

قررت وزارة التعليم تدريس
هذا الكتاب وطبعه على نفقتها



المملكة العربية السعودية

الإحصاء

دليل المعلم

التعليم الثانوي - نظام المسارات
السنة الثالثة

قام بالتأليف والمراجعة
فريق من المتخصصين



ح) وزارة التعليم، ١٤٤٤هـ

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر

وزارة التعليم

دليل المعلم الإحصاء - التعليم الثانوي - نظام المسارات - السنة

الثالثة. / وزارة التعليم. - الرياض، ١٤٤٤هـ

١٩٦ ص؛ ٢٤ × ٣١ سم

ردمك ٨ - ٤٥٧ - ٥١١ - ٦٠٣ - ٩٧٨

١- الإحصاء - تعليم أ. العنوان

١٤٤٤/٩٨٠٥

ديوي ٥١٩,٥

رقم الإيداع: ١٤٤٤/٩٨٠٥

ردمك: ٨ - ٤٥٧ - ٥١١ - ٦٠٣ - ٩٧٨

حقوق الطبع والنشر محفوظة لوزارة التعليم

www.moe.gov.sa

مواد إثرائية وداعمة على "منصة عين الإثرائية"



ien.edu.sa

أعزاءنا المعلمين والمعلمات، والطلاب والطالبات، وأولياء الأمور، وكل مهتم بالتربية والتعليم:
يسعدنا تواصلكم؛ لتطوير الكتاب المدرسي، ومقترحاتكم محل اهتمامنا.



fb.ien.edu.sa

أخي المعلم/أختي المعلمة، أخي المشرف التربوي/أختي المشرفة التربوية:
نقدر لك مشاركتك التي ستسهم في تطوير الكتب المدرسية الجديدة، وسيكون لها الأثر الملموس في دعم
العملية التعليمية، وتجويد ما يقدم لأبنائنا وبناتنا الطلبة.



fb.ien.edu.sa/BE



وزارة التعليم

Ministry of Education

2023 - 1445

المقدمة

بسم الله والصلاة والسلام على رسول الله..

يأتي مقرر مادة الإحصاء في الصف الثالث الثانوي، في مساري الصحة والحياة/ إدارة الأعمال، استجابةً للتوجهات الحديثة محلياً وعالمياً، وأبرزها مستحدثات رؤية 2030 ممثلةً في برنامج تطوير القدرات البشرية، الذي يسعى إلى أن يمتلك المواطن قدراتٍ تمكنه من المنافسة عالمياً، من خلال تعزيز القيم، وتطوير المهارات الأساسية ومهارات المستقبل، وتنمية المعارف، وتوفير فرص التعلم مدى الحياة. وعلى الصعيد العالمي؛ يحظى التعليم الثانوي باهتمام خاص؛ نظراً لدوره المهم في تحضير الشباب للانخراط في المجال الأكاديمي أو سوق العمل المستقبلي؛ حيث يعدّ تنظيم التعليم الثانوي وفق مسارات تعلم متنوعة تتوافق مع سوق العمل وتعزز ميول الطلاب الأكاديمية والعملية من التوجهات الحديثة. كما أن تنامي دور علم الإحصاء وتأثيره القوي في جميع مجالات الحياة؛ لإسهامه في التنبؤ واتخاذ القرار، جعله عنصراً أساسياً من عناصر التفكير الناقد وحل المشكلات، ومن أهم مهارات القرن الواحد والعشرين.

ولذلك عملنا في مادة الإحصاء على:

- « التأكيد على المفاهيم الإحصائية التي تعلمها الطالب في مادة الرياضيات؛ في المراحل السابقة للمرحلة الثانوية.
- « إضافة عدد من المفاهيم الإحصائية الجديدة التي تدعم تعلم الإحصاء والتعمق فيه؛ بما يلائم المرحلة الثانوية.
- « ملاءمة احتياجات المسارين؛ من خلال العديد من الأمثلة والتطبيقات الإحصائية الخاصة بكل مسار على حدة.
- « تحقيق الترابط مع المواد الأخرى، مثل الرياضيات والتقنية والمهارات الرقمية وإدارة الأعمال وغيرها.
- « الربط بالواقع؛ من خلال أمثلة وتطبيقات ترتبط بهيئات محلية وعالمية، مثل الهيئة العامة للإحصاء، ومنظمة الأمم المتحدة وغيرها.
- « التأكيد على تنمية التفكير، وإتاحة الفرصة للطلاب لممارسة البحث العلمي والتعلم من خلال جميع أجزاء المقرر.
- « تنمية الجانب العملي لمفاهيم المقرر؛ من خلال توظيف المشاريع، والتطبيقات العملية المتنوعة.
- « تقدير العلم والعلماء؛ من خلال توظيف تاريخ الإحصاء والإشارة للمحات تاريخية حول إسهاماتهم.

الأهداف العامة للمقرر

- إعداد الطالب لمواكبة رؤية 2030، وتحقيق مستهدفات برنامج تطوير القدرات البشرية.
- تأهيل الطلاب إحصائياً لمواصلة الدراسة الأكاديمية والالتحاق بسوق العمل.
- التأكيد على طبيعة المسارات التخصصية، ودعم الطلاب للانخراط فيها.
- تعزيز التفكير الإحصائي وتنمية مهارات الطلاب التحليلية والإحصائية، يدوياً وتقنياً.
- تهيئة الطلاب للتفاعل مع المستجدات والقضايا المهمة على المستويين المحلي والعالمي.
- دعم الطلاب في التعلم مدى الحياة، وتنمية مهارات القرن الواحد والعشرين لديهم.



وصف المقرر

يتكون الكتاب من أربعة فصول هي:

1. **الفصل الأول:** مبادئ علم الإحصاء؛ ويعطي لمحة عامة عن أهمية علم الإحصاء وتطبيقاته المتنوعة، مع الإشارة لعدد من المفاهيم الأساسية في علم الإحصاء.
2. **الفصل الثاني:** عرض البيانات وتلخيصها؛ ويصف أهمية تلخيص البيانات بصنفيها الكمي والنوعي، وكيفية تلخيصها وعرضها بصورة مركزة؛ باستخدام التمثيلات البيانية، ومقاييس النزعة المركزية، ومقاييس التشتت.
3. **الفصل الثالث:** الارتباط والانحدار الخطي؛ ويتناول بصفة خاصة عرض البيانات وتلخيصها؛ من خلال شكل الانتشار ومعادلة المستقيم، التي تصف انتشار البيانات والتنبؤ بها.
4. **الفصل الرابع:** نظرية الاحتمالات؛ يناقش نظرية بيز، والتوزيعات الاحتمالية المنفصلة والتمتصلة، وتطبيقاتها.

يتضمن كل فصل من مقرر مادة الإحصاء ما يأتي:

الدروس: وتدور حول موضوعات تتفرع من الموضوع الرئيس للفصل، وتتنوع حسب الهدف المراد منها.

التقويم الختامي: يتضمن عدداً من التمارين متنوعة المستوى حول الدروس التي وردت في الفصل.

التطبيقات: تتضمن تطبيقات موجهة لكل مسار على حدة، يختار منها المعلم - لتحقيق أهداف الدروس وتقييمها - ما يلائم المسار الذي يدرسه، ويتعلم الطالب من خلالها كيفية تطبيق بعض المفاهيم العلمية والمهارات المستهدفة في الدروس وفق مساره التخصصي، يدوياً وتقنياً.

التمارين: وهي تمارين تندرج تحت تطبيقات بعض الفصول، بحيث تعرض مفاهيم الدروس ضمن سياقات تخصصية تناسب كل مسار على حدة؛ وتهدف إلى ربط الطالب بمساره التخصصي، وتعميق استيعابه للمفاهيم الإحصائية، وانعكاس ذلك على تطبيقاتها الواقعية ضمن المسار.

مشروع الفصل: تطبيق عملي يركز على ممارسة الطالب المهارات المستهدفة في الفصل، بشكل فردي أو بالتعاون مع زملائه.

ويتكون الدرس في هذا المقرر من الآتي:

في هذا الدرس: وتتضمن أهداف الدرس الرئيسة.

فكر/ ما/ لماذا/ كيف/ ... : حيث تُطرح عدد من التساؤلات لإثارة التفكير حولها.

فقرات شارحة: ويشتمل على تعاريف لأهم عناصر الدرس، مع تضمين بعض الدروس خصائص أو ملاحظات إضافية.

مثال: حيث تعرض عدد من الأمثلة المحلولة لتوضيح المفاهيم وكيفية تطبيقها.

تحقق من فهمك: ويتضمن سؤالاً أو عدة أسئلة؛ تساعد الطالب على التأكد من استيعاب ما تعلمه في الدرس.

تفكير ناقد: وهو سؤال يتطلب من الطالب التفكير والتأمل في مفهوم سبق طرحه في الدرس؛ لتعميق التعلم وتنمية مهارات التفكير العليا لدى الطالب.

لاحظ/ تذكر: ويأتي للتنبيه على أخطاء شائعة في استيعاب المفهوم أو في إجراء عملية رياضية.

قراءة الرموز: وتظهر عندما يتضمن الدرس رموزاً يشار إليها لأول مرة، فيعرض الرمز، وكيفية قراءته.

إثراء: وهي معلومات متنوعة في مجالات شتى؛ الهدف منها استيعاب السياق الذي ترد فيه بعض المفاهيم أو المسائل، وربط الإحصاء بالعلوم

الأخرى، وإبراز دور العلم والعلماء، المسلمين وغيرهم.



الخطة الزمنية للمقرر

الفصول الأربعة في كتاب مادة الإحصاء، وعدد الحصص المقترح لكل منها:

رقم الفصل	عنوان الفصل	عدد الحصص
1	مبادئ علم الإحصاء.	6
2	عرض البيانات وتلخيصها.	10
3	الارتباط والانحدار الخطي.	10
4	نظرية الاحتمالات.	10
المجموع		36

يعرض الجدول أدناه خطة مقترحة لتوزيع دروس مادة الإحصاء على حصص الفصل الدراسي، ونواتج التعلم المستهدفة في كل منها.

الفصل	عدد الحصص	عنوان الدرس	الأهداف/ نواتج التعلم
مبادئ علم الإحصاء	2	مفاهيم علم الإحصاء الأساسية.	تعرف المفاهيم والمصطلحات الأساسية في علم الإحصاء. تمييز فرعي الإحصاء الوصفي والاستدلالي، وتطبيقاتها. تمييز العينة الإحصائية، والمجتمع الإحصائي وأنواعه.
	2	أنواع العينات.	تعرف العينات العشوائية وغير العشوائية، وتمييز أنواع العينات العشوائية، وطرق اختيارها.
	2	مصادر البيانات وطرق جمعها.	تعرف البيانات، وتمييز أنواعها. تعرف مصادر البيانات وأساليب جمعها وأدواته.
	—	تطبيقات.*	تمييز المفاهيم الإحصائية في سياقات واقعية مرتبطة بالصحة والحياة/ إدارة الأعمال.
	2	التوزيعات التكرارية.	جمع البيانات الكمية والنوعية، وتنظيمها في فئات باستخدام جداول التوزيعات التكرارية. التوزيعات التكرارية.
عرض البيانات وتلخيصها.	2	التمثيلات البيانية للتوزيعات التكرارية.	تمثيل البيانات الكمية بيانياً باستخدام المدرج التكراري، يدوياً وتقنياً. تمثيل البيانات النوعية بيانياً باستخدام الأعمدة البيانية والقطاعات الدائرية، يدوياً وتقنياً. تحليل التمثيلات البيانية (المدرج التكراري، الأعمدة البيانية، القطاعات الدائرية)، وتفسيرها لاتخاذ القرارات المناسبة.
	3	مقاييس النزعة المركزية.	إيجاد مقاييس النزعة المركزية (المتوسط الحسابي، الوسيط، المنوال) لمجموعة من البيانات، وتفسيرها لاتخاذ القرارات المناسبة.
	3	مقاييس التشتت.	إيجاد مقاييس التشتت (المدى، التباين، الانحراف المعياري) لمجموعة من البيانات، وتفسيرها لاتخاذ القرارات المناسبة.
	—	تطبيقات.*	تطبيق المفاهيم والمهارات الإحصائية في سياقات عملية مرتبطة بالصحة والحياة/ إدارة الأعمال، باستخدام البرامج التقنية المناسبة. إجراء تحليل إحصائي وصفي للبيانات المرتبطة بالصحة والحياة/ إدارة الأعمال، باستخدام برنامج الجداول الإلكترونية، بشكل احترافي، فردياً وضمن فريق.

تعرف المتغيرات العشوائية المنفصلة والمتصلة، وتمييزها، وإيجاد قيمها في تجارب عشوائية.	المتغيرات العشوائية.	3	الارتباط والانحدار الخطي.
تعرف الارتباط في البيانات الكمية والنوعية، وتمييز المتغيرات المستقلة والتابعة. حساب معامل الارتباط بين متغيرين، واستخدامه في تحديد نوع الارتباط وقوته، وتفسيره لاتخاذ القرارات المناسبة.	الارتباط.	4	
كتابة معادلة الانحدار الخطي البسيط، واستخدامها في تمييز العلاقات الخطية بين المتغيرات والتنبؤ بقيمها.	الانحدار الخطي البسيط.	3	
إجراء تحليل إحصائي استدلالي للكشف عن الارتباط والعلاقات الخطية بين المتغيرات المرتبطة بالصحة والحياة/ إدارة الأعمال، باستخدام برنامج الجداول الإلكترونية، بشكل احترافي، فردياً وضمن فريق.	تطبيقات.*	—	
تعرف المفاهيم والمصطلحات الأساسية في الاحتمال. حساب الاحتمال في التجارب العشوائية.	الاحتمالات.	4	نظرية الاحتمالات.
تعرف التوزيعات الاحتمالية المنفصلة (توزيع ذي الحدين، توزيع بواسون)، وإيجادها، وتفسيرها؛ لاتخاذ القرارات المناسبة. حساب الاحتمالات باستخدام توزيع ذي الحدين، وتوزيع بواسون.	التوزيعات الاحتمالية المنفصلة.	3	
تعرف التوزيع الاحتمالي المتصل (التوزيع الطبيعي)، وإجاده، وتفسيره لاتخاذ القرارات المناسبة. حساب الاحتمالات باستخدام التوزيع الطبيعي.	التوزيعات الاحتمالية المتصلة.	3	
تطبيق المفاهيم والمهارات الاحتمالية في سياقات عملية مرتبطة بالصحة والحياة/ إدارة الأعمال، باستخدام النظريات والقوانين المناسبة.	تطبيقات.*	—	

* لم تخصص حصص مستقلة للتطبيقات، حيث يدمجها المعلم في الحصص المخصصة لدروس الفصل، وفق المفهوم الذي يُدرّس ويستهدف

إجراء التطبيق اليدوي أو التقني المناسب له.

ختاماً؛ نأمل أن يقدم هذا الدليل ما ينفع معلمي المادة، ويلبي احتياجاتهم لتدريسها، وتحقيق أهدافها.

والله ولي التوفيق.



فهرس المحتويات

الصفحة	الدرس
7	الفصل الأول: مبادئ علم الإحصاء
8	الدرس الأول: مفاهيم علم الإحصاء الأساسية
18	الدرس الثاني: أنواع العينات
22	الدرس الثالث: مصادر البيانات وطرق جمعها
29	تقويم ختامي
33	تطبيقات - مسار الصحة والحياة
39	تطبيقات - مسار إدارة الأعمال
46	مشروع الفصل
47	الفصل الثاني: عرض البيانات وتلخيصها
48	الدرس الأول: التوزيعات التكرارية
58	الدرس الثاني: التمثيلات البيانية للتوزيعات التكرارية
65	الدرس الثالث: مقاييس النزعة المركزية
72	الدرس الرابع: مقاييس التشتت
76	تقويم ختامي
78	تطبيقات - مسار الصحة والحياة
97	تطبيقات - مسار إدارة الأعمال
112	مشروع الفصل



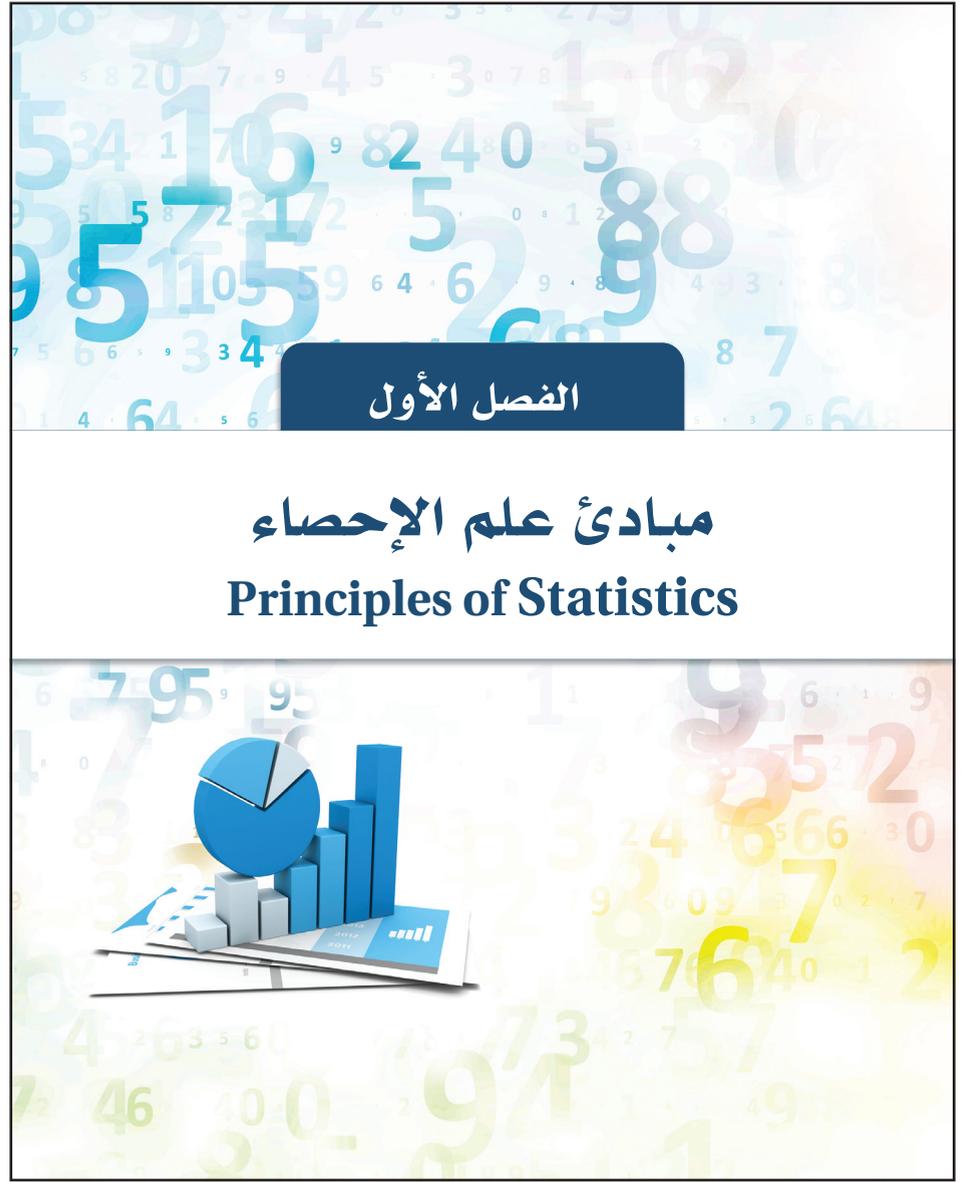
فهرس المحتويات

الصفحة	الدرس
113	الفصل الثالث: الارتباط والانحدار الخطي
114	الدرس الأول: المتغيرات العشوائية
119	الدرس الثاني: الارتباط
131	الدرس الثالث: الانحدار الخطي البسيط
136	تقويم ختامي
140	تطبيقات - مسار الصحة والحياة
147	تطبيقات - مسار إدارة الأعمال
154	مشروع الفصل
155	الفصل الرابع: نظرية الاحتمالات
156	الدرس الأول: الاحتمالات
164	الدرس الثاني: التوزيعات الاحتمالية المنفصلة
170	الدرس الثالث: التوزيعات الاحتمالية المتصلة
175	تقويم ختامي
176	تطبيقات - مسار الصحة والحياة
179	تطبيقات - مسار إدارة الأعمال
182	مشروع الفصل
183	الملحق



قبل تقديم الدروس في هذا الفصل:

- قدّم وصفاً عاماً للفصل وأهم الدروس التي يتضمنها.
- أعط تقديراً زمنياً لإنهاء الفصل.
- قسّم طلاب فصلك إلى مجموعات، ثم اعرض عليهم مشروع الفصل.
- أخبرهم أن التقدم في الدروس سيساعدهم على التعمق في المشروع وفهم المطلوب بشكل جيد.
- حدد لهم وقت تقديم المشروع، واذكر لهم معايير التقييم.



استخدام التقنية:

الدرس*	التقنية المقترحة
الأول	 الباحث العلمي لـ Google وجه طلابك لاستعمال الباحث العلمي لجوجل؛ بوصفه من المصادر الآمنة في الوصول لبحوث علمية موثوقة ومحكمة.
الأول	أرشد طلابك إلى إمكانية الحصول على بحوث علمية من مواقع الجامعات العربية والعالمية المعروفة، كما هو الحال مع بحوث جامعة الملك سعود وجامعة أم القرى وغيرها.
جميع الدروس	احرص على عرض معلومات الدرس الأساسية على شاشة تفاعلية؛ يمكنك من عرض الشرائح والكتابة التفاعلية والعديد من المزايا الأخرى؛ توفيراً للوقت وتسهيلاً للتعلم.
جميع الدروس	 منصة مدرستي استخدم منصة مدرستي لإرسال الإثراءات، واستقبال الواجبات من طلابك، ودعم تعلمهم.
جميع الدروس	استخدم مايكروسوفت تيمز لإنشاء حصص تفاعلية عن بعد، وتوظيف العديد من المزايا التقنية التي تدعم تعلم الطلاب، مثل: إنشاء الاختبارات السريعة، والفرق الصفية، وإقامة حلقات النقاش، وتعزيز المتميزين من الطلاب وتقييم الأداء وغيرها من المزايا.

* من المهم الإشارة إلى أن جميع تلك التقنيات يمكن استخدامها في أغلب الدروس، ولكن تزداد الحاجة لبعضها دون الآخر في حالات معينة، كما هو الحال مع الدروس المشار إليها في الجدول.



www.iem.edu.sa

مفاهيم علم الإحصاء الأساسية Basic Concepts of Statistics

الدرس الأول

- تعرّف المفاهيم والمصطلحات الأساسية في علم الإحصاء.
- أميّز فرعي الإحصاء الوصفي والاستدلالي، وتطبيقاتهما.
- أميّز العينة الإحصائية، والمجتمع الإحصائي وأنواعه.



- ◀ ما مفهوم علم الإحصاء؟
- ◀ لماذا ندرس الإحصاء؟
- ◀ كيف يمكن أن تساعدني دراسة الإحصاء في مسيرتي المهنية؟
- ◀ كل يوم تقريباً نتعرض لنتائج دراسة إحصائية، فعلى سبيل المثال:
- ◀ (عدد إصابات فيروس كورونا المستجد خلال عام 2020م في المملكة العربية السعودية 814,465 حالة).
- ◀ وهذا التقرير هو نتيجة دراسة إحصائية.

الإحصاء أحد العلوم الرئيسية التي تدخل في العديد من مجالات الحياة، حيث يعتمد على بيانات يتم جمعها من مصادر موثوقة، ثم يستخدم النظريات العلمية والبرامج المتقدمة؛ لتحليل ومعالجة البيانات بطرق علمية للوصول إلى نتائج أو استنتاجات أو تنبؤات بحدوث معينة، يتم من خلالها اتخاذ القرار الصحيح المتعلق بمشكلة قيد الدراسة. لذلك هناك مجموعة من المصطلحات ترتبط ارتباطاً وثيقاً بعلم الإحصاء، وتتمثل في: المشكلة قيد الدراسة، القرار السليم، دقة المعلومات، كفاية المعلومات، التحليل، الاستدلال، وبشكل عام يشمل علم الإحصاء كل المصطلحات السابقة والمرتبطة بها.

إثراء معنى الإحصاء

ورد معنى (الإحصاء) في القرآن الكريم، قال تعالى: ﴿لِيَعْلَمَ أَنَّ نَدَّ ابْلِغُوا رَسُولَاتِ رَبِّهِمْ وَأَسَاطِيرَ مَا لَدَيْهِمْ وَأَحْصَى كُلَّ شَيْءٍ عَدَدًا﴾ (سورة الجن، آية 28) وهو علم يقوم على العد والتوضيح والبيان والتثبت والضبط والحكمة.

8

مفاهيم علم الإحصاء الأساسية Basic Concepts of Statistics

الدرس الأول

تمهيد:

- أسأل طلابك: عن المعنى اللغوي لكلمة إحصاء؟

إجابة ممكنة:

- مصدر أحصى، والإحصاء هو: إجراء يعرف به عدد شيء ما، مثل السكان، وأحصى الشيء: أي عدّه وأحاط به وحصره.
- أعطهم فرصة لمناقشة مفهوم علم الإحصاء والمعلومات المتوفرة لديهم حوله، قد تجد أن بعضهم لديه معلومات أوسع حول هذا العلم تتجاوز ما تعلموه في المقررات الدراسية.
- اطلب منهم قراءة مقدمة الدرس، ثم ناقشهم فيها.

إثراء

في مثل هذه الدروس التي تقدم تفاصيل وشروح لفظية، ركز على إعطاء الطلاب وقتاً كافياً لقراءة النصوص، ثم ناقشهم في كل فقرة، بعد إتمامهم مناقشات جماعية حول النصوص المعطاة.



نشأة علم الإحصاء

اعتمد الإنسان على تأملاته من أجل البحث عن الحقائق المحيطة به، حيث كانت هذه هي الطريقة الأساسية للبحث، ثم انتقل من بحثه عبر التأمل إلى الاعتماد على طريقة الملاحظة، ثم بدأ بالتجربة كوسيلة للبحث عن الحقيقة. وقد تطور علم الإحصاء عبر سنوات طويلة بجهود العلماء، حتى أصبح علماً مستقلاً له مبادئه ومفاهيمه الخاصة به.

ورغم النشأة المبكرة لهذا العلم إلا أن أهميته اقتضت لدى أغلب الدول والحكومات على بعض المعلومات الاجتماعية الخاصة بالتنظيم والتخطيط، وتركز الجهد الأكبر على التعداد السكاني؛ بغرض تنظيم المباني أو جمع الضرائب وتخطيط الأراضي السكنية والزراعية وحصر الثروات، ومع تطور علم الرياضيات وظهور النظريات الاحتمالية في القرن الثامن عشر؛ تطور علم الإحصاء بشكل متسارع، ولما دخلت التقنيات الرقمية وهيمنت في القرن الحادي والعشرين ظهرت تطبيقات هذا العلم في جميع مجالات العلوم، مثل: المجالات الحيوية والإدارية ونحوها؛ لحل المشكلات ومواجهة التحديات ووضع التنبؤات وبناء الخطط المستقبلية.

ويعد استخدام الأسلوب الإحصائي في أي دراسة الوسيلة المأمونة التي يمكن أن تضمن تحقيق الأهداف المرجوة من إجراء هذه الدراسة، سواء كان الهدف التعرف على نواحي معينة لبعض الظواهر الاجتماعية أو الاقتصادية، أو دراسة مشكلة معينة قائمة أو متوقعة ووضع الحلول المناسبة لها.



كان للعرب والمسلمين إسهامات مميزة في تطوير علم الإحصاء؛ فقد ناقش الخليل بن أحمد الفراهيدي مفهوم التباديل، وقدم الكندي إسهامات في الاستدلال الإحصائي، كما ناقش ابن عدلان تأثير حجم العينة الإحصائية.

مصطلحات علم الإحصاء

الإحصاء (Statistics): هو العلم الذي يهتم بالأساليب العلمية؛ لجمع البيانات وتنظيمها وتلخيصها وعرضها وتحليلها؛ للوصول إلى نتائج موثوقة تدعم اتخاذ القرار السليم.

علم الإحصاء له علاقات متبادلة مع العلوم الأخرى، حيث يؤثر فيها ويتأثر بها في نطاق تطوره المستمر؛ من خلال التقدم التقني المعاصر، وتحلل الأساليب والنظريات الإحصائية مكانة بارزة في العلوم المختلفة مثل العلوم الصحية والإدارية وتعد أساس تطورها، وبناءً على ذلك ظهر الإحصاء الحيوي والإداري.

ملحوظات:



تنوع التعلم:

- اطلب من طلابك العمل ضمن مجموعات لتقديم أمثلة من واقعهم على تطبيقات لعلم الإحصاء.
- اطلب منهم (مجموعات أو فرادى) البحث على شبكة الإنترنت حول تطبيقات لعلم الإحصاء، ثم اسألهم عن أهم أو أكثر ما وجدوه شيوعاً من تطبيقات.

1 تحقق من فهمك

1. نعم، علم الإحصاء يهتم بجمع البيانات ثم تمثيلها وتفسيرها. ومن هنا يتضح أن النظر لعلم الإحصاء على أنه علم يهتم بجمع البيانات فقط أمر خاطئ وذلك لأن الإحصاء علم يهتم بجمع البيانات ومن ثم تفرغها وتحليلها وعرضها من خلال الأشكال والقوالب الإحصائية المتعددة.
2. تعداد المواليد والوفيات، تسجيل وتحليل كافة التجارب التي يتم تطبيقها من أجل المساعدة في الوقاية من الأمراض والحد من المصابين بالأوبئة، الخدمات الطبية والاختبارات السريرية، الصحة البيئية وعلوم الوراثة السكانية ... إلخ.
3. - التخطيط لعمليات الشراء أو البيع.
- دراسة طرق التخزين المتعددة.
- إدارة الإنتاج الصناعي.
- دعم التخطيط الاستراتيجي والدراسات التسويقية والسلوكية المختلفة المتعلقة بالمنتج وشؤون المستهلك وإدارة الأفراد.
- إدارة المؤسسات المتخصصة ودراسة الوقت والحركة.
4. باستخدام الإحصاء يمكن بالرسومات البيانية توضيح التوزيع القطاعي للميزانية، مجالات الإنفاق للميزانية، الإيرادات والمصروفات الفعلية للميزانية ومنها يمكن اتخاذ القرارات السليمة للمصروفات.

الإحصاء الحيوي (Biostatistics): هو تطبيق الأساليب الإحصائية في تجارب على موضوعات في علم الأحياء، ويتضمن ذلك تصميم الاختبارات الحيوية المتعلقة بالصحة والطب والزراعة، وجمع البيانات من هذه التجارب وتحليلها وتفسيرها.

الإحصاء في الإدارة (Statistics for Management): هو تطبيق الأساليب الإحصائية على الموضوعات المتعلقة بالإدارة، ويتضمن تصميم الاختبارات الإدارية المتعلقة بتحديد العجز والفائض المرتبطين بعوامل الإنتاج وموارد المؤسسة، وجمع البيانات من هذه التجارب وتحليلها وتفسيرها.

تطبيقات علم الإحصاء

- يتم تطبيق علم الإحصاء في العديد من المجالات ومن أمثلة هذه التطبيقات:
- حساب المصروفات والنفقات، حيث يستخدم علم الإحصاء جنباً إلى جنب مع مبادئ الحساب في تحديد حجم الميزانية والإيرادات والنفقات اليومية والشهرية بدقة.
 - الدعاية والإعلان، حيث تستخدم مبادئ الإحصاء في قياس انتشار نوع من السلع أو الأدوية وتوظيف ذلك في الدعاية الخاصة بها للإعلان عنها.
 - قياس الأراء والاتجاهات، حيث تستخدم أساليب الإحصاء في معرفة درجة رضا الأشخاص عن موضوع أو ظاهرة معينة.
 - التنمية والتخطيط العمراني، حيث تستخدم تطبيقات الإحصاء في معرفة عدد السكان والمدن والمصانع والمدارس والمستشفيات في مختلف المناطق.
 - التقارير الصحية، حيث تستخدم المقاييس الإحصائية في حساب عدد المرضى في مستشفى معين، وكذلك عدد الأشخاص المتعافين أو المصابين في حادث، وعدد الوفيات والمواليد السنوي وغيرها.
 - التقارير الإدارية، حيث تستخدم المقاييس الإحصائية في قياس حجم المنتجات، وتكلفة إنتاجها، بالإضافة إلى تحديد عدد العاملين، ومتوسط أعمارهم، ونسب أجورهم.

1 تحقق من فهمك

1. هل يمكن أن نعرف علم الإحصاء بإيجاز بأنه علم جمع ووصف وتفسير البيانات؟ ناقش ذلك.
2. اذكر أمثلة على تطبيقات الإحصاء الحيوي.
3. وضح أهمية الإحصاء في الإدارة.
4. وضح دور علم الإحصاء في حساب ميزانية المملكة العربية السعودية، وتحقيق الفائض المالي لها.



فروع الإحصاء

ينقسم علم الإحصاء إلى فرعين أساسيين يكمل كل منهما الآخر، الإحصاء الوصفي والإحصاء الاستدلالي، حيث يتم عرض البيانات من خلال جداول التكرارات والرسوم البيانية في الإحصاء الوصفي، بينما يستخدم الإحصاء الاستدلالي عينة عشوائية من البيانات مأخوذة من مجتمع ما؛ لاستنتاج معلومات أو الخروج بتنبؤات عن هذا المجتمع.

ويمكن تعريف كلٍ منهما كالآتي:



الإحصاء الوصفي (Descriptive Statistics): هو فرع الإحصاء الذي يدرس طرق تنظيم البيانات وتلخيصها وعرضها، والغرض من التنظيم هو المساعدة في فهم المعلومات بصورة كمية مختصرة. ويتمثل في دراسة التوزيعات التكرارية، والرسوم البيانية، وحساب مقاييس النزعة المركزية، ومقاييس التشتت.

مثال 1

أجريت دراسة على 1000 طالب وطالبة من المرحلة الثانوية؛ لمعرفة نسبة الطلاب والطالبات الذين يمارسون الرياضة في مدينة الأحساء، وخلصت النتائج إلى أن ما يقارب 90% من طلاب المرحلة الثانوية يمارسون الرياضة البدنية، فيما تمارسها 70% من الطالبات. صف نتائج هذه الدراسة.

الحل:

نلاحظ أن الدراسة توصلت بعد جمع البيانات وتنظيمها وتلخيصها -بطرق ستتم دراستها لاحقاً- إلى نتيجة محددة مفادها: أن نسبة كبيرة من الطلاب والطالبات في المرحلة الثانوية يمارسون الرياضة البدنية.



ملحوظات:





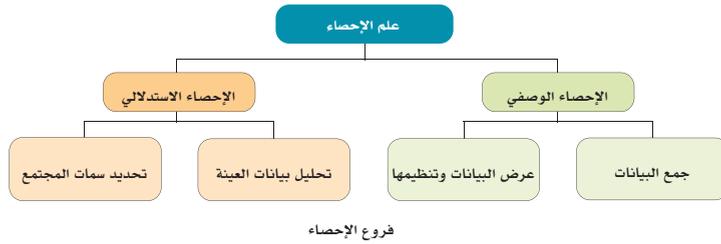
الإحصاء الاستدلالي (Inferential Statistics): هو فرع الإحصاء الذي يدرس الأساليب الإحصائية التي تهدف إلى الاستدلال على سمات المجتمع، بناءً على المعلومات التي يتم الحصول عليها من العينة المأخوذة من ذلك المجتمع.

مثال 2

بالعودة لمثال (1) ما الذي يمكن استنتاجه عن طلاب وطالبات المرحلة الثانوية وفقاً للنتائج التي توصلت إليها الدراسة؟

الحل:

من المثال (1) يمكن الاستدلال على أن أغلب الذين يمارسون الرياضة البدنية هم من الطلاب، وعلى الرغم من أن الدراسة أجريت فقط على 1000 طالب وطالبة من المرحلة الثانوية إلا أن الاستنتاج (الاستدلال) شمل جميع طلاب وطالبات المرحلة الثانوية في مدينة الأحساء.



إن أهم ما يميز الإحصاء الوصفي أنه يهتم بعرض النتائج بطريقة كمية، بينما يطلق الإحصاء الاستدلالي تعميمات عامة حول النتائج، ويكمل كل فرع من هذين الفرعين الآخر، ونادراً ما يتم الاستغناء عن أحدهما، خصوصاً في الأبحاث والدراسات التي يتم فيها استخلاص النتائج على شكل تعميمات أو تنبؤات.





تفكير ناقد

هل يمكن في بعض أنواع الدراسات الاكتفاء بالإحصاء الوصفي دون الاستدلالي؟ وهل يمكن الاكتفاء بالإحصاء الاستدلالي دون الوصفي؟ إن أجبت بنعم فأعط أمثلة.

تحقق من فهمك 2

1. اذكر فرعي الإحصاء، وعرف كلًّا منهما.
2. حدد فرع الإحصاء (وصفي أو استدلاي) في كل من العبارات الآتية:
 - a. أظهرت دراسة ما أن دخل الأسرة للأشخاص الذين تتراوح أعمارهم بين 25 و35 سنة يبلغ 9500 ريال.
 - b. أظهرت نتيجة دراسة إحصائية على 500 مريض يعانون من الحساسية بعد أن شفي منهم 430 مريضاً باستخدام علاج الحساسية؛ أن العلاج المستخدم فعّال.
 - c. كشف تقرير لشركة مختصة في بحوث الأمن والسلامة؛ أن 8 من كل 10 إصابات أثناء العمل؛ كانت بسبب نقص وسائل الأمن والسلامة.
 - d. وفقاً لنتيجة دراسة قامت بها وزارة الداخلية انخفضت حوادث السيارات عام 2021م بمعدل 34% عن العام الذي سبقه؛ بسبب التوظيف الأمثل للتقنية في النظام المروري.

المجتمع الإحصائي والعينة الإحصائية

المجتمع الإحصائي (Population): وهو عبارة عن جميع المفردات في مكان الدراسة التي نرغب في معرفة حقائق عنها، سواء كانت كائنات حية أو غير حية. ويصنف المجتمع الإحصائي إلى نوعين:

- **محدود:** يكون عدد المفردات فيه محدوداً (قابلاً للعد). مثل:
 - أجهزة غسيل الكلى في مستشفيات المنطقة الجنوبية من المملكة.
 - الموظفون الحكوميون المسجلون في النفاذ الوطني الموحد.

13

تفكير ناقد



نعم؛ في العديد من الدراسات يمكن الاكتفاء بالإحصاء الوصفي دون الاستدلالي؛ كأن نعرض نتائج عدد السكان في منطقة الرياض، أو نسب الطلاب الذين حصلوا على نسبة تتجاوز التسعين بالمائة في اختبارات قياس وغيرها. أما إذا كان الهدف التوصل لاستدلالات معينة فإن الإحصاء الوصفي لا يكون كافياً؛ وينبغي استعمال الإحصاء الاستدلالي للتوصل للاستدلالات المطلوبة.

تحقق من فهمك 2

1. - الإحصاء الوصفي: هو فرع الإحصاء الذي يدرس طرق تنظيم البيانات وتلخيصها وعرضها، والغرض من التنظيم المساعدة في فهم المعلومات بصورة كمية مختصرة. ويتمثل في دراسة التوزيعات التكرارية، والرسوم البيانية، وحساب مقاييس النزعة المركزية، ومقاييس التشتت.
 - الإحصاء الاستدلالي: هو فرع الإحصاء الذي يدرس الأساليب الإحصائية التي تهدف إلى الاستدلال على سمات المجتمع، بناءً على المعلومات التي جرى الحصول عليها من العينة المأخوذة من ذلك المجتمع.
- a. إحصاء وصفي.
 - b. إحصاء استدلاي.
 - c. إحصاء وصفي.
 - d. إحصاء وصفي.

- وُظف خيال الطلاب لمساعدتهم على الفهم؛ اطلب منهم مثلاً أن يتخيلوا أنهم أعضاء في مجمع علمي أو مجلس الإدارة في شركة (حسب المسار التخصصي)، ثم اطلب منهم التفكير في إطلاق دواء لعلاج مرض، أو منتج استهلاكي. وابدأ معهم بالتفكير في دراسة جدوى للمشروع.
- إن مناقشة خطوات الدراسة معهم ستشمل أغلب المفاهيم الإحصائية الأساسية في هذا الفصل، وبالتالي مساعدتهم على استيعاب تلك المفاهيم.





غير محدود: يكون عدد المفردات فيه غير محدود (غير قابل للعد)، مثل:

- الأسماك في الخليج العربي.
- البكتيريا العنقودية في مستنبت نباتي.
- مستخدمو الإنترنت بتقنية الجيل الخامس.

تحقق من فهمك 3

1. حدد نوع المجتمع الإحصائي في كل مما يأتي:

- المسلمون في العالم الذين أذوا فريضة الحج عام 2010م.
- حبات القمح في مزارع المملكة العربية السعودية.
- طلاب المرحلة الثانوية في المملكة العربية السعودية عام 2020م.
- الموهوبون في جميع دول العالم.

2. اذكر مثالاً لمجتمع محدود، وآخر لمجتمع غير محدود.

عند جمع البيانات عن مجتمع ما فإنه من الصعب غالباً جمع تلك البيانات عن جميع أفراد ذلك المجتمع بسبب:



الجهد: فجمع البيانات عن الأعداد الكبيرة لأفراد المجتمع عملية شاقة.

الوقت: حيث يتطلب ذلك وقتاً طويلاً، وهو ما قد يؤدي لتأخر ظهور النتائج.

المال: حيث يتطلب إنفاق أموال لتوفير الباحثين وأدوات جمع البيانات ومواد الدعم.

الخطورة: قد يؤدي جمع البيانات عن جميع أفراد المجتمع إلى تعريضهم

لأخطار صحية أو مادية ونحوها؛ فعلى سبيل المثال؛ عند الحاجة لتجربة أثر علاج ناجح لمرض السرطان، أو إجراء تغيير جذري في الهيكل التنظيمي لقطاع ما، فقد يؤدي ذلك لإحداث أضرار كالوفاة أو خسائر مالية للقطاع، ولا يصح أن يمتد أثر هذه الأضرار لجميع أفراد المجتمع المستهدف بالدراسة، وللتغلب على ذلك يلجأ الباحثون لاختيار جزء من المجتمع يسمى العينة، حيث تخضع لمعايير معينة عند اختيارها؛ حتى تمثل المجتمع تمثيلاً مناسباً.

تحقق من فهمك 3

1. (a) مجتمع محدود.

(b) مجتمع غير محدود.

(c) مجتمع محدود.

(d) مجتمع غير محدود.

2. مجتمع محدود مثل:

- عدد أفراد مدينة ما.

- عدد المنازل في مدينة.

- عدد طلاب الثانوية العامة في مدرسه معينة.

مجتمع غير محدود مثل:

- عدد النجوم في السماء.

- عدد حبات القمح في مزارع المملكة.

- عدد طلاب الثانوية العامة.

نبه طلابك إلى ما يأتي:

- هناك وقت وجهد ومال سيُنفق من أجل جمع البيانات، لكن كمية هذا الإنفاق تختلف إذا أمكن ترشيد ذلك كله من خلال توظيف العينة المناسبة.
- هناك حالات لا يمكن فيها استخدام العينة، بل أسلوب الحصر الشامل، مهما كلف ذلك من جهد ووقت ومال، كما هو الحال مع إحصاء حالات الإصابة بأمراض معينة أو حصر عدد الطلاب الملتحقين بمسار دراسي معين وغيره.



العينة الإحصائية (Sample): هي جزء من مفردات المجتمع الإحصائي؛ يتم اختياره بحيث يمثل أفراد المجتمع. وهو الأسلوب الشائع عند إجراء الدراسات والأبحاث الإحصائية.



