2 + 4y(-4z)^3 + (-4z)^4$$

$$= y^4 - 16y^3z + 96y^2z^2 - 256yz^3 + 256z^4$$

أوجد الحد السادس في مفكوك $(c+d)^{10}$

الحل

$\boxed{k = d - 1}$ $\boxed{{}_nc_k\ (\text{الحد الأول})^{n-k}\ (\text{الحد الثاني})^k}$

$k = 5$

$$t_6 = {}_{10}c_5\ (c)^5 (d)^5 = 252\, c^5 d^5$$

أوجد الحد السادس في مفكوك $(2c-3d)^8$

الحل

$k = 5$

$$t_6 = {}_8c_5\ (2c)^3 (-3d)^5 = 56\,(8c^3)(-243d^5) = -108864\, c^3 d^5$$

أوجد الحد الرابع في مفكوك $(c+6)^8$

الحل

$k =$

$$t_4 = {}_8c\ (\quad)\ (\quad) = (\quad)(\quad) = 12096\, c^3$$

أوجد الحد الخامس في مفكوك $(x-4)^9$

الحل

$k =$

$$t_5 = {}_9c\ (\quad)\ (\quad) = (\quad)(\quad) = 32256\, x^5$$

$\boxed{\text{الحد الأول في المفكوك} = (\text{الحد الأول})^n}$ $\boxed{\text{الحد الأخير في المفكوك} = (\text{الحد الثاني})^n}$

أوجد الحد الأول في مفكوك $(3a+8b)^5$ الحل الحد الأول $= (3a)^5 = 243\, a^5$

أوجد الحد الأخير في مفكوك $(5x+y)^5$ الحل الحد الأخير $= y^5$

الاسم/ تمارين عن الباب الثالث (رياضيات ٢-٢)

مبدأ الاستقراء الرياضي : الخطوات 1) برهن أن الجملة صحيحة عندما (n = 1)
2) افترض أن الجملة صحيحة عند (k)
3) برهن أن الجملة صحيحة عند (k + 1) k : عدد طبيعي

برهن أن : $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

الحل

الخطوة الأولى (عند n = 1) $(1)^2 = \frac{1(1+1)(2(1)+1)}{6} \rightarrow 1 = \frac{1(2)(3)}{6} = 1$

الخطوة الثانية نفرض صحة $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + k^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$

الخطوة الثالثة (عند n = k + 1)

برهن أن : $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + (k+1)^2 = \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}$

من الفرضية : نضيف $(k+1)^2$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + k^2 + (k+1)^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + (k+1)^2$$

$$\frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + (k+1)^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)+6(k+1)^2}{6} = \frac{(k+1)[k(2k+1)+6(k+1)]}{6} = \frac{(k+1)(2k^2+7k+6)}{6}$$

$$= \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}$$

برهن صحة : $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1) = n^2$

الحل

الخطوة الأولى (عند n = 1) $[2(1)-1] = (1)^2 \rightarrow 1 = 1$

الخطوة الثانية نفرض صحة $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k-1) = k^2$

الخطوة الثالثة (عند n = k + 1)

برهن أن : $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k+1) = (k+1)^2$

من الفرضية : نضيف $(2k+1)$

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2k-1) + (2k+1) = k^2 + (2k+1)$$

$$= k^2 + 2k + 1 = (k+1)(k+1) = (k+1)^2$$

برهن صحة : $1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

الحل

الخطوة الأولى (عند n = 1) $1 = \frac{1(1+1)}{2} \rightarrow 1 = 1$

الخطوة الثانية نفرض صحة $1 + 2 + 3 + \cdots + k = \frac{k(k+1)}{2}$

الخطوة الثالثة (عند n = k + 1)

برهن أن : $1 + 2 + 3 + \cdots + k + 1 = \frac{(k+1)(k+2)}{2}$

من الفرضية : نضيف $(k+1)$

$$1 + 2 + 3 + \cdots + k + (k+1) = \frac{k(k+1)}{2} + (k+1)$$

$$= \frac{k(k+1) + 2(k+1)}{2} = \frac{(k+1)(k+2)}{2}$$

برهن أن $7^n - 1$ يقبل القسمة على 6 لكل عدد طبيعي n

الحل

الخطوة الأولى (عند n = 1) $7^1 - 1 = 6$ 6 تقبل القسمة على 6

الخطوة الثانية نفرض صحة $7^k - 1$ يقبل القسمة على 6 يعني أن : $7^k - 1 = 6r$

الخطوة الثالثة (عند n = k + 1) برهن أن $7^{k+1} - 1$ يقبل القسمة على 6

من الفرضية : الضرب في 7 ثم طرح 1 $7^k - 1 = 6r$

$$7^k = 6r + 1 \quad \rightarrow \quad 7\ 7^k = 42r + 7 \quad \rightarrow \quad 7^{k+1} - 1 = 42r + 6 = 6(7r + 1)$$

تقبل القسمة على 6

برهن أن $10^n - 1$ يقبل القسمة على 9 لكل عدد طبيعي n

الحل

الخطوة الأولى (عند n = 1) $10^1 - 1 = 9$ 9 تقبل القسمة على 9

الخطوة الثانية نفرض صحة $10^k - 1$ يقبل القسمة على 9 يعني أن : $10^k - 1 = 9r$

الخطوة الثالثة (عند n = k + 1) برهن أن $10^{k+1} - 1$ يقبل القسمة على 9

من الفرضية : الضرب في 10 ثم طرح 1 $10^k - 1 = 9r$

$$10^k = 9r + 1 \quad \rightarrow \quad 10\ 10^k = 90r + 10 \quad \rightarrow \quad 10^{k+1} - 1 = 90r + 9 = 9(10r + 1)$$

تقبل القسمة على 9

برهن أن $4^n - 1$ يقبل القسمة على 3 لكل عدد طبيعي n

الحل

الخطوة الأولى (عند n = 1) $4^1 - 1 = 3$ 4 تقبل القسمة على 3

الخطوة الثانية نفرض صحة $4^k - 1$ يقبل القسمة على 3 يعني أن : $4^k - 1 = 3r$

الخطوة الثالثة (عند n = k + 1) برهن أن $4^{k+1} - 1$ يقبل القسمة على 3

من الفرضية : الضرب في 4 ثم طرح 1 $4^k - 1 = 3r$

$$4^k = 3r + 1 \quad \rightarrow \quad 4\ 4^k = 12r + 4 \quad \rightarrow \quad 4^{k+1} - 1 = 12r + 3 = 3(4r + 1)$$

تقبل القسمة على 3

أعط مثالا مضاداً يبين خطأ الجملة حيث n عدد طبيعي

$3^n + 1$ يقبل القسمة على 4

الحل مثلا $n = 2$ $\boxed{10 \text{ لا تقبل القسمة على } 4}$

$2^n + 3^n$ يقبل القسمة على 4

الحل $n =$

$n^2 + n + 23$ عدد أولي

الحل $n =$

$$1 + 8 + 27 + \cdots + n^3 = (2n + 2)^2$$

الحل مثلا $n = 1$

$$\boxed{1 \neq 16 \quad \rightarrow \quad (1)^3 \neq (2[1] + 2)^2}$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n\,(3n-1)}{2}$$

الحل $n =$