العينة الإحصائية

ومن أمثله العينة:

- جزء من سكان مدينة طوكيو.
- ربع المراكز الصحية شمال منطقة الجوف.
- درجات بعض طلاب مادة الإحصاء في كلية علوم الحاسب والمعلومات.

مميزات استخدام العينة الإحصائية

- ◀ سهولة دراسة العينة مقارنةً بدراسة المجتمع بأكمله.
- ◀ دراسة العينة أقل (مال، وقت، جهد، خطورة) من دراسة المجتمع.
- ◀ إمكانية تعميم نتائج العينة على مجتمع الدراسة.

تحقق من فهمك 4

1. حدد المجتمع والعينة الإحصائيين في الحالات الآتية:

a. في استطلاع للرأي، وزعت استبانة على 500 متفرج في ملعب رياضي يتواجد فيه 42000 متفرج.

b. تمت مقابلة 250 طفلاً من الأطفال الذين زاروا معرض الكتاب العام الماضي، لدراسة احتياجاتهم

من الألعاب التعليمية في المعرض.

2. أراد مسؤول في قطاع الدفاع المدني؛ تقييم مستوى جاهزية القطاع لمواجهة الأمطار الغزيرة والأخطار

الناجمة عن السيول. اقترح المجتمع والعينة الإحصائيين المناسبين لذلك.

3. متى يمكن القول إن إجراء الدراسة على المجتمع الإحصائي بأكمله أفضل من اختيار عينة إحصائية؟

المعلمة والإحصاء

المعلمة (Parameter): وصف عددي لمؤشرات المجتمع. ويعبر عن المعلمة برموز من الحروف الإغريقية، مثل μ للمتوسط الحسابي للمجتمع، و σ للانحراف المعياري له، و P نسبة مفردات المجتمع.

تحقق من فهمك 4

1. a) المجتمع: 42000 متفرج في الملعب، العينة: 500 متفرج.

b) المجتمع: الأطفال الذين زاروا معرض الكتاب العام الماضي، العينة: 250 طفلاً.

2. إجابة ممكنة:

المجتمع: قوارب النجاة وطائرات الإنقاذ المتوفرة لدى قطاع الدفاع المدني في المملكة، العينة: خمسة قوارب وطائرتان من كل منطقة.

3. إذا كانت عينة الدراسة لا تمثل مجتمع الدراسة بشكل متكامل وشامل، أو إذا كان هدف الدراسة يستهدف الحصول على بيانات من جميع أفراد المجتمع، كما هو الحال مع المسوح السكانية، وحساب أعداد الإصابات بمرض وبائي ونحوه.

المعلمة والإحصاء هي وصف يتخذ طابعاً كمياً؛ لتحقيق الفهم، والمساعدة على التوصل للنتائج والاستدلالات المطلوبة. ذكر طلابك أن المقادير والقيم الكمية - كانت ولا زالت - من أفضل الطرق التي تستعملها البشرية للاستيضاح وتحقيق الفهم. مثل: عندما نرغب في معرفة جدوى مشروع مركز تموينات داخل الحي فإننا نقرر ذلك من خلال النظر في المتوسط الحسابي للأرباح؛ حيث يمثل طريقة واضحة ومباشرة لاتخاذ القرار بشأن جدوى المشروع.



مثل:

الرمز	قراءته
μ	m-yoo (ميو)
σ	sig-ma (سيجما)
\bar{x}	X-par (اكس بار)
\hat{p}	p-hat (بي هات)

- متوسط الأرباح الشهري لمركز تموينات داخل الحي هو $\mu = 2000$ ريال.
- متوسط أعمار الأشجار المعمرة في الولايات المتحدة هو $\mu = 3500$ عام.
- نسبة النجاح السنوي في المرحلة الثانوية في المملكة العربية السعودية هو $P = 99.6\%$

الإحصاءة (Statistic): وصف عددي لمؤشرات العينة، ويعبر عن الإحصاءة برموز، منها \bar{x} لمتوسط العينة، s للانحراف المعياري لها و \hat{p} لنسبة مفردات العينة.

مثل:

- متوسط الدخل لعينة مكونة من 2000 أسرة في دولة الفايون $\bar{x} = 1430$ \$
- متوسط الطول لعينة مكونة من 200 طالب في مدرسة ابتدائية $\bar{x} = 1.3$ cm
- نسبة المتاجر التي تبيع ملابس بسعر التجزئة من عينة مكونة من 500 متجر في إحدى المدن $\hat{p} = 34\%$

تحقق من فهمك 5

اختر المصطلح المناسب للأوصاف العددية في الجدول أدناه.

معلمة أم إحصاءة	الوصف العددي
	في دراسة إحصائية أجريت على 2253 من مستخدمي الإنترنت وجد أن 19% من الأشخاص يستخدمون موقع تويتر للتواصل الاجتماعي.
	في كلية الطب وافق 90% من طلاب الكلية على الخطة المقترحة للدراسة الجامعية.
	في مسح أجري على 846 مديراً مالياً وجد أن 55% من الشركات تحفز موظفيها بمكافآت.

تحقق من فهمك 5

إحصاءة.

معلمة.

إحصاءة.



حدد (المجتمع الإحصائي - المعلمة - العينة - الإحصاء) في الدراسة الآتية:

ترغب باحثة في معرفة نسبة الطالبات من ذوات الاحتياجات الخاصة في المدارس الابتدائية بمدينة الرياض. فاخترت 6000 طالبة بشكل عشوائي من سجلات الطالبات في تلك المدارس.

الحل:

المجتمع الإحصائي: جميع الطالبات المدرجة أسماؤهن في سجلات المدارس الابتدائية بمدينة الرياض.

المعلمة: نسبة الطالبات من ذوات الاحتياجات الخاصة المدرجة أسماؤهن في سجلات المدارس الابتدائية بمدينة الرياض ويرمز لها بالرمز P.

العينة: 6000 طالبة.

الإحصاء: نسبة الطالبات من ذوات الاحتياجات الخاصة في العينة ويرمز لها بالرمز \hat{P} .

اختر بحثاً علمياً من مجلة أبحاث علمية محكمة ضمن مسارك التخصصي، وعين المجتمع والعينة الإحصائيين، وحدد: الإحصاء، والمعلمة، التي يتضمنها البحث.

تنويع التعلم:

- اطلب من طلابك العمل ضمن مجموعات لتقديم أمثلة من واقعهم على المجتمع، والعينة، والمعلمة، والإحصاء.
- اطلب منهم (مجموعات أو فرادى) البحث على شبكة الإنترنت حول تطبيقات إحصائية تتضمن مجتمعاً، وعينة، ومعلمة، وإحصاء.
- استعرض مع طلابك مجلة علمية محكمة في أحد المسارات التخصصية، وحدد لهم بحثاً واطلب منهم أن يستخرجوا من البحث: مجتمعاً وعينة وإحصاء ومعلمة.
- استفد من موقع جوجل سكولار (الباحث العلمي)، والمجلات العلمية المحكمة التي تصدرها الجامعات السعودية والعربية المعروفة.





www.iem.edu.sa

أنواع العينات Sample Types

الدرس الثاني

في هذا
الدرس

• أتعرف وأميز العينات العشوائية وغير العشوائية، وطرق اختيارها.



هل يمكن دراسة متوسط أوزان طلاب المرحلة الثانوية في المملكة العربية السعودية باستخدام الحصر الشامل؟
كيف يمكن لمسؤول هيئة الغذاء والدواء أن يتأكد من جودة منتج غذائي معين لكي يفسح له؟
من الصعب جدًا استخدام الحصر الشامل في مثل الحالتين المذكورتين أعلاه.

ففي الحالة الأولى يمكن تحديد 100 مدرسة ثانوية من مناطق مختلفة في المملكة العربية السعودية، ومن ثم حساب أوزان طلاب تلك المدارس، واستخراج متوسط أوزانهم.

وفي الحالة الثانية، يمكن للمسؤول اختيار عينة من السلعة وتحليلها في المختبر، وفي ضوء النتائج التي توصل إليها يتخذ القرار حول الفسخ ببيع المنتج في الأسواق.

حجم العينة (Sample size)

هو عدد البيانات المدرجة في مجال الدراسة، وهو جزء مهم من الدراسة الإحصائية، وتحسين صحة نتائجها.

طرق اختيار العينات

تنقسم العينات وفق طرق اختيارها إلى:

أولاً/ العينات غير العشوائية (المتحيزة) (Biased samples):

يتم فيها اختيار العينات بطريقة لا تحقق التوزيع العشوائي الصحيح، وبهذا لا تمثل العينة التي تم الحصول عليها من المجتمع المدروس ذلك المجتمع تمثيلاً سليماً، وينتج عنها انحياز يؤثر في التحليل الإحصائي، فتصبح استنتاجات الدراسة غير دقيقة.

18

أنواع العينات Sample Types

الدرس الثاني

تمهيد:

■ أسأل طلابك: لماذا يعد استخدام أسلوب الحصر الشامل غير شائع أو غير ممكن في أغلب أنواع الدراسات والبحوث؟

إجابة ممكنة:

بسبب صعوبة الحصول على معلومات شاملة.

■ اطلب منهم تقديم أمثلة على دراسات يمكن فيها تطبيق أسلوب الحصر الشامل، ثم اطلب منهم تبرير سبب استخدامه في تلك الدراسات.

■ اطلب منهم وضع جدول بالعوامل التي تساعد على اختيار أسلوب إجراء الدراسة (أسلوب الحصر الشامل/ العينة).

■ ناقش مع طلابك طرق اختيار العينة، ثم استنتج معهم الحالات الممكنة لاستخدام كل من العينات غير العشوائية والعينات العشوائية.

■ بعد مناقشة أنواع العينات العشوائية؛ اطلب منهم إعطاء أمثلة على عينات عشوائية (بسيطة، طبقية، عنقودية، منتظمة).

■ اطلب منهم وضع قائمة بمزايا وسلبيات كل نوع من العينات العشوائية.



وزارة التعليم

Ministry of Education

2023 - 1445

18

ملحوظات:

مثل: أراد باحث معرفة معدل درجات طلاب الصف الثالث الثانوي في مدينته، فاختار 10 مدارس في المدينة، وأخذ قائمة بالطلاب المتميزين من كل مدرسة في المدينة.

من أمثلة العينات غير العشوائية:

العينة المتاحة (Available sample):

نوع من العينة يؤدي غالباً إلى دراسات متحيزة، حيث تتكون العينة فقط من الأعضاء المتاحين للباحث من المجتمع. مثل: معرفة المادة المفضلة لدى طلاب مدرستك من خلال أخذ عينة متاحة مكونة من طلاب فصلك.

ثانياً/ العينات العشوائية (Random samples):

يتم اختيار العينات عشوائياً، بحيث تمثل جميع عناصر المجتمع، وتكون لكل عنصر فرصة متساوية للظهور في العينة دون التأثير على عملية الاختيار.

أنواع العينات العشوائية:

1. العينة العشوائية البسيطة (Simple random sample): هي العينة التي يتمتع فيها كل فرد من المجتمع بفرصة عشوائية متساوية مع الآخرين للظهور في العينة، يتم اختياره باستخدام أرقام عشوائية، بعد ترقيم كل فرد في المجتمع.

مثل: عند ترشيح 10 طلاب للمشاركة في مسابقة المدينة الثقافية، أعطي كل طالب من طلاب المدرسة وعددهم (100) رقماً من 1 إلى 100، وأجري سحباً لاختيار المرشحين من بينهم.

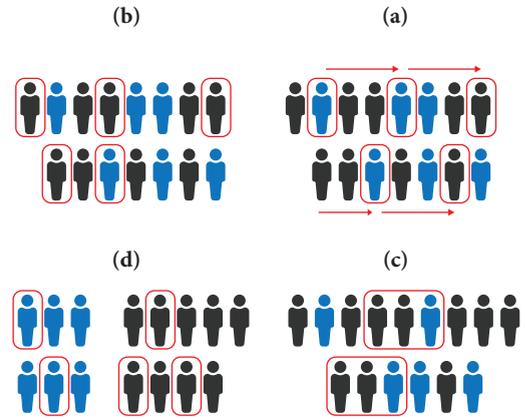
2. العينة العشوائية الطبقيّة (Stratified random sample): اعتماداً على هدف الدراسة وتجانس أفراد المجتمع، يقسم أفراد المجتمع إلى مجموعات لا تتقاطع مع بعضها، تسمى الطبقات، ثم تؤخذ عينة عشوائية بسيطة من كل مجموعة للحصول على عينة عشوائية طبقية.

مثل: عند إجراء دراسة في أحد المجتمعات حول أثر التضخم على استهلاك الفرد؛ تم تقسيم المجتمع إلى ثلاث طبقات مكونة من محدودي الدخل ومتوسطي الدخل وأصحاب الدخل المرتفع، ثم تم اختيار أشخاص من كل طبقة عشوائياً، كما هو موضح في الشكل الآتي:

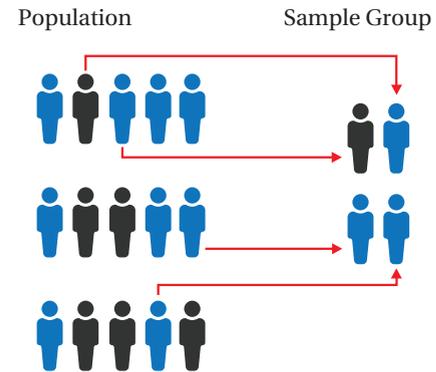


تنوع التعلم:

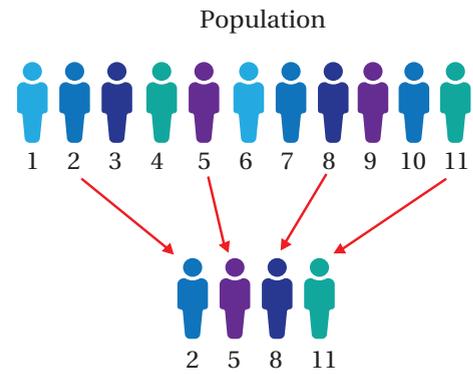
■ أعط طلابك نماذج تخطيطية لعينات عشوائية، ثم اطلب منهم تحليل كل نموذج، وتعيين نوع كل عينة عشوائية منها، كما في الأمثلة الإضافية أدناه.



- (a) عينة عشوائية منتظمة.
 (b) عينة عشوائية بسيطة.
 (c) عينة عشوائية عنقودية.
 (d) عينة عشوائية طبقية.



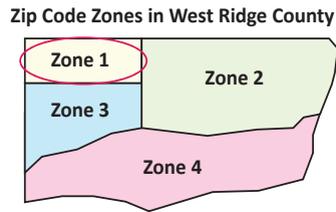
عينة عشوائية بسيطة.



Sample (every 3rd person selected)

عينة عشوائية منتظمة.

3. العينة العشوائية العنقودية (Cluster random sample): يتم تقسيم المجتمع إلى مجموعات فرعية، بحيث يكون هناك تجانس بين أفراد مجموعة واحدة حدث بشكل طبيعي، والعينة العنقودية تتكون من جميع الأفراد في واحدة أو أكثر من هذه المجموعات (ولكن ليس كل المجموعات)، وهذه المجموعات تسمى عناقيد. مثل: عند إجراء دراسة في إحدى الدول، تم تقسيم الدولة إلى مناطق حسب رقم الرمز البريدي، ثم تم اختيار إحدى المناطق كعينة للدراسة كما هو موضح في الشكل الآتي:



العينة العنقودية

4. العينة العشوائية المنتظمة (Systematic random sample): هي عينة يتم فيها تعيين رقم لكل فرد من المجتمع، ويتم ترتيب أعضاء ذلك المجتمع، واختيار رقم البداية بشكل عشوائي، ثم يتم اختيار أعضاء العينة على بعد فترات منتظمة من رقم البداية. (على سبيل المثال: يتم تحديد كل عضو ثالث أو خامس أو 100). مثل: يبلغ عدد الطلاب المتفوقين في إحدى المراحل الدراسية 16 طالبًا، أراد المدير إرسال 5 طلاب لحضور ندوة مسائية، فتم ترقيم الطلاب من 1 إلى 16 وتم اختيار بداية العينة، الطالب الثاني، عن طريق القرعة. ثم تم سحب عينة تبدأ من الطالب الثاني ثم اختيار كل ثالث طالب حتى يكتمل العدد، كما هو موضح في الشكل الآتي:



العينة المنتظمة





ما العوامل المؤثرة في اختيار عينة عشوائية لإجراء دراسة علمية؟

تفكير ناقد

تفكير ناقد



إجابة ممكنة:

طبيعة الدراسة، الهدف منها، الظروف أو السياقات المحيطة، مدى تقبل أفراد المجتمع لإجراء الدراسة العلمية وأن يكونوا ضمن المستجيبين فيها.

تحقق من فهمك 1



- عينة عشوائية - منتظمة.
- عينة عشوائية - عنقودية.
- عينة عشوائية - منتظمة.
- عينة عشوائية - بسيطة.
- عينة عشوائية - طبقية.
- عينة متحيزة.
- عينة عشوائية - منتظمة.
- عينة عشوائية - عنقودية.

تحقق من فهمك 1



صنف العينة فيما يأتي إلى (متحيزة أو عشوائية) وإذا كانت عشوائية فحدد نوعها:

- يُطلب من مساعد إداري الوقوف أمام المكتبة يوم الأربعاء، ويسأل أول 100 طالب جامعي يقابلهم عن متوسط الإنفاق الشهري على السكن والمواصلات خلال سنوات دراستهم الجامعية.
- لدراسة نسبة الطلاب المحتاجين إلى حصص تقوية في إحدى المدارس الابتدائية، تم تقسيم الطلاب حسب الصفوف من الأول إلى السادس على التوالي، وتم اختيار صفين بشكل عشوائي، بحيث يكون جميع طلاب هذه الصفوف أفراد في العينة.
- تم اختيار طالب من القائمة الأبجدية لطلاب البكالوريوس في الفصل الدراسي الأول، وبدءاً من هذا الطالب، تم اختيار طالب بعد كل 50 طالباً حتى يتم تضمين 75 طالباً في العينة.
- قررت إدارة شركة الأسمدة الزراعية اختبار رضا الموظفين عن طريق استبانة طرحتها على عينة اختيارها بالقرعة من كل قسم من أقسام الشركة.
- تحديد الاحتياجات التدريبية لطلاب أقسام كلية العلوم بالنسبة لسوق العمل، من خلال سؤال عينة تم اختيارها بالأرقام من كل قسم.
- مقابلة معلمي الرياضيات في مجمع مدرسي؛ لاستطلاع وجهة نظر معلمي المجمع حول الواجبات المنزلية.
- الطلب من كل سابع عميل يدخل مركزاً للتسوق اختبار متجره المفضل.
- تقسيم الأطباء في مدينة وفق التخصص، واختيار أحد التخصصات كاملاً لدراسة متوسط ساعات العمل.





رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

مصادر البيانات وطرق جمعها Data Sources and Collection Methods

الدرس الثالث

- أتعرف البيانات، وأميز أنواعها.
- أتعرف مصادر البيانات وأساليب جمعها وأدواتها.



◀ **فكر** كيف يمكن القيام بدراسة لاستطلاع ومعرفة عدد الطلاب الذين لديهم سيارة خاصة لنقلهم إلى المدرسة؟
◀ **كيف** يمكن لشركة طيران دراسة آراء الركاب في الخدمات المقدمة لهم؟
◀ **حدد** الطرق المتبعة في إجراء هذه الدراسات.
◀ من الطرق الممكنة للحصول على المعلومات في مثل هذه الدراسات:

• المقابلة الشخصية.

• توزيع الاستبيانات ورقياً أو إلكترونياً.

• المراسلة عبر البريد الإلكتروني.

◀ **ماذا** تسمى المعلومات التي يتم الحصول عليها من هذا الاستطلاع؟

تسمى أي معلومات سواء كانت رقماً أو ملاحظة أو أبجدية (ترتيب معين) البيانات.

البيانات (Data)

هي مجموعة من المعلومات التي تم جمعها من خلال الملاحظة أو القياس أو البحث أو التجربة. قد تتضمن حقائق أو أرقاماً أو أسماء أو أوصافاً عامة للأشياء.

جمع البيانات:

الفرض من عملية جمع البيانات استخدامها في اتخاذ القرار، حيث تعتمد جودة القرارات التي تُتخذ باستخدام نتائج دراسة إحصائية على جودة الأسلوب المستخدم في الحصول على بيانات الدراسة.

22

مصادر البيانات وطرق جمعها Data Sources and Collection Methods

الدرس الثالث

تمهيد:

■ اسأل طلابك: ما أهمية معرفة عدد الطلاب الذين لديهم سيارات خاصة لنقلهم للمدرسة؟

إجابة ممكنة:

حتى يمكن إحصاء أولئك الذين يحتاجون توفير سيارات أو باصات لنقلهم.

■ هل يمكنك اقتراح دراسات يمكن إجراؤها حول طلاب المدرسة، أو سكان الحي الذي تسكن فيه؟

إجابة ممكنة:

الظروف الاقتصادية لطلاب المدرسة، المستوى التحصيلي للطلاب، عدد سكان الحي، احتياجات سكان الحي من الخدمات (كهرباء، إنارة، صرف صحي، حدائق ... إلخ).

■ استنتج أهمية إجراء الدراسات العلمية.

إجابة ممكنة:

لمعرفة الاحتياجات، وتطوير الخدمات، وتعيين نقاط القوة والضعف؛ للتطوير والتعديل والتحسين. لحل المشكلات المختلفة.



وزارة التعليم

Ministry of Education

2023 - 1445

22

أدوات جمع البيانات

1. الاختبار:

يستهدف الباحث خصائص الأفراد، لإجراء بعض الاختبارات ومعرفة انعكاسها على كل فرد، وهذا يتطلب وضع اختبارات مبنية على خبرات تخصصية، تمكن من الوصول إلى نتائج حقيقية ودقيقة وثابتة.



2. المقابلة الشخصية:

يقوم الباحث بإجراء اتصال مباشر مع الأشخاص قيد الدراسة، وبالتالي يمكن للباحث تحقيق أعلى مستويات الدقة في جمع البيانات، إلا أن هذه الطريقة رغم دقة المعلومات قد تكون مكلفة وغير عملية، خاصة في حالة العينات الكبيرة.

3. الاستبانة:

يقوم الباحث بتصميم استبانة تتضمن عدداً من الأسئلة الرئيسية والفرعية التي تحقق أهداف الدراسة، مع مراعاة الشروط الآتية:

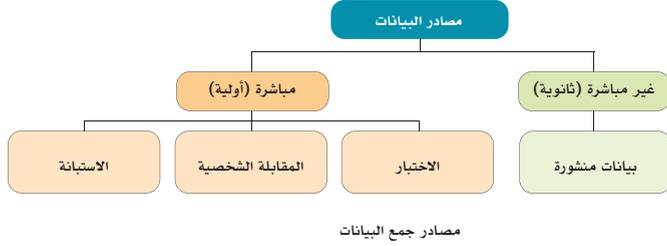


- أن تكون الأسئلة واضحة ومباشرة.
- ألا تكون الاستبانة طويلة ومملة.
- التأكيد على سرية البيانات حتى لا تكون إجابة الشخص بعيدة عن الواقع.
- أن تفي الاستبانة بأهداف الدراسة.

أعطِ شروطاً إضافية لتصميم الاستبانة، برر سبب إضافة هذه الشروط.



تفكير ناقد



24

تفكير ناقد



إجابة ممكنة:

وضع خيارات للإجابة من نوع: موافق، موافق بشدة، غير موافق، غير موافق بشدة، محايد مثلاً.

إضافة أسئلة مفتوحة، قد تطلب من المستجيب أن يضع ملاحظات أو تعليقات إضافية يرى ضرورة إضافتها للاستبانة.

جودة التنسيق: حجم الخط، نوعه، جودة الصور والتصاميم إن وجدت.



1 تحقق من فهمك

1. مصادر جمع البيانات:

- مصدر غير مباشر (ثانوي).
- مصدر مباشر (أولي).

أساليب جمع البيانات:

- التجربة.
- الدراسة المسحية.
- الدراسة القائمة على الملاحظة.

2. (a) إجابة ممكنة:

- جمعية الجغرافيين السعوديين.
- وزارة الداخلية.
- وزارة الصحة، الهيئة العامة للإحصاء.
- الهيئة العامة للطيران المدني.
- هيئة تقويم التعليم : مركز قياس.

(b) مصادر ثانوية، لأن الباحث لم يعتمد على بيانات جمعها بنفسه، وإنما استفاد من بيانات الآخرين.

1 تحقق من فهمك

1. اذكر أهم مصادر وأساليب جمع البيانات.
 2. حدد مصادر ممكنة لجمع بيانات في منطقتك حول:
 - المظاهر الطبيعية.
 - نسبة السعوديين والمقيمين.
 - معدلات الإصابة بمرض السكري.
 - أعداد الطلاب المتحقين بالتعليم الجامعي.
 - أرباح قطاع النقل الجوي للعام 2020م.
 - نسبة الطلاب المتنازحين لاختبار قياس.
- b. هل تعد هذه المصادر مصادر أولية أم ثانوية لجمع البيانات؟

أنواع البيانات

يمكن أن تتكون البيانات من عدة أنواع، مثل: تقديرات الطلاب في مقرر معين، أو عدد سكان مدينة ما، وهكذا.... وتصنف البيانات على أنها نوعية أو كمية.

أولاً/ البيانات النوعية (Qualitative Data):

تتكون البيانات النوعية من سمات أو تسميات غير كمية. مثل: الجنس، الحالة الاجتماعية، الجنسية، فصيلة الدم، تقدير الدرجات، المستوى التعليمي.

وتصنف البيانات النوعية على النحو التالي:

البيانات الاسمية (Nominal data): نوع من البيانات النوعية المستخدمة في الغالب لتسمية شيء ما، أو وصفه، أو تصنيفه؛ بحيث لا تتضمن البيانات ترتيباً.

مثل:

- الحالة الاجتماعية (أعزب، متزوج، أرمل، مطلق).
- الجنسية (سعودي، مصري، بريطاني، ...).
- الجنس (ذكر، أنثى).





البيانات الترتيبية (Ordinal data): نوع من البيانات النوعية المستخدمة في الغالب لتسمية شيء ما، أو وصفه، أو تصنيفه على أن تتضمن تلك البيانات ترتيباً بصورة أساسية.

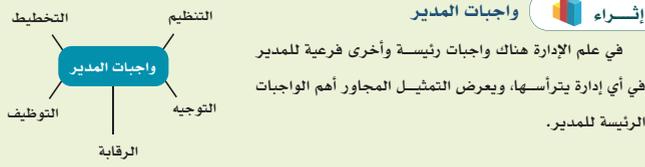
مثل:

- المستوى التعليمي (ابتدائي، متوسط، ثانوي، جامعي، دراسات عليا).
- التقدير في الرياضيات (ممتاز، جيد جداً، جيد، مقبول، ضعيف).
- الرتبة العسكرية (ملازم، ملازم أول، نقيب، رائد، مقدم، عقيد، عميد، لواء).

تحقق من فهمك 2

1. صنف البيانات الآتية: بيانات اسمية - بيانات ترتيبية:

- التقدير الدراسي للطلاب.
 - واجبات المدير الإدارية الرئيسية.
 - المؤشرات الحيوية (درجة الحرارة، الطول، الوزن، ضغط الدم.. إلخ) للشخص.
 - الهيكل التنظيمي للعمل في وزارة ما.
2. أراد مدير مدرسة إجراء استطلاع للطلاب حول مشاركتهم في رحلة مدرسية، فقام بتوزيع استبانة تتضمن الاختيار: (موافق- محايد - غير موافق) ما نوع هذه البيانات؟ فسر إجابتك.



تحقق من فهمك 2

1. • بيانات ترتيبية.

• بيانات اسمية.

• بيانات اسمية.

• بيانات اسمية.

2. بيانات اسمية، لأنها لا تتضمن ترتيباً معيناً.



ثانياً/ البيانات الكمية (Quantitative Data):

تتكون البيانات الكمية من أعداد تعبر عن خصائص يمكن عدّها أو قياسها. مثل:

عدد قطع الحلوى، الطول، الوزن، العمر.

وتنقسم البيانات الكمية إلى نوعين:



البيانات المنفصلة أو المتقطعة (Discrete Data): يأخذ هذا النوع من البيانات القيم التي يمكن عدّها والتعبير عنها بعدد صحيح، ولا يمكن أن تحتوي هذه القيم على

كسور اعتيادية أو عشرية. مثل:

- الثمار على الشجرة.
- الطلاب في الفصل.
- السكان.

البيانات المتصلة (Continuous Data):

يأخذ هذا النوع من البيانات قيمةً محددة يمكن قياسها، وتندرج ضمن نطاق معين، أو فترة معينة؛ بمعنى أنها من الممكن أن تحتوي على كسور اعتيادية أو عشرية. مثل:



- الوزن.
- الطول.
- درجة الحرارة.

تحقق من فهمك 3

هل تعدّ السرعة بيانات كمية متصلة؟ فسر إجابتك.

وتصنف البيانات الكمية المتصلة إلى مستويين:

1. البيانات الفترية (Interval data):

من الممكن ترتيب البيانات الفترية، وحساب الاختلافات بينها خلال فترة القياس، يمثل الصفر مركز البيانات، وتقاس البيانات بمدى بعدها عنه؛ إذ لا يُعد الصفر هنا صفراً معنوياً، ولفهم معنى ذلك يمكن تأمل مقياس درجة الحرارة؛ حيث يشير الصفر في المقياس إلى مستوى من مستويات الحرارة، ولا يعني غيابها. والبيانات الفترية مثل:

نَبّه طلابك إلى تأثير السياقات الخاصة للأمثلة المطروحة وغيرها؛ فعلى سبيل المثال: إذا قررت إدارة الأرصاد الجوية استعمال القيم الصحيحة لدرجات الحرارة وتجاهل درجات الحرارة التي تتضمن كسوراً أو قيمةً عشرية، فإن البيانات في هذه الحالة تعتبر بيانات كمية منفصلة.

تحقق من فهمك 3

نعم السرعة بيانات كمية متصلة، لأنه خلال فترة زمنية معينة يمكن لقيم السرعة أن تأخذ أي قيمة فيها، وهذا يعني أنها قد تحتوي على كسور اعتيادية أو عشرية.

اضرب مثلاً حول حصول طالب على درجة (صفر) في اختبار تحصيلي لمادة الرياضيات مثلاً، إن هذا الصفر لا يعني أن الطالب لا يمتلك أي معارف أو مفاهيم حول الرياضيات، وكذلك الحال بالنسبة لاختبار معدل الذكاء، فإن حصول الطالب على صفر لا يعني أنه يفتقر تماماً للذكاء.



• معدل الدرجات في مادة الإحصاء.

• معدل الذكاء.

• درجات الحرارة.

1. البيانات النسبية (Relative data):

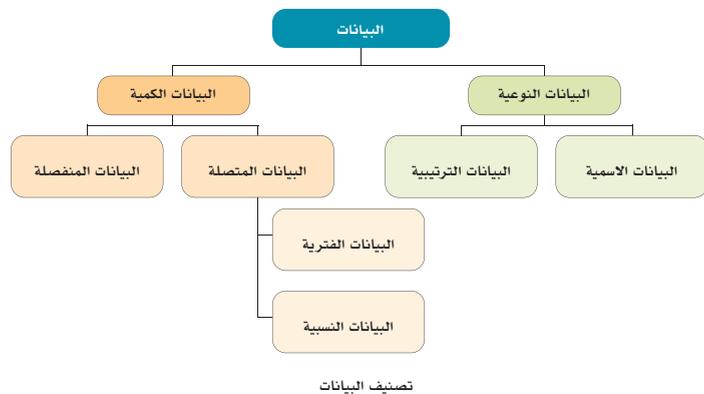
البيانات النسبية تختلف عن البيانات الفترية في خاصية أن البيان الصفري هو صفر معنوي، ويمكن إنشاء نسبة من قيمتي بيانات؛ بحيث يمكن التعبير عن قيمة واحدة بشكل هادف كمضاعف لقيمة أخرى. والبيانات النسبية مثل:

• الطول.

• الوزن.

• السعر.

ويعرض الشكل الآتي تصنيف البيانات النوعية والكمية.



تصنيف البيانات

4 تحقق من فهمك

1. هل تعدّ البيانات التي توضح (الزمن، العمر) كميات متصلة فترية أم نسبية؟ فسر إجابتك.

2. سجّل معلّم درجات الطلاب في مادة الإحصاء وكانت كالآتي:

10, 9, 6, 5, 5, 2, 12, 14, 13, 12

ما نوع هذه البيانات؟ فسر إجابتك.

28

الصفّر هنا معنوي؛ إذا كان الوزن صفراً فإنه لا يوجد وزن، وكذلك الحال بالنسبة للطول والسعر ونحوها.

4 تحقق من فهمك

1. كميات متصلة نسبية، لأن البيان الصفري هو صفر معنوي، ويمكن إنشاء نسبة من قيمتي بيانات؛ بحيث يمكن التعبير عن قيمة واحدة بشكل هادف كمضاعف لقيمة أخرى.

2. الأصل أنها بيانات كمية متصلة، ولكن إذا كان المعلم أو الجهة المعنية بالتقييم تضعها كأعداد صحيحة فقط فإنها - في هذا الحال - تعدّ بيانات منفصلة.



1: وضع العلاقة بين العينة والمجتمع. ولماذا يتم استخدام العينة أكثر من المجتمع في الدراسات الإحصائية؟

2: حدد المجتمع والعينة في كل من الدراسات الآتية:

a. ضمن دراسة استقصائية شملت 1000 شخص من عملاء البنك؛ أشارت النتائج إلى أن 83% منهم يعتقدون أن بطاقات الائتمان تفري الناس بشراء أشياء زائدة عن احتياجاتهم.

المجتمع: ، العينة:

b. استطلاع رأي شمل 86 ممرضة يعملن في منطقة الرياض، حول آرائهن بالنسبة للرعاية الصحية المنزلية.

المجتمع: ، العينة:

c. وجدت دراسة استقصائية شملت 1205 طبيباً أن حوالي 65% منهم سبق لهم المشاركة في حملات تطوعية لمعالجة اللاجئین وضحايا الكوارث.

المجتمع: ، العينة:

3: أكمل العبارات بما يناسبها مما بين القوسين فيما يلي:

a. بلغت أجور العاملين في الشركة عام 2009، 113000,000 ريالاً، هذا المبلغ يصف (معلمة، إحصاءة)

b. رواتب الموظفين الشهرية في مكتب محاسبة تمثل بيانات (نوعية، كمية)

c. في دراسة استقصائية شملت 752 شخصاً من مرتادي الحدائق العامة، يعتقد 42% منهم أنه يجب أن

يكون هناك قانون يمنع الناس من التحدث بصوت مرتفع في الأماكن العامة، القيمة العددية تصف (معلمة، إحصاءة)

d. حالة الطقس اليومية في مدينة أبها لمدة أسبوع تمثل بيانات (نوعية، كمية)

e. متوسط الفروض قصيرة الأجل التي تقدمها البنوك للأفراد (نوعية، كمية)

1:

العينة هي جزء من مضردات المجتمع.

مميزات استخدام العينة الإحصائية:

- سهولة دراسة العينة مقارنةً بدراسة المجتمع كاملاً.

- دراسة العينة أقل (مال، وقت، جهد، خطورة) من دراسة المجتمع.

- إمكانية تعميم نتائج العينة على مجتمع الدراسة.

2:

(a) المجتمع: عملاء البنك، العينة: 1000 شخص من عملاء البنك.

(b) المجتمع: ممرضات يعملن في منطقة الرياض، العينة: 86 ممرضة تعمل في منطقة الرياض.

(c) المجتمع: الأطباء، العينة: 1205 من الأطباء.

3:

(a) معلمة.

(b) كمية.

(c) إحصاءة.

(d) نوعية

(e) كمية



تقويم ختامي

4: اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي:

1. أقسام الكلام تمثل بيانات:
 - a. نوعية - اسمية
 - b. نوعية - ترتيبية
 - c. كمية - منفصلة

2. عدد الأهداف التي سجلتها الفرق الرياضية المشاركة في مباريات كأس خادم الحرمين الشريفين، تمثل بيانات:

- a. نوعية - اسمية
 - b. كمية - منفصلة
 - c. كمية - متصلة
3. أسعار النفط تمثل بيانات:

- a. كمية - متصلة
- b. نوعية - ترتيبية
- c. نوعية - اسمية

4. نظام ويتيكر لتصنيف الكائنات الحية (وحدات الخلية، الطلائعيات، الفطريات، النباتات، الحيوانات) تمثل بيانات:

- a. كمية - متصلة
- b. نوعية - ترتيبية
- c. نوعية - اسمية

5: أجب بصح أو خطأ فيما يلي:

- a. الأرقام التعريفية للبطاقة الائتمانية تمثل: بيانات كمية. (.....)
- b. الدرجات النهائية للطلاب في مادة الإحصاء تمثل: بيانات كمية متصلة. (.....)
- c. أشارت دراسة إلى أن نسبة التسرب من إحدى الجامعات في السنتين الأخيرتين قبل التخرج تمثل 10% من مجموع الطلاب الكلي، النسبة المئوية: تصف معلمة. (.....)

4:

1. نوعية - اسمية.
2. كمية - منفصلة.
3. كمية - متصلة.
4. نوعية - اسمية.

5:

- (a) خطأ.
- (b) صح.
- (c) خطأ.



6: اختر أسلوب جمع بيانات مناسب لإجراء كل دراسة مما يأتي، ثم برر إجابتك:

- اختبار كل جزء من أجزاء الآلة العشرة من خط التجميع، وقياس دقته، لضمان جودة الإنتاج.
- معرفة اتجاهات الطلاب (موافق-محايد-غير موافق) تجاه الالتحاق بالكليات النظرية.
- دراسة الفروق في سنوات التأهيل الأكاديمي بين التخصصات الصحية والإدارية.

7: أراد باحث إجراء دراسة عن النقل الجوي بهدف معرفة:

- آراء المسافرين حول خدمات الناقل الجوي مثل: شراء التذاكر، الخدمات، الراحة، المبيعات الجوية، الأمن والسلامة.
 - نسبة المسافرين الذين يفضلون استخدام النقل الجوي للعمل وكذلك للسياحة.
- ولتحقيق ذلك؛ قام بعمل استبانة مكونة من 20 سؤالاً، واختار عينة عشوائية ممثلة لجميع المسافرين.
- a. لماذا استخدم الباحث في هذه الدراسة أسلوب العينة العشوائية؛ بدلاً من أسلوب الحصر الشامل؟ برر إجابتك.

b. ما أسلوب اختيار العينات الذي استخدمه الباحث لهذه الدراسة؟ ولماذا؟

c. صف أنواع البيانات التي سيجمعها الباحث؟ فسر إجابتك.

d. حدد العيوب أو التحيزات المحتملة في دراسة من هذا النوع.

e. إذا أُتيح لك تصميم دراسة مشابهة لهذه الدراسة، ولكن مع عينة متحيزة، فما هي الأسباب المنطقية التي قد تدفعك لذلك؟ فسر إجابتك.

8: من ضمن الخدمات التي تقدمها الهيئة العامة للإحصاء حساب متوسط أسعار السلع شهرياً وسنوياً، ويظهر في الصورة أدناه عرض لأسعار بعض السلع خلال ثلاثة أشهر، وحساب نسبة التغير بين شهرين.

a. لماذا تهتم الهيئة العامة للإحصاء بهذا النوع من الإحصاءات؟ وضع إجابتك.

b. بالنسبة للسلع المعروضة في الجدول؛ هل تمثل مجتمعاً أم عينة إحصائية؟

c. هل تشير النتائج المعروضة في الجدول إلى معلمة أم إحصاءة؟ لماذا؟

d. ما نوع البيانات في الجدول كمية أم نوعية؟ وضع إجابتك.

6:

- التجربة.
- الدراسة المسحية.
- الدراسة المسحية.

7:

a) استخدم أسلوب العينة العشوائية؛ لأنه ليس من السهل مسح آراء جميع المسافرين؛ حيث يكلف ذلك الكثير من الوقت والجهد للحصول على جميع الآراء.

b) أسلوب الدراسة المسحية لأنه عملي استبانة.

c) بيانات نوعية، مثلاً:

آراء المسافرين حول شراء التذاكر (سهلة جداً - سهلة - معقدة)،

آراء المسافرين حول الخدمات (ممتازة - جيدة جداً - جيدة - مقبولة).

d) إجابة ممكنة:

قد يختار عملاء محددون يعتقد أنهم سيقدمون استجابات معينة، ويتجاهل بقية العملاء.

e) إجابة ممكنة:

قد يصعب الحصول على استجابات كاملة وواضحة من أفراد العينة العشوائية؛ فيضطر فيصّل للبحث عن عينة تطوعية.

8:

a) إجابة ممكنة:

لوقوف على مستوى الأسعار العام الذي يرتبط بالعديد من القضايا الاقتصادية للدولة كالتضخم مثلاً.

b) عينة إحصائية.

c) إحصاءة؛ لأنها تمثل متوسط أسعار عينة إحصائية وليس مجتمعاً.

d) البيانات كمية من النوع المتصل، لأنها تناقش أسعار سلع.



متوسطات الأسعار و التغيرات الشهرية و السنوية في المملكة (نوفمبر 2022)
Average prices monthly and annual changes in the Kingdom (November 2022)

Items	Unit	متوسطات الأسعار Average Prices			نسبة التغير من نوفمبر 2021 إلى Percent Change From Nov 2021 to		الوحدات	البلد
		نوفمبر Nov 2022	أكتوبر Oct 2022	نوفمبر Nov 2021	أكتوبر Oct 2022	نوفمبر Nov 2021		
OILS AND FAT								
Butter (Lurpak)	100 gm	6.95	7	5.91	-0.71	17.6	كجم 100	الزيوت والدهون (زورباك)
Vegetable oil, (frying) Al Arabi	1.5 L	21.33	21.39	16.87	-0.28	26.44	لتر 1.5	زيت نباتي (اللقي العربي)
Imported olive oil (Al Mazar)	500 ml	21.74	22.26	20.23	-2.34	7.46	لتر 0.5	زيت زيتون مستورد(الوزير)
Corn oil, (cooking), Alfa	1.5 L	27.32	27.44	23.26	-0.44	17.45	لتر 1.5	زيت ذرة (لطهي) ألفا
FRUITS AND NUTS								
American red Apples	1 Kg	8.73	9.12	8.62	-4.28	1.28	كجم 1	تفاح أحمر أمريكي
Yellow Apples	1 Kg	9.31	9.53	9.1	-2.31	2.31	كجم 1	تفاح أصفر
Local Grapes	1 Kg	10.5	12.18	10.94	-13.79	-4.02	كجم 1	عنب محلي
Lebanese Grapes	1 Kg	13.58	13.98	15.12	-2.86	-10.19	كجم 1	عنب لبناني
Philippines Banana, Alsharbatli	1 Kg	6.14	6.08	5.47	0.99	12.25	كجم 1	فراولة الفلبيني
Abu Sorra Egyptian Orange	1 Kg	6.43	5.84	6.31	10.1	1.9	كجم 1	برتقال أبو صرة مصري
Pakistani Mandarin	1 Kg	9.37	8.73	8.2	7.33	14.27	كجم 1	بومفندي باكستاني
Local watermelon	1 Kg	2.55	2.58	2.68	-1.16	-4.85	كجم 1	خوخ (بطيخ) محلي
Local watermelon	1 Kg	4.07	4.26	4.23	-4.46	-3.78	كجم 1	شمامو محلي
Local Melon	1 Kg	11.86	12.11	12.27	-2.06	-3.24	كجم 1	شمامو وسط لبناني
Medium Lebanese Peas	1 Kg	14.22	12.7	14.08	11.87	0.99	كجم 1	تمر (بطيخ)
Dates(Rotab)	1 Kg	15.08	13.88	14.3	8.65	5.45	كجم 1	خوخ لبناني
Lebanese Peach	1 Kg	7.68	7.28	7.56	5.48	1.59	كجم 1	ليمون وسط افريقي
medium African Lemon	1 Kg	13.48	13.47	13.67	0.67	-1.39	كجم 1	مليحة باكستاني
Pakistani Mango	1 Kg	17.62	17.31	14.95	1.79	17.86	كجم 1	تين محلي
Local Fig	1 Kg	12.94	13.49	13.52	-4.82	-5.03	كجم 1	برقوق / بخارس تركي
Turkish Plums	1 Kg	14.57	14.85	12.24	-1.89	18.04	كجم 1	رمان هندي
Indian Pomegranates	1 Kg	14.46	14.53	14.49	-0.48	-0.21	كجم 1	تمر (مكنوز) إقليمي
VEGETABLES								
Green Beans	1 Kg	13.41	15.05	15.57	-10.9	-13.87	كجم 1	فاصوليا خضراء
Local Okra	1 Kg	18.31	19.62	18.89	-6.68	-3.07	كجم 1	بامية محلي
Local Black Eggplants	1 Kg	5.26	5.79	5.09	-9.15	3.34	كجم 1	باذنجان أسود محلي
Local Zucchini	1 Kg	6.44	7.56	6.87	-14.81	-6.26	كجم 1	كوسة محلي
Pumpkin	1 Kg	5.61	5.61	6.07	0	-7.58	كجم 1	قرع عسلي
Local Cucumbers	1 Kg	5.18	6.02	5.36	-13.95	-3.36	كجم 1	خيار محلي
white Cabbage	1 Kg	3.12	3.28	3.64	-4.88	-14.29	كجم 1	ملفوف أبيض
green local Peppers	1 Kg	8.37	8.85	9.54	-5.42	-12.26	كجم 1	فلفل أخضر بارد محلي
Green local Chili	1 Kg	9.42	9.76	9.57	-3.48	-1.57	كجم 1	فلفل أخضر حار محلي
Local tomatoes	1 Kg	6.06	6.32	6.98	-4.11	-13.18	كجم 1	طماطم محلي
Imported tomatoes	1 Kg	6.43	6.44	6.57	-0.16	-2.13	كجم 1	طماطم مستورد
Local Corchorus	1 Bundle	2.46	2.45	2.34	0.41	5.13	كجم 1	ملونية محلي
Local Lettuce	1 Kg	7.12	7.35	6.9	-3.13	3.19	كجم 1	كس محلي
Parsley	1 Bundle	1.06	1.06	1.05	0	0.95	كجم 1	بقونوس
Spinach	1 Bundle	1.26	1.28	1.2	-1.56	5	كجم 1	سبانخ
local watercress	1 Bundle	1.04	1.03	1	0.97	4	كجم 1	جرجير محلي

المصدر: الهيئة العامة للإحصاء.

9: أعط أمثلة على دراسات يكون فيها إجراء الدراسة على المجتمع الإحصائي كاملاً أفضل من اختيار عينة إحصائية.

9:

إجابات ممكنة:

- دراسات التعداد السكاني.
- حساب أعداد الطلاب الملتحقين بصفوف أو مدارس معينة.
- حساب أعداد الدول التي تطبق سياسات ما.
- حساب أعداد الإصابات بمرض معين.
- حساب أعداد الوفيات.



تطبيقات - مسار الصحة والحياة

1:

- (a) إحصاء وصفي.
- (b) إحصاء وصفي.
- (c) إحصاء وصفي.
- (d) إحصاء استدلائي.
- (e) إحصاء وصفي.
- (f) إحصاء استدلائي.
- (g) إحصاء استدلائي.
- (h) إحصاء وصفي.

2:

- (a) محدود.
- (b) غير محدود.
- (c) غير محدود.

3:

المجتمع الإحصائي: هو رواتب جميع الأطباء الاستشاريين في مدينة تبوك.
المعلمة: متوسط رواتب الأطباء الاستشاريين في مدينة تبوك ويرمز له بالرمز \bar{x} .
العينة: 500 طبيباً استشارياً.
الإحصاءة: متوسط رواتب الأطباء الاستشاريين في العينة ويرمز له بالرمز \bar{x} .

4:

- (a) غير محدود.
- (b) محدوداً.
- (c) عينة.
- (d) مجتمع.

تطبيقات - مسار الصحة والحياة

• أميز المفاهيم الإحصائية في سياقات واقعية مرتبطة بالصحة والحياة.

1: حدد الإحصاءات الوصفية أو الاستدلالية في كل من العبارات الآتية:

- a. يبلغ معدل وزن المرضى لمن تتراوح أعمارهم بين 25 و35 عاماً 65 كيلو جرام.
- b. بلغت نفقات صناعة المضادات الحيوية 566 مليار دولار عام 1996 م.
- c. متوسط عمر أنثى البعوض ما بين 2-3 أسابيع.
- d. اتباع نظام غذائي غني بالفواكه والخضروات يؤدي إلى خفض ضغط الدم.
- e. تصل نسبة الكالسيوم في بعض أنواع الطحالب البحرية إلى 168 غراماً في كل 100 غرام، وهي تفوق بذلك كمية الكالسيوم الموجودة في كلا القرنبيط والملفوف الأخضر.
- f. إجمالي الخسائر المقدرة لإعصار اندونيسيا 125 مليار دولار.
- g. ذكر الباحثون أن اسم الشخص يؤثر في شخصيته.
- h. من المتوقع أن يبلغ عدد خريجي الثانوية العامة من المسار الطبي في المملكة العربية السعودية حوالي 3 ملايين خريجاً عام 2044م.

2: حدد نوع المجتمع (محدود - غير محدود) في ما يأتي:

- a. المرضى المنومون في المستشفى العام في عيد الفطر المبارك.
- b. مراجعو عيادة مرض السكري في المستشفيات.
- c. أنواع النباتات في غابات الأمازون.

3: حدد: المجتمع، المعلمة، العينة، الإحصاءة، في الدراسة الآتية:

(يريد باحث تحديد متوسط رواتب الأطباء الاستشاريين في مدينة تبوك، فتوجه بالسؤال إلى 500 طبيب، اختارهم بشكل عشوائي من دليل متخصص يحوي أسماء الأطباء الاستشاريين في هذه المدينة).

4: اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين في كل مما يأتي:

- a. أسماء الأدوية في الصيدليات، تمثل مجتمعاً (محدوداً، غير محدود)
- b. أنواع فصائل الدم لسكان قارة آسيا تمثل مجتمعاً (محدوداً، غير محدود)
- c. مائة طالب من الذين قبلوا في كلية الطب في إحدى الجامعات السعودية العام الماضي، تمثل بيانات (مجتمع، عينة)
- d. جميع أجهزة غسل الكلى في المستشفيات الحكومية، تمثل بيانات (مجتمعاً، عينة)



5: اكتب الأرقام المناسبة أمام العبارات في المجموعة B بما يناسبها من المجموعة A:

أجريت دراسة لتحديد أثر الإفراط في استعمال الأجهزة الذكية على مدى الانتباه، في مرحلة رياض الأطفال، حيث قام الباحث بإجراء الدراسة على 2500 طفل؛ ممن تتوفر لديهم أجهزة ذكية، وتم احتساب متوسط مدى الانتباه لهؤلاء الأطفال (ملاحظة: مدى الانتباه هو المدى الزمني الذي يستطيع فيه الشخص التركيز على نشاط واحد):

مجموعة B		مجموعة A	
مجتمع إحصائي		1 2500 طفل	
معلمة		2 متوسط مدى الانتباه للأطفال في مرحلة رياض الأطفال ويرمز له بالرمز II.	
عينة		3 الأطفال في مرحلة رياض الأطفال	
إحصاءة		4 متوسط مدى الانتباه للأطفال في مرحلة رياض الأطفال في العينة ويرمز لها بالرمز \bar{X} .	



6: في تقارير للأمم المتحدة حول التغيرات المناخية أشار تقرير حول درجات الحرارة إلى التالي: «كانت الأعوام 2015-2019 هي الأكثر دفئاً لدرجات الحرارة المسجلة على الإطلاق، حيث ازدادت درجة حرارة سطح الأرض بشكل أسرع منذ عام 1970 مقارنةً بأي فترة أخرى مدتها 50 عاماً على مدار 2000 عام الماضية على الأقل. ووفقاً للمسار الحالي لانبعاثات ثاني أكسيد الكربون، فإنه يمكن أن ترتفع درجة الحرارة بما يصل إلى 4.4 درجة مئوية بحلول نهاية القرن الحالي».

- a. وفقاً للتقرير أعلاه: حدد العبارات التي تشير لإحصاء استدلالي، وتلك التي تشير لإحصاء وصفي.
- b. حدد نوع البيانات كمي أو وصفي؟ فسر إجابتك.
- c. تشير العبارة «يمكن أن ترتفع درجة الحرارة بما يصل إلى 4.4 درجة مئوية، بحلول نهاية القرن الحالي» إلى: إحصاءة أو معلمة؟ وضح إجابتك.

34

5:

4
3
1
5
2

6:

(a) إحصاء استدلالي:

"يمكن أن ترتفع درجة الحرارة بما يصل إلى 4,4 درجة مئوية بحلول نهاية القرن الحالي".

إحصاء وصفي:

"كانت الأعوام 2015-2019 هي الأكثر دفئاً لدرجات الحرارة المسجلة على الإطلاق".

"حيث ازدادت درجة حرارة سطح الأرض بشكل أسرع منذ عام 1970 مقارنةً بأي فترة أخرى مدتها 50 عاماً على مدار 2000 عام الماضية على الأقل".

(b) البيانات كمية لأنها تعطي قيم درجات الحرارة.

(c) تشير العبارة إلى معلمة لأنها تصف مجتمعاً احصائياً.



7: لتحديد أثر لقاح الانفلونزا الموسمية على كبار السن في التخفيف من أعراض الإصابة بالأنفلونزا أجريت دراسة على عينة من كبار السن؛ ممن تزيد أعمارهم عن 65 سنة، حيث قسمت مناطق المملكة العربية السعودية إلى خمس مناطق، وتم اختيار عينة عشوائية قوامها 3000 مُسن من كل منطقة من المناطق الخمس. وأظهرت النتائج أن 35% منهم لم يصب بالأنفلونزا، فيما كانت الأمراض من خفيفة إلى متوسطة لدى 67% من المصابين بالأنفلونزا. وقد خلصت الدراسة إلى فعالية لقاح الأنفلونزا الموسمية في تخفيف أعراض الإصابة بالمرض.

وفقاً للدراسة السابقة:

- عين المجتمع والعينة الإحصائيين؟
- صف نوع العينة العشوائية؟
- حدد ما إذا كانت النتائج التي عرضتها الدراسة تمثل إحصاءة أو معلمة؟ وضع إجابتك.
- عين العبارات في الدراسة التي أشارت للإحصاء الوصفي، وتلك التي أشارت للإحصاء الاستدلالي، وضع إجابتك.

8: صنف البيانات الآتية على أنها نوعية: (اسمية - ترتيبية) أو كمية: (منفصلة - متصلة):

- مستوى رضا المريض عن الخدمة المقدمة له في المستشفى.
- عدد ملفات المرضى المتابعين في عيادة الأسنان.
- مراحل نمو الجنين أثناء فترة الحمل.
- أوزان المرضى المراجعين في عيادة التغذية.
- أنواع العيادات الخارجية في مستشفى.
- تصنيف حالات المرضى إلى: خطيرة - حرجة - متوسطة - بسيطة.
- مستويات الكوليسترول في الدم.
- تصنيف أطباق (بترى) وفقاً للمواد التي صُنعت منها.

:7

- المجتمع: كبار السن، العينة: 3000 مُسن من كل منطقة من المناطق الخمس.
- عينة عشوائية طبقية.
- تمثل إحصاءة لأنها تصف عينة.
- إحصاء وصفي:
"وأظهرت النتائج أن 35% منهم لم يصب بالأنفلونزا."
"فيما كانت الأعراض من خفيفة إلى متوسطة لدى 67% من المصابين بالأنفلونزا."
إحصاء استدلالي:
"خلصت الدراسة إلى فعالية لقاح الانفلونزا الموسمية في تخفيف أعراض الإصابة بالمرض".

:8

- نوعية- ترتيبية.
- كمية- منفصلة.
- نوعية- ترتيبية.
- كمية- متصلة.
- نوعية- اسمية.
- نوعية- ترتيبية.
- كمية- متصلة.
- نوعية- اسمية.



9: صنف المتغير الكمي على أنه: متصل - منفصل، فيما يأتي:

- أعمار الأطباء في قسم الجراحة.
- عدد الأدوية التي تصرف من الصيدلية في يوم معين.
- الوقت الذي تستغرقه آثار التخدير الموضعي حتى تزول.
- عدد جرعات الدواء اللازم تناولها لمريض ما.

10: اختر نوع البيانات المتصلة الآتية:

- درجات حرارة الجسم للرياضي أثناء أداء التمارين (فترية - نسبية).
- متوسط ضربات القلب (فترية - نسبية).
- متوسط هطول الأمطار الشهرية في مدينة ما (فترية - نسبية).

11: مقياس النبض هو جهاز قياس نسبة الأكسجين (SPO2) في الدم، وتشير قراءة الجهاز إلى النسبة المئوية للدم المشبع، حيث تتراوح نسبة الأكسجين الطبيعية في الجسم وفق المعدل الطبيعي للكبار بين 95% و100%.

- حدد نوع البيانات التي تشير لها قراءة الجهاز. فسر إجابتك.
- وفقاً للعبارة الأخيرة في النص: هل البيانات التي يقدمها الجهاز تشير إلى إحصاء وصفي أم استدلال؟ فسر إجابتك.
- كيف يمكن الاستفادة من قراءات الجهاز في الإحصاء الاستدلالي؟ أعط أمثلة.

12: اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

- تصنيفات التخصصات الطبية: (علم الأمراض التشريحي، التخدير، علم المناعة، طب العناية المركزة).
تمثل بيانات:
a. نوعية - اسمية
b. نوعية - ترتيبية
c. كمية - منفصلة

9:

- متصل.
- منفصل.
- متصل.
- منفصل.

10:

- فترية.
- نسبية.
- نسبية.

11:

- كمية - متصلة.
- إحصاء وصفي؛ لأنه يعرض البيانات بصورة كمية مركزة تساعد على فهم المعدل الطبيعي لنسبة الأكسجين للكبار في هذه الفئة العمرية.
- إجابات ممكنة:

في التنبؤ بقراءات نسبة الأكسجين لكل مريض عند متابعة حالته.
في التنبؤ بنسبة الأكسجين لدى عدد من المرضى وفق حالات وظروف متشابهة.
في الاستدلال على التغير في المعدل الطبيعي لدى المرضى في ظروف معينة.

12:

- a.1 نوعية - اسمية.



2. عدد الأمبيرات التي يتم توصيلها بواسطة أجهزة شحن البطاريات، تمثل بيانات:

a. نوعية - اسمية

b. نوعية - ترتيبية

c. كمية - منفصلة

3. أعمار الأطفال في الحضانة، تمثل بيانات:

a. كمية - متصلة

b. كمية - منفصلة

c. نوعية - ترتيبية

13: أجب بصح أو خطأ فيما يأتي:

- a. ارتفاع بالونات الهواء الساخن: متغير كمي منفصل. (.....)
- b. لون العين: متغير نوعي اسمي. (.....)
- c. أوزان الرضع في المستشفى: متغير كمي منفصل. (.....)
- d. الردود على استطلاع للرأي: متغير نوعي ترتيبية. (.....)
- e. مؤشر كتلة الجسم (BMI): متغير كمي متصل. (.....)

14: حدد نوع كل عينة عشوائية في الحالات الآتية:

- a. يُطلب من كل سابع طالب يدخل كلية العلوم الطبية التطبيقية تحديد مجاله المفضل.
- b. اختيار بعض مشرفي التمريض باستخدام أرقام عشوائية؛ لتحديد متوسط الرواتب السنوية.
- c. فحص كل عامل أجنبي رقم 5 في تسلسل معين؛ لتحديد خلوه من الأمراض المعدية.
- d. باستخدام الاتصال العشوائي بالأرقام اتصل الباحثون بـ 1400 شخص، وسألهم عن العقبات التي تمنعهم من ممارسة الرياضة.
- e. تقسيم الطلاب حسب التخصص، واختيار طلاب أحد التخصصات كاملاً لتمثيل عينة الدراسة.
- f. تقسيم أماكن الجلوس إلى مجموعتين للذكور والإناث، ثم اختيار عدد معين من أفراد كل مجموعة.
- g. اختيار 25 مريضاً بطريقة عشوائية من كل قسم من أقسام التنويم في المستشفى، واستطلاع آرائهم حول عاداتهم الصحية.

2. كمية - منفصلة. (c)

3. كمية - متصلة. (a)

13:

(a) خطأ.

(b) صح.

(c) خطأ.

(d) خطأ.

(e) صح.

14:

(a) منتظمة.

(b) بسيطة.

(c) منتظمة.

(d) بسيطة.

(e) عنقودية.

(f) طبقية.

(g) طبقية.





15: أعدت الهيئة العامة للإحصاء عام 2018م مسحاً عن صحة الأسرة؛ ذكرت فيه أن هذا المسح يوفر عدداً من البيانات والمؤشرات الصحية؛ باعتبارها مؤشرات على صحة المجتمع.

وفقاً لهذا التقرير أجب عن المطلوب:

- تقرير نتائج مسح صحة الأسرة 2018
- a. أشار المسح إلى الطريقة التي تم بها سحب عينة عشوائية؛ وفق النص الآتي:
- «وحدات المعاينة الأولية هي (مناطق العد)، وهي عبارة عن وحدات المعاينة التي تُسحب في المرحلة الأولى من تصميم عينة المسح، بينما تعد (الأسر) هي وحدات المعاينة الثانوية والنهائية في نفس الوقت، وهي وحدات المعاينة التي يتم سحبها في المرحلة الثانية من تصميم عينة المسح»؛ ما نوع العينة العشوائية التي ظهرت في التقرير؟
- b. وفقاً لنتائج المسح؛ فإن نسبة السكان السعوديين (15 سنة فأكثر) يتمتعون بصحة جيدة أو جيدة جداً، هل العبارة السابقة تمثل إحصاءً استدلالياً أم وصفيًا؟ وضّح إجابتك.
- c. ذكر المسح أيضاً أن «معدلات انتشار أمراض القلب والشرايين المشخصة ترتفع بشكل ملحوظ مع ازدياد العمر، حيث يكون الارتفاع تدريجياً إلى ما قبل عمر 40 سنة، ومن ثم ترتفع بشكل حاد عند عمر (40 سنة فما فوق)، وأيضاً أن معدلات أمراض القلب والشرايين المشخصة للسكان تبلغ ذروتها عند عمر (65 سنة فأكثر)»؛ هل تمثل هذه العبارة معلمة أم إحصاءة؟
- d. باعتقادك؛ ما أهمية معرفة معدلات انتشار أمراض القلب والشرايين وعلاقتها بالفئات العمرية في المجتمع؟ وضّح إجابتك.

15:

(a) تطبيقية.

(b) إحصاء استدلالى؛ لأنه قام بالاستدلال (الاستنتاج) حول

سمات المجتمع، بناءً على المعلومات التي حصلنا عليها

من العينة.

(c) معلمة.

(d) إجابة ممكنة:

لتثقيف المجتمع ضد هذه الأمراض، ونشر الوعي حوله،

والحد من انتشاره، بالإضافة إلى تركيز الدراسات لعلاج

الفئات الأكثر تعرضاً للإصابة، والنظر في العلاقة بين

العمر ونوع المرض.



تطبيقات - مسار إدارة الأعمال

1:

- (a) وصفي.
- (b) استدلالي.
- (c) وصفي.
- (d) وصفي.
- (e) استدلالي.
- (f) وصفي.
- (g) استدلالي.
- (h) استدلالي.

2:

- (a) محدود.
- (b) محدود.
- (c) غير محدود.

3:

- المجتمع الإحصائي: هو رواتب جميع موظفي الشركات في مدينة الرياض.
- المعلمة: متوسط رواتب موظفي الشركات في مدينة الرياض؛ ويرمز لها بالرمز μ .
- العينة: 500 موظف.
- الإحصاءة: متوسط رواتب موظفي الشركات في العينة؛ ويرمز لها بالرمز \bar{x} .

تطبيقات - مسار إدارة الأعمال

• أميز المفاهيم الإحصائية في سياقات واقعية مرتبطة بإدارة الأعمال.

1: حدد الإحصاءات الوصفية أو الاستدلالية في العبارات الآتية:

- a. يبلغ متوسط رواتب الموظفين الذين تتراوح مدة خدمتهم بين 25 و35 سنة 15000 ريال.
- b. يتوقع تحقيق فوائض مالية عام 2030م من خلال توظيف موارد الطاقة المتجددة عوضاً عن النفط.
- c. بلغت نفقات المصنع 566 مليار دولار عام 1996م.
- d. الحسابات المستحقة الدفع المتوقعة في إحدى الشركات هي 20% من الأرباح.
- e. يؤدي تتبع الدخل والنفقات في شركة ما إلى تحديد ما إذا كان نشاط معين مربحاً.
- f. بلغ إجمالي الخسائر المقدرة لإحدى الشركات 125 مليار دولار.
- g. ذكر الباحثون أن المهارة تؤثر في الأداء الوظيفي.
- h. في عام 2044م سيكون عدد أصحاب الأعمال الحرة في المملكة العربية السعودية 3 ملايين تقريباً.

2: حدد نوع المجتمع (محدود - غير محدود) فيما يأتي:

- a. الأسماء المدرجة في سجلات رواتب الموظفين في أول يوم من الشهر في الشركة.
- b. كل الشيكات المطبوعة الخاصة بشركة ما، والتي تم صرفها منذ بداية تأسيس الشركة.
- c. أنواع الأعمال الحرة التي تعود بالإيرادات.

3: حدد: (المجتمع الإحصائي - المعلمة - العينة - الإحصاءة) في الدراسة الآتية:

- (يريد باحث معرفة متوسط رواتب موظفي الشركات في مدينة الرياض، فاختار 500 موظف بشكل عشوائي من قاعدة بيانات لأسماء الموظفين).



4: اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين في كل مما يأتي:

- a. أسماء العاملين في الشركات، تمثل مجتمعاً (محدوداً، غير محدود)
- b. جنسيات الموظفين في الوزارات، تمثل مجتمعاً (محدوداً، غير محدود)
- c. مائة موظف من الذين يعملون في إحدى الشركات السعودية العام الماضي، تمثل
(مجتمعاً، عينة)
- d. كل المخاطر التي يمكن أن تتحملها الشركة في أي وقت، تمثل (مجتمعاً، عينة)

5: اكتب الأرقام المناسبة أمام العبارات في المجموعة B بما يناسبها من المجموعة A:

(لتحديد متوسط المسافة بين منازل الموظفين وشركة أرامكو السعودية في العام الماضي، اختار الباحث 250 موظفاً في شركة أرامكو وسجل المسافات بين الشركة ومنازلهم).

مجموعة B		مجموعة A	
مجتمع إحصائي		1	250 موظفاً في شركة أرامكو
معلمة		2	متوسط المسافة ويرمز له بالرمز \bar{x}
عينة		3	المسافات بين بيوت جميع الموظفين وشركة أرامكو
إحصاءة		4	متوسط المسافة بين بيوت الموظفين وشركة أرامكو في العينة ويرمز لها بالرمز \bar{x}

4:

- (a) غير محدود.
- (b) غير محدود.
- (c) عينة.
- (d) مجتمعاً.

5:

2
3
1
5
4





6: في تقارير للأمم المتحدة حول التغيرات المناخية أشار تقرير حول درجات الحرارة إلى الآتي «كانت الأعوام 2015-2019 هي الدرجات المسجلة الأكثر دفئًا على الإطلاق، حيث ازدادت درجة حرارة سطح الأرض بشكل أسرع منذ عام 1970 مقارنةً بأي فترة أخرى مدتها 50 عامًا على مدار 2000 عامًا الماضية على الأقل. ووفقًا للمسار الحالي لانبعاثات ثاني أكسيد الكربون، فإنه يمكن أن ترتفع درجة الحرارة بما يصل إلى 4.4 درجة مئوية بحلول نهاية القرن الحالي».

- a. وفقًا للتقرير أعلاه: حدد العبارات التي تشير لإحصاء استدلالي وتلك التي تشير لإحصاء وصفي.
- b. حدد نوع البيانات كمي أم صفي؟ فسر إجابتك.
- c. تشير العبارة «يمكن أن ترتفع درجة الحرارة بما يصل إلى 4.4 درجة مئوية بحلول نهاية القرن الحالي» إلى إحصاءة أم معلمة؟ وضح إجابتك.

7: لتحديد أثر العمل عن بعد على أرباح الشركات في التخفيف من الخسائر المحتملة إثر جائحة كورونا؛ أجريت دراسة على عينة من الشركات، حيث قسمت مناطق المملكة العربية السعودية إلى خمس مناطق، وتم اختيار عينة عشوائية قوامها 300 شركة من كل منطقة من المناطق الخمس. وأظهرت النتائج أن 35% منها لم تتأثر ماليًا، فيما كانت الخسائر من خفيفة إلى متوسطة لدى 67% من الشركات، وقد خلصت الدراسة إلى فعالية العمل عن بعد في تخفيف خسائر الشركات.

وفقًا للدراسة السابقة:

- a. عين المجتمع والعينة الإحصائيين؟
- b. صف نوع العينة العشوائية؟
- c. حدد ما إذا كانت النتائج التي عرضتها الدراسة تمثل إحصاءة أم معلمة؟ وضح إجابتك.
- d. عيّن العبارات التي أشارت للإحصاء الوصفي في الدراسة، وتلك التي أشارت للإحصاء الاستدلالي. وضح إجابتك.

6:

(a) إحصاء استدلالي:

"فإنه يمكن أن ترتفع درجة الحرارة بما يصل إلى 4,4 درجة مئوية بحلول نهاية القرن الحالي".

إحصاء وصفي:

"كانت الأعوام 2015-2019 هي الأكثر دفئًا لدرجات الحرارة المسجلة على الإطلاق".

"حيث ازدادت درجة حرارة سطح الأرض بشكل أسرع منذ عام 1970 مقارنةً بأي فترة أخرى؛ مدتها 50 عامًا على مدار 2000 عام الماضية على الأقل".

(b) البيانات كمية لأنها تعطي قيم درجات الحرارة.

(c) تشير العبارة إلى معلمة لأنها تصف مجتمعًا إحصائيًا.

7:

(a) المجتمع: أرباح الشركات في التخفيف من الخسائر المحتملة إثر جائحة كورونا.

العينة: 300 شركة من كل منطقة من المناطق الخمس.

(b) طبقية.

(c) إحصاءة؛ لأنها تصف عينة.

(d) إحصاء وصفي:

وأظهرت النتائج أن 35% منها لم تتأثر ماليًا، فيما كانت الخسائر من خفيفة إلى متوسطة لدى 67% من الشركات

إحصاء استدلالي:

وقد خلصت الدراسة إلى فعالية العمل عن بعد في تخفيف خسائر الشركات.



8: صنف البيانات التالية على أنها نوعية (اسمية - ترتيبية) أو كمية (منفصلة - متصلة):

- a. عدد العاملين في قسم المحاسبة بمصنع زيت النخيل.
- b. مراحل مراقبة المخزون في الإدارة المالية.
- c. الميزانية السنوية لشركة المواشي العامة.
- d. مستوى رضا المدراء عن موظفيهم في الإدارات العامة بقطاع النقل.
- e. البضائع المعفاة من الجمارك في السعودية.
- f. أنواع السلطات (قضائية - تشريعية - تنفيذية).
- g. تصنيف الخطط المستقبلية لشركة وفقاً للبعد الزمني: (بعيدة - متوسطة - قريبة) المدى.
- h. نسبة ضريبة القيمة المضافة على السلع المباعة في متاجر البيع بالتجزئة.

9: صنف كل متغير كمي على أنه: (متصل - منفصل) فيما يأتي:

- a. عدد العمليات المالية التابعة لشركة ما، خلال فترة معينة.
- b. نسبة الزكاة من دخل الشركات الزراعية.
- c. متوسط الإنفاق الحكومي على الخدمات العامة.
- d. عدد تقارير العمليات الاقتصادية.

10: حدد نوع البيانات المتصلة الآتية:

- a. درجات حرارة الجسم للرياضي أثناء أداء التمارين: (فترية - نسبية).
- b. متوسط أرباح الشركة: (فترية - نسبية).
- c. متوسط هطول الأمطار الشهرية في مدينة ما: (فترية - نسبية).

:8

- (a) كمية- منفصلة.
- (b) نوعية- ترتيبية.
- (c) كمية- متصلة.
- (d) نوعية- ترتيبية.
- (e) نوعية- اسمية.
- (f) نوعية- اسمية.
- (g) نوعية- ترتيبية.
- (h) كمية-متصلة.

:9

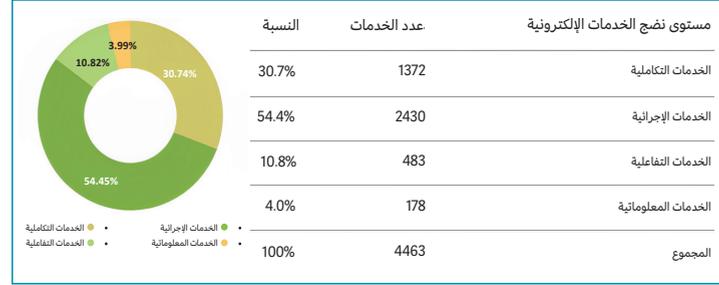
- (a) منفصل.
- (b) متصل.
- (c) متصل.
- (d) منفصل.

:10

- (a) فترية.
- (b) نسبية.
- (c) نسبية.



11: مؤشر الخدمات هو أداة أطلقتها هيئة الحكومة الرقمية لقياس أداء الجهات الحكومية، حيث يشير المؤشر إلى وجود ارتفاع كبير في مستوى نضج الخدمات الإلكترونية كما يظهر في الجدول أدناه.



المصدر: المنصة الوطنية الموحدة

a. حدد نوع البيانات التي يشير لها الجدول. فسر إجابتك.

b. وفقاً للتمثيل البياني: هل البيانات التي يقدمها المؤشر تشير إلى إحصاء وصفي أم استدلالي؟ فسر إجابتك.

c. كيف يمكن الاستفادة من قراءات المؤشر في الإحصاء الاستدلالي؟ أعط أمثلة.

12: اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

1. تصنيفات طرق دعم التمويل، وحل المشاكل المتعلقة بالشركة: (التواصل مع البنوك، المؤسسات المالية، شركات التأمين). تمثل بيانات:

a. نوعية - اسمية

b. نوعية - ترتيبية

c. كمية - منفصلة

2. أعمار العاملين في الشركة، تمثل بيانات:

a. نوعية - اسمية

b. كمية - متصلة

c. كمية - منفصلة

11:

(a) عدد الخدمات: بيانات كمية منفصلة.

(b) النسبة: بيانات كمية - متصلة.

(c) إحصاء وصفي؛ لأنه يعرض البيانات منظمة بصورة

مركزة من خلال تمثيلات بيانية وجداول.

(c) كيف يمكن الاستفادة من قراءات المؤشر في الإحصاء

الاستدلالي؟ أعط أمثلة.

إجابة ممكنة:

يمكن أن تسهم قراءات المؤشر في متابعة وتطوير أداء

الجهات الحكومية ذات الأداء المنخفض، كما تسهم في متابعة

أداء الإدارات ذات الأداء المرتفع للمحافظة على التقدم، وزيادة

مستوى الإبداعية في الإنجاز.

كما يتيح المؤشر تركيز الضوء على مناطق الضعف

وتحديدها بدقة، والنظر في نقاط القوة.

12:

1. (a) نوعية - اسمية.

2. (b) كمية - متصلة.



3. عدد القوائم المالية النهائية لتحديد نتائج الشركة، تمثل بيانات:

- a. كمية - متصلة
- b. نوعية - ترتيبية
- c. كمية - منفصلة

13: أجب بصح أو خطأ عما يأتي:

- a. كميات المشتريات في فواتير إدارة الحسابات: متغير كمي متصل. (.....)
- b. خطط عملية لإدارة الأصول الثابتة في الشركة: متغير نوعي اسمي. (.....)
- c. درجة حرارة جسم العامل: متغير كمي منفصل. (.....)
- d. مؤهل الموظف اللازم للعمل في قسم الجودة: متغير نوعي ترتيبية. (.....)
- e. الزمن اللازم لإتمام الجرد اليومي للخزنة: متغير كمي منفصل. (.....)

14: اذكر نوع كل عينة عشوائية في الدراسات الآتية:

- a. يُطلب من كل سابع طالب يدخل كلية إدارة الأعمال تحديد مجاله المفضل.
- b. اختيار بعض مشرفي المناوبات الليلية في الحراسات الأمنية باستخدام أرقام عشوائية.
- c. فحص كل فطيرة جبن رقم 100 في خط إنتاج مصنع لتحديد مطابقتها للمواصفات.
- d. في مؤسسة كبيرة، تتم مقابلة بعض مديري الإدارات بشكل عشوائي؛ لتحديد ما إذا كانوا يعتقدون أن الموظفين لديهم القدرة على الالتزام بالعمل في أوقات الدوام الإضافية.
- e. تقسيم الطلاب حسب التخصص، واختيار طلاب أحد التخصصات كاملاً لتمثيل عينة الدراسة.
- f. تقسيم أماكن الجلوس إلى مجموعتين حسب الجنس، ثم اختيار عدد معين من كل مجموعة.
- g. اختيار 25 عميلاً بطريقة عشوائية من كل فرع من فروع الشركة واستطلاع آرائهم حول الخدمات المقدمة لهم.

3. c) كمية - منفصلة.

:13

- (a) صح.
- (b) صح.
- (c) خطأ.
- (d) صح.
- (e) خطأ.

:14

- (a) منتظمة.
- (b) بسيطة.
- (c) منتظمة.
- (d) بسيطة.
- (e) عنقودية.
- (f) طبقية.
- (g) طبقية.



15: ضمن دراسة أجرتها الهيئة العامة للإحصاء حول نسبة الإنفاق الحكومي على الخدمات الأساسية كمتطلب من متطلبات التنمية المستدامة كانت النتائج كالتالي:

نسبة الإنفاق الحكومي على الخدمات الأساسية (التعليم، الصحة، والتنمية الاجتماعية) من إجمالي الإنفاق الحكومي، للأعوام 2017-2018-2019

المؤشر	2017	2018	2019
نسبة الإنفاق الحكومي على الخدمات الأساسية (التعليم، الصحة، والتنمية الاجتماعية) (%)	37	36	37

أجب عما هو مطلوب:

- هل النتائج المعروضة أعلاه إلى إحصاء استدلالي أم وصفي؟ وضح إجابتك.
- هل تمثل نسبة الإنفاق الحكومي في الجدول إحصاءة أم معلمة؟ ولماذا؟
- باعتمادك، كيف تم اختيار العينة في هذه الدراسة وما نوعها -إن وجدت- ولماذا؟
- ما نوع البيانات المستعملة في الدراسة؟
- بالرجوع للميزانية العامة للمملكة العربية السعودية في الأعوام المذكورة في الدراسة: هل يمثل الإنفاق الحكومي على الخدمات الأساسية النسبة الأعلى أم الأقل؟ ولماذا؟

15:

- إحصاء وصفي؛ لأنه قام بعرض البيانات بصورة كمية مركزة.
- معلمة لأنها تصف مجتمع.
- عنفودية؛ لأنها تركز على جميع مناطق المملكة.
- كمية - متصلة.
- النسبة الأعلى؛ لأن الاهتمام بهذه القطاعات هو ما يساعد على تطور الاقتصاد ونموه، كما يحسن من رفاهية المواطن وجودة الحياة، وبالتالي يساعد على تحقيق المزيد من التنمية الاقتصادية.



قبل تقديم الدروس في هذا الفصل:

- قدم وصفاً عاماً للفصل وأهم الدروس التي يتضمنها.
- أعط تقديراً زمنياً لإنهاء الفصل.
- قسّم طلاب فصلك إلى مجموعات، ثم اعرض عليهم مشروع الفصل، واطلب منهم اختيار ما يناسبهم.
- أخبرهم أن التقدم في الدروس سيساعدهم في التعمق في المشروع وفهم المطلوب بشكل جيد.
- حدد لهم وقت تقديم المشروع، واذكر لهم معايير التقييم.

الفصل الثاني

عرض البيانات وتلخيصها Data Summarization and Presentation



استخدام التقنية:

الدرس	التقنية المقترحة
جميع الدروس	 Google الباحث العلمي لـ وجّه طلابك لاستعمال الباحث العلمي لجوجل بوصفه من المصادر الآمنة في الوصول لبحوث علمية موثوقة ومحكمة.
جميع الدروس	أرشد طلابك إلى إمكانية الحصول على بحوث علمية من مواقع الجامعات العربية والعالمية المعروفة، كما هو الحال مع بحوث جامعة الملك سعود وجامعة أم القرى وغيرها.
جميع الدروس	 الهيئة العامة للإحصاء وجّه طلابك للاستفادة من موقع الهيئة العامة للإحصاء بوصفه موقعاً حكومياً آمناً وموثوقاً للوصول لمسوح ودراسات اقتصادية تتعلق بالملكة العربية السعودية.
جميع الدروس	احرص على عرض معلومات الدرس الأساسية على شاشة تفاعلية؛ يمكنك من عرض الشرائح والكتابة التفاعلية والعديد من المزايا الأخرى؛ توفيراً للوقت وتسهيلاً للتعلم.
جميع الدروس	 منصة مدرستي استخدم منصة مدرستي لإرسال الإثراءات واستقبال الواجبات من طلابك، ودعم تعلمهم.
جميع الدروس	استخدم مايكروسوفت تيمز لإنشاء حصص تفاعلية عن بعد، وتوظيف العديد من المزايا التقنية التي تدعم تعلم الطلاب، مثل: إنشاء الاختبارات السريعة، والفرق الصفية، وإقامة حلقات النقاش، وتعزيز المتميزين من الطلاب وتقييم الأداء وغيرها من المزايا.
تطبيق	في هذا الفصل سيتم التركيز بصفة خاصة على برنامج الجداول الإلكترونية (مايكروسوفت أوفيس إكسل) (Excel)، وهو برنامج يستخدم لإنشاء جداول البيانات، القوائم، الميزانيات، والرسوم البيانية، كما يفيد في معالجة البيانات والقيام بعمليات حسابية متقدمة.



www.iem.edu.sa

التوزيعات التكرارية Frequency Distributions

الدرس الأول

في هذا الدرس • أجمع البيانات الكمية والنوعية، وأنظمتها في فئات باستخدام جداول التوزيعات التكرارية.



لماذا ننظم البيانات؟

في فحص للياقة الصحية، يمثل الجدول أدناه نتائج فحص مستوى السكر في الدم لمجموعة من طلاب الصف الثاني الثانوي، ويريد الممارس الصحي تلخيص هذه النتائج؛ لأن التلخيص يساعد في تنظيم البيانات، والكشف عن الخصائص المهمة عند دراستها.

114	110	130	100
100	72	120	200
89	90	89	110
300	98	103	91
123	100	190	105
118	107	133	152
120	115	67	85
125	120	95	88

يعتمد التحليل الإحصائي على فحص البيانات وتلخيصها وعرضها بطرق مختلفة؛ حيث يسهم ذلك في استخراج الخصائص المميزة للبيانات وشرح سماتها الأساسية؛ فبعد جمعها يتم تلخيصها وعرضها بإحدى طريقتين: عرض البيانات في جداول، وعرض البيانات باستخدام الرسوم البيانية.

عرض البيانات الكمية

البيانات التي تحتوي على أرقام كثيرة؛ يصعب فهمها وتحليلها قبل تنظيمها؛ لذا لابد من تلخيصها وعرضها بطرق ميسرة تُسهّل عملية فهمها. ومن هذه الطرق جداول التوزيعات التكرارية.

48

التوزيعات التكرارية Frequency Distributions

الدرس الأول

ناقش مع طلابك: كيف أن قراءة البيانات لأعداد كبيرة من مرضى السكر قد لا تفيد بصورتها المعتادة، وأن استخلاص النتائج والملاحظات المهمة حول مرضهم، وعلاقته بمتغيرات متعددة مثل: العمر أو الوزن أو التاريخ المرضي وغيرها، لا يمكن اكتشافها دون تنظيم البيانات وتلخيصها؛ للتوصل للاستنتاجات المطلوبة، وأحياناً اكتشاف علاقات وخصائص لم تكن مُلاحظة.

تمهيد:

■ أسأل طلابك: لماذا قد يهتم الممارس الصحي بجمع بيانات طلاب الصف الثاني الثانوي حول مرض السكر؟

إجابة ممكنة:

لمعرفة مستوى انتشار المرض في هذه الفئة العمرية، والعادات الغذائية التي ربما تكون مسؤولة عن انتشاره لديهم.

■ عندما يقوم الممارس بجمع بيانات الطلاب كما في الجدول أدناه؛ ما العائق الأكبر أمام قدرته على التوصل للاستنتاجات المطلوبة؟

إجابة ممكنة:

كثرة البيانات، وعدم وجود رابط بينها.

■ نبّه طلابك إلى أن كثرة البيانات تشتت الباحث، ولا تساعده على التوصل لما يريد، لكن تنظيمها وتلخيصها يقود للتوصل لاستنتاجات سليمة.

■ ذكّر طلابك أن البيانات التي يتم جمعها عنهم في المدرسة أو أي منشأة حكومية تهدف للتوصل لاستنتاجات، وتسهم في اتخاذ القرارات. مثال:

■ البيانات حول نسبة الحوادث المرورية في شارع معين، قد تساعد على تحسين الخدمات المرورية في الشارع وتطويرها.

■ البيانات حول أعداد الطلاب المتخرجين من المرحلة الثانوية؛ تسهم في استنتاج أعدادهم وتوجهاتهم العلمية والعملية، وبالتالي تحديد عدد المقاعد المتاحة للالتحاق بالجامعات

وتهيئة سوق العمل للانخراط فيه مستقبلاً.

48



تنويع التعلم:

- قَسِّم طلابك إلى مجموعات، ثم اطلب من كل مجموعة العمل بشكل تعاوني، ثم كلف كل مجموعة بتقييم مجموعة أخرى.

جدول التوزيع التكراري:

جدول يعرض فئات البيانات مع عدد تكرارها في كل فئة، يرمز حرف (f) إلى عدد تكرار البيانات في الفئة.

مكونات جدول التوزيع التكراري:

الحد الأدنى: يمثل أقل عدد يمكن أن تتضمنه الفئة.

الحد الأعلى: يمثل أكبر عدد يمكن أن تتضمنه الفئة.

طول الفئة: يعني المسافة بين الحدود الدنيا (أو العليا) للفئات المتتالية، ويمكن حسابه كالتالي:

طول الفئة = الحد الأدنى للفئة الثانية - الحد الأدنى للفئة الأولى.

المدى: هو الفرق بين الحد الأعلى للفئة الأخيرة والحد الأدنى للفئة الأولى.

المدى = الحد الأعلى للفئة الأخيرة - الحد الأدنى للفئة الأولى.

خطوات إنشاء جدول التوزيع التكراري للبيانات:

1. تحديد عدد الفئات المراد تضمينها في التوزيع التكراري (يجب أن يكون عدد الفئات بين 5 و20 كي يسهل التعامل معها).
2. حساب طول الفئة بالطريقة الآتية: تحديد مدى البيانات، قسمة النطاق على عدد الفئات وتقريب الناتج إلى العدد التالي المناسب.
3. حساب حدود الفئات: يمكن تحديد القيمة الأقل في البيانات حداً أدنى للفئة الأولى، والقيمة الأكبر في البيانات حداً أعلى للفئة الأخيرة، لحساب الحدود الدنيا المتبقية، أضف طول الفئة إلى الحد الأدنى للفئة السابقة، ولحساب الحدود العليا يكون الحد الأعلى للفئة الأولى أقل بمقدار واحد من الحد الأدنى للفئة الثانية، ثم يضاف طول الفئة إلى الحد الأعلى؛ وهكذا لإيجاد حدود الفئات العليا المتبقية.
4. حساب تكرار البيانات في كل فئة.
5. حساب مجموع التكرارات لإيجاد إجمالي التكرار (f) لكل الفئات.

لاحظ:

في التوزيع التكراري لا يمكن أن تتداخل الفئات، ويجب أن تكون أطوالها متساوية.



ملحوظات:

الفئات	التكرار (f)
1-5	5
6-10	8
11-15	6
16-20	8
21-25	5
26-30	4
$\sum f = 36$	

ويمكن استخلاص أن عدد الطلاب الذين تجاوزت درجاتهم 20 درجة $5 + 4 = 9$ (نلاحظ في الجدول أعلاه أن الفئتين 21-25 و 26-30 تمثلان عدد الطلاب الذين تجاوزت درجاتهم 20 درجة).

قراءة الرموز

■ الرمز اليوناني الكبير \sum : يشير إلى مجموع القيم، ويقرأ "سيجما".

مثال 2



توضح مجموعة البيانات الآتية الأسعار (بالريال) لـ 30 جهازاً تعمل بنظام تحديد المواقع العالمي (GPS). أنشئ جدول التوزيع التكراري للبيانات؛ بحيث يتكون من سبع فئات.

90 130 400 200 350 70 325 250 150 250 275 270 150 130 59 200 160 450 300
130 220 100 200 250 95 180 170 150 200 400

الحل:

1. عدد الفئات = 7



2. المدى = أعلى قيمة - أقل قيمة.

$$\text{أقل قيمة في البيانات (59) وأعلى قيمة (450)}. \text{ المدى} = 450 - 59 = 391$$

$$3. \frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}} = \text{طول الفئة}$$

$$\text{طول الفئة} = \frac{391}{7} = 55.86 \cong 56$$

4. يمثل العدد الأصغر (59) في البيانات الحد الأدنى للفئة الأولى، وتكون الحدود الدنيا للفئات الست الأخرى،

هي:

$$59 + 56 = 115,$$

$$115 + 56 = 171,$$

... وهكذا.

5. يمثل الرقم (114) الحد الأعلى للفئة الأولى، وهو أقل بمقدار واحد من الحد الأدنى للفئة الثانية، وتكون

الحدود العليا للفئات الأخرى هي:

$$114 + 56 = 170,$$

$$170 + 56 = 226,$$

... وهكذا.

6. يمثل عدد الأسعار التي تنتمي لكل فئة على حدة تكرار هذه الفئة.

على سبيل المثال: الأسعار 90, 100, 59, 70, 90 في الفئة الأولى (59-114)، فيكون تكرار هذه الفئة 5.

7. يعرض الجدول الآتي التوزيع التكراري للبيانات، ويعبر $\sum f$ عن مجموع التكرارات:

التكرار (f)	الفئات
5	59-114
8	115-170
6	171-226
5	227-282
2	283-338
1	339-394
3	395-450
$\sum f = 30$	



تمثل البيانات الآتية أعمار عدد من المخترعين الذين نالوا براءات اختراع عام 2009م:

29	89	87	86	86	85	83	83	82	81	80	78	78	77	76	73	73	73	72	69
69	68	67	66	66	65	65	64	63	61	61	60	59	58	57	56	54	54	53	53
51	51	49	47	46	44	43	42	36	35										

قسم البيانات السابقة إلى ثمان فئات، ثم أنشئ توزيعاً تكرارياً لهذه البيانات.

ماذا تلاحظ على مجموع التكرارات $(\sum f)$ ؟

من جدول التوزيع التكراري يمكن إيجاد مركز الفئة، والتكرار النسبي، والتكرار التراكمي لكل فئة.

مركز الفئة:

القيمة التي تتوسط الفئة. ويمكن إيجاده باستخدام القانون الآتي:

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأعلى للفئة} + \text{الحد الأدنى للفئة}}{2}$$

التكرار النسبي للفئة:

تكرار الفئة (f) مقسوماً على مجموع التكرارات $(\sum f)$. ويمكن إيجاده باستخدام القانون الآتي:

$$\text{التكرار النسبي} = \frac{\text{تكرار الفئة } (f)}{\text{مجموع التكرارات } (\sum f)}$$

يمكن كتابة التكرار النسبي في صورة كسر أو عدد عشري أو نسبة مئوية، ويجب أن يكون مجموع التكرارات النسبية

لجميع الفئات مساوياً لـ 1 أو 100%.

التكرار التراكمي للفئة:

مجموع تكرارات هذه الفئة والفئات التي قبلها.

الحدود الحقيقية للفئة:

لكل فئة حدان حقيقيان: حد أدنى حقيقي، وحد أعلى حقيقي.

ويمكن حساب الحد الأدنى الحقيقي والحد الأعلى الحقيقي كالآتي:

$$\text{الحد الأدنى الحقيقي} = \text{الحد الأدنى} - 0.5$$

$$\text{الحد الأعلى الحقيقي} = \text{الحد الأعلى} + 0.5$$

1 تحقق من فهمك

1. عدد الفئات: (8)

2. المدى = أعلى قيمة - أقل قيمة.

$$89 - 29 = \text{أقل قيمة في البيانات (29) وأعلى قيمة (89)}$$

$$60 =$$

$$3. \text{المدى} = \frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}} = \text{طول الفئة}$$

$$8 \cong 7.5 = \frac{60}{8} = \text{طول الفئة}$$

4. يمثل العدد الأصغر (29) في البيانات الحد الأدنى للفئة

الأولى، وتكون الحدود الدنيا للفئات السبع الأخرى، هي:

$$29 + 8 = 37,$$

$$37 + 8 = 45,$$

$$45 + 8 = 53,$$

$$53 + 8 = 61,$$

$$61 + 8 = 69,$$

$$69 + 8 = 77,$$

$$77 + 8 = 85,$$

$$85 + 8 = 93.$$

5. يمثل الرقم (36) الحد الأعلى للفئة الأولى، وهو أقل

بمقدار واحد من الحد الأدنى للفئة الثانية، وتكون

الحدود العليا للفئات الأخرى هي:

$$36 + 8 = 44,$$

$$44 + 8 = 52,$$

$$52 + 8 = 60,$$

$$60 + 8 = 68,$$

$$68 + 8 = 76,$$

$$76 + 8 = 84,$$

$$84 + 8 = 92.$$

التكرار (f)	الفئات
3	29-36
3	37-44
5	45-52
9	53-60
10	61-68
7	69-76
8	77-84
5	85-92
$\sum f = 50$	

نلاحظ أن عدد الأشخاص الحاصلين على براءات اختراع وأعمارهم فوق 53 سنة

أكثر من الحاصلين على براءات اختراع وأعمارهم أقل من 53 سنة.

نَبّه طلابك إلى أنه عند إيجاد التكرار النسبي لابد من مراعاة أن يكون مجموع

التكرارات النسبية، سواء في صورة كسر أم عدد عشري $= 1$ ، أما في صورة نسبة مئوية

فإن مجموع التكرارات النسبية $= 100\%$



مثال 3

احسب مركز الفئسة، والتكرارات النسبية، والتراكمية، والحدود الحقيقية لكل فئة، باستخدام التوزيع التكراري المذكور في المثال (2) مع التوضيح.

الحل:

الحدود الحقيقية	التكرارات التراكمية	التكرارات النسبية	مركز الفئة	التكرار (f)	الفئات
58.5–114.5	5	$\frac{5}{30} = 0.17$	$\frac{59 + 114}{2} = 86.5$	5	59–114
114.5–170.5	5 + 8 = 13	$\frac{8}{30} = 0.26$	$\frac{115 + 170}{2} = 142.5$	8	115–170
170.5–226.5	13 + 6 = 19	$\frac{6}{30} = 0.2$	$\frac{171 + 226}{2} = 198.5$	6	171–226
226.5–282.5	24	0.17	254.5	5	227–282
282.5–338.5	26	0.07	310.5	2	283–338
338.5–394.5	27	0.03	366.5	1	339–394
394.5–450.5	30	0.1	422.5	3	395–450
		\sum التكرار النسبي = 1		$\sum f = 30$	

يمكن استخلاص معلومات عن هذه البيانات، على سبيل المثال: النطاق السعري الأكثر شيوعاً لجهاز GPS يقع بين 115 ريالاً إلى 170 ريالاً.

ما أهمية حساب التكرار النسبي والتراكمي في بعض الدراسات؟



تفكير ناقد

تفكير ناقد



إجابة ممكنة:

التكرار النسبي يساعد على تقديم قراءة مبسطة، كما يساعد على تعيين ترتيب أحد البيانات بالنسبة للبقية، وبالتالي تحقيق المزيد من الفهم. كما أن التكرار التراكمي سيقود بالتأكد إلى إيجاد المجموع الكلي لتكرارات البيانات.



تحقق من فهمك 2

التكرار	الفئة
8	2-5
6	6-9
4	10-13
1	14-17
1	18-21

يبين الجدول المجاور عدد الساعات التي يقضيها مجموعة من الطلاب في الدراسة أسبوعياً:

a. أوجد مركز الفئة والتكرار النسبي والتراكمي لكل فئة.

b. أوجد نسبة الطلاب الذين يقضون أقل من 10 ساعات في الدراسة أسبوعياً.

عرض البيانات النوعية

يمكن عرض البيانات النوعية برسم جدول مكون من عمودين، حيث يمثل العمود الأول: الصفات (أو الفئات)، ويمثل العمود الثاني: عدد الأفراد المنتمين لكل صفة أو فئة. يرمز لتكرار الفئة بـ (n_c) ، ويرمز لتكرار كل فئة C بـ (n_c) .

ويمكن جمع التكرارات لكل فئة؛ حيث يساوي مجموع التكرارات حجم العينة الإجمالي، و $\sum n_c$ تعني مجموع جميع الفئات، أي أن:

$$\sum n_c = n$$

مثال 4

تمثل البيانات أدناه حصول مجموعة من الموظفين على بدلات مالية مقابل ساعات إضافية في العمل؛ حيث يوضح الجدول أن الموظف الأول الذي يعمل في المنشأة رقم (24) لديه ساعات عمل إضافية بلغت (68) ساعة، بنسبة إنجاز (30.2%)، ولكنه لم يحصل على البدلات المالية المستحقة. وهكذا باقي الموظفين. أنشئ جدولاً تكرارياً، واحسب التكرار النسبي للموظفين الحاصلين على بدلات مالية.

تحقق من فهمك 2

الفئات	التكرار (f)	مركز الفئة	التكرارات النسبية	التكرارات التراكمية
2-5	8	$\frac{2+5}{2} = 3.5$	$\frac{8}{20} = 0.4$	8
6-9	6	$\frac{6+9}{2} = 7.5$	$\frac{6}{20} = 0.3$	14
10-13	4	$\frac{10+13}{2} = 11.5$	$\frac{4}{20} = 0.2$	18
14-17	1	$\frac{14+17}{2} = 15.5$	$\frac{1}{20} = 0.05$	19
18-21	1	$\frac{18+21}{2} = 19.5$	$\frac{1}{20} = 0.05$	26
المجموع	20			

(b) نسبة الطلاب الذين يقضون أقل من 10 ساعات أسبوعياً في الدراسة هي $0.4 + 0.3 = 0.7$ أي 70% من الطلاب يقضون أقل من 10 ساعات أسبوعياً في الدراسة.



رقم الموظف	ساعات العمل الإضافية	نسبة الإنجاز	رقم المنشأة	الحصول على البدلات المالية المستحقة
1	68	30.2	24	لا
2	70	25.1	55	نعم
3	82	35.8	35	لا
4	76	47.9	26	لا
5	60	26.4	23	لا
6	76	35.6	52	نعم

الحل:

يوضح الجدول أدناه عدد الموظفين الذين لم يحصلوا على البدلات المالية المستحقة $n_1=4$ ، وعدد الموظفين الذين حصلوا على تلك البدلات $n_2=2$. حيث يعني الرقم 1 "لا" أي أنهم لم يحصلوا على البدلات المستحقة، والرقم 2 يعني: "نعم" أي أنهم قد حصلوا عليها. ويوضح الجدول كذلك التكرار النسبي لكل فئة:

التكرار النسبي	التكرار	الحصول على البدلات المالية المستحقة
$\frac{4}{6} = 0.67$	4	لا
$\frac{2}{6} = 0.33$	2	نعم
1	6	المجموع

في هذا المثال:

$$\sum n_c = n_1 + n_2 = 4 + 2 = 6$$

ويلاحظ أن مجموع التكرارات النسبية لمتغير معين دائماً يساوي 1 (تمثل 100%).

■ اسأل طلابك: ما معنى أن تكون قيمة التكرار النسبي لمن

حصلوا على البدلات المستحقة 0.33؟

إجابة ممكنة:

يعني أن نسبة 33% تقريباً حصلوا على البدلات المالية المستحقة.

■ اسألهم: وما أهمية ذلك في سياق المسألة؟

إجابة ممكنة:

على المسؤولين عن العمل التفكير في الأسباب التي دفعت لتأخير دفع البدلات، والنظر في الآثار الاقتصادية والاجتماعية المترتبة على ذلك.



تمثل البيانات الآتية تقديرات طلاب فصل من فصول الصف الثالث ثانوي في مقرر الإحصاء:

ممتاز	مقبول	جيد جداً	ممتاز
مقبول	جيد	ضعيف	مقبول
ممتاز	جيد	جيد	ممتاز
مقبول	مقبول	مقبول	ممتاز

a. كَوْن جدولاً تكرارياً لتقديرات الطلاب، ثم احسب التكرار النسبي.

b. أوجد النسبة المئوية للطلاب الذين حصلوا على تقدير ممتاز.

c. أوجد عدد الطلاب الضعيفين في المقرر.

d. ماذا تستنتج عن درجات الطلاب؟

تحقق من فهمك 3

(a)

التكرارات النسبية	التكرار	تقديرات الطلاب
$\frac{3}{16} = 0.18$	3	جيد
$\frac{2}{16} = 0.13$	2	جيد جداً
$\frac{2}{16} = 0.13$	2	ضعيف
$\frac{5}{16} = 0.31$	5	مقبول
$\frac{4}{16} = 0.25$	4	ممتاز
	16	المجموع

(b) 25% من الطلبة حصلوا على تقدير ممتاز.

(c) 13% من الطلبة حصلوا على تقدير ضعيف.

(d) أن عدد الطلاب في الفصل يساوي 16، 4 طلاب

حصلوا على تقدير ممتاز، وأن هنالك طالبين

راسبين في المقرر.





التمثيلات البيانية للتوزيعات التكرارية Visualizing Frequency Distributions

الدرس الثاني

- أمثل البيانات الكمية بيانياً باستخدام المدرج التكراري، يدوياً وتقنياً.
- أمثل البيانات النوعية بيانياً باستخدام الأعمدة البيانية والقطاعات الدائرية، يدوياً وتقنياً.
- أحلل التمثيلات البيانية (المدرج التكراري، الأعمدة البيانية، القطاعات الدائرية)، وأفسرها لاتخاذ القرارات المناسبة.

في هذا
الدرس



كيف يمكن لأصحاب الشركات والمصانع الاستفادة من البيانات المتنوعة والهائلة، لاستنتاج المعلومات واتخاذ القرارات؟ في بعض الأحيان يكون من اليسير التعرف على البيانات، واستخراج معلومات واتخاذ قرارات من خلال النظر إلى ملخص بياني منظم عنها، لذا تستخدم التمثيلات البيانية في مجالات عديدة، حيث تسهل فهم كميات ضخمة من البيانات، بسرعة أكبر من عرضها بشكلها الخام، ومن أشهر طرق تمثيل البيانات المدرج التكراري، الأعمدة البيانية، والقطاعات الدائرية. ويمكن رسمها يدوياً أو تقنياً بواسطة برمجيات الرسم البياني.

تمثيل البيانات الكمية بيانياً

المدرج التكراري:

رسم بياني بأعمدة تمثل توزيع التكرار لمجموعة البيانات، ويتميز بالخصائص الآتية:

- يمثل المحور الأفقي حدود البيانات.
- يمثل المحور العمودي تكرار الفئات.
- تكون الأعمدة متلاصقة ومتتابعة.

لاحظ:

حتى تكون الأعمدة متلاصقة ومتتابعة في المدرج التكراري يجب أن تبدأ الأعمدة وتنتهي عند الحدود الحقيقية للفئات.

58

التمثيلات البيانية للتوزيعات التكرارية Visualizing Frequency Distributions

الدرس الثاني

تمهيد:

- أسأل طلابك: ما الأسهل لفهم غالبية الناس وعامتهم: الحسابات الرياضية أم الرسوم والتمثيلات البيانية؟
إجابة ممكنة:

الرسوم والتمثيلات البيانية، لأنه من خلال التمثيل يمكن التوصل للعديد من الخصائص، وكذلك التوصل لاستنتاجات واستدلالات عميقة، فضلاً عن أن أغلب الناس لا يمتلكون الكفاءة الرياضية لإجراء الحسابات المتنوعة والمعقدة.



إنشاء المدرج التكراري:

ينبغي أولاً أن نحسب الحدود الحقيقية للفئات؛ ولإيجاد هذه الحدود نطرح 0.5 من كل حد أدنى للحصول على الحدود الدنيا الحقيقية للفئة، ونضيف 0.5 إلى كل حد أعلى لإيجاد الحدود العليا الحقيقية؛ وذلك لأن البيانات عبارة عن أعداد صحيحة.

مثال 1

- a. أنشئ مدرجاً تكرارياً لجدول التوزيع التكراري للمثال (2) في الدرس السابق، ثم صف هذه البيانات.
b. إذا علمت أن متوسط السعر العالمي لبيع هذه الأجهزة هو 301 ريال. فكيف تصف أسعار هذه الأجهزة؟

الحل:

a. إيجاد الحدود الحقيقية للفئات:

الحدود الدنيا والعليا الحقيقية للفئة الأولى هي:

$$\text{الحد الأدنى الحقيقي للفئة الأولى: } 59 - 0.5 = 58.5$$

$$\text{الحد الأعلى الحقيقي للفئة الأولى: } 114 + 0.5 = 114.5$$

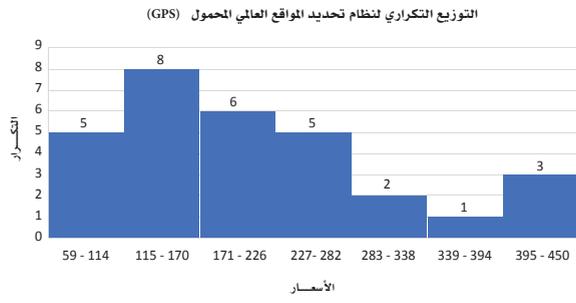
وهكذا بالنسبة للحدود الحقيقية للفئات الأخرى، كما في الجدول الآتي:

الحدود الحقيقية للفئات	التكرار (f)	الفئات
58.5-114.5	5	59-114
114.5-170.5	8	115-170
170.5-226.5	6	171-226
226.5-282.5	5	227-282
282.5-338.5	2	283-338
338.5-394.5	1	339-394
394.5-450.5	3	395-450
	$\sum f = 30$	

ملحوظات:



يعرض التمثيل الآتي المدرج التكراري لهذه البيانات:



من المدرج التكراري، يمكن استنتاج أن أكثر من نصف أجهزة نظام تحديد المواقع العالمي (GPS) سعرها أقل من 226.5 ريال.

b. وفقاً للنتائج؛ فإن متوسط سعر الجهاز يقع في الفئة 283-338، والأجهزة ذات السعر الأقل من هذه الفئة تبلغ نسبتها 80%، وهو ما يعني أن أسعار الأجهزة منخفضة عن متوسط السعر العالمي.

تحقق من فهمك 1

يبين الجدول الآتي عدد الساعات التي يقضيها الطلاب في الدراسة، أنشئ المدرج التكراري لعرض البيانات، ثم استخدمه في وصفها:

التكرار	الفئات
8	2-5
6	6-9
4	10-13
1	14-17
1	18-21

60

نبه طلابك إلى أن المدرج التكراري يساعد على النظر للنتائج من خلال بيانات الفئات وليس الأفراد، وعليه فلا يمكن تحديد سعر الجهاز الأقل أو الأعلى مثلاً.

تحقق من فهمك 1

يتم حساب الحدود الحقيقية للفئات كما في الجدول الآتي:

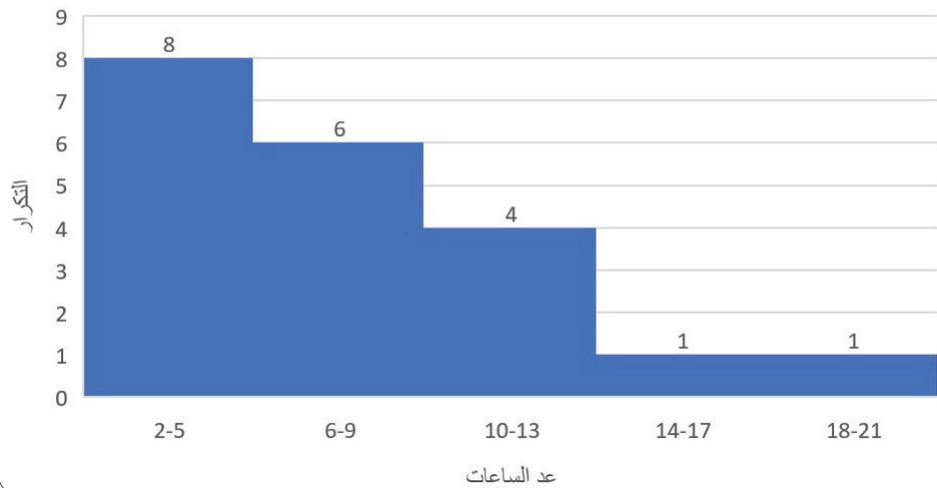
التكرار	الحدود الحقيقية	الفئات
8	1.5-5.5	2-5
6	5.5-9.5	6-9
4	9.5-13.5	10-13
1	13.5-17.5	14-17
1	17.5-21.5	18-21

- يمثل المحور الأفقي الحدود الحقيقية.

- يمثل المحور الرأسي تكرار الفئات.

- تكون الأعمدة متلاصقة ومتتابعة.

عدد الساعات التي يقضيها الطلاب في الدراسة



شكل يبين عدد الساعات التي يقضيها الطلاب في الدراسة.

نلاحظ أن هناك 8 طلاب تتراوح عدد الساعات التي يقضونها في الدراسة بين 2 إلى 5، بينما يوجد طالب

واحد تتراوح عدد الساعات التي يقضيها في الدراسة بين 18 إلى 21 ساعة.



ملحوظات:

تمثيل البيانات النوعية بيانياً



تعرض البيانات النوعية عن طريق المخططات والرسوم البيانية، مما يسهل عملية فهم البيانات وتفسير الحقائق ذات الصلة بالدراسة. ومن أشهر طرق عرض البيانات النوعية بيانياً: طريقة الأعمدة البيانية، وطريقة القطاعات الدائرية.

الأعمدة البيانية:

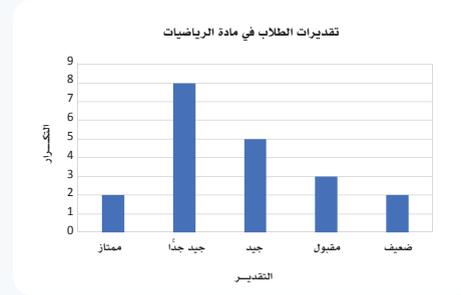
مجموعة من الأعمدة الرأسية أو المستطيلات المتساوية القاعدة، يتناسب ارتفاعها مع تكرار البيانات التي تمثلها. وعادة يخصص المحور الرأسي لتمثيل قيم الظاهرة، والمحور الأفقي لتمثيل الفئة.

مثال 2

التقدير	عدد الطلاب
ممتاز	2
جيد جداً	8
جيد	5
مقبول	3
ضعيف	2

تحتوي البيانات الآتية على عينة من تقديرات 20 طالباً في مادة الرياضيات. مثل البيانات باستخدام الأعمدة، ثم صف مستويات الطلاب في مادة الرياضيات.

الحل:



من التمثيل بالأعمدة البيانية يلاحظ أن عدد الطلاب المتفوقين في مادة الرياضيات قليل، لكن المستوى العام للطلاب مناسب؛ حيث إن نتائج أغلبهم تتراوح ما بين جيد جداً وجيد.



لماذا لا يمكن استخدام المدرج التكراري لتمثيل البيانات في هذا المثال؟



تحقق من فهمك 2

تمثل البيانات الآتية عدد الطلاب الذين سيتم تكريمهم من قبل عميد كلية العلوم، مثل البيانات باستخدام الأعمدة.

العدد	القسم
10	الإحصاء وبحوث العمليات
7	الجيولوجيا
5	الكيمياء الحيوية
8	الفيزياء والفلك

القطاعات الدائرية:

تمثيل بياني للبيانات النوعية على شكل دائرة. تمثل فيه كل فئة قطاعاً من الدائرة، ويكون مجموع النسب في القطاعات الدائرية يساوي 100%. ومجموع زوايا الفئات يساوي 360 درجة (لماذا؟).

خطوات تمثيل النسب المئوية في القطاعات الدائرية:

1. حساب التكرار النسبي لكل فئة.
2. ضرب التكرار النسبي (المكون من كسور عشرية) في 360، للحصول على زاوية كل فئة.
3. استخدام الفرجار لرسم الدائرة، ثم استخدام المنقلة لرسم زاوية كل فئة.

62

تفكير ناقد



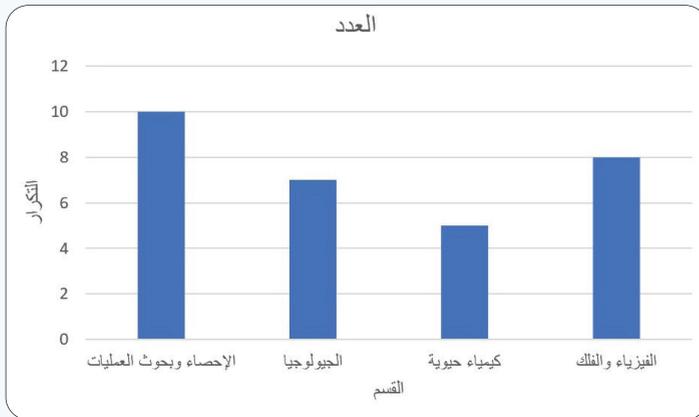
إجابة ممكنة:

حتى يتم تمثيل البيانات باستخدام المدرج التكراري لا بد أن تكون البيانات ممثلة في فئات متساوية. اطلب من طلابك وضع قائمة بالفروق بين التمثيل بالأعمدة والمدرج التكراري.

إجابة ممكنة:

التمثيل بالأعمدة	التمثيل بالمدرج التكراري
للبينات النوعية والكمية المفردة.	للبينات الكمية ذات الفئات.
يتم تمثيلها كأعمدة منفصلة.	يتم تمثيلها كأعمدة متلاصقة تكون شكل المدرج.
يمكن من خلالها استنتاج معلومات مفردة، مثل القيمة الأعلى أو السعر الأقل..إلخ.	يمكن من خلالها استنتاج معلومات تتعلق بالفئات فقط، ولذلك يجري تعيين الفئة ذات القيمة الأعلى أو الفئة ذات السعر الأقل، دون تعيين أقل سعر.. وهكذا.

تحقق من فهمك 2



شكل يبين عدد الطلاب الذين سيتم تكريمهم من قبل عميد كلية العلوم.

لماذا؟ إجابة ممكنة:

عندما يتم التمثيل باستخدام القطاعات الدائرية لا بد أن تكون القطاعات محددة بشكل واضح، ولا يوجد بيان مكرر في أكثر من قطاع، وحتى نضمن ذلك فإن مجموع النسب المئوية لا بد أن يكون 100%. لأن الأقل من ذلك يعني تداخل البيانات وتكرارها في عدة قطاعات وبالتالي يصعب تمييز كل قطاع بصورة منفصلة. أما إذا كانت البيانات أكثر من 100% فإن هناك بيانات مفقودة أو زائدة عن القطاعات محل التمثيل، وهو ما لا يساعد على تمثيلها باستخدام القطاعات الدائرية.

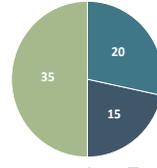
تفكير ناقد



عند التمثيل بالقطاعات الدائرية؛ يكون كل قطاع منفصلاً تماماً عن القطاعات الأخرى، بحيث يكون المجموع الكلي للنسب المئوية الممثلة للقطاعات الدائرية = 100%

مثال 3

ساعات المذاكرة لطلاب المرحلة الثانوية



الصف الأول الثانوي
الصف الثاني الثانوي
الصف الثالث الثانوي

يعرض التمثيل المجاور القطاعات الدائرية لساعات الدراسة لطلاب المرحلة الثانوية، مقسمة حسب الصف الدراسي. احسب زاوية كل فئة من قطاعات الدائرة.

الحل:

الزاوية	التكرار النسبي	التكرار	الصف
$0.29 \times 360 = 104.4$	$\frac{20}{70} = 0.29$	20	الأول الثانوي
$0.21 \times 360 = 75.6$	$\frac{15}{70} = 0.21$	15	الثاني الثانوي
$0.5 \times 360 = 180$	$\frac{35}{70} = 0.5$	35	الثالث الثانوي
360	1	70	المجموع

لماذا لا يمكن تمثيل البيانات الآتية باستعمال القطاعات الدائرية؟

النسبة	القطاع
35%	الصناعات الكيماوية
12.5%	المواشي
67.7%	البناء والتشييد
42.3%	الأسمت القابضة
19%	الزراعية



تفكير ناقد



تحقق من فهمك 3



تمثل البيانات الآتية فصائل الدم لـ 30 طالبًا من طلاب الصف الأول الثانوي:

$A^+, A^-, B^+, B^-, O^+, O^-, AB^+, AB^-, A^-, B^-, A^-, A^-, A^+, AB^+, B^+, AB^+, O^+, O^+, O^+, B^-, A^-, AB^-, O^+, O^+, O^+, O^+, O^+, O^+, O^+, O^+$

a. أنشئ جدولًا تكررًا لهذه البيانات.

b. مثل البيانات باستخدام الأعمدة البيانية.

c. مثل البيانات باستخدام القطاعات الدائرية.

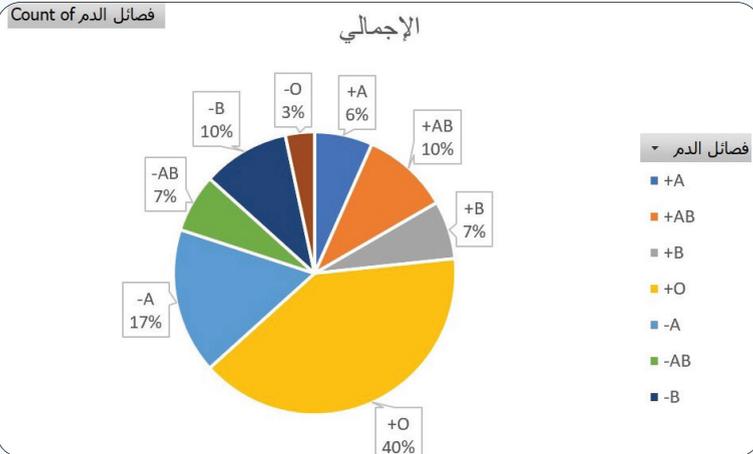
64

تحقق من فهمك 3

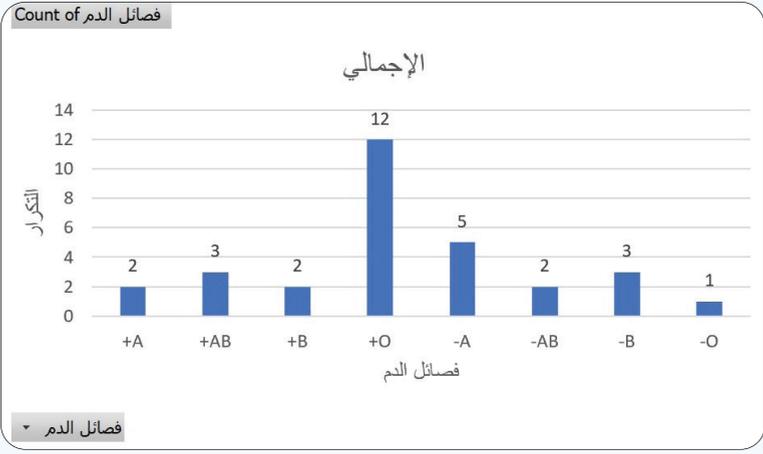
(a)

الزواية	التكرار النسبي	التكرار (f)	الصفة
$0.07 \times 360 = 25.2$	$\frac{2}{30} = 0.07$	2	A^+
$0.16 \times 360 = 57.6$	$\frac{5}{30} = 0.16$	5	A^-
$0.07 \times 360 = 25.2$	$\frac{2}{30} = 0.07$	2	B^+
$0.1 \times 360 = 36$	$\frac{3}{30} = 0.1$	3	B^-
$0.4 \times 360 = 144$	$\frac{12}{30} = 0.4$	12	O^+
$0.03 \times 360 = 10.8$	$\frac{1}{30} = 0.03$	1	O^-
$0.1 \times 360 = 36$	$\frac{3}{30} = 0.1$	3	AB^+
$0.07 \times 360 = 25.2$	$\frac{2}{30} = 0.07$	2	AB^-
		30	المجموع

(c)



(b)





• في هذا الدرس، أوجد مقاييس النزعة المركزية (المتوسط الحسابي، الوسيط، المنوال) لمجموعة من البيانات، وأفسرها لاتخاذ القرارات المناسبة.



ما أهمية مقاييس النزعة المركزية؟



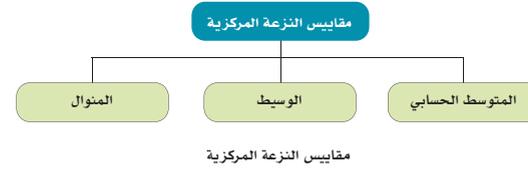
سبق وأن درست في مادة الرياضيات مقاييس النزعة المركزية، إن هذه المقاييس تعد إحصائيات مختصرة، تهدف إلى الحصول على مواصفات أكثر دقة؛ لتحديد مركز البيانات.

مقاييس النزعة المركزية

تعرف بأنها مجموعة من المقاييس التي تميل للتجمع حول قيمة مركزية محددة.

وفي الوقت الذي تفيد فيه الرسوم البيانية في تلخيص البيانات، وإعطاء صورة شاملة عنها، فإن مقاييس النزعة المركزية تمثل إحصائيات مختصرة تعبر عن البيانات بقيمة واحدة؛ بهدف الحصول على مواصفات أكثر دقة، وتحديد مركز البيانات، وتسهيل التواصل حولها.

ويعد (المتوسط الحسابي، الوسيط، المنوال) من مقاييس النزعة المركزية الشائعة.



تمهيد:

■ نبّه طلابك إلى أن هناك علاقة قوية بين المصطلح اللغوي والمعنى الدالّ عليه؛ فعلى سبيل المثال: النزعة تعني في اللغة الميل، وعليه فإن مقاييس النزعة المركزية تشير إلى ميل البيانات ونزوعها للتمركز حول قيمة معينة.



ملحوظات:

مثال 3

بالعودة إلى مثال (1)، احسب الوسيط للوقت الذي يقضيه الطلاب في المذاكرة.

الحل:

أولاً: ترتيب القيم تصاعدياً (أو تنازلياً):

300, 180, 120, 120, 100, 80, 70, 60, 40, 30, 10

ثانياً: بما أن عدد البيانات فردي، فالوسيط هو الرقم الذي يتوسط البيانات.

300, 180, 120, 120, 100, 80, 70, 60, 40, 30, 10

إذن الوسيط = 80

ورتبة الوسيط:

$$= \frac{n+1}{2} = \frac{11+1}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

مثال 4

يعرض الجدول المجاور مساحات ثمان دولٍ تُصنّف من أصغر دول العالم. أوجد الوسيط لمساحات تلك الدول.

الحل:

أولاً: ترتيب البيانات من الأصغر للأكبر

20, 25.9, 61.2, 160, 181, 269, 297, 316

ثانياً: بما أن عدد البيانات زوجي فالوسيط هو المتوسط الحسابي للقيمتين اللتين تتوسطان البيانات.

$$\text{الوسيط} = \frac{181+160}{2} = 170.5$$



تحقق من فهمك 3

هل يتغير الوسيط في المثال السابق إذا أضفنا دولة أخرى وكانت مساحتها 300 كيلومتر مربع؟ ناقش إجابتك.
احسب المتوسط الحسابي للمثال السابق، ثم قارن بينه وبين الوسيط، وبرر سبب الاختلاف بينهما.

المنوال (Mode):

أحد مقاييس النزعة المركزية، ويشير إلى القيمة الأكثر شيوعًا (تكرارًا) بين القيم.
يمكن أن يكون للبيانات منوال واحد أو أكثر. فقد تكون البيانات ثنائية المنوال؛ وذلك عند وجود قيمتين بنفس التكرار الأكبر. وقد لا يكون لها منوال وذلك إذا لم تتكرر أي من القيم أو تكررت كل القيم بالعدد نفسه من المرات.
يُفضل استخدام المنوال مع البيانات النوعية.

مثال 5



تمثل البيانات الآتية الأسعار (بالريال) لبعض رحلات الطيران من جدة إلى الدمام في غير أوقات الذروة. ما منوال أسعار الرحلات؟
872, 432, 397, 427, 388, 782, 397

الحل:

يظهر السعر 397 مرتين، بينما تظهر الأسعار الأخرى مرة واحدة فقط؛ لذا فإن منوال أسعار الرحلات هو 397 ريالاً.

تحقق من فهمك 3

نعم يتغير الوسيط الى 181 (بعد ترتيب البيانات، جزر المارشال هي القيمة المتوسطة للبيانات).
المتوسط الحسابي لمساحات ثمان دول يساوي 166.3، وهو أقل من الوسيط (الوسيط يساوي 170.5). الاختلاف بين المقياسين ليس كبيراً، فالاختلاف ناتج عن وجود مساحات صغيرة أكثر.



4 تحقق من فهمك

المنوال: 87%.

6 مثال

تعرض البيانات الآتية الوقت الذي يقضيه 13 طالباً من الصف الأول الثانوي في المذاكرة يومياً. أوجد المنوال.

30, 300, 180, 120, 120, 100, 80, 70, 60, 50, 40, 30, 10

الحل:

المنوال: 120 و 30.

7 مثال

تمثل البيانات الآتية فصائل الدم لسبعة من طلاب الصف الأول في مدرسة ما. أوجد المنوال.

A^+ , AB^+ , O^+ , A^- , B^- , B^+ , O^-

الحل:

لا يوجد منوال.

4 تحقق من فهمك

إذا كانت البيانات الآتية تشير إلى نسبة الكفاءة الذاتية لدى موظفي الموارد البشرية في عدد من شركات القطاع الخاص:

83%	87%	84%	35%	65%
80%	87%	65%	67%	87%

أوجد المنوال للبيانات السابقة.





www.iem.edu.sa

مقاييس التشتت Measures of Dispersion

الدرس الرابع

• أوجد مقاييس التشتت (المدى، التباين، الانحراف المعياري) لمجموعة من البيانات، وأفسرها لاتخاذ القرارات المناسبة.



◀ **فكر** أراد المعلم صالح أن يعرف ما إذا كان هنالك اختلاف بين درجات الصفين (أ) و(ب) من الأول



الثانوي في مادة الرياضيات، فوجد أن الصفين لهما المتوسط الحسابي نفسه مع اختلاف درجات الطلاب فيهما. ماذا يفعل المعلم لفهم طبيعة هذه البيانات؟ في هذه الحالة يحتاج المعلم لإيجاد مقاييس تقيس درجة الاختلاف أو تقارب البيانات، وهذه المقاييس تسمى (مقاييس التشتت).

◀ **ماذا تُدرّس** مقاييس التشتت؟

يحتاج الباحث في كثير من الأحيان إلى وصف البيانات عن طريق التعرف على مدى انتشارها، ومعرفة ما إذا كانت البيانات متقاربة من بعضها (متجانسة) أو متباعدة عن بعضها (متشتتة). مثلما أراد المعلم صالح أن يعرف ما إذا كان هنالك تباعد أو تقارب بين درجات طلاب الصفين (أ) و(ب) في مادة الرياضيات.

مقاييس التشتت

مجموعة المقاييس التي يمكن من خلالها الحكم على مدى تقارب البيانات (تجانسها) أو تباعدها (تشتتها) عن بعضها. ومن أشهر مقاييس التشتت: المدى، التباين، والانحراف المعياري.

72

مقاييس التشتت Measures of Dispersion

الدرس الرابع

تمهيد:

■ اعرض على طلابك المثال الآتي:

10, 11, 12, 13, 14

12, 16, 14, 2, 16

رغم الاختلاف بين البيانات في الحالتين إلا أنه لكليهما المتوسط الحسابي نفسه، إن هذا يعني أن الاكتفاء بمقاييس النزعة المركزية لتلخيص البيانات والاستنتاج من خلالها غير كافٍ، وعليه ظهرت فكرة التعامل مع مقاييس التشتت، والتي من خلالها يمكن النظر في كيفية تجانس البيانات أو تشتتها.



تفكير ناقد



إجابة ممكنة:

بالنسبة للمتوسط الحسابي فإن الإجراءات الحسابية الدقيقة المتبعة فيه تساعد على حساب تمركز البيانات بشكل أفضل، وحيث إنها تتأثر بالقيم المتطرفة فإن استعمال الانحراف المعياري هو الأفضل لتقديم وصف دقيق لتشتت البيانات.

إذن من المعلوم أن التباين مثلاً يعبر عنه على أنه متوسط مربع مجموع الانحرافات، ولذلك تكون القيم الناتجة عادةً أكبر من القيم الموجودة في مجموعة البيانات المحددة. وعلى العكس منه الانحراف المعياري الذي يعبر عن الوحدات نفسها بصورة مقارنة للبيانات الأصلية في مجموعة البيانات.

المدى (Range): مقياس تشتت يصف انتشار البيانات؛ عن طريق حساب الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة في البيانات.

التباين (Variance): مقياس تشتت يصف بعد البيانات عن متوسطها الحسابي.

يعرف التباين للمجتمع على أنه متوسط مربع مجموع الانحرافات، ويمكن حسابه للمجتمع وفق الصيغة:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \mu)^2}{n}$$

ويتم حساب التباين للعينة بالقسمة على $n-1$ ، وفق الصيغة:

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

لاحظ:

مجموع انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي يساوي صفر.

الانحراف المعياري (Standard Deviation): هو الجذر التربيعي للتباين، ويمكن حسابه للمجتمع وفق الصيغة:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \mu)^2}{n}}$$

في حين يتم حسابه للعينة، وفق الصيغة:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

عند استخراج النتائج في الدراسات العلمية، فإنه غالباً ما يتم التركيز على الانحراف المعياري والمتوسط الحسابي. برأيك لماذا؟



تفكير ناقد



تقويم ختامي

1: يوضِّح الجدول التكراري الآتي ارتفاعات عدد من الجبال في المملكة العربية السعودية بالمتري:

الارتفاع	1000 – 1499	1500 – 1999	2000 – 2499	2500 – 2999	3000 – 3500	الإجمالي
التكرار	5	1	12	41	2	61

- a. ما عدد الجبال التي يزيد ارتفاعها عن 1499m ؟
 b. أوجد نسبة الجبال التي يقل ارتفاعها عن 2000m.
 c. أوجد مركز الفئة الثالثة.
 d. أنشئ المدرج التكراري لهذه البيانات.

2: يوضِّح الجدول الآتي درجات 50 طالباً في اختبار الإحصاء:

الدرجات	0 – 9	10 – 19	20 – 29	30 – 39	40 – 49	50 – 60	الإجمالي
التكرار	3	8	10	8	15	6	50

- a. ما عدد الطلاب الناجحين إذا علمت أن درجة النجاح هي 30 ؟
 b. أوجد مركز الفئة الثالثة.
 c. أوجد التكرار النسبي للفئة الرابعة.
 d. ارسم المدرج التكراري.

3: يعرض التمثيل بالقطاعات الدائرية أدناه المادة المفضلة للطلاب في أحد الصفوف. باستخدام المعلومات المعطاة في القطاع الدائري:



- a. أوجد نسبة للطلاب الذين يفضلون مادة علم البيانات.
 b. قارن بين نسبة الطلاب الذين يفضلون مادة "صناعة القرار في الأعمال" وأولئك الذين يفضلون "الهندسة" و"الرياضيات".
 c. استناداً للتمثيل المعطى: هل يمكن القول بأن الطلاب لا يفضلون مادة الرياضيات؟ برر إجابتك.

1:

(a) 56 جبلاً يزيد ارتفاعها عن 1500 متر

$$1 + 12 + 41 + 2 = 56$$

(b) عدد الجبال التي يقل ارتفاعها عن 2000 متر تساوي

$$1 + 5 = 6$$

(c) نسبة الجبال التي يقل ارتفاعها عن 2000 متر تساوي

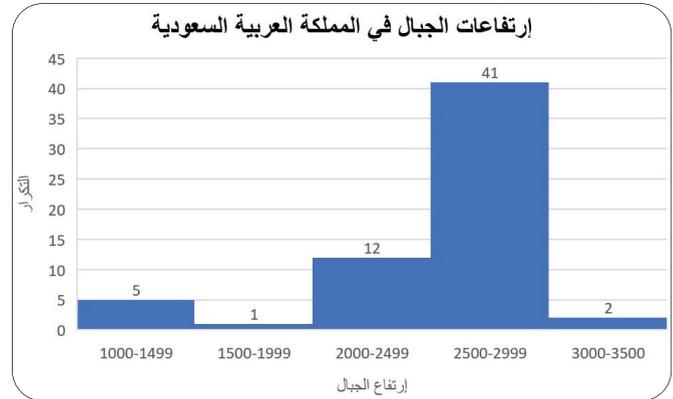
$$(6 / 61) = 0.098$$

(d) مركز الفئة الثالثة = 2000 - 2499

$$(\text{الحد الأدنى} + \text{الحد الأعلى}) / 2$$

$$(2000 + 2499) / 2 = 2249.5$$

(e)



2:

(a) درجة النجاح هي 30 (فما فوق)، عدد الطلاب الناجحين =

$$8 + 15 + 6 = 29$$

(b) مركز الفئة = (الحد الأدنى + الحد الأعلى) / 2

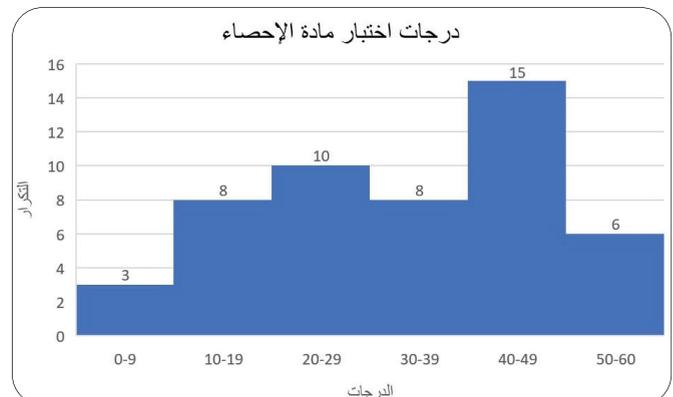
(c) مركز الفئة الثالثة = 20-29

$$(20 + 29) / 2 = 24.5$$

(d) التكرار النسبي للفئة الرابعة = تكرار الفئة الرابعة /

مجموع التكرارات

$$8/50 = 0.16$$



3:

(a) نسبة الطلاب الذين يفضلون علم البيانات 31%

(b) نسبة الطلاب الذين يفضلون مادة صناعة القرار في الأعمال 26%، بينما تبلغ

نسبة الطلاب الذين يفضلون الهندسة 15%، كما نجد أن نسبة الطلاب الذين

يفضلون الرياضيات 9% نستنتج من ذلك أن الطلاب يفضلون مادة صناعة

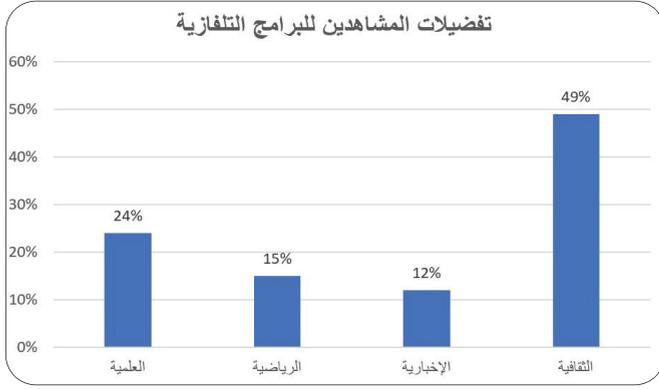
القرار في الأعمال لأنها أكبر نسبة بالمقارنة مع الرياضيات والهندسة.

(c) نعم، لأن نسبة تفضيل الطلاب لمادة الرياضيات 9% وهي أقل نسبة.



:4

(a) سوف أختار أعمدة بيانية لأن البيانات وصفية.



(b) لأن الفئة العمرية في هذا العمر يهتمون بالبرامج الثقافية للترفيه، ولا يميلون إلى الأخبار، فمعظم الأخبار عن الحروب والكوارث.

(c) فئة الشباب لأن أعلى نسبة مشاهدة كانت لصالح البرامج الثقافية.

:5

$$(1 + 2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 + 17 + 19 + 23) / 10 = 10.1$$

:6

المتوسط الحسابي الجديد = المتوسط الحسابي + إضافة
العلاوة =

$$5500 + 500 = 6000$$

:4: ضمن دراسة للمحطة الرسمية حول تفضيلات المشاهدين للبرامج التلفزيونية: أظهرت النتائج الآتي:

النسبة	البرامج
49%	الثقافية
24%	العلمية
15%	الرياضية
12%	الإخبارية

a. أنشئ تمثيلاً مناسباً، وبرر سبب اختيارك لهذا التمثيل.

b. ما سبب انخفاض نسبة مشاهدة الأخبار مقارنة بالبرامج العلمية، من وجهة نظرك؟

c. هل يمكنك تخمين أعمار المشاهدين المستهدفين بالدراسة؟ فسر إجابتك.

:5: أوجد المتوسط الحسابي لأول 10 أعداد أولية (تلميح: العدد الأولي هو عدد طبيعي أكبر من 1، لا يقبل القسمة إلا على نفسه وعلى واحد فقط).

:6: إذا كان المتوسط الحسابي لرواتب الموظفين في شركة عقارية 5500 ريالاً، وتم إضافة علاوة 500 ريالاً لكل موظف، احسب المتوسط الحسابي لرواتب الموظفين بعد الزيادة، ماذا تلاحظ؟ وضع إجابتك.

:7: أجرى المعلم فصل من فصول الثالث الثانوي اختباراً في اللغة الإنجليزية، ويريد المعلم معرفة ما إذا كان مستوى أداء الطلاب متقارباً أم لا. إذا كانت درجات الطلاب على الاختبار 85, 86, 100, 76, 81, 93, 84, 99, 71, 98, 87, 81, 85, 93, 96، فاحسب الانحراف المعياري لهذه الدرجات، ثم فسر قيمته.

:8: إذا علمت أن المتوسط الحسابي لدرجات الطلاب في اختبار مادة الهندسة هو 90، وأن عدد الطلاب الذين يدرسون المادة هو 20، فما مجموع جميع درجات الطلاب في الاختبار؟

:9: أعط ثلاثة أمثلة من واقع الحياة على تأثير القيمة المتطرفة عند حساب المتوسط الحسابي.

:10: بين مع ذكر السبب ما إذا كان يمكنك إعطاء أمثلة على بيانات تحقق الآتي:

- مقاييس النزعة المركزية متساوية.
- الانحراف المعياري أكبر من المتوسط الحسابي.
- التباين = الانحراف المعياري.
- المتوسط الحسابي = 0، والانحراف المعياري = 2.
- ثنائية المتوال، ولا يمكن إيجاد المدى.

:11: أوجد قيمةً ممكنة للانحراف المعياري لمجموعة من البيانات، بحيث تكون قيمتها أكبر من تباينها.

77

:7

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{(87 + 81 + 85 + 93 + 96 + 71 + 99 + 84 + 93 + 81 + 76 + 100 + 86 + 85 + 98)}{15} = 87.67$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{(87 - 87.67)^2 + (81 - 87.67)^2 + (85 - 87.67)^2 + (93 - 87.67)^2 + (96 - 87.67)^2 + (71 - 87.67)^2 + (99 - 87.67)^2 + (84 - 87.67)^2 + (93 - 87.67)^2 + (81 - 87.67)^2 + (76 - 87.67)^2 + (100 - 87.67)^2 + (86 - 87.67)^2 + (85 - 87.67)^2 + (98 - 87.67)^2}{15 - 1}} = \sqrt{74.8} = 8.65$$

الانحراف المعياري يقصد به أن القيم تتشتت أو تختلف بمقدار 8.65

(قيمة متطرفة) فسيتغير متوسط رواتب الموظفين، وقد تتأثر سمعة الشركة بالنسبة لالتحاق الكفاءات الوظيفية بها، كما أن هذا مؤشر على مشكلات مالية تواجهها الشركة.

:10

a. في حالة كانت البيانات متساوية.

b. لا يمكن لأن الانحراف المعياري يقيس انحراف القيم عن الوسط الحسابي.

c. إذا كان التباين يساوي 1

d. البيانات التالية لها هذه الخصائص، 0,7169021، -1,2859043، 1,9689529

e. 20، 15، 9، 1، 8، 8، 5، 5، المنوال يساوي 5 و 8.

:11

يمكن في الحالات التي تتمركز فيها البيانات بشكل كبير حول متوسطها

الحسابي؛ حينها يكون التباين محصوراً بين الواحد والضعف. فعلى سبيل المثال: إذا كان التباين يساوي رُبعاً فإن الانحراف المعياري يساوي نصفاً.

:8

$$\bar{x} = \frac{\sum X}{n}, \frac{\sum X}{20} = 90, \sum X = 90 * 20 = 1800,$$

مجموع البيانات = 1800

:9

يمكن أن يتم الحل بطريقتين:

إما أن يقدم الطالب بيانات افتراضية لمسألة يضعها من واقع الحياة، ثم يحسب الوسط الحسابي، ثم يغير إحدى البيانات لتصبح قيمة متطرفة ويناقش التغير في قيمة المتوسط الحسابي، أو يناقش أثر القيمة المتطرفة على المتوسط الحسابي لمسائل واقعية؛ على سبيل المثال أثر ارتفاع قيمة الذهب (قيمة متطرفة) على متوسط أسعاره، وتأثير ذلك على معدلات استهلاك الذهب في العالم العربي

مثال آخر: عندما يكون معدل الرواتب بقيمة معينة، ثم يقرر صاحب المنشأة خفض راتب موظف واحد أو مجموعة من الموظفين خفضاً كبيراً

تطبيقات - مسار الصحة والحياة

- أطبق المفاهيم والمهارات الإحصائية في سياقات عملية مرتبطة بالصحة والحياة، باستخدام البرامج التقنية المناسبة.
- أجرى تحليلاً إحصائياً وصفيًا للبيانات المرتبطة بالصحة والحياة، باستخدام برنامج الجداول الإلكترونية، بشكل احترافي، فردياً وضمن فريق.

تطبيق (1):

يعرض الجدول أدناه بيانات دراسة لإيجاد العلاقة بين معدل فيتامين D والكالسيوم في الدم، والجنس، لدى عينة من المرضى. وتتكون من 20 مستجيباً.

الجنس	الكالسيوم	فيتامين D
ذكر	8.9	33.1
أنثى	9.4	62.1
ذكر	9.6	68.8
أنثى	9.6	81.8
أنثى	9.5	56.9
ذكر	9.6	45.7
أنثى	9.2	53.3
أنثى	9.4	51.9
أنثى	9.4	89.7
أنثى	9.4	63.3
ذكر	8.9	51.3
أنثى	9.4	38.7
أنثى	9.1	35.9
ذكر	9.3	54.4
أنثى	9.2	213
أنثى	10	59.4
ذكر	9.4	71.8
ذكر	9	42.5
أنثى	9.7	56.3
ذكر	9.8	102

تنبيهات:

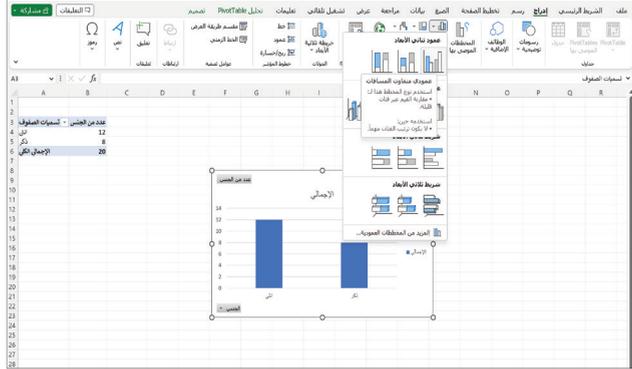
- تؤدي التطبيقات التقنية دوراً في فهم طلابك؛ بسبب تخفيفها الإجراءات الرياضية التي قد تكون من عوامل تشتت بعض الطلاب؛ خصوصاً من يواجهون مشكلات في التعامل مع الرياضيات، وبالتالي تساعد على التركيز على المفهوم الإحصائي المطلوب.
- تساعد التطبيقات التقنية الطالب على تعميق التعلم؛ من خلال حل مسائل معقدة بشكل أكثر سلاسة، وبالتالي تسهم في رفع مستوى الطلاب في التعلم.
- توأكب التطبيقات التقنية اهتمامات بعض فئات الموهوبين والمهتمين بالتقنية، وبالتالي تحفز على التعلم.
- التعامل مع التطبيقات التقنية عادةً ليس سهلاً على الجميع، ولذلك لا بد من توفير الوقت وإعطاء الطلاب فرصة للتعامل مع تلك التطبيقات واكتشاف الأخطاء والتعامل معها.
- اطلب من الطلاب المتميزين في التعامل مع التقنية مساعدة زملائهم في التعلم والتطبيق.
- إذا كان الطلاب يستخدمون أجهزة خاصة فمن الضروري التأكد من فهمهم للمصطلحات والأيقونات في التطبيق حسب اللغة المعتمدة في جهاز الطالب.
- العمل في مجموعات والتعليم المصغر استراتيجيات تعلم قد تساعد على توفير الوقت والجهد عند التعامل مع التقنية.
- يستخدم الطلاب - غالباً - برنامج الجداول الإلكترونية (مايكروسوفت أوفيس - Excel)، ومن المهم أن تطلع على طريقة التطبيق قبل تقديم الدرس؛ حيث يمكنك الاطلاع على دروس متخصصة يقدمها التطبيق نفسه، أو من خلال مواقع التواصل الإلكتروني التي تقدم شروحات متنوعة لكيفية استخدام التطبيق.



ملحوظات:

ويمكن تمثيل البيانات السابقة باستخدام الأعمدة البيانية باتباع الخطوات الآتية:

1. باستخدام الجدول التكراري أعلاه حدد عمود "الجنس" و"التكرار".
2. اضغط إدراج.
3. اختر الأعمدة البيانية من "المخططات".
4. اختر الأعمدة البيانية المناسبة.



D: استخدم المدرج التكراري لتمثيل مستوى الكالسيوم لدى المستجيبين.

اتبع الخطوات الآتية لإنشاء المدرج التكراري:

1. انتقل إلى البيانات في البرنامج.
2. حدد جميع خلايا عمود الكالسيوم.
3. اضغط إدراج.
4. اختر المدرج التكراري من "المخططات".



ملحوظات:

الأول الثانوي	401	5400	5
الأول الثانوي	308	8970	6
الثاني الثانوي	425	6676	7
الثاني الثانوي	488	10234	8
الثاني الثانوي	320	6901	9
الثاني الثانوي	492	21610	10
الثاني الثانوي	395	20360	11
الثاني الثانوي	401	9800	12
الثاني الثانوي	375	26160	13
الثالث الثانوي	435	9909	14
الثالث الثانوي	400	14011	15
الثالث الثانوي	429	16901	16
الثالث الثانوي	540	13011	17
الثالث الثانوي	440	12000	18
الثالث الثانوي	490	19301	19
الثالث الثانوي	432	18050	20

A: باستخدام برنامج الجداول الإلكترونية (إكسل Excel) أنشئ الجدول التكراري لدقائق النوم للطالبات المشاركات في الدراسة.

اتبع الخطوات الآتية لإنشاء الجدول التكراري:

1. أدخل بيانات الجدول في الأعمدة الأربعة الأولى.
2. اضغط إدراج.
3. اختر جدول.
4. من جداول اختر PivotTable الموصى بها.
5. حدد الخلايا من D1 إلى D21.
6. ستظهر نافذة جديدة فيها الجدول التكراري.



ملحوظات:

الوقت	خطوات المشي
1	2013
2	700
3	1000
4	100
5	300
6	870
7	870
8	1020
9	800
10	2000
11	2000
12	800
13	3000
14	800
15	1000
16	800
17	1000
18	800
19	1000
20	1000
21	1000
22	1000

دقائق النوم	خطوات المشي	المتوسط الحسابي
415.55	13389.25	
422.5	12505.5	الوسيط
440	لا يوجد	المتوال

بالنسبة لخطوات المشي، يختلف المتوسط الحسابي قليلاً عن الوسيط، حيث بلغ متوسط الخطوات التي تمشيها الطالبات أكثر من 10000 خطوة.

وبالنظر إلى دقائق النوم، يلاحظ أن المتوسط الحسابي والوسيط لهما قيم متقاربة، بخلاف المتوال الذي له قيمة أكبر منهما.

E: أوجد الانحراف المعياري لمتغيري خطوات المشي ودقائق النوم لطالبات المرحلة الثانوية.

اتبع الخطوات الآتية لحساب الانحراف المعياري:

1. انتقل إلى البيانات في البرنامج.
2. في خلية فارغة ابدأ بحساب الانحراف المعياري، ضع =
3. ابدأ بكتابة الأمر الخاص بالانحراف المعياري STDEV.S
4. داخل الأقواس حدد جميع خلايا العمود المراد حساب الانحراف المعياري له، في هذه الحالة خطوات المشي.



148	134	5
134	136	6
144	138	7
146	138	8
136	140	9
152	142	10
150	144	11
152	148	12
162	150	13
156	154	14
162	162	15
174	170	16

a. أنشئ مدرجاً تكرارياً يعرض بيانات ضغط الدم لدى الرياضيين قبل التمارين وبعدها.

b. احسب المتوسط الحسابي، الوسيط، المنوال لبيانات ضغط الدم بعد التمارين.

c. احسب الانحراف المعياري لضغط الدم قبل إجراء التمارين، وكذلك بعدها.

d. بناءً على النتائج السابقة هل تؤثر التمارين الرياضية في ضغط الدم؟ فسر إجابتك.

2: تمثل البيانات أدناه مقدار الإزاحة وفق مبدأ أرخميدس لعدد من الكتل المتنوعة؛ خلال ثلاث تجارب مختلفة:

التجربة الأولى: 5, 8, 7, 12, 8

التجربة الثانية: 4, 7, 10, 12, 4

التجربة الثالثة: 1, 8, 12, 2, 7

احسب ما يأتي:

a. المتوسط الحسابي لمقدار الإزاحة الكلي لجميع الكتل.

b. الوسيط لمقدار الإزاحة في كل من التجريبتين الثانية والثالثة.

c. الانحراف المعياري لمقدار الإزاحة لكل تجربة على حدة، ثم وضح في أي التجارب الثلاث كانت نتائج

مقدار الإزاحة أكثر تشتتاً؟

93

(b)

ضغط الدم قبل التمارين	ضغط الدم بعد التمارين	
141.125	147.75	المتوسط الحسابي
139	147	الوسيط
138	146	المنوال

(c)

ضغط الدم قبل التمارين	ضغط الدم بعد التمارين	
13.6	12.34	الانحراف المعياري

(d) من خلال هذه النتائج؛ نعم لها أثر، فالمتوسط الحسابي قبل التمارين أقل من المتوسط الحسابي بعد التمارين، ولكن هذا يتطلب دراسات أخرى لمعرفة أثر التمارين الرياضية على ضغط الدم.

2:

(a)

التجربة الأولى	التجربة الثانية	التجربة الثالثة	
8	7.4	6	المتوسط الحسابي

(b)

التجربة الأولى	التجربة الثانية	التجربة الثالثة	
8	7	7	الوسيط

(c)

التجربة الأولى	التجربة الثانية	التجربة الثالثة	
2.55	3.56	4.52	الانحراف المعياري

من خلال جدول الانحراف المعياري، نجد أن التجربة الثالثة هي الأكثر تشتتاً بمقدار 4.52.



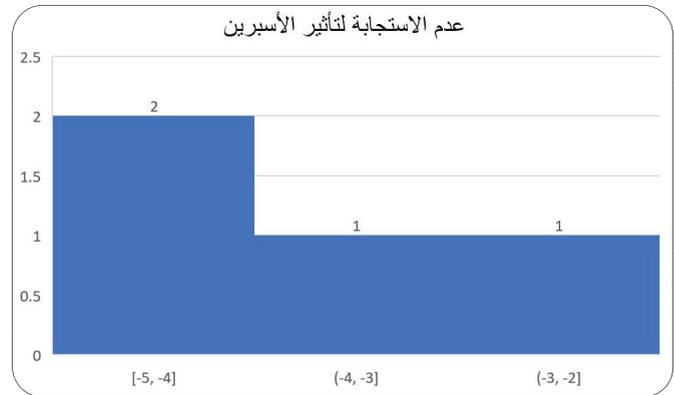
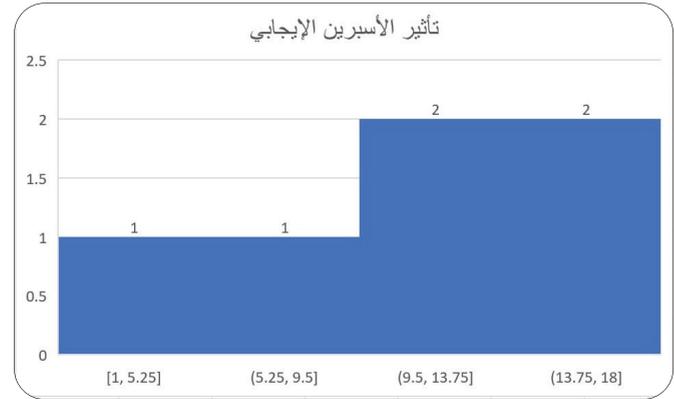
3: لمعرفة ما إذا كان تناول حبوب الأسبرين يقلل من مستوى تصلب الشرايين؛ أجريت دراسة على عدد من المرضى، حيث تناول 10 منهم حبوب الأسبرين، بينما تلقى 11 مريضاً علاجاً وهمياً، لمدة 12 أسبوعاً. وقد تم قياس مستوى تصلب الشرايين لكل مريض في بداية الدراسة، و مرة أخرى في نهايتها. ويعرض الجدول أدناه بيانات المرضى المشاركين في الدراسة، حيث تشير القيمة السالبة إلى عدم تغير مستويات التصلب في الشرايين، فيما تشير القيمة الموجبة إلى تقليل مستويات التصلب في الشرايين.

المرضى	العلاج المعطى	الزيادة أو النقصان
1	الأسبرين	7
2	الأسبرين	-4
3	الأسبرين	18
4	الأسبرين	17
5	الأسبرين	-3
6	الأسبرين	-5
7	الأسبرين	1
8	الأسبرين	10
9	الأسبرين	11
10	الأسبرين	-2
11	علاج وهمي	-1
12	علاج وهمي	12
13	علاج وهمي	-1
14	علاج وهمي	-3
15	علاج وهمي	3
16	علاج وهمي	-5
17	علاج وهمي	5
18	علاج وهمي	2
19	علاج وهمي	-11

94

3:

(a) استخدم التقنية في إنشاء مدرج تكراري للبيانات.



(b) حتى يتم التأكد من أن الأثر الذي يحدثه الدواء الفعلي على عينة المرضى هو أثر حقيقي وليس ناتجاً عن عامل نفسي، كالذي يمكن أن يحدثه الدواء الوهمي، كما يتم تحديد الآثار الناتجة عن الدواء الحقيقي ووصفها بدقة، والتمييز بينها وبين الآثار النفسية التي يمكن أن يولدها.



:4

(a)

الطول (سم)	الوزن (كجم)	
42.418	3.743	المتوسط الحسابي
42.418	3.743	الوسيط
45.72	لا يوجد	المنوال

(b)

الطول (سم)	الوزن (كجم)	
6.111268	0.359847	الانحراف المعياري

(c) تظهر البيانات أن الانحراف المعياري لأوزان الأطفال ≈ 0.359 ، وهذا يعني أن هناك اختلافاً بين أوزان الأطفال بمعدل 0.359 kgm (359 gm)، وبالنظر لأوزان الأطفال حديثي الولادة فإنه يعد اختلافاً كبيراً نسبياً بين أوزانهم.

:5

(a) المنوال هو 7.8 و 6.6.

(b) الوسط الحسابي هو 7.3 وهو أفضل مقياس للبيانات؛

لأنه يحسب متوسط شدة الزلازل.

(c)

الدولة	التكرار
أفغانستان	3
الإكوادور	2
ألبانيا	1
الصين	3
العراق	1
المكسيك	1
اليابان	2
إندونيسيا	6
إيران	4
باكستان	2
تركيا	4
نيبال	1
هايتي	2
المجموع	32

20	علاج وهمي	-1
21	علاج وهمي	-3

a. أنشئ المدرج التكراري للبيانات.

b. في رأيك؛ لماذا تجرى تجارب يتم فيها إعطاء أدوية وهمية للمرضى؟

4: قام باحثون في مركز صحي بقياس الطول والوزن لعشرة من الأطفال حديثي الولادة.

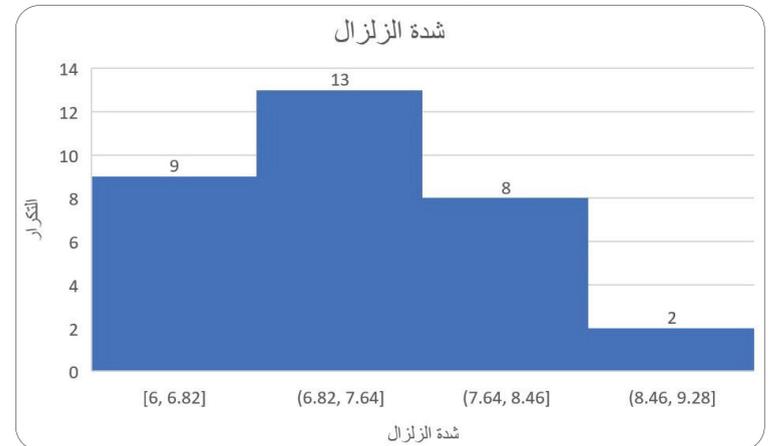
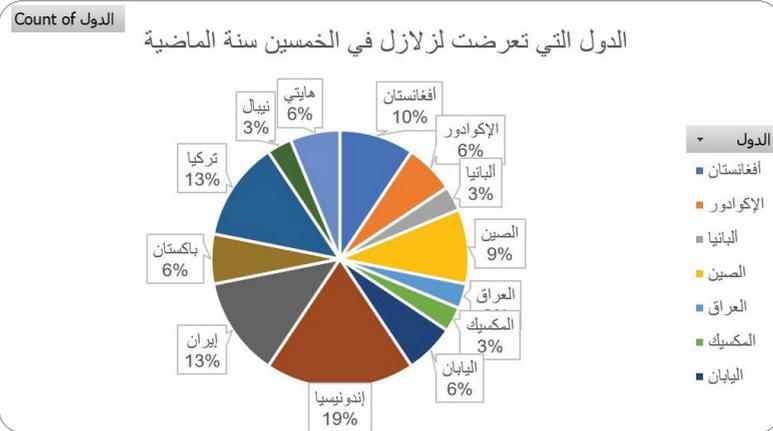
الأطفال	الوزن (kg)	الطول (cm)
1	3.54	45.72
2	4.14	53.34
3	3.72	43.18
4	2.9	40.64
5	4	48.26
6	4.09	38.1
7	3.68	33.02
8	3.59	40.64
9	3.86	35.56
10	3.91	45.72

a. احسب المتوسط الحسابي، الوسيط والمنوال للطول والوزن.

b. احسب الانحراف المعياري لأوزان الأطفال حديثي الولادة.

c. إلام يشير الانحراف المعياري لأوزان الأطفال؟ فسّر إجابتك.

95



(d) إجابة ممكنة:

أولاً: قبل حدوث الزلازل:

1- الاستعداد النفسي:

تؤكد كثير من الدراسات والتقارير والتجارب في مختلف أنحاء العالم أن الرعب وعدم التصرف السليم عند حدوث الهزة الأرضية يؤدي إلى الزيادة في أعداد الخسائر؛ على عكس ذلك عندما يكون هناك إعداد نفسي مسبق، وتهيئة للحذر من أخطار الهزة الأرضية؛ وذلك يكون بإبلاغ الناس بالتعليمات المهمة المتبعة أثناء الهزة وبعدها، وتوعيتهم بنشر المعلومات عن أخطار الزلازل وما يجب أن يتخذوه من احتياطات.

2- التعرف المسبق على مصدر الخطر الزلزالي ومعالجته: إن

مصدر الخطر الزلزالي على الشخص يكمن في سقوط الأجسام عليه أو الانقراض؛ وليس في الهزة الأرضية بحد ذاتها، فلو كان الإنسان في منطقة فضاء فلن يكون عرضة للإصابة، إذن من المهم تثبيت الأجسام التي تكون عرضة للسقوط أثناء الزلزال، وينصح بمشاركة أفراد العائلة في تحديد الأشياء التي لا بد من تثبيتها، ووضعها في الأماكن الأقل خطورة، ونذكر على سبيل المثال:

- تثبيت الخزائن الكبيرة التي تكون عرضة للسقوط أثناء الزلزال،

والمكتبات والأرفف في المطابخ والمحللات التجارية أيضاً.

- سخانات المياه وما يشابهها في الخطورة؛ حيث إنها مصدر خطر كبير إذا تعرضت للسقوط.

- سقوط حائط السطح أثناء الزلزال يشكل في الغالب مصدر خطورة سواء للمارة أم لسكان المنزل أثناء هروبهم، لذلك لا بد من استشارة المهندس المختص عن الأسلوب الأمثل لإنشاء وتثبيت حائط السطح ليكون مقاوماً للحركة الأفقية.

- الأسقف المستعارة يجب تثبيتها جيداً في الأسقف الأساسية بواسطة أسلاك حديدية.

- النوافذ والأبواب الكبيرة الزجاجية تشكل خطراً كبيراً إذا لم يكن الزجاج مدعماً بأسلاك حديدية.

- السوائل الخطرة القابلة للاشتعال أو الحارقة يجب أن تحفظ في أماكن خاصة؛ وتكون مثبتة في الأرفف التي توضع بها.

- تثبيت جميع الأشياء التي تكون عرضة للحركة أثناء الهزة الأرضية في جميع أرجاء المنزل وفي أماكن العمل.

3- تجنب البناء على الأماكن التي تكون عرضة للانزلاقات الأرضية أو لتساقط الصخور من قمم الجبال أثناء حدوث الزلازل.

4- تصميم المنزل ليكون مقاوماً للزلازل.

5- تحسين الكفاءة الزلزالية للمبنى؛ وذلك عن طريق استشارة مكتب هندسي أثناء البناء للحصول على كفاءة جيدة للمنزل.

ثانياً: أثناء حدوث الزلازل:

1- إذا كنت داخل المنزل الزم الهدوء ولا تحاول الهروب من المنزل، ولكن اختبئ بأسرع وقت ممكن بالجلوس تحت الطاولات أو إسطرات الأبواب، وحاول إطفاء مصادر النار، مثل المواقد وغيرها إذا كنت قريباً منها، وكذلك تجنب إشعال نار أو شعلة لأنه قد يكون هناك تسرب غاز فيتسبب بحريق.

5: يشير الجدول أدناه إلى أسماء عدد من الدول التي تعرضت لزلازل قوية في الخمسين عاماً الأخيرة، مع درجة كل زلزال منها على مقياس ريختر.

تركيا	أفغانستان	هايتي	تركيا	ألبانيا	إندونيسيا	العراق	الإكوادور
7.8	6	7.2	7	6.4	7.5	7.3	7.8
7.8	6.2	7.7	6.4	9.1	7	7.6	8
6.4	7.6	9.1	6.6	7.4	7.9	7.6	7.3
6.6	6.6	6.9	7.8	7.4	7.1	8	6.6

a. أوجد المتوال للدول التي تعرضت للزلازل.

b. عين مقياس النزعة المركزية الأنسب لحساب متوسط درجات تلك الزلازل، وبرر سبب اختيارك.

c. استخدم برنامجاً تقنياً لإنشاء قطاعات دائرية للدول التي تعرضت للزلازل، ومدجماً تكرارياً لدرجاتها.

d. ابحث في مصادر البيانات حول أهم الإرشادات التي يجب الالتزام بها عند التعرض للزلازل، ثم عرضها على زملائك في الصف.

96

2- اهتم دائماً بالأطفال وطمنهم سواء كنت في المنزل أم في مكان آخر.

3- إذا كنت خارج المنزل حاول الابتعاد عن المباني، واذهب في اتجاه الأماكن الخالية مثل الحدائق والساحات .

4- إذا كنت تقود سيارتك فحاول الوقوف بأسرع وقت ممكن؛ مع تجنب المرور من خلال الأنفاق أو تحت الجسور أو فوقها.

5- تجنب استخدام المصاعد لأنها قد تكون عرضة للعطل والسقوط أثناء الزلازل. ثالثاً: بعد حدوث الزلازل:

1- إذا لاحظت أن منزلك في حالة إنشائية سيئة وقد ينهار حاول الهروب منه بحذر شديد، وتجنب سقوط حائط السقف عليك أثناء هروبك.

2- كن مستعداً نفسياً للهزات الأرضية اللاحقة ولا تستغرب حدوثها.

3- تأكد من صلاحية الوصلات الكهربائية وتوصيلات الغاز قبل أن تقوم باستعمال أي نوع من النار في المنزل.

4- تذكر أن الهزات اللاحقة قد تسبب سقوط أجزاء من المباني المتأثرة بالهزة الرئيسية، لذلك احرص على إزالة الأنقاض والأجزاء الآيلة للسقوط بسبب الهزات اللاحقة وتجنب المرور أمام مثل هذه الأنقاض.



المصدر: الدفاع المدني



وزارة التعليم

Ministry of Education

2023 - 1445

96

تطبيقات - مسار إدارة الأعمال

تنبيهات:

- تؤدي التطبيقات التقنية دوراً مهماً في فهم طلابك؛ بسبب تخفيفها الإجراءات الرياضية التي قد تكون من عوامل تشتت بعض الطلاب؛ خصوصاً من يواجهون مشكلات في التعامل مع الرياضيات، وبالتالي تساعدهم على التركيز على المفهوم الإحصائي المطلوب.
- تساعد التطبيقات التقنية الطالب على تعميق التعلم من خلال حل مسائل معقدة بشكل أكثر سلاسة، وبالتالي تسهم في رفع مستوى التعلم.
- تواكب التطبيقات التقنية اهتمامات بعض فئات المهووبين والمهتمين بالتقنية، وبالتالي تحفز على التعلم.
- التعامل مع التطبيقات التقنية عادةً ليس سهلاً على الجميع، ولذلك لا بد من توفير الوقت وإعطاء الطلاب فرصة للتعامل مع تلك التطبيقات واكتشاف الأخطاء والتعامل معها.
- اطلب من الطلاب المتميزين في التعامل مع التقنية مساعدة زملائهم في التعلم والتطبيق.
- إذا كان الطلاب يستخدمون أجهزةهم الخاصة فمن الضروري التأكد من فهمهم للمصطلحات والأيقونات في التطبيق؛ حسب اللغة المعتمدة في جهاز الطالب.
- العمل في مجموعات والتعليم المصغر استراتيجيات تعلم تساعد على توفير الوقت والجهد عند التعامل مع التقنية.
- يستخدم الطلاب -غالباً- برنامج الجداول الإلكترونية (مايكروسوفت أوفيس - Excel)، ومن المهم أن تطلع على طريقة التطبيق قبل تقديم الدرس؛ حيث يمكنك الاطلاع على دروس متخصصة يقدمها التطبيق نفسه، أو من خلال مواقع التواصل الإلكتروني التي تقدم شروحات متنوعة لكيفية استخدام التطبيق.

تطبيقات - مسار إدارة الأعمال

- أطبق المفاهيم والمهارات الإحصائية في سياقات عملية مرتبطة بإدارة الأعمال، باستخدام البرامج التقنية المناسبة.
- أجري تحليلاً إحصائياً وصفيًا للبيانات المرتبطة بإدارة الأعمال، باستخدام برنامج الجداول الإلكترونية، بشكل احترافي، فردياً وضمن فريق.

تطبيق (1):

يريد محمد شراء عدد من الأسهم في صناديق استثمارية تابعة لعدد من الشركات العقارية. ويعرض الجدول أدناه الصناديق التابعة لكل شركة، مع عرض للحد الأدنى للاشتراك.

الحد الأدنى للاشتراك في الصندوق (وحدة)	الشركة العقارية	الصناديق الاستثمارية
400	شركة 1	1
1010	شركة 1	2
1600	شركة 1	3
300	شركة 2	4
1000	شركة 1	5
1500	شركة 2	6
410	شركة 1	7
1300	شركة 3	8
2000	شركة 2	9
1200	شركة 3	10

A: باستخدام برنامج الجداول الإلكترونية (إكسل Excel) أنشئ جدولاً تكرارياً لعدد الصناديق الاستثمارية لكل شركة.

اتبع الخطوات الآتية لإنشاء الجدول التكراري:

1. أدخل بيانات الجدول في الأعمدة الثلاثة الأولى.
2. اضغط إدراج.
3. اختر جدول.

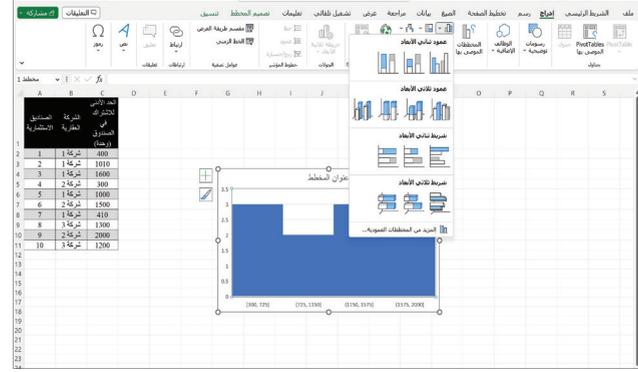


ملحوظات:

D: أنشئ مدرجاً تكرارياً لدراسة الحد الأدنى للاشتراك في الصناديق الاستثمارية.

اتبع الخطوات الآتية لإنشاء المدرج التكراري:

1. انتقل إلى البيانات في البرنامج.
2. حدد جميع خلايا عمود "الحد الأدنى للاشتراك".
3. اضغط إدراج.
4. اختر المدرج التكراري من "المخططات".
5. اختر المدرج التكراري المناسب.



E: أوجد مقاييس النزعة المركزية للحد الأدنى لأسعار الاشتراك في الصناديق الاستثمارية، ثم صف

كيف يختلف المتوسط الحسابي عن باقي مقاييس النزعة المركزية الأخرى.

اتبع الخطوات الآتية لحساب مقاييس النزعة المركزية:

1. انتقل إلى البيانات في البرنامج.
2. في خلية فارغة ابدأ بحساب المتوسط الحسابي، ضع =.
3. ابدأ بكتابة الأمر الخاص بالمتوسط الحسابي AVERAGE.



تمارين:

1: في الجدول أدناه عرض موجز عن السيارات المعروضة للبيع في أربعة معارض: مدة استعمالها، والمسافة المقطوعة، وأسعارها.

المعرض	مدة الاستعمال بالسنوات	السعر بآلاف الريالات	المسافة المقطوعة بآلاف الكيلومترات
معرض A	7	12	77
معرض B	4	17.9	50
معرض C	4	15.7	89
معرض A	7	12.5	45
معرض C	9	9.5	60
معرض D	1	21.5	7
معرض A	18	3.5	99
معرض D	2	22.8	21
معرض D	2	26.8	3
معرض D	5	13.6	50
معرض A	2	19.4	48

a. مثل أسعار السيارات باستخدام المدرج التكراري.

b. احسب المتوسط الحسابي، الوسيط والمنوال لأسعار السيارات، وكذلك المتوسط الحسابي للمسافة المقطوعة.

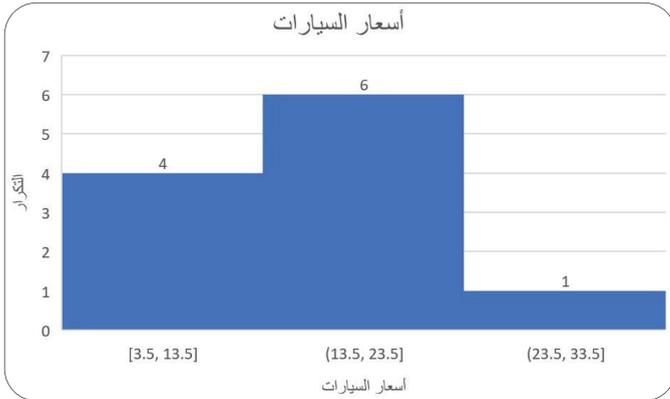
c. احسب الانحراف المعياري لأسعار السيارات، والمسافات المقطوعة.

d. بناء على النتائج السابقة، هل هناك فرق كبير بين أسعار السيارات؟

e. اشرح كيف تؤثر المسافة المقطوعة ومدة استعمال السيارة على سعرها.

1:

(a)



(b)

المسافة المقطوعة (بآلاف الكيلومترات)	السعر (بآلاف الريالات)	
49.9	15.9	المتوسط الحسابي
50	15.7	الوسيط
50	لا يوجد	المنوال

(c)

المسافة المقطوعة (بآلاف الكيلومترات)	السعر (بآلاف الريالات)	
31.1	6.64	الانحراف المعياري

(d) نعم، هناك فرق مقداره 6640 ريالاً بين أسعار السيارات.

(e) كلما زاد عدد الكيلومترات التي تقطعها السيارة قلَّ

سعرها، وكذلك الحل بالنسبة لمدة الاستعمال



2: تمثل البيانات الآتية الأجور الشهرية بالريال لعينة مكونة من 30 عاملاً بأحد مصانع المياه، يريد صاحب المصنع تلخيص البيانات.

- a. أنشئ جدول توزيع تكراري يتكون من 5 فئات.
b. أوجد مقاييس النزعة المركزية للبيانات.
c. أوجد الانحراف المعياري لأجور العاملين في المصنع. ثم صف علاقة الناتج بالمتوسط الحسابي.

18000	11500	2000	3000	16000	15000	21000	10000
15300	16500	11000	3000	3200	13000	10000	17000
3800	18000	3300	21000	19000	3600	3800	12000
3100	2200	17000	27000	3000	2300		

3: يمثل الجدول المجاور التوزيع التكراري لعينة من الأسر مقسمة حسب فئات الدخل.

عدد الأسر	فئات الدخل
3	62-65
8	66-69
20	70-73
14	74-77
10	78-81

a. أنشئ المدرج التكراري للبيانات.
b. أي فئة لها دخل أقل؟ وأي فئة هي الأعلى دخلاً؟

4: تعرض شركة عقارية الوحدات السكنية في مزاد علني، حيث يمثل الجدول الآتي الوحدات المتوفرة في كل مدينة والسعر المتوقع:

المدينة	المساحة	السعر
جدة	300	2200000
الرياض	1200	3000000
مكة المكرمة	300	1300000
الدمام	450	1100000
الرياض	900	1950000
مكة المكرمة	800	2500000
مكة المكرمة	200	160000
الدمام	200	500000

(a)

الأجور الشهرية	
10820	المتوسط الحسابي
11250	الوسيط
3000	المنوال

(b)

الأجور الشهرية	
7318.2	الانحراف المعياري

(c)

- عدد الفئات: (5)

المدى = أعلى قيمة - أقل قيمة.

أعلى قيمة في البيانات (27000) وأقل قيمة (2000)

$$2700 - 2000 =$$

$$25000$$

$$\text{المدى} = \frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}} = \text{طول الفئة}$$

$$5000 = \frac{25000}{5} = \text{طول الفئة}$$

- يمثل العدد الأصغر (2000) في البيانات الحد الأدنى

للفئة الأولى، وتكون الحدود الدنيا للفئات الست الأخرى،

هي:

$$2000 + 5000 = 7000,$$

$$7000 + 5000 = 12000,$$

$$12000 + 5000 = 17000,$$

$$17000 + 5000 = 22000,$$

$$22000 + 5000 = 27000.$$

- يمثل الرقم (6999) الحد الأعلى للفئة الأولى، وهو أقل

بمقدار واحد من الحد الأدنى للفئة الثانية، وتكون

الحدود العليا للفئات الأخرى هي:

$$6999 + 5000 = 11999,$$

$$11999 + 5000 = 16999,$$

$$16999 + 5000 = 21999,$$

$$21999 + 5000 = 26999.$$

التكرار (f)	الفئات
12	6999-2000
4	11999-7000
6	16999-12000
7	21999-17000
1	27000-22000
$\sum f = 30$	

:3

(a)



(b) أقل دخل: الفئة الأولى.

أعلى دخل: الفئة الخامسة.



:4

(a)

أسعار الوحدات السكنية	
المتوسط الحسابي	1597333
الوسيط	1650000
المنوال	لا يوجد

(b)

أسعار الوحدات السكنية	
الانحراف المعياري	753254.5

(c) يشير الانحراف المعياري إلى وجود فروق بين أسعار الوحدات السكنية بمقدار 753254.5 ريالاً، وهو فرق كبير جداً بين عقارات المدن المختلفة.

:5

(a) لإنشاء قطاع دائري نقوم أولاً بإنشاء جدول تكراري:

التكرار	المؤهلات العلمية
2	دبلوم
2	ثانوي
7	بكالوريوس
1	دبلوم عالي
3	ماجستير
5	دكتورة
20	المجموع

جدة	500	1550000
جدة	250	900000
الرياض	1000	2100000
الدمام	800	1650000
الرياض	600	1800000
مكة المكرمة	400	2000000
تبوك	600	1250000

a. احسب المتوسط الحسابي، الوسيط والمنوال لأسعار الوحدات السكنية.

b. احسب الانحراف المعياري لأسعار الوحدات السكنية.

c. إلام يشير الانحراف المعياري لأسعار الوحدات السكنية؟ فسّر إجابتك.

5: تمثل البيانات أدناه المؤهلات العلمية لعينة مكونة من 20 موظفاً في إحدى الشركات الكبرى.

بكالوريوس	بكالوريوس	ماجستير	دبلوم	دبلوم عالي
ماجستير	دكتورة	ماجستير	دكتورة	بكالوريوس
دكتورة	بكالوريوس	بكالوريوس	دكتورة	ثانوي
دبلوم	بكالوريوس	بكالوريوس	دكتورة	ثانوي

المطلوب:

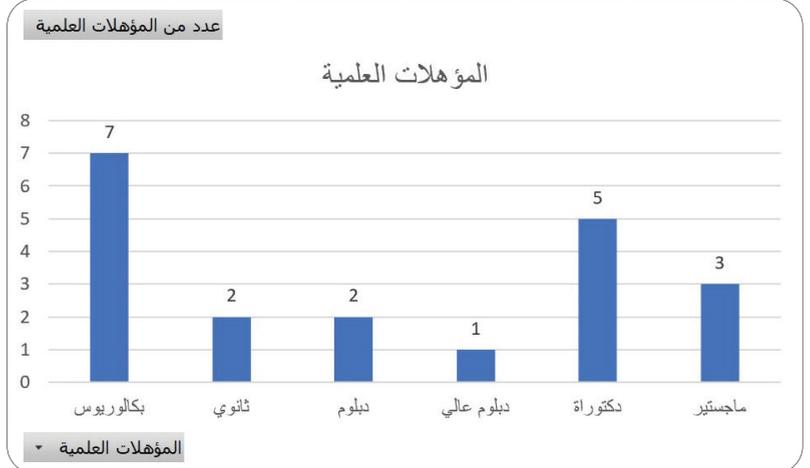
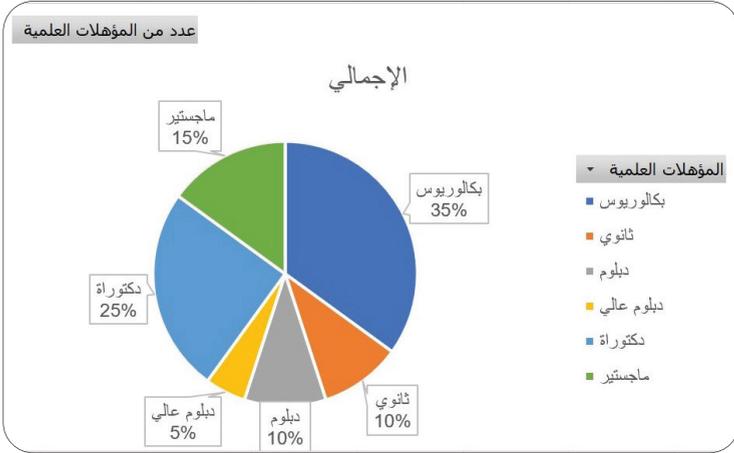
a. أنشئ قطاعاً دائرياً لعرض المؤهلات العلمية للموظفين.

b. أنشئ أعمدة بيانية لعرض مؤهلات الموظفين.

c. ما نسبة الموظفين الذين يحملون درجة الدكتوراة؟

111

(b)



(c) من القطاعات الدائرية نرى أن حملة الدكتوراة يمثلون 25% من البيانات.



قبل تقديم الدروس في هذا الفصل:

- قدم وصفاً عاماً للفصل وأهم الدروس التي يتضمنها.
- أعط تقديراً زمنياً لإنهاء الفصل.
- قسّم طلاب فصلك إلى مجموعات، ثم اعرض عليهم مشروع الفصل، واطلب منهم اختيار ما يناسبهم.
- أخبرهم أن التقدم في الدروس سيساعدهم على التعمق في المشروع وفهم المطلوب بشكل جيد.
- حدد لهم وقت تقديم المشروع، واذكر لهم معايير التقييم.

الفصل الثالث

الارتباط والانحدار الخطي

Correlation and Linear Regression



استخدام التقنية:

الدرس	التقنية المقترحة
الثاني والثالث	 <p>وجه طلابك لاستعمال الباحث العلمي لجوجل بوصفه من المصادر الآمنة في الوصول لبحوث علمية موثوقة ومحكمة.</p> <p>الباحث العلمي - Google</p>
الثاني والثالث	<p>أرشد طلابك إلى إمكانية الحصول على بحوث علمية من مواقع الجامعات العربية والعالمية المعروفة؛ كما هو الحال مع بحوث جامعة الملك سعود وجامعة أم القرى وغيرها.</p>
جميع الدروس	 <p>وجه طلابك للاستفادة من موقع الهيئة العامة للإحصاء بوصفه موقعا حكومياً آمناً وموثوقاً للوصول لمسوح ودراسات اقتصادية تتعلق بالملكة العربية السعودية.</p> <p>الهيئة العامة للإحصاء</p>
جميع الدروس	<p>احرص على عرض معلومات الدرس الأساسية على شاشة تفاعلية؛ يمكنك من عرض الشرائح والكتابة التفاعلية والعديد من المزايا الأخرى؛ توفيراً للوقت وتسهيلاً للتعلم.</p>
جميع الدروس	 <p>استخدم منصة مدرستي لإرسال الإثراءات واستقبال الواجبات من طلابك، ودعم تعلمهم.</p> <p>منصة مدرستي</p>
جميع الدروس	<p>استخدم (مايكروسوفت تيمز) لإنشاء حصص تفاعلية عن بعد، وتوظيف العديد من المزايا التقنية التي تدعم تعلم الطلاب، مثل: إنشاء الاختبارات السريعة، والفرق الصفية، وإقامة حلقات النقاش، وتعزيز المتميزين من الطلاب وتقييم الأداء وغيرها من المزايا.</p>
جميع الدروس	<p>في هذا الفصل سيتم التركيز بصفة خاصة على برنامج الجداول الإلكترونية (مايكروسوفت أوفيس إكسل) (Excel)، وهو برنامج يستخدم لإنشاء جداول البيانات، والقوائم، والميزانيات، والرسوم البيانية، كما يفيد في معالجة البيانات والقيام بعمليات حسابية متقدمة.</p>



www.iem.edu.sa

المتغيرات العشوائية Random Variables

الدرس الأول

• تعرّف المتغيرات العشوائية المنفصلة والمتصلة، وأمّيزها، وأوجد قيمها في تجارب عشوائية.



◀ ما الرقم الذي يمكن أن يظهر على الوجه العلوي لحجر نرد عند رميه؟
في تجربة رمي حجر النرد يظهر على الوجه العلوي رقم من مجموعة الأرقام {1, 2, 3, 4, 5, 6}. تعد هذه التجربة تجربة عشوائية، وتمثل تلك الأرقام قيم المتغير العشوائي.
◀ ما التجربة العشوائية؟

التجربة العشوائية (Random Experiments):

أي عملية يتم من خلالها الحصول على نتائج سواء كانت أرقاماً أم قياسات أم استجابات، بحيث تكون النتائج الممكنة لهذه العملية معلومة مسبقاً، ولا يمكن تحديد أيها سيتحقق فعلاً قبل إجراء التجربة.

المتغير العشوائي (Random Variable):

هو متغير في تجربة أو حدث معين، يأخذ مجموعة من القيم لكل منها احتمال محدد.

وقد يكون المتغير العشوائي كمياً أو نوعياً، مثلاً: عدد خريجي كلية العلوم متغير كمي، ومن سيفوز في سباق الجري متغير نوعي، ومن الممكن دائماً التعبير عن البيانات النوعية باستخدام البيانات الكمية؛ عن طريق تخصيص رقم لكل قيمة نوعية وفقاً لنظام محدد مسبقاً، على سبيل المثال: يتم تسجيل الرقم (1) إذا فاز أحمد بالسباق والرقم (0) إذا لم يفز أحمد بالسباق.

إذا كان عدد الخريجين يرمز له بالرمز X وكانت نتيجة أحمد في سباق الجري يرمز لها بـ Y ، فإنه في نهاية كل سنة يمكن الحصول على قيمة للمتغير X ، وفي ختام كل سباق يشارك فيه أحمد، يمكن الحصول على قيمة للمتغير Y . من الطبيعي أن يقال عن متغير مثل X أو Y إنه متغير عشوائي؛ لأن القيم التي يتخذها مرتبطة بتجارب عشوائية. تسمى مجموعة جميع النتائج الممكنة لتجربة عشوائية فضاء العينة ويرمز لها بالرمز S .

114

المتغيرات العشوائية Random Variables

الدرس الأول

تمهيد:

■ أسأل طلابك: لماذا تعد تجربة رمي حجر النرد من التجارب المفضلة لدى المختصين بالاحتمالات؟

إجابة ممكنة:

لأن حجر النرد من التجارب التي تتضمن احتمالات متعددة متساوية الإمكانية في الحدوث، وهو ما يجعله التجربة العشوائية المفضلة لعرض المفاهيم الأساسية في علم الاحتمالات.



الحادثة (Event): مجموعة جزئية من فضاء العينة، وقد تساويه.

مثل: فضاء العينة في تجربة رمي حجر النرد مرة واحدة: $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

وتتضمن هذه التجربة عددًا من الحوادث مثل: $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}$

كما أن ظهور عدد زوجي $\{2, 4, 6\}$ يمثل حادثة أيضًا، وحيث إن عدد النتائج الممكنة لهذه الحادثة هو ثلاث

نتائج، فإن هذا يعني أن المتغير العشوائي $X = 3$

ملحوظات:

مثال 1

في تجربة رمي حجر النرد مرة واحدة، عيّن الحادثة A التي تمثل ظهور عدد أكبر من أو يساوي 2، وحدد عدد نتائجها.

الحل:

الحادثة A هي $\{2, 3, 4, 5, 6\}$ ، وعدد نتائجها = 5.

مثال 2

اكتب فضاء العينة لتجربة رمي قطعة نقود مرة واحدة.

الحل:

نفرض أن H يعني ظهور الصورة و T يعني ظهور الكتابة فيكون:

فضاء العينة لرمي قطعة نقود مرة واحدة: $S = \{H, T\}$

في تجربة رمي قطعة النقود مرة واحدة، تسمى المجموعات $\{H\}, \{T\}$ وكذلك $\{H, T\}$ حوادثًا.



تحقق من فهمك 1

1. في تجربة رمي حجر النرد مرة واحدة، عيّن الحادثة B التي تمثل ظهور عدد أصغر من أو يساوي 4، وحدد عدد نتائجها.
2. في التجربة السابقة؛ هل يُعدّ ظهور الأعداد الأكبر من 7 حادثة؟ فسّر إجابتك.

تنقسم المتغيرات العشوائية إلى نوعين:

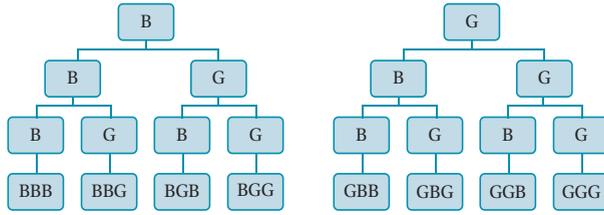
المتغير العشوائي المنفصل (Discrete Random Variable):

هو المتغير الذي يأخذ قيمًا تنتمي إلى مجموعة منتهية، أو غير منتهية، ولكنها قابلة للعد؛ أي أنه يأخذ قيمًا منفصلة عن بعضها.

مثلًا: أسرة لديها ثلاثة أبناء، وليكن X المتغير العشوائي الذي يدل على عدد الذكور في هذه الأسرة.

وحتى نتمكن من إيجاد قيم المتغير العشوائي X ، نوجد أولًا فضاء العينة لحادثة وجود ثلاثة أبناء في الأسرة.

نفرض أن G يرمز للذكور، و B يرمز للإناث؛ فتكون مجموعة النتائج الممكنة لفضاء العينة ممثلة في الرسم الشجري الآتي:



$$S = \{GGG, GGB, GBG, GBB, BGG, BGB, BBG, BBB\}$$

وبالعودة للمتغير العشوائي الذي يمثل عدد الذكور في الأسرة، فإن:

$$X(GGG)=3, X(GGB)=2, X(GBG)=2, X(GBB)=1, X(BGG)=2, X(BGB)=1, X(BBG)=1, X(BBB)=0$$

من الواضح أن القيم التي يمكن أن يأخذها المتغير X هي: 0, 1, 2, 3

يلاحظ أن هذا المتغير X يأخذ قيمًا منتهية وقابلة للعد. فهو متغير عشوائي منفصل.

تحقق من فهمك 1

1. الحادثة B هي: $B = \{1, 2, 3, 4\}$ ، عدد النتائج يساوي 4.

2. ظهور الأعداد الأكبر من 7 حادثة مستحيلة الظهور،

لأن عدد أوجه حجر النرد يساوي 6.



تفكير ناقد



إجابة ممكنة:

ليس متغير؛ ذلك أن المسافة بين النقطة المختارة والمركز تساوي قيمة ثابتة.

المتغير العشوائي المتصل (Continuous Random Variable):

يأخذ قيمًا تنتمي إلى مجموعة غير منتهية وغير قابلة للعد؛ بمعنى أن المتغير يأخذ جميع القيم التي تقع في نطاق تغيره.

مثلاً: تجربة اختيار نقطة من دائرة مركزها نقطة الأصل $(0, 0)$ ونصف قطرها r .

وليكن X المتغير الذي يدل على المسافة بين النقطة المختارة ومركز الدائرة.

فتكون مجموعة القيم الممكنة التي يمكن أن يأخذها المتغير X هي:

$\{X: 0 \leq X \leq r\}$ وهي مجموعة غير منتهية وغير قابلة للعد.

أوجد نوع المتغير في تجربة اختيار نقطة على دائرة مركزها نقطة الأصل $(0, 0)$ ونصف قطرها r ، حيث يشير X إلى المسافة بين النقطة المختارة ومركز الدائرة.



تفكير ناقد

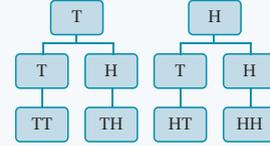
مثال 3



في تجربة رمي قطعة نقود مرتين على التوالي، لنفترض أن المتغير العشوائي X هو عدد مرات ظهور الصورة H في الرميّتين، ما قيم المتغير العشوائي X ؟ حدد ما إذا كان X متصلاً أو متقطعاً.

الحل:

في تجربة رمي قطعة النقود مرتين، تكون مجموعة النتائج الممكنة لفضاء العينة ممثلة في الرسم الشجري الآتي:



يكون فضاء العينة كالاتي:

$$S = \{HH, HT, TH, TT\}$$



المتغير العشوائي X هو عدد مرات ظهور الصورة في الرميّتين، وبالتالي:
 الناتج HH يعطي قيمة للمتغير العشوائي $X = 2$.
 الناتج HT يعطي قيمة للمتغير العشوائي $X = 1$.
 الناتج TH يعطي قيمة للمتغير العشوائي $X = 1$.
 الناتج TT يعطي قيمة للمتغير العشوائي $X = 0$.
 من الواضح أن القيم التي يمكن أن يأخذها هذا المتغير هي 0, 1, 2.
 يلاحظ أن المتغير يأخذ قيمًا منتهية وقابلة للعد، فهو متغير عشوائي منفصل.

مثال 4

إذا كان المتغير العشوائي X يمثل أوزان الطلاب في مدرستك، فهل X متغير منفصل أم متصل؟
 الحل:

يمكن أن تتراوح أوزان الطلاب في المدرسة بين 40 كيلوجرام إلى 90 كيلوجرام.
 من الواضح أن هناك أعدادًا غير منتهية وغير قابلة للعد من القيم الممكنة التي يمكن أن يأخذها هذا المتغير العشوائي، إذن X متغير عشوائي متصل.

تحقق من فهمك 2

- هل الجملة صحيحة أم غير صحيحة فيما يأتي؟
a. المتغير الذي يمثل أسعار الأسهم في البورصات العالمية، يعد متغيرًا عشوائيًا منفصلًا.
b. المتغير الذي يمثل عدد المصابين بمرض السكري في المملكة العربية السعودية، يعد متغيرًا عشوائيًا متصلًا.
- أعط أمثلة لمتغيرات عشوائية منفصلة، وأخرى متصلة، ثم قدّم مقترحات حول استعمالات كل منها في مسارك التخصصي.

118

تحقق من فهمك 2

1. (a) خطأ.
 (b) خطأ.
2. **إجابة ممكنة؛ بالنسبة لمسار الصحة والحياة:**
 - نسبة الإصابات بالحمى القلاعية بين الأغنام (متغير عشوائي متصل).
 - عدد العظام في جسم الإنسان (متغير عشوائي منفصل).
 - مستوى السكر في الدم (متغير عشوائي متصل).**إجابة ممكنة؛ بالنسبة لمسار إدارة الأعمال:**
 - نسبة القطاعات الإدارية التي جرت أتمتها في محافظات المملكة العربية السعودية (متغير عشوائي متصل).
 - عدد الموظفين في قسم الموارد البشرية (متغير عشوائي منفصل).
 - عدد أنواع الهياكل التنظيمية (متغير عشوائي منفصل).





www.ien.edu.sa

- تعرّف الارتباط في البيانات الكمية والنوعية، وأميّز المتغيرات المستقلة والتابعة.
- أحسب معامل الارتباط بين متغيرين، وأستخدمه في تحديد نوع الارتباط وقوته، وأفسره لاتخاذ القرارات المناسبة.



تمهيد:

■ أسأل طلابك: ما العلاقة بين سرعة الرياح وتوليد الكهرباء؟

إجابة ممكنة:

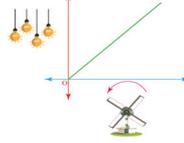
تعد سرعة الرياح من أنواع الطاقة النظيفة والبديلة لتوليد الكهرباء، فكلما زادت سرعة الرياح أسهم ذلك في تحريك المحركات التي تولد طاقة عالية لتوليد الكهرباء.

◀ كيف يمكن وصف العلاقة بين متغيرين؟

يريد باحث معرفة ما إذا كان هناك علاقة بين كمية الكهرباء المولدة (Y) عن مروحة هوائية وسرعة الرياح (X)، بمعنى هل التغير في سرعة الرياح يؤثر في كمية توليد الكهرباء؟

لتوليد الكهرباء باستخدام مروحة هوائية؛ إذا زادت سرعة الرياح، سيزداد ناتج التوليد وفقًا لذلك، وبالتالي، فإن السرعة المتغيرة X وكمية الكهرباء Y بينهما علاقة.

◀ ما مفهوم الارتباط بين متغيرين؟



الارتباط (Correlation)

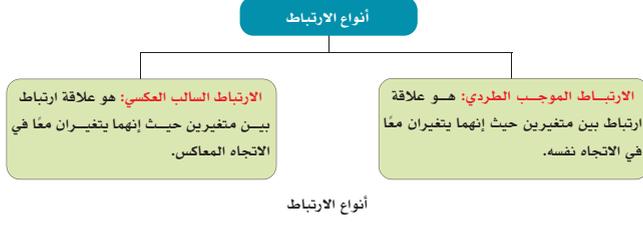
وصف علاقة بين متغيرين من حيث قوتها، كل من المتغيرين يأخذ قيمًا ويمثلان مجموعة من البيانات عند عرضهما معًا بواسطة زوج من المتغيرات العشوائية (X,Y)، حيث X هو المتغير المستقل (independent variable) و Y متغير تابع لـ X (dependent variable)، يقوم الباحث بتحديد قيم المتغير المستقل X الذي تعتمد قيم المتغير التابع Y عليه.

فلذا كان تغير أحد المتغيرين يعتمد كليًا على تغير الآخر فنقول إن الارتباط بينهما تام، مثل: العلاقة بين مساحة الدائرة ونصف قطرها، أما إذا كان تغير أحدهما لا يعتمد على تغير الآخر فنقول إن الارتباط بينهما غير تام، مثل: العلاقة بين وزن الفرد وطوله، أو بين التحصيل وعدد ساعات الدراسة، أو بين الدخل والمصروفات.



أنواع الارتباط:

للارتباط نوعان: ارتباط موجب (طردي)، وارتباط سالب (عكسي).



عند النظر في الارتباط بين متغيرين يؤخذ بعين الاعتبار نوع البيانات التي يمثلانها؛ فالارتباط في البيانات الكمية يختلف عنه في البيانات النوعية.

الارتباط في البيانات الكمية

يمكن التعبير عن الارتباط في البيانات الكمية ووصفه بيانياً من خلال رسم شكل الانتشار، أو جبرياً بحساب معامل الارتباط.

شكل الانتشار (Scatter Plot):

وسيلة أولية يعرف الباحث من خلالها نوع الارتباطات بين المتغيرات الكمية (طردي، عكسي)، ومستوى قوتها (قوي، ضعيف، لا يوجد ارتباط).

يحدد شكل الانتشار طبيعة العلاقة بين المتغيرين X , Y ، حيث يمثل أحد المتغيرين X على المحور الأفقي، والمتغير الآخر Y على المحور الرأسي، وتكون لكل قيمة للمتغير X قيمة مناظرة للمتغير Y في الرسم البياني، ويتم تحديد الأزواج المرتبة (X, Y) بنقاط تمثل شكل الانتشار.

أي أن رسم شكل الانتشار وتحليله يساعد في الإجابة عن الأسئلة الآتية: هل هناك علاقة بين المتغيرين؟ وإن وجدت فما مدى قوتها واتجاهها؟

ذكر طلابك أن استعمال التمثيلات البيانية يسهل الفهم،
ويساعد على استنتاج العديد من الخصائص والملاحظات.



تفكير ناقد



إجابة ممكنة:

يمكن لصاحب العمل أن يوقف أو يقنن ساعات العمل الإضافي عندما يلاحظ عدم وجود ارتباط بين عدد ساعات العمل ونسبة الإنجاز.

مثال 1

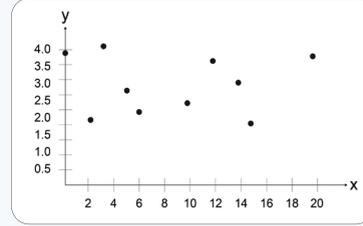


تعرض البيانات الآتية عدد ساعات العمل الإضافية التي يقضيها أحد الموظفين أسبوعيًا، ونسبة إنجازته.

ارسم شكل الانتشار، وهل يوجد هناك ارتباط بين المتغيرين؟ حدد نوع الارتباط.

عدد الساعات (X)	نسبة الإنجاز (Y)
5	3.1
15	1.8
14	3
20	3.7
2	2.2
10	2.4
6	2.5
0	3.9
3	4
13	3.6

الحل:



في رسم شكل الانتشار يظهر عدم وجود ارتباط خطي بين المتغيرين، مما يعني أن عدد الساعات الإضافية التي يقضيها الموظف في الأسبوع قد لا تكون ذات علاقة بمعدل إنجاز العمل.

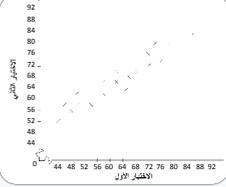
كيف يستفيد صاحب العمل من هذا النوع من الدراسات؟



تفكير ناقد

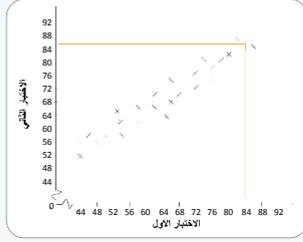


مثال 2



يعرض شكل الانتشار نتائج اختبارين لفصل من 26 طالباً، إذا حصل طالب على 84 في الاختبار الأول، فكم يمكن أن تكون نتيجته في الاختبار الثاني؟

الحل:



من شكل الانتشار يتضح أنه عندما تكون درجة الطالب في الاختبار الأول 84، فإن النتيجة في الاختبار الثاني يمكن أن تكون 85 تقريباً.

تحقق من فهمك 1

1. تعرض البيانات الآتية أطوال عدد من نباتات الظل ومعدلات الإصابة بالتبرقش لدى تلك النباتات.

الأطوال بالسنتيمتر (X)	68	64	78	75	62	70	65	72	68	90
معدل التبرقش (Y)	72	65	70	98	93	85	88	85	85	90

ارسم شكل الانتشار لهذه البيانات، وهل هناك ارتباط بين المتغيرين؟ حدد نوعه إن وجد.

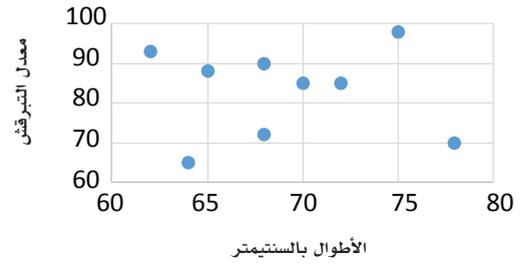
2. يوضح شكل الانتشار الآتي العلاقة بين عدد الأيام التي خضع فيها عدد من الأطفال المصابين باضطراب فرط الحركة لتلقي العلاج ونسبة التركيز لديهم أثناء الحصة الدراسية، استخدم شكل الانتشار لتحديد أفضل نسبة تركيز يمكن أن يحققها طفل تلقى العلاج على مدى 150 يوماً.

124

تحقق من فهمك 1

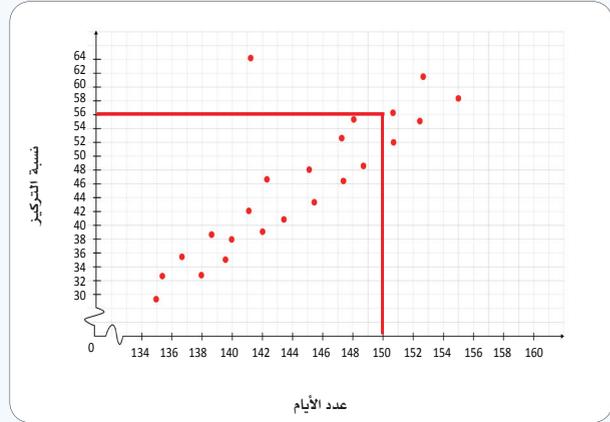
1.

العلاقة بين أطوال النباتات ومعدلات الإصابة بالتبرقش



رسم شكل الانتشار يوضح أنه لا يوجد ارتباط بين متوسط أطوال نباتات الظل ومعدلات الإصابة بالتبرقش.

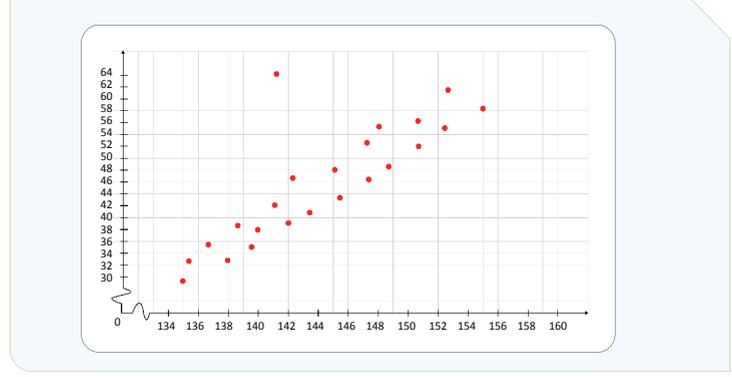
2.



يوضح الرسم أن أفضل نسبة تركيز يمكن أن يحققها طفل تلقى العلاج على مدى 150 يوماً هي 56%.



ملحوظات:



اضطراب نقص الانتباه

اضطراب نقص الانتباه وفرط الحركة هو مرض يصيب الأطفال قبل سن 12 ، ويتسبب في خلق مشكلات لدى الأطفال في المنزل والمدرسة بشكل مستمر، مثل: مشاكل التعلّم أو اللغة، الأمراض المزاجية: مثل الاكتئاب أو القلق، واضطرابات النوم، ويخضع المصابون بالمرض لتقييم دقيق للحالة، مع تقديم أدوية متخصصة ومعالجات سلوكية متنوعة.

قوة الارتباط:

يستخدم معامل الارتباط لحساب قوة الارتباط بين متغيرين.



معامل الارتباط r يسمى أيضاً
معامل بيرسون Pearson. نسبة
للإحصائي الإنجليزي كارل
بيرسون (1857-1936).

معامل الارتباط (Correlation Coefficient):

قيمة تحدد الارتباط بين متغيرين، ويرمز له بالرمز r .

تتراوح قيمة معامل الارتباط من -1 إلى +1، أي أن قيمته
لا يمكن أن تتجاوز هذا النطاق.

تعني قيمة معامل الارتباط -1 أن هناك ارتباطاً عكسياً تاماً، بينما تعني قيمة معامل الارتباط +1 أن هناك ارتباطاً
طردياً تاماً، وعندما تكون قيمة معامل الارتباط 0 فتعني أنه لا توجد علاقة بين المتغيرين.



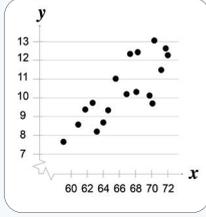
ويوضح الجدول الآتي قوة الارتباط حسب قيمة معامل:

قوة الارتباط	قيمة معامل الارتباط
ارتباط طردي تام	+1
ارتباط طردي قوي	من 0.70 إلى 0.99
ارتباط طردي متوسط	من 0.50 إلى 0.69
ارتباط طردي ضعيف	من 0.01 إلى 0.49
لا يوجد ارتباط	0
ارتباط عكسي ضعيف	من -0.01 إلى -0.49
ارتباط عكسي متوسط	من -0.50 إلى -0.69
ارتباط عكسي قوي	من -0.70 إلى -0.99
ارتباط عكسي تام	-1

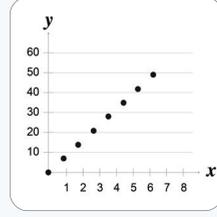
ملحوظات:

مثال 3

حدد نوع الارتباط ودرجته في الأشكال الآتية:



معامل الارتباط $r = 0.81$



معامل الارتباط $r = 1$

الحل:

a. ارتباط طردي تام.

b. ارتباط طردي قوي.

126

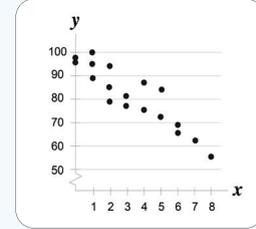


2 تحقق من فهمك

ارتباط عكسي قوي.

2 تحقق من فهمك

حدد نوع الارتباط ودرجته في الشكل الآتي:



معامل الارتباط $r = -0.8$

تذكر:

الرمز الرياضي $(\sum X)^2$ يعني مربع مجموع القيم، ولا يعني مجموع مربعات القيم.
 $(\sum X)^2 \neq \sum X^2$

يمكن حساب قيمة معامل الارتباط لبيانات المتغيرين X, Y باستخدام الصيغة الآتية:

$$r = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{n\sum X^2 - (\sum X)^2} \sqrt{n\sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$$

حيث n عدد أزواج البيانات، ويكون نطاق معامل الارتباط في الفترة $[-1, 1]$.

4 مثال

توضح البيانات الآتية درجات خمسة طلاب في مادتي الرياضيات والفيزياء، احسب معامل الارتباط بين درجات الطلاب في المادتين. ماذا تستنتج؟

الرياضيات (X)	الفيزياء (Y)
4	4
8	7
5	5
3	4



الحل:

الرياضيات (X)	الفيزياء (Y)	XY	X ²	Y ²
4	4	16	16	16
8	7	56	64	49
5	5	25	25	25
3	4	12	9	16
$\sum X = 20$	$\sum Y = 20$	$\sum XY = 109$	$\sum X^2 = 114$	$\sum Y^2 = 106$

بالتعويض عن هذه المجاميع، وعن $n=4$ ، في قانون معامل الارتباط:

$$r = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{n\sum X^2 - (\sum X)^2} \sqrt{n\sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$$
$$= \frac{4(109) - (20)(20)}{\sqrt{4(114) - (20)^2} \sqrt{4(106) - (20)^2}}$$
$$= \frac{36}{\sqrt{56}\sqrt{24}} = 0.98$$

إذن يوجد ارتباط طردي قوي بين درجات الطلاب في مادتي الرياضيات والفيزياء.

تحقق من فهمك 3

توضح البيانات الآتية دخل بعض الأسر "X"، وإنفاقها الشهري بمئات الريالات "Y".

X	65	68	50	39	48	58
Y	67	68	51	35	39	52

احسب معامل الارتباط لهذه البيانات، ماذا تستنتج؟

تحقق من فهمك 3

بالتعويض عن هذه المجاميع، وعن $n=6$ ، في قانون
معامل الارتباط:

X	65	68	50	39	48	58
Y	67	68	51	35	39	52
$\sum X = 328$	$\sum Y = 312$	$\sum XY = 17782$	$\sum X^2 = 18538$	$\sum Y^2 = 17164$		

$$r = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{n\sum X^2 - (\sum X)^2} \sqrt{n\sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$$
$$= \frac{6(17782) - (328)(312)}{\sqrt{6(18538) - (328)^2} \sqrt{6(17164) - (312)^2}}$$
$$= \frac{4356}{\sqrt{3644}\sqrt{5640}} = 0.96$$

إذن يوجد ارتباط طردي قوي بين دخل الأسرة والإنفاق الشهري.



الارتباط في البيانات النوعية

بفرض أن الظاهرة قيد الدراسة تحتوي على متغيرين نوعيين ترتيبيين، على سبيل المثال: قياس العلاقة بين تقديرات الطلاب في مادتين، أو قياس العلاقة بين درجة تفضيل المستهلك لسلعة معينة ومستوى دخله.

في هذا النوع من البيانات يستخدم معامل سبيرمان (Spearman) لقياس مستوى الارتباط بين المتغيرين X و Y .

معامل ارتباط سبيرمان (Spearman Correlation Coefficient):

مقياس لمستوى الارتباط بين متغيرين نوعيين ترتيبيين، بناءً على رتب البيانات المرصودة.

يعتمد حساب معامل سبيرمان على استبدال البيانات بترتيبها داخل العينة، فيفرض أن العينة مكونة من n زوج مرتب وفق متغيرين X و Y . وأن المتغير X له رتبة R_x ، والمتغير Y له رتبة R_y ، و d تعني الفرق بين الرتبين، أي أن: $d = R_x - R_y$ ، فإن معامل سبيرمان لارتباط الرتبة ويرمز له بالرمز R يعطى بالصيغة الآتية:

$$R = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)}$$

ويأخذ معامل سبيرمان قيمة من -1 إلى +1، تعبر عن قوة ارتباط المتغيرين.

مثال 5

لدراسة العلاقة بين تقديرات الطلاب في مادة الإحصاء وتقديراتهم في مادة الرياضيات، اختير ثمانية طلاب وكانت تقديراتهم على النحو الآتي:

الإحصاء (X)	ضعيف	ممتاز	جيد	مقبول	جيد جداً
الرياضيات (Y)	مقبول	جيد	جيد جداً	ضعيف	ممتاز

هل هناك ارتباط بين المتغيرين X , Y ؟ ما نوعه؟ وما مدى قوته؟

ملحوظات:



الحل:

أولاً: حساب رتب التقديرات في المتغيرين، نفرض أن التقدير ضعيف تناظره رتبة منخفضة تساوي 1، يليها تقدير مقبول وتناظره الرتبة 2، ثم تقدير جيد وتناظره الرتبة 3، وهكذا.

ثانياً: حساب قيمة معامل سبيرمان كالآتي:

d^2	d	R_y	R_x	Y	X
1	-1	2	1	مقبول	ضعيف
4	2	3	5	جيد	ممتاز
1	-1	4	3	جيد جداً	جيد
1	1	1	2	ضعيف	مقبول
1	-1	5	4	ممتاز	جيد جداً
$\sum d^2 = 8$	$\sum d = 0$				

$$R = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2 - 1)}$$
$$= 1 - \frac{6(8)}{5(25 - 1)} = 0.6$$

أي أن هناك علاقة ارتباط طردية متوسطة بين تقديرات الطلاب في الإحصاء وتقديراتهم في الرياضيات.

تحقق من فهمك 4

فيما يأتي تقديرات عشرة طلاب في اختبارين، أحدهما للغة الإنجليزية والآخر للغة العربية:

اللغة الإنجليزية	ضعيف	جيد	مقبول	جيد جداً	مقبول	جيد	مقبول	جيد جداً	مقبول	جيد	جيد جداً	جيد
اللغة العربية	مقبول	جيد جداً	جيد	ممتاز	ضعيف	جيد	جيد جداً	جيد	ممتاز	ضعيف	ممتاز	ضعيف

هل هناك ارتباط بين المتغيرين؟ ما نوعه؟ وما مدى قوته؟

130

تحقق من فهمك 4

أولاً: حساب رتب التقديرات في المتغيرين، نفرض أن التقدير (ضعيف) تناظره رتبة منخفضة تساوي 1، يليها تقدير (مقبول) وتناظره الرتبة 2، ثم تقدير (جيد) وتناظره الرتبة 3، وهكذا.

ثانياً: حساب قيمة معامل سبيرمان كالآتي:

d^2	d	R_y	R_x	Y	X
1	-1	2	1	مقبول	ضعيف
1	-1	4	3	جيد جداً	جيد
1	-1	3	2	جيد	مقبول
1	-1	5	4	ممتاز	جيد جداً
1	1	1	2	ضعيف	مقبول
1	-1	3	2	جيد	مقبول
1	-1	4	3	جيد جداً	جيد
0	0	3	3	جيد	جيد
1	-1	5	4	ممتاز	جيد جداً
4	2	1	3	ضعيف	جيد
$\sum d^2 = 12$	$\sum d = -4$				

$$R = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2 - 1)}$$

$$= 1 - \frac{6(12)}{10(100 - 1)} = 0.928$$

أي أن هناك علاقة ارتباط طردية قوية بين تقديرات الطلاب في اللغة الانجليزية وتقديراتهم في اللغة العربية.





www.iien.edu.sa

في هذا الدرس • أكتب معادلة الانحدار الخطي البسيط، وأستخدمها في تمييز العلاقات الخطية بين المتغيرات والتنبؤ بقيمتها.

قبل البدء بالدرس ناقش مع طلابك مفهوم الدالة الخطية، وأهميتها؟

الدالة الخطية ببساطة هي: معادلة خطية؛ تُحوّل لترابط بين متغيرين (مستقل وتابع)، وتُمثّل بيانياً بخط مستقيم.

تمهيد:

■ اسأل طلابك: اعط أمثلة لتطبيقات واقعية حول استخدام شكل الانتشار.

إجابة ممكنة:

مستوى تحصيل الطلاب خلال فترات زمنية متعاقبة، تأثير الإصابة بارتفاع ضغط الدم على مستوى السكر في الدم، تأثير أتمة الجهاز الإداري على الإنتاج.

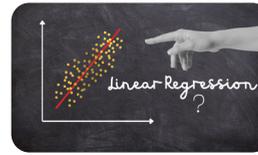
■ كيف يساعد شكل الانتشار على تفسير وتحليل النتائج؟ يسهم النظر في شكل تجمع البيانات والاتجاه الذي تسلكه في تحديد الارتباط بين المتغيرات ومدى قوته، وهو ما يساعد على التوصل لاستنتاجات صحيحة ودقيقة.

■ هل يساعد وجود شكل الانتشار على التنبؤ؟ أعط أمثلة.

إجابة ممكنة:

نعم؛ فعلى سبيل المثال يمكن من خلال قراءة معدلات استخدام الأجهزة الذكية منذ عام 2012 م في المملكة العربية السعودية ملاحظة النمو الهائل في اقتنائها واستعمالها، وهو ما قد يشير إلى نمو أكبر في أسواق بيع الأجهزة الذكية، وحتى نتأكد من ذلك فإن عرض البيانات من خلال شكل الانتشار سيساعد في معرفة اتجاه النمو وقوته للمبيعات خلال الأعوام العشرة المقبلة مثلاً.

أخبر طلابك أن وجود الدوال يساعد على التنبؤ، حيث يمكن ببساطة وضع مدخلة (قيمة للمتغير المستقل) وحساب المخرجة (قيمة للمتغير التابع)، وفي حالة الدالة الخطية فإن التنبؤ يكون مباشراً وبسيطاً حيث يؤدي وجود قيمة للمتغير المستقل للتنبؤ استناداً لقيمة المتغير التابع، بخلاف الانحدار الخطي المتعدد الذي تتداخل فيه عدة متغيرات (سيدرسه الطلاب مستقبلاً).



فكر كيف يمكن الاستفادة من شكل الانتشار في مجالات الحياة مختلفة؟

يوظف العلماء شكل الانتشار في التنبؤ في العديد من المجالات، وذلك باستخدام نموذج رياضي يُعرف بـ "خط الانحدار"، فعلى سبيل المثال: يستخدم علماء الأحياء والعلوم السلوكية خط الانحدار للتنبؤ بسلوك الكائنات والبشر، ويستخدمه علماء التقنيات الرقمية وعلم البيانات

والذكاء الاصطناعي في حل مشكلات حاسوبية معقدة.

وهو عبارة عن ارتباط خطي بين متغيرين، حيث يمثل المتغير المستقل X متغير التنبؤ، فيما يمثل المتغير Y الاستجابة أو التوقع الناتج عن هذا التنبؤ، ومن المهم الإشارة إلى أن خط الانحدار يمثل معادلة خطية من الدرجة الأولى.

ما الغرض من استخدام الانحدار الخطي البسيط؟

يستخدم الانحدار الخطي البسيط لدراسة تأثير متغير كمي (المتغير المستقل) على متغير كمي آخر (المتغير التابع)، على سبيل المثال:

- دراسة تأثير الإنتاج على التكلفة.
- دراسة تأثير كمية السماد على إنتاجية المزرعة.
- دراسة تأثير كمية البروتين التي يتناولها الشخص على وزنه.

الانحدار الخطي البسيط (Simple Linear Regression)

هو معادلة خطية من الدرجة الأولى، تعبر عن المتغير التابع كدالة في المتغير المستقل.

1 تحقق من فهمك

من الجدول: $n = 5$

x^2	xy	التكلفة بالريالات y	كمية الزجاج المسطح بالطن X
64	144	18	8
16	44	11	4
225	435	29	15
49	126	18	7
36	84	14	6
$\sum x^2 = 390$	$\sum xy = 833$	$\sum y = 90$	$\sum x = 40$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{40}{5} = 8$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{90}{5} = 18$$

بالتعويض في معادلة ميل خط الانحدار البسيط:

$$m = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$= \frac{5(833) - 40(90)}{5(390) - (40)^2}$$

$$= 1.61$$

بالتعويض في معادلة التقاطع مع محور y :

$$b = \bar{y} - m\bar{x}$$

$$= 18 - 1.61(8)$$

$$= 5.12$$

بالتعويض عن قيمتي m و b في معادلة خط الانحدار

البسيط تكون معادلة خط الانحدار البسيط لكمية البروتين

(x) على زيادة الوزن (y):

$$\hat{y} = 1.61x + 5.12$$

بما أن قيمة الميل $m = 1.61$ موجبة فإن الارتباط بين

المتغيرين ارتباط طردي.

بالتعويض في معادلة التقاطع مع محور y :

$$b = \bar{y} - m\bar{x}$$

$$= 14 - 0.14(32)$$

$$= 9.4$$

بالتعويض عن قيمتي m و b في معادلة خط الانحدار البسيط تكون معادلة خط الانحدار البسيط لكمية البروتين (x) على زيادة الوزن (y):

$$\hat{y} = 0.14x + 9.4$$

بما أن قيمة الميل $m = 0.14$ موجبة فإن الارتباط بين المتغيرين ارتباط طردي، أي أن وزن العجل الرضيع يرتبط طردياً مع كمية البروتين.

1 تحقق من فهمك

إذا كانت " x " هي أسعار استيراد كمية الزجاج المسطح بالطن المقابلة لـ " y " التي تعبر عن مقدار التكلفة بالريالات.

كمية الزجاج المسطح بالطن X	6	7	15	4	8
التكلفة بالريالات Y	14	18	29	11	18

اكتب معادلة خط الانحدار البسيط لهذه البيانات، وفسر العلاقة بين المتغيرين.

يمكن استخدام معادلة الانحدار البسيط في التنبؤ بقيم المتغير التابع y .

التنبؤ (Prediction):

هو معرفة القيمة المستقبلية لمتغير كمي تابع y بناءً على دراسة وتحليل متغير كمي مستقل x ، والعلاقة الخطية التي تربط بينهما.

على سبيل المثال: يمكن لمدير شركة أن يتوقع زيادة في الطلب المحلي على منتج معين؛ على أساس مبيعات الناتج المحلي الإجمالي، فبعد إيجاد معادلة خط الانحدار البسيط يمكن استخدام هذه المعادلة للتنبؤ بقيم y ، باستبدال قيمة x المعطاة في معادلة خط الانحدار البسيط، ثم حساب \hat{y} (قيمة y المتوقعة).

يصف بعضهم التنبؤ بأنه الناتج النهائي لتحليل وتفسير

البيانات، والغاية الأهم من علم الإحصاء.



إذا كانت معادلة خط الانحدار البسيط لكمية الإنتاج (x) بتكلفة (y) بالآلاف الريالات هي

$$\hat{y} = 0.134x + 9.44$$

استخدم هذه المعادلة للتنبؤ بمقدار التكلفة المتوقعة في الحالات الآتية، وفسر تأثير قيمة الميل في المعادلة:

a. عدم وجود إنتاج.

b. كمية الإنتاج = 50 x.

الحل:

a. عدم وجود إنتاج يعني أن $x = 0$ فتكون التكلفة 9,44 ألف ريال.

b. إذا كانت كمية الإنتاج = 50 وحدة فإن:

$$\begin{aligned}\hat{y} &= 0.134(50) + 9.44 \\ &= 16.59\end{aligned}$$

وهذا يعني أنه عندما تصل كمية الإنتاج إلى 50 وحدة فإن التكلفة تبلغ نحو 16,59 ألف ريال.

وتدل قيمة الميل $m = 0,134$ على أنه كلما زادت كمية الإنتاج وحدة واحدة، حدثت زيادة في التكلفة بمقدار 134 ريالاً.

إذا كانت معادلة خط الانحدار البسيط لإنتاج مادة الإسفلت (بملايين البراميل) x والاستهلاك المحلي لها y هي:

$$\hat{y} = 0.36x + 3.26$$

استخدم هذه المعادلة للتنبؤ بقيمة الاستهلاك المحلي عندما يصل الإنتاج إلى 16 مليون برميل.

الفرق بين الارتباط والانحدار

الانحدار	الارتباط
يدرس تأثير المتغير المستقل على المتغير التابع.	يشير إلى طبيعة ومدى العلاقة الخطية بين المتغيرين.
معامل الانحدار الموجب: يعني أنه لكل زيادة وحدة في x هناك زيادة مقابلة في y.	ترتبط المتغيرات ارتباطاً طردياً أو عكسياً إذا كان لمعامل الارتباط قيمة موجبة أو سالبة على التوالي.
معامل الانحدار السالب: يعني أنه لكل زيادة وحدة في x هناك انخفاض مقابل في y.	

تحقق من فهمك 2

$$X = 16$$

وبالتعويض في المعادلة:

$$\hat{y} = 0.36(16) + 3.26 = 9.02$$

إذن عندما يكون الإنتاج قد وصل إلى 16 مليون برميل

فإن كمية الاستهلاك المحلي تساوي 9.02 مليون برميل

اسمنت.



تقويم ختامي

1: عيّن نوع المتغير العشوائي (متصل، منفصل) في العبارات الآتية:

- عدد الأطفال في الأسرة.
- معدل هطول الأمطار على مدار عام.
- نسبة الزيوت الطيارة في البخور.
- متوسط عدد ساعات الجرد السنوي في المخازن.
- عدد السكان في جمهورية التشيك.
- معدل النمو السكاني في دول الخليج العربي.
- عدد الأهداف التي سجلها أحد اللاعبين.
- أوزان الطلاب في مدارس مدينة صيبيا.
- سرعة المركبات والسيارات التي تعبر طريق طريق الملك عبد الله.
- أطوال الطلاب الملتحقين بكلية الملك فهد للعلوم الأمنية.

2: اكمل الجدول بما يناسب من العبارات الآتية:

- التدخين سبب رئيس للإصابة بأمراض القلب والشرايين.
- انخفاض الانبعاث الكربوني مرهون بخفض أدخنة المصانع.
- بطء سلاسل الإمداد أحد أسباب ارتفاع الأسعار.
- أحد أسباب استعمال البولييمرات في صنع أواني المطبخ هو تمتعها بخاصية العزل الحراري.

العبارة	المتغير المستقل	المتغير التابع
a		
b		
c		
d		

136

:1

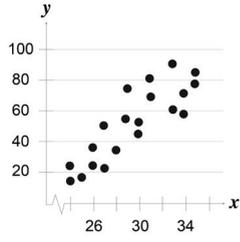
- منفصل.
- متصل.
- متصل.
- متصل.
- منفصل.
- متصل.
- منفصل.
- متصل.
- متصل.
- متصل.

:2

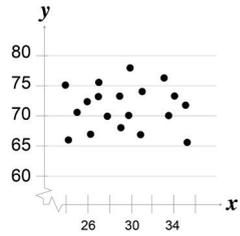
العبارة	المتغير المستقل	المتغير التابع
a	التدخين.	الإصابة بأمراض القلب والشرايين.
b	الانبعاث الكربوني.	أدخنة المصانع.
c	بطء سلاسل الإمداد.	ارتفاع الأسعار.
d	بخاصية العزل الحراري.	استعمال البولييمرات في صنع أواني المطبخ.



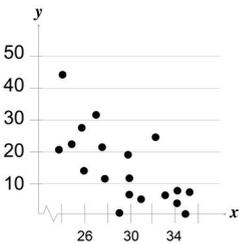
3:



ارتباط طردي



لا يوجد ارتباط



ارتباط عكسي

(b) نعم، يمكن التنبؤ بقوة العلاقة من شكل الانتشار، فإذا كانت جميع النقاط تقع مباشرة على خط مستقيم ميله موجب (أو سالب) فتكون العلاقة طردية قوية (أو عكسية قوية). وإذا كانت جميع النقاط على شكل الانتشار منتشرة بشكل قريب من خط مستقيم ميله موجب (أو سالب) فتكون العلاقة طردية (أو عكسية). وإذا كانت جميع النقاط على شكل الانتشار منتشرة بشكل بعيد عن خط المستقيم فلا توجد هناك علاقة.

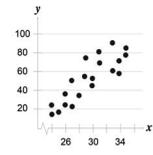
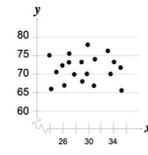
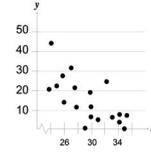
4:

1- (a) ارتباط خطي طردي قوي.

2- (b) -0.6

3- (a) ارتباط طردي متوسط.

3: a. اكتب نوع الارتباط المناسب (ارتباط عكسي، ارتباط طردي، لا يوجد ارتباط) لكل شكل انتشار فيما يأتي:



b. هل يمكن التنبؤ بقوة العلاقة من شكل الانتشار؟ وضع إجابتك.

4: اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

1. يمثل معامل ارتباط قيمته 0.8:

a. ارتباط خطي طردي قوي.

b. ارتباط خطي طردي متوسط.

c. ارتباط خطي عكسي قوي.

d. ارتباط خطي عكسي متوسط.

2. القيمة التي تمثل ارتباطاً عكسياً متوسطاً:

a. 0.7

b. -0.6

c. -0.2

d. 1

3. الارتباط الذي تعبر عنه قيمة معامل الارتباط $0.5 < r < 0.7$:

a. ارتباط طردي متوسط.

b. ارتباط طردي تام.

c. ارتباط عكسي ضعيف.

d. ارتباط عكسي تام.



تقويم ختامي

5: يريد باحث تحديد ما إذا كانت هناك علاقة خطية بين دخل الأسرة X ومقدار الادخار Y (بالآلاف الريالات)، حيث توضح البيانات الآتية المتغيرين X, Y لسبع أسر:

60	72	59	42	48	65	50	دخل الأسرة X
6	7	10	5	5	8	4	مقدار الادخار Y

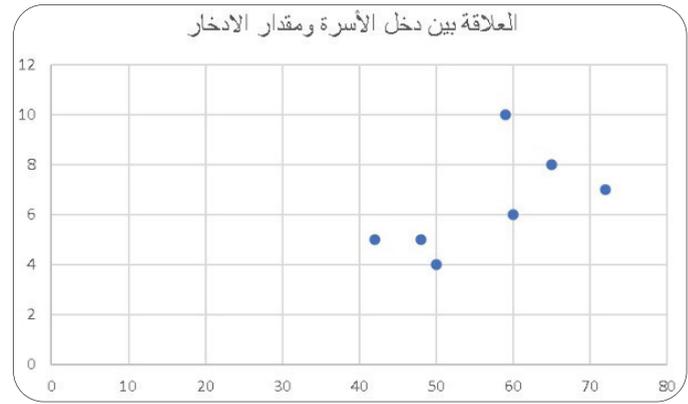
- a. حدد المتغير المستقل والمتغير التابع.
 b. ارسم شكل الانتشار للبيانات.
 c. احسب معامل الارتباط، هل يوجد ارتباط بين المتغيرين؟
 d. باعتقادك، ما العوامل المؤثرة على ادخار الأسرة؟ وضع إجابتك.
 6: صل العبارات في (A) بما يناسبها من الرموز في (B).

(B)	(A)
b	قيمة y المتوقعة عند قيمة X المقابلة لها
\hat{y}	ميل معادلة خط الانحدار البسيط
M	مقطع المحور y
\bar{y}	النقطة التي يمر بها خط الانحدار دائماً
(\bar{x}, \bar{y})	المتوسط الحسابي للمتغير y

- 7: أعط أمثلة من مسارك التخصصي على علاقات ارتباطية بين متغيرات.
 8: العبارة "يكشف معامل ارتباط بيرسون عن قوة واتجاه العلاقة بين رُتب متغيرين" هل هي صحيحة دائماً، أم صحيحة أحياناً، أم غير صحيحة أبداً؟ برر إجابتك.

5:

- (a) المتغير المستقل هو دخل الأسرة،
 المتغير التابع هو مقدار الادخار.
 (b) شكل الانتشار:



- (c) بالتعويض عن هذه المجاميع، وعن $n = 7$ ، في قانون معامل الارتباط:

Y^2	X^2	XY	Y	X
16	2500	200	4	50
64	4225	520	8	65
25	2304	240	5	48
25	1764	210	5	42
100	3481	590	10	59
49	5184	504	7	72
36	3600	360	6	60
$\sum Y^2 = 315$	$\sum X^2 = 23058$	$\sum XY = 2624$	$\sum Y = 45$	$\sum X = 396$

6:

(B)	(A)
b	قيمة y المتوقعة عند قيمة X المقابلة لها
\hat{y}	ميل معادلة خط الانحدار البسيط
M	مقطع المحور y
\bar{y}	النقطة التي يمر بها خط الانحدار دائماً
(\bar{x}, \bar{y})	المتوسط الحسابي للمتغير y

$$r = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{n\sum X^2 - (\sum X)^2} \sqrt{n\sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$$

$$= \frac{7(2624) - (396)(45)}{\sqrt{7(23058) - (396)^2} \sqrt{7(315) - (45)^2}}$$

$$= \frac{548}{\sqrt{4590} \sqrt{180}} = 0.60$$

إذن يوجد ارتباط طردي متوسط بين دخل الأسرة ومقدار الادخار.

(d) إجابة ممكنة:

عدد أفراد الأسرة، المستوى التعليمي للأبوين، الوضع الصحي لأفراد الأسرة.



7:

إجابة ممكنة:

- عدد الساعات التي يقضيها الطالب في ممارسة الرياضة كل أسبوع ومؤشر كتلة الجسم لديه.
- طول الشخص والتاريخ الوراثي للطول.
- معدل الإنفاق على تطوير القطاع الإداري ومعدلات الإنتاج الصناعي.
- عدد سنوات الخبرة للموظف، وعدد الترقيات التي حصل عليها.

8:

غير صحيحة أبداً؛ يقيس معامل ارتباط بيرسون العلاقة بين متغيرين كل منهما متصل، وعند حساب هذا المعامل يفترض أن العلاقة بين المتغيرين علاقة خطية كما يفترض تجانس التباين، بينما معامل ارتباط سبيرمان يقيس العلاقة بين متغيرين ترتيبيين، لكن لا يشترط وجود علاقة خطية بين المتغيرين، وعلى الرغم من أن معامل ارتباط بيرسون وسبيرمان قد يتساوى بين متغيرين عندما تكون العلاقة منعدمة أو عشوائية، فإنه من المنطقي عدم التعويل على معامل ارتباط بيرسون لإيجاد العلاقة بين رتب متغيرين.

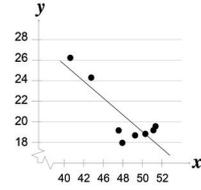
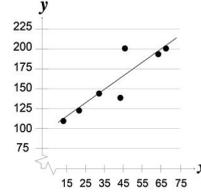
9: اكتب معادلة الانحدار الخطي البسيط من المجموعة (A) تحت الرسم البياني المناسب لها من المجموعة (B):

المجموعة (A)

$$\hat{y} = -x + 50 \quad .a$$

$$\hat{y} = 1.6x + 83 \quad .b$$

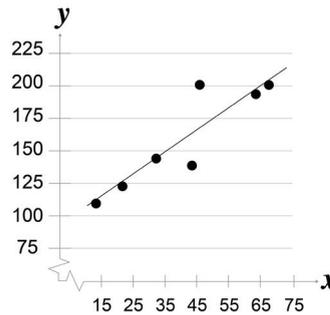
المجموعة (B)



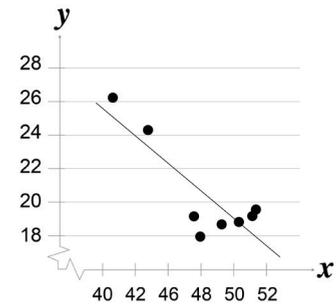
139

9:

المجموعة (B)



$$\hat{y} = 1.6x + 83$$



$$\hat{y} = -x + 50$$



تطبيقات - مسار الصحة والحياة

• أجراء تحليلًا إحصائيًا استدلاليًا للكشف عن الارتباط والعلاقات الخطية بين المتغيرات المرتبطة بالصحة والحياة، باستخدام برنامج الجداول الإلكترونية، بشكل احترافي، فردياً وضمن فريق.

تطبيق:

في الجدول الآتي قائمتان من البيانات تمثلان متغيرين: "X" الذي يعبر عن العمر لعشرة أشخاص، و"Y" الذي يعبر عن قياس ضغط الدم لديهم. باستخدام برنامج الجداول الإلكترونية (إكسل Excel) احسب معامل الارتباط، وارسم شكل الانتشار، وخط الانحدار البسيط للمتغيرين.

العمر X	16	25	39	45	49	64	70	79	57	22
قياس ضغط الدم Y	109	122	143	132	199	185	199	130	175	118

اتبع الخطوات الآتية:

• أولاً: حساب قيمة معامل الارتباط باستخدام وظيفة CORREL :

إدخال البيانات في برنامج الجداول الإلكترونية كالآتي:

تنبيهات:

- تؤدي التطبيقات التقنية دوراً في فهم طلابك؛ بسبب تخفيفها الإجراءات الرياضية التي قد تكون من عوامل تشتت بعض الطلاب؛ خصوصاً من يواجهون مشكلات في التعامل مع الرياضيات، وبالتالي تساعدهم على التركيز على المفهوم الإحصائي المطلوب.
- تساعد التطبيقات التقنية الطالب على تعميق التعلم؛ من خلال حل مسائل معقدة بشكل أكثر سلاسة، وبالتالي تسهم في رفع مستوى الطلاب في التعلم.
- تواكب التطبيقات التقنية اهتمامات بعض فئات الموهوبين والمهتمين بالتقنية، وبالتالي تحفز على التعلم.
- التعامل مع التطبيقات التقنية عادةً ليس سهلاً على الجميع، ولذلك لا بد من توفير الوقت وإعطاء الطلاب فرصة للتعامل مع تلك التطبيقات واكتشاف الأخطاء والتعامل معها.
- اطلب من الطلاب المتميزين في التعامل مع التقنية مساعدة زملائهم في التعلم والتطبيق.
- إذا كان الطلاب يستخدمون أجهزتهم الخاصة فمن الضروري التأكد من فهمهم للمصطلحات والأيقونات في التطبيق حسب اللغة المعتمدة في جهاز الطالب.
- العمل في مجموعات والتعليم المصغر استراتيجيات تعلم قد تساعد على توفير الوقت والجهد عند التعامل مع التقنية.
- يستخدم الطلاب - غالباً - برنامج الجداول الإلكترونية (مايكروسوفت أوفيس - Excel)، ومن المهم أن تطلع على طريقة التطبيق قبل تقديم الدرس؛ حيث يمكنك الاطلاع على دروس متخصصة يقدمها التطبيق نفسه، أو من خلال مواقع التواصل الإلكتروني التي تقدم شروحات متنوعة لكيفية استخدام التطبيق.



1:

D	C	B	A	
		2	3	1
		2	4	2
		2	2	3
		1	2	4
		1	2	5
		1	2	6
	0.65465367			7
				8
				9
				10
				11
				12

معامل الارتباط = 0.65 إذن: نعم يوجد ارتباط طردي متوسط بين عدد المصابين وعدد الذين تحسنت حالتهم بشكل أسرع نتيجة للخضوع للدعم نفسي.

2:

أولاً: حساب رتب التقديرات في المتغيرين، نفرض أن التقدير (مقبولة) تناظره رتبة (منخفضة) تساوي 1، يليها تقدير (جيدة) وتناظره الرتبة 2، ثم تقدير (جيدة جداً) وتناظره الرتبة 3، وهكذا.

ثانياً: حساب قيمة معامل سبيرمان كما يأتي:

d ²	d	R _y	R _x	Y	X
1	-1	3	2	جيدة جداً	جيدة
0	0	1	1	مقبولة	مقبولة
1	1	3	4	جيدة جداً	ممتازة
0	0	2	2	جيدة	جيدة
1	1	2	3	جيدة	جيدة جداً
1	-1	2	1	جيدة	مقبولة
4	-2	4	2	ممتازة	جيدة
$\sum d^2 = 8$	$\sum d = 2$				

$$R = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2 - 1)}$$

$$= 1 - \frac{6(8)}{7(49 - 1)} = 0.86$$

أي أن هناك علاقة ارتباط طردية قوية بين السؤالين X, Y.

3:

(a) - Li, Be, B, C, N, O, F, Ne (ارتباط طردي قوي).

- Ar, K, Ca (لا يوجد ارتباط).

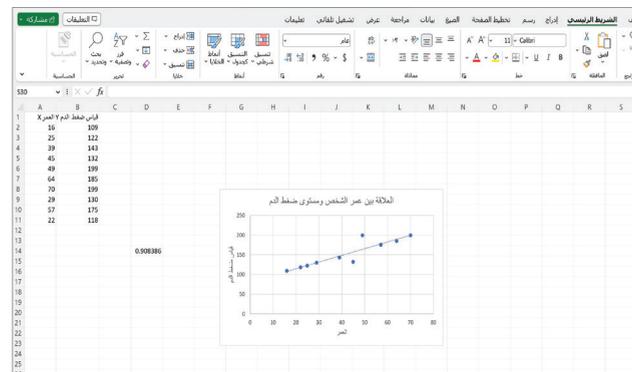
(b) غير صحيحة، مثال للعدد الذري H طاقة التأين تساوي

1240 تقريباً؛ بينما العدد الذري Ca طاقة التأين تساوي

470 تقريباً.



لاحظ أنه عند النقر على إشارة (+) في أعلى يسار الرسم تظهر قائمة مقترحة بإضافات مهمة للممثل البياني، مثل: كتابة عناوين للمحاور، وإضافة تنسيقات أخرى.



تمارين:

1: يرى الاختصاصي النفسي أن خضوع المصابين في حوادث سير عنيقة لدعم نفسي يمكن أن يحسن حالتهم بشكل أسرع نسبياً، ويستدل بتجربة قام فيها بإخضاع مجموعة من المصابين لدعم نفسي، حيث عرض البيانات من خلال الجدول الآتي:

عدد المصابين X					
2	2	2	2	4	3
عدد الذين تحسنت حالتهم بشكل أسرع نتيجة الخضوع لدعم نفسي Y					
1	1	1	2	2	2

احسب معامل الارتباط بين المتغيرين، باستخدام برنامج الجداول الإلكترونية، وقرر ما إذا كان الاختصاصي محققاً. فسّر إجابتك.

145

4:

Y ²	X ²	XY	Y	X
36	1	6	6	1
64	4	16	8	2
64	16	32	8	4
25	49	35	5	7
16	36	24	4	6
49	5184	63	7	9
$\sum Y^2 = 254$	$\sum X^2 = 187$	$\sum XY = 176$	$\sum Y = 38$	$\sum X = 29$

بالتعويض عن هذه المجاميع، وعن $n = 6$ ، في قانون معامل الارتباط

$$r = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{n\sum X^2 - (\sum X)^2} \sqrt{n\sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$$

$$= \frac{6(176) - (29)(38)}{\sqrt{6(187) - (29)^2} \sqrt{6(254) - (38)^2}}$$

$$= \frac{-46}{\sqrt{281} \sqrt{80}} = -0.31$$

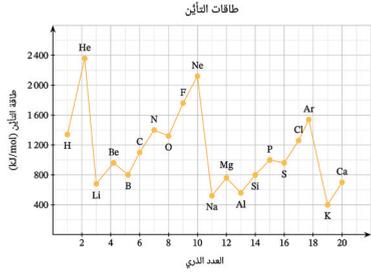
إذن يوجد ارتباط عكسي ضعيف بين عدد ساعات ممارسة الرياضة في الأسبوع وعدد

ساعات النوم.

2: توضح البيانات الآتية إجابات عينة من سبعة أشخاص؛ عن سؤالين الأول حول برامج العلاج الطبيعي، والثاني عن مدى استجابتهم للعلاج:

السؤال الأول X	جيدة	مقبولة	ممتازة	جيدة	جيدة جداً	مقبولة	جيدة
السؤال الثاني Y	جيدة جداً	مقبولة	جيدة جداً	جيدة	جيدة	مقبولة	ممتازة

احسب معامل سبيرمان لارتباط الرتب. فسر إجابتك.



3: يعرض التمثيل البياني المجاور طاقة التأين لعدد من العناصر.

a. دون إجراء حسابات؛ توقع قوة واتجاه الارتباط الخطي للعناصر:

Li, Be, B, C, N, O, F, Ne •
Ar, K, Ca •

b. وفقاً للتمثيل؛ هل العبارة "كلما زاد العدد الذري زادت طاقة التأين" صحيحة؟ فسر إجابتك.

4: توضح البيانات الآتية عدد ساعات ممارسة الرياضة في الأسبوع X ومعدل ساعات النوم اليومية Y كما يأتي:

X	1	2	4	7	6	9
Y	6	8	8	5	4	7

احسب معامل الارتباط الخطي، ما مدى قوة العلاقة الخطية بين المتغيرين؟

5: توضح البيانات الآتية العلاقة بين كثافة الهواء X وبين درجة الحرارة المثوية Y:

X (kg/m ³)	0.8	0.9	1	1.05	1.20	1.30	1.40
Y (C°)	200	140	100	80	40	20	0

باستخدام برنامج الجداول الإلكترونية:

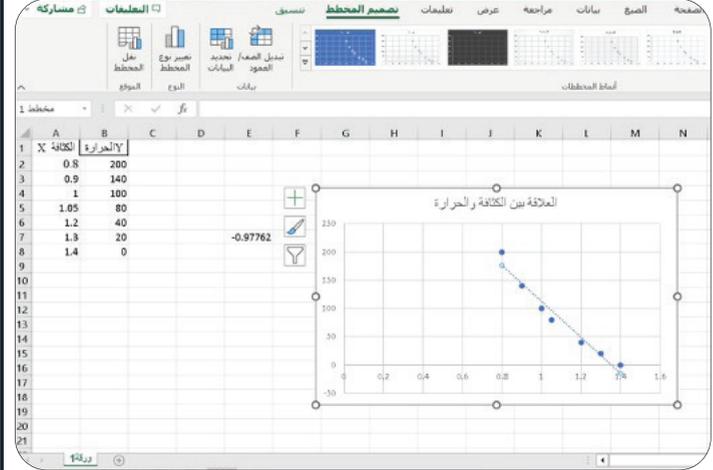
- احسب معامل الارتباط.
- ارسم شكل الانتشار.
- ارسم خط الانحدار.
- اكتب تقريراً عن النتيجة.

146

5:

(a) معامل الارتباط ≈ -0.98

(b) انظر الشكل أدناه:



(c) انظر الشكل أعلاه.

(d) من خلال قيمة معامل الارتباط وشكل الانتشار نلاحظ

أن الارتباط بين كثافة الهواء ودرجة الحرارة يمثل ارتباطاً عكسياً شبه تام. وذلك يعني أنه كلما زادت كثافة الهواء قلت درجة الحرارة والعكس صحيح.



تطبيقات - مسار إدارة الأعمال

تنبيهات:

- تؤدي التطبيقات التقنية دوراً في فهم طلابك؛ بسبب تخفيفها الإجراءات الرياضية التي قد تكون من عوامل تشتت بعض الطلاب؛ خصوصاً من يواجهون مشكلات في التعامل مع الرياضيات، وبالتالي تساعد على التركيز على المفهوم الإحصائي المطلوب.
- تساعد التطبيقات التقنية الطالب على تعميق التعلم؛ من خلال حل مسائل معقدة بشكل أكثر سلاسة، وبالتالي تسهم في رفع مستوى الطلاب في التعلم.
- تواكب التطبيقات التقنية اهتمامات بعض فئات المهنيين والمهتمين بالتقنية، وبالتالي تحفز على التعلم.
- التعامل مع التطبيقات التقنية عادةً ليس سهلاً على الجميع، ولذلك لا بد من توفير الوقت وإعطاء الطلاب فرصة للتعامل مع تلك التطبيقات واكتشاف الأخطاء والتعامل معها.
- اطلب من الطلاب المتميزين في التعامل مع التقنية مساعدة زملائهم في التعلم والتطبيق.
- إذا كان الطلاب يستخدمون أجهزة خاصة فمن الضروري التأكد من فهمهم للمصطلحات والأيقونات في التطبيق حسب اللغة المعتمدة في جهاز الطالب.
- العمل في مجموعات والتعليم المصغر استراتيجيات تعلم قد تساعد على توفير الوقت والجهد عند التعامل مع التقنية.
- يستخدم الطلاب - غالباً - برنامج الجداول الإلكترونية (مايكروسوفت أوفيس - Excel)، ومن المهم أن تطلع على طريقة التطبيق قبل تقديم الدرس؛ حيث يمكنك الاطلاع على دروس متخصصة يقدمها التطبيق نفسه، أو من خلال مواقع التواصل الإلكتروني التي تقدم شروحات متنوعة لكيفية استخدام التطبيق.

تطبيقات - مسار إدارة الأعمال

• أجراء تحليلًا إحصائيًا استدلاليًا للكشف عن الارتباط والعلاقات الخطية بين المتغيرات المرتبطة بإدارة الأعمال، باستخدام برنامج الجداول الإلكترونية، بشكل احترافي، فدياً وضمن فريق.

تطبيق:

في الجدول الآتي قائمتان من البيانات تمثلان متغيرين هما: "X" الذي يعبر عن مستوى تقدير الذات لدى الموظف، و "Y" ويعبر عن نسبة رفضه العمل بدوام إضافي، باستخدام برنامج الجداول الإلكترونية (كسل Excel) احسب معامل الارتباط، وارسم شكل الانتشار وخط الانحدار البسيط للمتغيرين.

مستوى تقدير الذات X	35	34	21.23	20	15	14.65	13	12.5	12
نسبة رفض العمل بدوام إضافي Y	1.5	0.12	2.11	3	4.65	5	5.5	6	6.01

اتبع الخطوات الآتية:

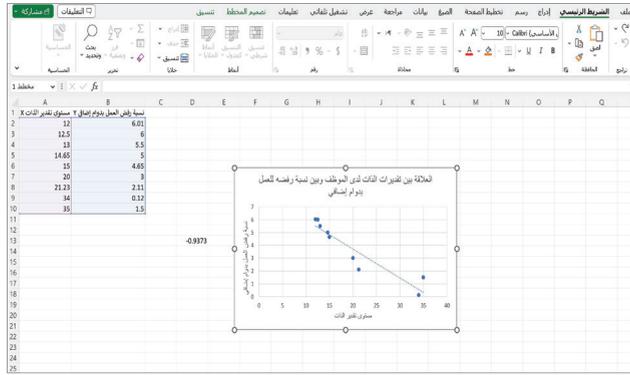
• أولاً: حساب قيمة معامل الارتباط باستخدام وظيفة CORREL:

إدخال البيانات في برنامج الجداول الإلكترونية كالآتي:



:1

لاحظ أنه عند النقر على إشارة (+) في أعلى يسار الرسم تظهر قائمة مقترحة بإضافات مهمة للتمثيل البياني؛ مثل: كتابة عناوين للمحاور، وإضافة تنسيقات أخرى.



تمارين:

1: توضح البيانات أدناه حجم الإنتاج X وحجم الصادرات Y للنفط الخام، في إحدى الدول (بالمليار برميل) خلال عدة سنوات كما يأتي:

حجم الإنتاج X	3	4	2	2	2
حجم الصادرات Y	2	2	1	1	1

احسب معامل الارتباط بين المتغيرين، باستخدام برنامج الجداول الإلكترونية، وفسر إجابتك.

2: توضح البيانات الآتية إجابات عينة من سبعة أشخاص؛ عن سؤالين الأول حول برامج الضمان الاجتماعي، والثاني عن مدى ملاءمتها لاحتياجات المستخدمين:

السؤال الأول X	جيدة	مقبولة	ممتازة	جيدة	جيدة جداً	مقبولة
السؤال الثاني Y	جيدة جداً	مقبولة	جيدة جداً	جيدة	جيدة	ممتازة

احسب معامل سبيرمان لارتباط الترتيب. فسر إجابتك.

152

(b) إجابة ممكنة:

في الربع الأول من العام (أي خلال الأشهر الثلاثة الأولى)؛ كان هناك ثبات في مستوى الإنتاج الصناعي ثم بدأ تزايد الإنتاج الصناعي بشكل كبير خلال نهاية الربع الأول (الشهر الثالث).
في الربع الثاني (خلال الأشهر الرابع والخامس والسادس) كان هناك تناقص ملحوظ في الإنتاج الصناعي، ولكن مع بداية الربع الثالث بدأ الإنتاج الصناعي في التحسن، ثم ثبت مستوى الإنتاج واستمر حتى نهاية الربع الرابع.

:4

(a) بالتعويض عن هذه المجاميع، وعن $v=n$ ، في قانون معامل الارتباط:

Y ²	X ²	XY	Y	X
144	1	12	12	1
64	100	80	8	10
196	25	70	14	5
25	225	75	5	15
81	9	27	9	3
9	576	72	3	24
4	900	60	2	30
$\sum Y^2 = 523$	$\sum X^2 = 1836$	$\sum XY = 396$	$\sum Y = 53$	$\sum X = 88$

D	C	B	A	
		2	3	1
		2	4	2
		2	2	3
		1	2	4
		1	2	5
		1	2	6
	0.65465367			7
				8
				9
				10
				11
				12
				13

معامل الارتباط يساوي 0,65 إذن يوجد ارتباط طردي

متوسط بين حجم الإنتاج وحجم الصادرات.

:2

أولاً: حساب رتب التقديرات في المتغيرين، نفرض أن

التقدير (مقبولة) تناظره رتبة (منخفضة) تساوي 1، يليها

تقدير (جيدة) وتناظره الرتبة 2، ثم تقدير (جيدة جداً)

وتناظره الرتبة 3، وهكذا.

ثانياً: حساب قيمة معامل سبيرمان كما يأتي:

d ²	d	R _y	R _x	Y	X
1	-1	3	2	جيدة جداً	جيدة
0	0	1	1	مقبولة	مقبولة
1	1	3	4	جيدة جداً	ممتازة
0	0	2	2	جيدة	جيدة
1	1	2	3	جيدة	جيدة جداً
1	-1	2	1	جيدة	مقبولة
4	-2	4	2	ممتازة	جيدة
$\sum d^2 = 8$	$\sum d = 2$				

$$R = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2 - 1)}$$

$$= 1 - \frac{6(8)}{7(49 - 1)} = 0.86$$

أي أن هناك علاقة ارتباط طردية قوية بين السؤالين X, Y.

:3

(a) ■ 2022 (ارتباط طردي قوي).

■ الأشهر الثلاثة الأولى من العام 2020 (لا يوجد

ارتباط).

■ 2019 (لا يوجد ارتباط).

■ الربع الثاني من عام 2020 (ارتباط عكسي قوي).

$$r = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{n\sum X^2 - (\sum X)^2} \sqrt{n\sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$$

$$= \frac{7(396) - (88)(53)}{\sqrt{7(1836) - (88)^2} \sqrt{7(523) - (53)^2}}$$

$$= \frac{-1892}{\sqrt{5108} \sqrt{852}} = -0.91$$

إذن توجد علاقة عكسية قوية بين عدد سنوات الخدمة للموظفين ومساهماتهم في الأنشطة السنوية المجتمعية التابعة للشركة.

(b) إجابة ممكنة:

قد يكون ذلك بسبب عامل العمر؛ فالموظف المبتدئ أكثر حيوية وميلاً للمشاركة في الأنشطة المجتمعية، وقد يكون الأكثر خبرة أكبر عمراً؛ ويميل إلى الأنشطة التي تركز على الأعمال الإدارية بشكل أكبر.

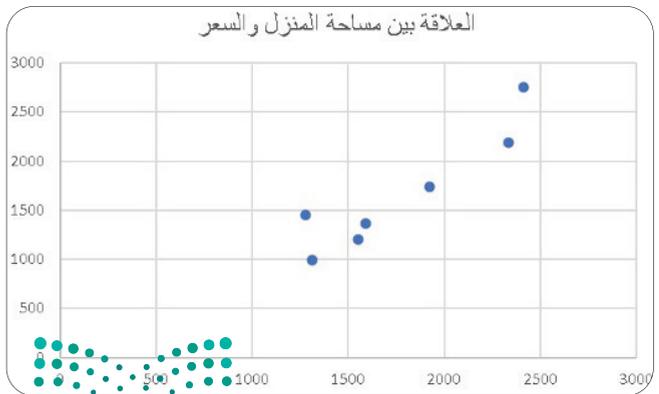
كما يؤدي عامل الخبرة دوراً في وصول الموظف للترقيات والمناصب الإدارية ذات الطابع المكتبي، على عكس أولئك الأقل خبرة الذين تتركز وظائفهم على التعامل الميداني، وهو ما يحفزهم للمشاركة في الأنشطة ذات الطابع المجتمعي بشكل أكبر.

5:

(a) معامل الارتباط:

المساحة X	السعر Y
1924	1740.9
1592	1360.9
2413	2750
2332	2190.9
1552	1200
1312	990.9
1278	1450

(b) شكل الانتشار:



3: يعرض التمثيل البياني المجاور مقارنة

بين كمية الإنتاج الصناعي في المملكة العربية

السعودية خلال عدد من السنوات:

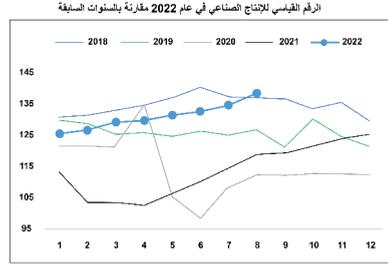
a. بدون إجراء حسابات، حدد قوة واتجاه العلاقة للإنتاج الصناعي خلال الفترات:

• عام 2022م.

• الأشهر الثلاثة الأولى من العام 2020م.

• عام 2019م.

• الربع الثاني من عام 2020م.



المصدر: الهيئة العامة للإحصاء

b. قدم وصفاً للإنتاج الصناعي للمملكة خلال العام 2021م على أساس ربع سنوي.

4: يريد مدير شركة معرفة ما إذا كانت هناك علاقة خطية بين عدد سنوات الخدمة للموظفين X ومساهماتهم في الأنشطة السنوية المجتمعية التابعة للشركة (بالآلاف الريالات) Y. ويوضح الجدول الآتي بيانات هذه الدراسة:

X	1	10	5	15	3	24	30
Y	12	8	14	5	9	3	2

a. احسب معامل الارتباط الخطي، وهل توجد علاقة بين المتغيرين؟

b. باعتقادك؛ لماذا ظهرت هذه النتيجة؟ وضع إجابتك.

5: توضح البيانات الآتية المساحة بالمتر المربع X، وأسعار المنزل بالآلاف الريالات Y، لسبعة منازل في أحد أحياء مدينة الرياض:

المساحة X	1924	1592	2413	2332	1552	1312	1278
السعر Y	1740.9	1360.9	2750	2190.9	1200	990.9	1450

باستخدام برنامج الجداول الإلكترونية:

a. احسب معامل الارتباط.

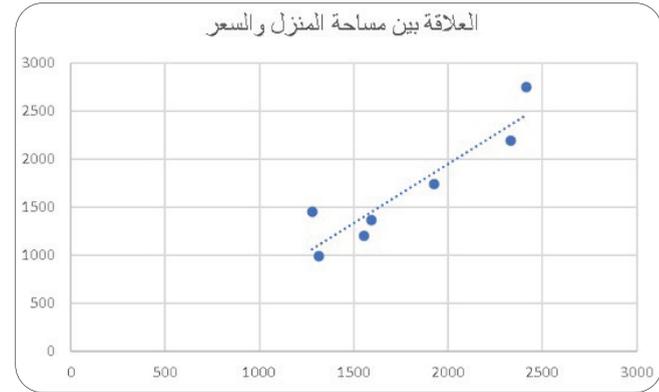
b. ارسم شكل الانتشار.

c. ارسم خط الانحدار.

d. اكتب تقريراً عن النتيجة.

153

(c) خط الانحدار:



(d) هناك ارتباط قوي بين مساحة المنزل وسعره، فكلما زادت مساحة

المنزل زاد سعره والعكس صحيح.

قبل تقديم الدروس في هذا الفصل:

- قدم وصفاً عاماً للفصل وأهم الدروس التي يتضمنها.
- أعط تقديراً زمنياً لإنهاء الفصل.
- قسّم طلاب فصلك إلى مجموعات، ثم اعرض عليهم مشروعي الفصل، واطلب منهم اختيار ما يناسبهم.
- أخبرهم أن التقدم في الدروس سيساعدهم على التعمق في المشروع وفهم المطلوب بشكل جيد.
- حدد لهم وقت تقديم المشروع، واذكر لهم معايير التقييم.

الفصل الرابع

نظرية الاحتمالات Probability Theory



استخدام التقنية:

الدرس	التقنية المقترحة
الثاني والثالث	 الباحث العلمي لـ Google وجه طلابك لاستعمال الباحث العلمي لجوجل بوصفه من المصادر الآمنة في الوصول لبحوث علمية موثوقة ومحكمة.
الثاني والثالث	أرشد طلابك إلى إمكانية الحصول على بحوث علمية من مواقع الجامعات العربية والعالمية المعروفة؛ كما هو الحال مع بحوث جامعة الملك سعود وجامعة أم القرى وغيرها.
جميع الدروس	تأكد من قدرة طلابك على استخدام الآلة الحاسبة بفعالية، وقد تحتاج إلى حصص إضافية لتدريب طلابك على ذلك، أو وجههم إلى الرجوع لدليل الآلة الحاسبة؛ الذي يقدم شروحات وأمثلة لكيفية استخدام الآلة، أو الدخول على الموقع الرسمي للآلة الحاسبة الذي يتضمن شروحات واضحة وأمثلة إضافية.
جميع الدروس	احرص على عرض معلومات الدرس الأساسية على شاشة تفاعلية؛ يمكنك من عرض الشرائح والكتابة التفاعلية والعديد من المزايا الأخرى؛ توفيراً للوقت وتسهيلاً للتعلم.
جميع الدروس	 منصة مدرستي استخدم منصة مدرستي لإرسال الإثراءات واستقبال الواجبات من طلابك، ودعم تعلمهم.
جميع الدروس	استخدم (مايكروسوفت تيمز) لإنشاء حصص تفاعلية عن بعد، وتوظيف العديد من المزايا التقنية التي تدعم تعلم الطلاب، مثل: إنشاء الاختبارات السريعة، والفرق الصفية، وإقامة حلقات النقاش، وتعزيز المتميزين من الطلاب وتقييم الأداء وغيرها من المزايا.



رابطه الدرس الرقمي
www.iem.edu.sa

- أتعرف المفاهيم والمصطلحات الأساسية في الاحتمال.
- أحسب الاحتمال في التجارب العشوائية.



لماذا نحتاج الاحتمالات في حياتنا اليومية؟

تعد الاحتمالات من العلوم المستخدمة في الحياة اليومية على نطاق واسع، حيث نتعرض للعديد من المواقف المحيرة، والعديد من الخيارات التي نريد تحديد الخيار الأفضل منها، فعلى سبيل المثال؛ لو أرادت وزارة التعليم إنشاء عدد من المدارس في إحدى المدن، فلا بد أن تأخذ في الاعتبار إمكانية استيعاب الزيادة في عدد الطلاب وعدد المعلمين.

يُعتمد في عملية اتخاذ القرارات إلى حد كبير، سواءً كانت قرارات فردية أم جماعية على الاحتمالات للظواهر التي من المتوقع حدوثها أو عدم حدوثها؛ ومن هنا يجدر بالذكر أن النظريات والطرق الإحصائية مرتبطة ارتباطاً قوياً بالاحتمالات، لذا نجد علم الاحتمالات متداخلاً بشكل كبير مع علم الإحصاء؛ فمثلاً يعتمد التنبؤ بالأحوال الجوية وباحتمال حدوثها على معلومات إحصائية سابقة عن الطقس وتتبع الجو لفترة زمنية ما.



يعد علم الاحتمالات أحد فروع الرياضيات التطبيقية؛ الذي يهتم بدراسة فرصة حدوث ظاهرة معينة، على سبيل المثال؛ عند إلقاء قطعة نقود معدنية يظهر لنا أحد الحدين؛ صورة أو كتابة، ولكن لا يمكن التأكيد ما هو الحدث الذي سيظهر منهما، فهنا يمكن القول بأن هناك فرصة لظهور الصورة بنسبة 50% أو أن فرصة ظهور الكتابة أيضاً 50%. من هذا المشال يمكن التمييز بين لفظي "مؤكد" و"فرصة" فالأول يدل على شيء نعلم كل الظروف التي تؤدي إلى حدوثه، بينما الثاني يدل على شيء لا نعلم تماماً كل الظروف التي تؤدي إلى حدوثه.

لاحظ:

إن لفظ (فرصة) يحمل المعنى نفسه للفظ (احتمال)، إلا أن (احتمال) هي الكلمة الأكثر شيوعاً في حياتنا اليومية والتي نستخدمها دائماً عندما نعبر عن أي شيء من المتوقع حدوثه.

تمهيد:

- أسأل طلابك: ما معنى كلمة "احتمال" في اللغة العربية؟

إجابة ممكنة:

توقع، ترجيح، إمكانية ...

- متى نستخدم هذه المفردة؟ ولماذا؟

إجابة ممكنة:

نستخدمها عندما لا نستطيع التأكد من وقوع حدث بعينه،

وعندما يكون وقوع الحدث غير أكيد.



ملحوظات:

تاريخ علم الاحتمالات إثراء

تاريخ نشوء علم الاحتمالات قديم منذ قدم البشرية، حيث ظهرت إشارات دالة على ذلك لدى اليونانيين والرومان، كما قدم المسلمون إسهامات مميزة في ذلك، ثم تلاحت أعمال العالم باسكال Pascal، وتبعه جيمس برنولي James Bernoulli بنظرية الشهيرة، وقد قدمت التقنية خدمات جليلة لتطوير هذا العلم؛ من حيث توفير الوقت والجهد لإجراء حسابات الاحتمال المعقدة والدقيقة.

سبق أن درست في الفصل الثالث التجربة العشوائية، التي وصفت بأنها: أي عملية يتم من خلالها الحصول على نتائج سواء كانت أرقاماً أم قياسات أم استجابات، بحيث إن النتائج الممكنة لهذه العملية معلومة مسبقاً، وتسمى مجموعة جميع النتائج الممكنة لتجربة عشوائية فضاء العينة ويرمز لها بالرمز S . والآن ستحسب احتمال كل نتيجة (حادثة) في هذه التجربة.

الاحتمال (Probability):

هو قياس إمكانية ظهور حادثة ما في تجربة عشوائية، ويرمز له عادة بالرمز $P(A)$ ، حيث يقاس احتمال ظهورها باستخدام الصيغة الآتية:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{عدد عناصر الحادثة } A}{\text{عدد عناصر فضاء العينة } S}$$

مسلّمات الاحتمال (Probability Axioms):

- تتراوح قيمة الاحتمال لأي حادثة بين الصفر والواحد ويُعبر عن ذلك بـ: $0 \leq P(A) \leq 1$ ، حيث يشير الصفر إلى حادثة مستحيلة ويشير الواحد إلى حادثة مؤكدة.
- كلما زادت قيمة احتمال الحادثة، زاد احتمال وقوع تلك الحادثة.



1 مثال

في تجربة رمي حجر النرد مرة واحدة، احسب احتمال ظهور الحوادث الآتية:

- ظهور عدد فردي.
- ظهور عدد يقبل القسمة على 2.
- ظهور عدد أقل من ستة.
- ظهور العدد ستة.
- ظهور العدد سبعة.
- ظهور عدد أقل من سبعة.

الحل:

بما أن عدد عناصر فضاء العينة هو: $n(S) = 6$ فإن احتمالات ظهور الحوادث هي:

الفقرة	الحادثة	عدد العناصر	الاحتمال
a	$A = \{1, 3, 5\}$	$n(A) = 3$	$P(A) = n(A)/n(S) = 3/6 = \frac{1}{2} = 0.5$
b	$B = \{2, 4, 6\}$	$n(B) = 3$	$P(B) = n(B)/n(S) = 3/6 = \frac{1}{2} = 0.5$
c	$C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$	$n(C) = 5$	$P(C) = n(C)/n(S) = 5/6 \approx 0.83$
d	$D = \{6\}$	$n(D) = 1$	$P(D) = n(D)/n(S) = 1/6 \approx 0.2$
e	$E = \{\} = \emptyset$	$n(E) = 0$	$P(E) = n(E)/n(S) = 0/6 = 0$
f	$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$	$n(S) = 6$	$P(S) = n(S)/n(S) = 6/6 = 1$

1 تحقق من فهمك

في تجربة رمي حجر النرد مرتين وتسجيل الرقم الظاهر على الوجه العلوي في الرمييتين؛ أوجد احتمال ظهور عددين زوجيين.

158

1 تحقق من فهمك

في البداية؛ نقوم بتسجيل جميع الاحتمالات الممكنة (التي يطلق عليها فضاء العينة، ويرمز لها بالرمز S) التي تبلغ 36 زوجاً مرتباً.

$S = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$.

تم تعريف الحدث - الذي يرمز له بالرمز A - بأنه ظهور عددين زوجيين، وهذا يعني جميع العناصر التي يكون فيها الزوج المرتب مكوناً من عددين زوجيين؛ وعليه فإن عناصر الحد A هي:

$A = \{(2,2), (2,4), (2,6), (4,2), (4,4), (4,6), (6,2), (6,4), (6,6)\}$

بناءً على جميع ما سبق فإن الإجابة عن احتمال ظهور عددين زوجيين تكون بقسمة عدد الأزواج المرتبة الموجودة في الحدث A على عدد جميع الأزواج المرتبة الموجودة في فضاء العينة وهي:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} = 0.75 = 75\%$$



نظرية بيز Bayes's Theorem:



توماس جوشوا بيز عالم رياضيات وإحصائي وفيلسوف ووزير إنجليزي. من أشهر أعماله نظرية بيز في الاحتمالات. ولم ينشر بيز نظريته وإنما عدلت ونشرت بعد وفاته، وقد نتج عنها ما يُعرف بالاستدلال البيزي الذي يعد أحد أسس بناء خوارزميات الذكاء الاصطناعي وعلم الآلة.

تعدّ نظرية بيز من أشهر النظريات في علم الاحتمال، وتبنى عليها العديد من العمليات الإحصائية. حيث تهتم نظرية بيز بحساب احتمال وقوع حدث استناداً إلى معرفة الأسباب والظروف المؤدية لوقوعه. فعلى سبيل المثال عندما نعلم أن من أسباب سقوط الطائرات وجود خلل في المحرك، فإن حساب احتمال سقوط طائرة بعينها يصبح أكثر دقة إذا حسبنا احتمال أن يكون خلل المحرك هو المتسبب في سقوطها.

لابد من التعرف على قانون الاحتمال الكلي قبل دراسة قانون بيز؛ الذي يُعنى بحساب وقوع الحادثة دون النظر إلى مسبباتها.

لتكن A_1, A_2, \dots, A_n حوادث اتحادها يشكل المجموعة الشاملة، ومتنافية متنى متنى (متنافية تبادلياً؛ يعني لا يوجد تقاطع بين أي اثنتين منها) ومعرفة على فضاء العينة S ، أي أن:

$$\bigcup_{i=1}^n A_i = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = S$$

إذا كانت الحادثة B هي أي حادثة معرفة على فضاء العينة S نفسه، فإن:

أولاً: قانون الاحتمال الكلي (Law of Total Probability):

$$P(B) = P(A_1) P(B|A_1) + P(A_2) P(B|A_2) + \dots + P(A_n) P(B|A_n) \\ = \sum_{k=1}^n P(A_k) P(B|A_k)$$

ويمكن عرض قانون الاحتمال الكلي بواسطة الرسم الشجري الآتي (للحالة $n=3$ على سبيل المثال):

ذكر طلابك:

- الحوادث المتنافية تعني أن وقوع حادثة يمنع وقوع الحادثة الأخرى، فحصل محمد على المركز الأول في سباق الضاحية يمنع تركي من الحصول على الجائزة الأولى مثلاً.
- اتحاد جميع الحوادث (المجموعات) يساوي المجموعة الشاملة في تجربة ما، فعلى سبيل المثال اتحاد المجموعتين {السبت، الأحد، الإثنين} و {الثلاثاء، الأربعاء، الخميس} و {الجمعة} يساوي المجموعة الشاملة وهي مجموعة جميع أيام الأسبوع. ويرمز لها بالرموز: $\{السبت، الأحد، الإثنين\} \cup \{الثلاثاء، الأربعاء، الخميس\} \cup \{الجمعة\} =$ مجموعة جميع أيام الأسبوع



$$\begin{array}{lcl}
 P(A_1) & P(B|A_1) & \Rightarrow P(A_1) P(B|A_1) \\
 \swarrow & B | A_1 & \\
 A_1 & & \\
 P(A_2) & P(B|A_2) & \Rightarrow P(A_2) P(B|A_2) \\
 \swarrow & B | A_2 & \\
 A_2 & & \\
 P(A_3) & P(B|A_3) & \Rightarrow P(A_3) P(B|A_3) \\
 \swarrow & B | A_3 & \\
 A_3 & &
 \end{array}$$

$$\text{المجموع} = P(B) = \sum_{k=1}^n P(A_k)P(B|A_k)$$

ملحوظات:

2 مثال

	A_1	A_2	A_3
غير تالف (G)	G_{A1}	G_{A2}	G_{A3}
تالف (B)	B_{A1}	B_{A2}	B_{A3}

(A_i) تعني إنتاج الآلة i
 (B_i) تعني الإنتاج التالف من الآلة i
 (G_i) تعني الإنتاج غير التالف من الآلة i

يتم إنتاج المصابيح الكهربائية في أحد المصانع بواسطة ثلاث آلات، حيث تنتج الآلة الأولى 20% وتنتج الآلة الثانية 30% وتنتج الآلة الثالثة 50% من الإنتاج الكلي للمصنع، ومعلوم مسبقاً أن نسبة الإنتاج التالف للآلة الأولى 1% ونسبة الإنتاج التالف للآلة الثانية 4% ونسبة الإنتاج التالف للآلة الثالثة 7%. إذا كانت التجربة هي اختيار مصباح واحد من إنتاج هذا المصنع بشكل عشوائي؛ فما احتمال أن يكون هذا المصباح تالفاً؟

الحل:

نعرف الحوادث الآتية:

- الحادثة B وتعني إنتاج المصباح التالف.
- الحادثة A_1 وتعني إنتاج الآلة الأولى للمصابيح.
- الحادثة A_2 وتعني إنتاج الآلة الثانية للمصابيح.
- الحادثة A_3 وتعني إنتاج الآلة الثالثة للمصابيح.

ويكون حساب الاحتمال لكل حادثة كما يأتي:



تفكير ناقد



تهتم نظرية بيز بحساب احتمال وقوع حدث استناداً إلى معرفة الأسباب والظروف المؤدية لوقوعه، وحتى نضمن إجراء تحليل دقيق للأسباب المؤدية لوقوع الحدث فلا بد من التأكد من عدم تداخل تلك الظروف لئلا يؤدي ذلك إلى تداخل القيم عند تطبيق القانون؛ وبالتالي عدم التوصل لنتائج دقيقة، وبالنسبة لكون اتحادها يؤدي للمجموعة الشاملة، فإن ذلك يرجع إلى أن عدم تكوين المجموعة الشاملة سيعني بالضرورة وجود سبب محتمل لوقوع الحادث لم يؤخذ في الحسبان عند تطبيق القانون، وبالتالي عدم التوصل لنتائج دقيقة أيضاً.

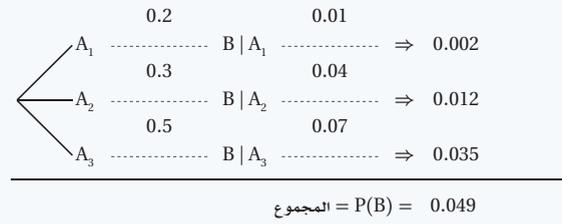
$$\begin{aligned} P(A_1) &= \frac{20}{100} = 0.2; & P(B|A_1) &= \frac{1}{100} = 0.01 \\ P(A_2) &= \frac{30}{100} = 0.3; & P(B|A_2) &= \frac{4}{100} = 0.04 \\ P(A_3) &= \frac{50}{100} = 0.5; & P(B|A_3) &= \frac{7}{100} = 0.07 \end{aligned}$$

المطلوب إيجاد احتمال أن يكون المصباح تالفاً، أي $P(B)$

$$P(B) = \sum_{k=1}^3 P(A_k) P(B|A_k)$$

$$\begin{aligned} &= P(A_1) P(B|A_1) + P(A_2) P(B|A_2) + P(A_3) P(B|A_3) \\ &= 0.2 \times 0.01 + 0.3 \times 0.04 + 0.5 \times 0.07 = 0.049 \end{aligned}$$

عرض الحل بالرسم الشجري:



ذكر في قانون الاحتمال الكلي الشرط "الحوادث A_1, A_2, \dots, A_n حوادث شاملة ومتنافية مثنى مثنى". ما أهمية هذا الشرط في تطبيق القانون؟ أعط أمثلة.



تفكير ناقد



تحقق من فهمك 2

1. في مثال (2) السابق؛ ما احتمال أن يكون المصباح غير تالف؟
2. يتم إنتاج قمصان رياضية في أحد المصانع بواسطة أربع آلات، حيث تنتج الآلة الأولى 20% وتنتج الآلة الثانية 30% وتنتج الآلة الثالثة 35% وتنتج الآلة الرابعة 15%. من الإنتاج الكلي للمصنع، ومعلوم مسبقاً أن نسبة الإنتاج التالف للآلة الأولى 2% ونسبة الإنتاج التالف للآلة الثانية 6% ونسبة الإنتاج التالف للآلة الثالثة 9% ونسبة الإنتاج التالف للآلة الرابعة 5%؛ إذا كانت التجربة هي اختيار قميص واحد من إنتاج هذا المصنع بشكل عشوائي؛ فما احتمال أن يكون هذا القميص تالفًا؟

ثانيًا: قانون بييز:

$$P(A_i|B) = \frac{P(A_i)P(B|A_i)}{\sum_{k=1}^n P(A_k)P(B|A_k)} = \frac{P(A_i)P(B|A_i)}{P(B)}, i = 1, 2, \dots, n$$

مثال 3

بالرجوع إلى مثال (2) وبفرض أن المصباح الذي تم اختياره تالف، فما احتمال:

- a. أن يكون أنتج بواسطة الآلة الأولى؟
- b. أن يكون أنتج بواسطة الآلة الثانية؟

الحل:

من حل المثال (1):

$$\begin{aligned} P(B) &= 0.49 \\ P(A_1)P(B|A_1) &= 0.002 \\ P(A_2)P(B|A_2) &= 0.012 \end{aligned}$$

162

تحقق من فهمك 2

(a) من خلال المعلومات التي تم حلها في المثال (2) نستطيع الاستفادة منها هنا؛ بحيث يمكن تطبيق إحدى مسلّمات الاحتمالات التي درسها الطالب في المراحل السابقة؛ وهي احتمال مكملّة أي حدث، وتمثل الواحد ناقص احتمالية الحدث نفسه.

معلومات المثال (2) المهمة في الإجابة على هذا السؤال هي:

احتمال أن يكون المصباح تالفًا، هي $P(B) = 0.049$. عليه فان احتمال أن يكون المصباح غير تالف هي:

$$P(B^c) = 1 - P(B) = 1 - 0.049 = 0.951$$

(b) من أجل تسهيل عملية حل المسألة لابد من تحويل العبارات إلى صيغ رياضية أو رموز؛ لكي تسهل علينا عملية فهم المسألة وسرعة التعامل معها، ولذلك نعرّف الحوادث التالية:

الحادثة B وتعني الإنتاج التالف للآلة.

الحادثة A_1 وتعني إنتاج الآلة الأولى للقمصان الرياضية.

الحادثة A_2 وتعني إنتاج الآلة الثانية للقمصان الرياضية.

الحادثة A_3 وتعني إنتاج الآلة الثالثة للقمصان الرياضية.

الحادثة A_4 وتعني إنتاج الآلة الرابعة للقمصان الرياضية.

ويكون حساب الاحتمال لكل حادثة كما يأتي:

$$P(A_1) = \frac{20}{100} = 0.2 ; P(B|A_1) = \frac{2}{100} = 0.02$$

$$P(A_2) = \frac{30}{100} = 0.3 ; P(B|A_2) = \frac{6}{100} = 0.06$$

$$P(A_3) = \frac{35}{100} = 0.35 ; P(B|A_3) = \frac{9}{100} = 0.09$$

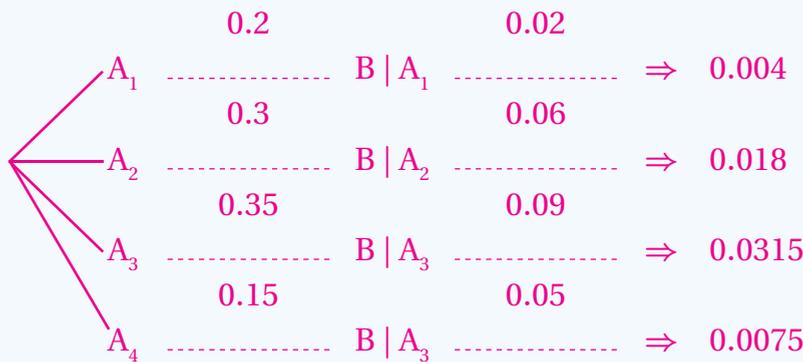
$$P(A_4) = \frac{15}{100} = 0.15 ; P(B|A_4) = \frac{5}{100} = 0.05$$

المطلوب هو إيجاد احتمال أن يكون القميص تالفًا، أي $P(B) = ??$

$$P(B) = \sum_{k=1}^4 P(A_k)P(B|A_k)$$

$$\begin{aligned} &= P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2) + P(A_3)P(B|A_3) + P(A_4)P(B|A_4) \\ &= 0.2 \times 0.02 + 0.3 \times 0.06 + 0.35 \times 0.09 + 0.15 \times 0.05 = 0.061 \\ &\approx 6.1\% \end{aligned}$$

عرض الحل بالرسم الشجري:



$$\text{المجموع} = P(B) = 0.061$$



3 تحقق من فهمك

(a) من حل المثال (2):

$$P(B) = 0.049$$

$$P(A_3)P(B|A_3) = 0.035$$

$$P(B|A_3) = \frac{P(A_3)P(B|A_3)}{P(B)} = \frac{0.035}{0.049} = 0.714 \approx 71.4\%$$

نجد بعد المقارنة أن النتيجة التي حصلنا عليها هنا تشكل

الاحتمال الأكبر بين الاحتمالين السابقين في المثال (3).

(b) يمكن اتخاذ قرار: إنتاج المصباح التالف سوف يكون

من إنتاج الآلة الثالثة، لأنها هي الاحتمال الأكبر بين باقي

الاحتمالات. كما نستطيع استنتاج أن إنتاج الآلة الأولى

للمصابيح التالفة هو الأقل مقارنة بالآلتين الثانية والثالثة.

.a

$$P(A_1|B) = \frac{P(A_1)P(B|A_1)}{P(B)} = \frac{0.002}{0.049} \approx 0.04$$

.b

$$P(A_2|B) = \frac{P(A_2)P(B|A_2)}{P(B)} = \frac{0.012}{0.049} \approx 0.245$$

نستنتج أن الاحتمال الأكبر أن يكون المصباح التالف من إنتاج الآلة الثانية.

3 تحقق من فهمك

1. بالرجوع إلى مثال (2) وبفرض أن المصباح الذي تم اختياره تالف، فما احتمال أن يكون أنتج بواسطة الآلة الثالثة؟ قارن النتيجة التي توصلت إليها بالنتيجة في المثال (2).

2. قرّر أي آلة سيكون احتمال إنتاجها للمصباح التالف الأكبر؟ وأي آلة سيكون احتمال إنتاجها للمصباح التالف الأقل؟





www.iem.edu.sa

التوزيعات الاحتمالية المنفصلة Discrete Probability Distribution

الدرس الثاني

- أتعرّف التوزيعات الاحتمالية المنفصلة (توزيع ذي الحدين، توزيع بواسون)، وأوجدها، وأفسرها لاتخاذ القرارات المناسبة.
- أحسب الاحتمالات باستخدام توزيع ذي الحدين، وتوزيع بواسون.



فكر سبق وأن درست مفهوم المتغير العشوائي، وأنواعه المتصلة والمنفصلة، وكيفية إيجادها وحساب قيمها من خلال تجربة عشوائية بسيطة، ولكن التجارب العشوائية في الواقع يصعب فيها إيجاد قيم المتغيرات العشوائية وحساب احتمالها، فكيف يمكن ذلك؟
يمكن ذلك من خلال التوزيعات الاحتمالية التي لها تطبيقات متنوعة، منها على سبيل المثال في التعليم: حساب درجات الطلاب، وعدد الأسئلة، وتصنيف مستويات الأداء، والكشف عن الموهوبين، والتنبؤ بالتوجهات والميول العلمية للطلاب وغيرها.

التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (Probability Distribution for a Random Variable):

هو دالة توضح احتمالات قيم المتغير العشوائي المختلفة، ويعبر عنها بجدول أو معادلة رياضية تبين قيم المتغير العشوائي والاحتمالات المقابلة لها.
ويلاحظ أن المتغير العشوائي المنفصل يحتوي على عدد محدود من النتائج المحتملة للتجربة، أما المتغير العشوائي المتصل فيحتوي على عدد غير محدود من تلك النتائج.

التوزيع الاحتمالي المنفصل

التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المنفصل X الذي يأخذ القيم x_1, x_2, \dots, x_n ، ولكل X قيمة احتمالية معينة يرمز لها بالرمز $P(X = x_1), P(X = x_2), \dots, P(X = x_n)$

164

التوزيعات الاحتمالية المنفصلة Discrete Probability Distribution

الدرس الثاني

تمهيد:

ذكر طلابك:

- أن الواقع وسياقاته المختلفة عادة لا يحمل تجارب بسيطة، وإنما تجارب معقدة متداخلة المتغيرات، فعلى سبيل المثال: حساب درجة الحرارة يتطلب مراعاة طبيعة الحيز، وحجمه وكثافته..إلخ.
- وكذلك الحال مع التنبؤ الحقيقي بأداء الطلاب الأكاديمي؛ فالتنبؤ يتطلب معرفة دوافع الطلاب، وأوضاعهم الاقتصادية والاجتماعية، ومستواهم التحصيلي في المواد الدراسية ذات العلاقة..إلخ.



ملحوظات:

قراءة الرموز

■ يقرأ الرمز $P(X=1) = 0.05$ احتمال المتغير العشوائي X عندما تكون قيمته 1 يساوي 0.05.

فيقال إن للمتغير العشوائي المنفصل X توزيعاً احتمالياً منفصلاً $P(X = x_i)$ إذا حقق هذا التوزيع الشروط الآتية:
1. $P(X = x_i) \geq 0$ لجميع قيم X ($i = 1, 2, \dots, n$).
2. $\sum P(X = x_i) = 1$ (بمعنى أن مجموع الاحتمالات يساوي واحد).

لاحظ:

- يمكن رسم التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المنفصل باستخدام المدرج أو الأعمدة التكرارية.
- يمكن التعامل مع البيانات النوعية بوصفها متغيرات عشوائية منفصلة.
- لا يمكن أن تكون قيمة الاحتمال سالبة أو أكبر من 1.

مثال 1

تحقق من صحة شروط التوزيع الاحتمالي المنفصل فيما يأتي، وإذا تحققت شروط التوزيع فاستخدم التمثيل المناسب لعرض البيانات:

a.

X	0	1	2	3
P(X = x)	0.25	0.15	0.30	0.30

b.

X	1	2	3	4
P(X = x)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{4}$	-1



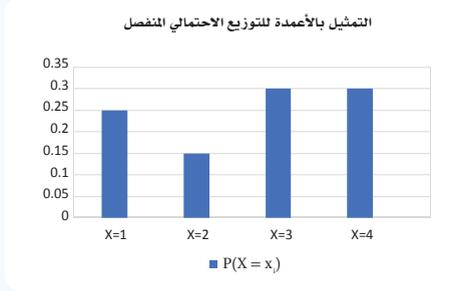
الحل:

a. الشرط الأول متحقق؛ حيث إن جميع نتائج الاحتمالات أكبر من صفر ($P(X=x_i) \geq 0$) لجميع قيم X .

$$\sum P(X = x_i) = 0.25 + 0.15 + 0.3 + 0.3 = 1$$

b. الشرط الثاني أيضاً متحقق؛ حيث إن مجموع نتائج كل الاحتمالات يساوي 1، ($\sum P(X=x_i) = 1$).

وبما أن الشرطين قد تحققتا فيمكن القول بأن هذا التوزيع الاحتمالي هو توزيع احتمالي منفصل.



يلاحظ أن $P(X=3)$ ، $P(X=4)$ لا تقعان بين 0 و1؛ لذلك فإن هذا التوزيع ليس توزيعاً احتمالياً، حيث إنه لا يمكن أن تكون نتيجة الاحتمال سالبة أو أكبر من 1، رغم أن مجموع كل الاحتمالات يساوي 1.

تحقق من فهمك 1

هل التوزيع الاحتمالي الوارد في الجدول الآتي توزيع احتمالي منفصل؟ إذا كان كذلك مثله بيانياً.

X	0	1	2
P(X=x)	0.35	0.15	0.05

166

تحقق من فهمك 1

من أجل التحقق من أن هذا التوزيع الاحتمالي منفصل لابد من أن نتأكد من تحقق شرطين وهما: الشرط الأول: أن تكون جميع الاحتمالات أكبر من الصفر، والشرط الثاني: أن يكون مجموع جميع الاحتمالات يساوي واحد، وإذا تحقق الشرطان فإنه في هذه الحالة نستطيع القول بأن هذا التوزيع الاحتمالي توزيع منفصل.

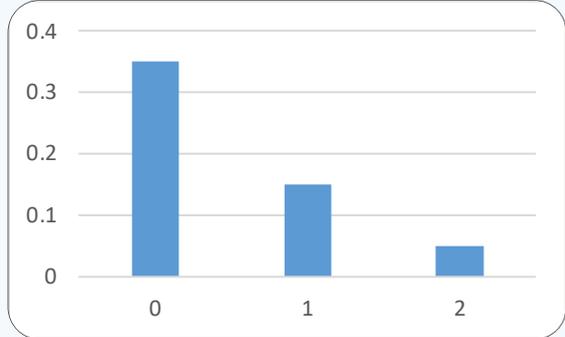
بالنظر إلى البيانات الموجودة في الجدول نجد أن جميع قيم الاحتمالات في الصف الثاني من الجدول أكبر من الصفر، وهذا يعني أن الشرط الأول قد تحقق، لذا ننتقل للتأكد من تحقق الشرط الثاني وهو: أن مجموع الاحتمالات يساوي واحداً، ويمكن التعبير عن هذا العبارة بالصيغة الرياضية الآتية:

$$\sum P(X = x_i) = 1$$

$$\begin{aligned} \sum P(X=x_i) &= P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) \\ &= 0.35 + 0.15 + 0.05 = 0.55 < 1 \end{aligned}$$

وحيث إن مجموع الاحتمالات يساوي 55%، أي لا يساوي الواحد، فهذا يعني أن الشرط الثاني غير متحقق، وعليه فإنه ليس توزيعاً احتمالياً منفصلاً.

ويلاحظ أنه يمكن تمثيل التوزيع بيانياً، لأن التمثيل البيانى لا يعني أنه يجب أن يكون توزيع احتمالي لتمثيله، ولكن يتم التعامل معه كبيانات يتم رسمها كما تعلمنا في الفصل الثاني من هذا الكتاب.



166



وبالإضافة إلى التعبير عن التوزيع الاحتمالي باستخدام الجدول؛ يمكن أيضاً التعبير عنه باستخدام معادلة، كما في توزيع ذي الحدين وتوزيع بواسون.

توزيع ذي الحدين (Binomial Distribution):

إذا كان لدينا تجربة ما تتكرر n مرة (بفرصتين نجاح وفشل)، وكان احتمال ظهور حدث ما (X) وليكن (النجاح) هو p ، واحتمال عدم ظهور هذا الحدث (الفشل) هو q ، فإن احتمال ظهور الحدث (X) من بين التكرارات n ، يتبع توزيع ذي الحدين الذي دالته الاحتمالية (وتسمى بدالة الكتلة الاحتمالية) تعطى بالمعادلة الآتية:

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} ; X = 0, 1, 2, \dots, n$$

من خصائص توزيع ذي الحدين:

- المتوسط الحسابي $\mu = np$ والتباين $\sigma^2 = npq$.
- $p + q = 1$.

لاحظ:

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

$$n! = (n)(n-1)(n-2) \dots (1)$$

إذا كانت نسبة النجاح في تجربة 76% وكانت نسبة الفشل 21%، فهل تخضع هذه التجربة للتوزيع الاحتمالي ذي الحدين؟ فسر إجابتك.



مثال 2

في تجربة رمي قطعة نقود معدنية 3 مرات، إذا كان المتغير العشوائي X يمثل عدد مرات ظهور الصورة، فأوجد دالة توزيع ذي الحدين للتجربة، ثم احسب المتوسط الحسابي والتباين للمتغير العشوائي X . واحسب احتمال ظهور صورتين.

الحل:

باستخدام دالة الكتلة الاحتمالية لتوزيع ذي الحدين:

$$P(X = i) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} ; X = 0, 1, 2, \dots, n$$

تفكير ناقد



إجابة ممكنة:

لا تخضع هذه التجربة لتوزيع ذي الحدين، والذي يفترض خضوع التجربة لفرصتين متضادتين. وبحساب الاحتمال الكلي $100\% \neq 97\% = 21 + 76$ وهو ما يخالف الخاصية الثانية من خصائص توزيع ذي الحدين.



المتغير العشوائي $X =$ عدد مرات ظهور الصورة $n = 3$, $q = \frac{1}{2}$, $p = \frac{1}{2}$

$$P(X = x) = \binom{3}{x} \left(\frac{1}{2}\right)^x \left(\frac{1}{2}\right)^{3-x}; X = 0, 1, 2, 3$$

وعليه يكون المتوسط الحسابي:

$$\mu = np = 3 \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2}$$

ويكون التباين:

$$\sigma^2 = npq = (3) \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$$

ويكون احتمال ظهور صورتين ويعني $X=2$ ، يساوي:

$$P(X = 2) = \binom{3}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^{3-2} = (3) \left(\frac{1}{4}\right) \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{8}$$

لاحظ:

$$0! = 1$$

$$\binom{n}{0} = \frac{n!}{(n-0)! 0!} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\binom{n}{n} = 1$$

$$\binom{n}{n} = \frac{n!}{(n-n)! n!} = \frac{1}{1} = 1$$

تحقق من فهمك 2

إذا كان 40% من طلاب إحدى المدارس لا يملكون سيارات، وأخذت عينة عشوائية حجمها 8 طلاب من هذه المدرسة. أوجد دالة التوزيع الاحتمالي والمتوسط الحسابي والتباين للمتغير العشوائي X باستخدام دالة الاحتمال لتوزيع ذي الحدين؛ وأوجد احتمال ألا يمتلك 4 منهم سيارات.

توزيع بواسون (Poisson Distribution):



سيمون بواسون Poisson عالم فرنسي، كانت له جهود بارزة في علم الاحتمالات، أشهرها التوزيع المعروف باسمه «قانون توزيع بواسون»، ولهذا التوزيع تطبيقات مهمة في تحليل مسائل تتعلق بالنشاط الإشعاعي والكيمياء والفيزياء، كما أنه ذو أهمية كبيرة في المنظمات الإدارية والمالية.

توزيع احتمالي منفصل يُستخدم في حالة الحوادث المستقلة، ويهتم بحساب الاحتمالات للحوادث النادرة، مثل: حرائق المدارس في إحدى المدن، الحوادث المرورية على طريق محدد، الأخطاء المطبعية في إحدى صفحات كتاب، ونحو ذلك، فإذا كانت (X) ترمز لعدد مرات ظهور حادثة نادرة فإن الدالة الاحتمالية لتوزيع بواسون تعطى بالمعادلة الآتية:

168

تحقق من فهمك 2

لحل هذا السؤال لابد من إعادة تعريف توزيع ذي الحدين، وأنه يعتمد على فرصتين فقط وعدد من المحاولات التي تُرصد فيها مرات النجاح أو مرات الفشل. وعليه فإن نتائج المتغير في هذه التجربة تتبع توزيع ذي الحدين باحتمالية يرمز لها P وعدد محاولات يرمز له بـ n .

ومن خلال المعلومات المعطاة في المثال فإن $P = 0.4$ و $n = 8$ وعليه يمكن القول بأن المتغير العشوائي يتبع توزيع ذي الحدين باحتمالية 0.4 وعدد محاولات 8.

باستخدام دالة الكتلة الاحتمالية لتوزيع ذي الحدين:

$$P(X = x_i) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}; x = 0, 1, 2, \dots, n$$

المتغير العشوائي $X =$ نسبة طلاب أحد المدارس الذين لا

يملكون سيارات. $P = 0.4$, $q = 0.6$, $n = 8$

$$P(X = x) = \binom{8}{x} (0.4)^x (0.6)^{8-x}; x = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.$$

وعليه يكون المتوسط الحسابي:

$$\mu = np = 8(0.4) = 3.2$$

ويكون التباين:

$$\sigma^2 = npq = (8)(0.4)(0.6) = 1.92$$

ويكون احتمال ألا يمتلك 4 منهم سيارات ويعني $X = 4$,

يساوي:

$$\begin{aligned} P(X = 4) &= \binom{8}{4} (0.4)^4 (0.6)^{8-4} = \\ &= \frac{8!}{4!(8-4)!} (0.4)^4 (0.6)^4 = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4!}{(4 \times 3 \times 2 \times 1)4!} (0.4)^4 (0.6)^4 \\ &= (7 \times 2 \times 5) (0.4)^4 (0.6)^4 \\ &= (70)(0.0256)(0.1296) \approx 0.232 \approx 23.2\% \end{aligned}$$



3 تحقق من فهمك

من المعلومات الموجودة في المثال (3) وهي كالآتي:
متغير عشوائي منفصل يأخذ القيم $0, 1, 2, \dots$ ، ويتبع توزيع بواسون الذي دالته الاحتمالية تعطى بالمعادلة:

$$P(X = x_i) = \frac{e^{-3} 3^x}{x!}; x = 0, 1, 2, \dots$$

احتمال عدم حدوث أي خطأ $X = 4$

$$P(X = 4) = \frac{e^{-3} 3^4}{4!} = \frac{0.05 \times 81}{24} = \frac{4.05}{24} \approx 0.169 \approx 16.9\%$$

$$P(X = x_i) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}; X = 0, 1, 2, \dots$$

حيث أن $e \approx 2.7$ مقدار ثابت، و λ هي المتوسط الحسابي لتوزيع بواسون.

ومن أهم خصائص توزيع بواسون أن المتوسط الحسابي = التباين = λ .

3 مثال

إذا كان المتوسط الحسابي لعدد الأخطاء المطبعية في إحدى صفحات كتاب هو 3 أخطاء. فاحسب:

a. احتمال عدم حدوث أي خطأ.

b. احتمال حدوث خطأين.

الحل:

حيث إن المتوسط الحسابي للأخطاء المطبعية في إحدى صفحات الكتاب هو 3 أخطاء، فإن $\lambda = 3$.

ليكن X (الحدث): عدد الأخطاء المطبعية.

X متغير عشوائي منفصل يأخذ القيم $0, 1, 2, \dots$ ويتبع توزيع بواسون الذي دالته الاحتمالية تعطى بالمعادلة

$$P(X = x_i) = \frac{e^{-3} 3^x}{x!}; X = 0, 1, 2, \dots$$

a. احتمال عدم حدوث أي خطأ $X=0$

$$P(X = 0) = \frac{e^{-3} 3^0}{0!} = 0.05$$

b. احتمال حدوث خطأين $X=2$

$$P(X = 2) = \frac{e^{-3} 3^2}{2!} = \frac{0.05 \times 9}{2 \times 1} = 0.225$$

3 تحقق من فهمك

في مثال (3) السابق؛ احسب احتمال حدوث أربعة أخطاء.





www.iem.edu.sa

التوزيعات الاحتمالية المتصلة Continuous Probability Distribution

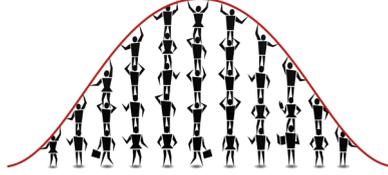
الدرس الثالث

- أتعرف التوزيع الاحتمالي المتصل (التوزيع الطبيعي)، وأوجده، وأفسره لاتخاذ القرارات المناسبة.
- أحسب الاحتمالات باستخدام التوزيع الطبيعي.



فكر هل يمكنك تطبيق توزيع احتمالي للمتغير العشوائي المتصل؛ كما هو الحال مع المتغير العشوائي المنفصل؟
كيف يمكن أن تظهر القيم في الدالة الاحتمالية، وفي تمثيلها البياني؟

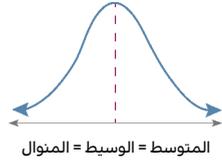
التوزيع الاحتمالي المتصل



هو أن يأخذ المتغير العشوائي المتصل X قيمةً صحيحة وكسرية؛ أي أن المجال هو مجموعة الأعداد الحقيقية، ويعطى التوزيع الاحتمالي المتصل بشكل صيغة رياضية تسمى دالة الكثافة الاحتمالية ويرمز لها بالرمز $f(x)$.

ويعد التوزيع الطبيعي أشهر وأهم التوزيعات الاحتمالية المتصلة وأكثرها استخداماً في أغلب الجوانب النظرية والتطبيقية، وله استخدامات متعددة لوصف النمط التكراري للعديد من الظواهر حولنا، مثل درجة الحرارة والطول والكتلة والدخل والأخطاء العشوائية الناتجة عند تحليل الانحدار.

والتوزيع الطبيعي توزيع احتمالي مستمر يتصف بالخصائص الآتية:



المتوسط = الوسيط = المنوال

1. يتخذ المنحنى شكل الجرس.
2. يكون المنحنى متماثلاً؛ حيث يقسمه المستقيم الرأسى المار بالوسط؛ إلى قسمين متساويين.
3. تكون المساحة تحت المنحنى (قيمة الاحتمال) تساوي 1.
4. تتساوى عند الخط المستقيم الرأسى المار بالوسط؛ قيمة المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال.
5. يقترب المنحنى من المحور الأفقي X ، ولكنه لا يمسه ولا يتقاطع معه.

170

التوزيعات الاحتمالية المتصلة Continuous Probability Distribution

الدرس الثالث

تمهيد:

اطلب من طلابك تقديم مثال من واقع الحياة على متغير عشوائي متصل، ثم اطلب منهم وصف القيم التي يأخذها هذا المتغير.

إجابة ممكنة:

- أطوال طلاب المرحلة الثانوية في مدرستك، يكون المتغير متصلاً؛ حيث تنتمي القيم إلى مجموعة الأعداد الحقيقية.
- أسأل طلابك: هل يمكن استخدام الأعمدة لتمثيل أطوال الطلاب؟

لا؛ لأن التمثيل بالأعمدة يتعامل مع المتغيرات المنفصلة.



وزارة التعليم

Ministry of Education

2023 - 1445

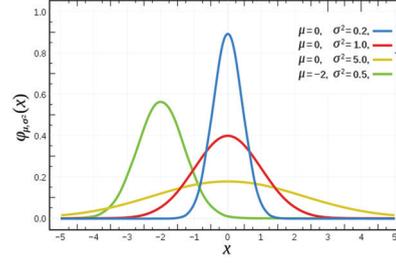
170

التوزيع الطبيعي (Normal Distribution):

هو عبارة عن معادلة رياضية تحدّد المنحنى، وتعطى صيغة هذه المعادلة بالشكل الآتي:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x < \infty ; -\infty < \mu < \infty, \sigma > 0$$

ملحوظات:



حيث (μ) يمثل المتوسط الحسابي للتوزيع وهو قيمة X المناظرة للقيمة العظمى على المنحنى، أما (σ^2) يمثل التباين ومدى انتشار البيانات في التوزيع. ويوضح الشكل المجاور أثر المتوسط الحسابي والتباين على شكل منحنى التوزيع الطبيعي.

يمكن تسهيل حساب الاحتمال في التوزيع الطبيعي، من خلال تحويله إلى توزيع طبيعي معياري باستخدام جداول خاصة.

التوزيع الطبيعي المعياري (Standard Normal Distribution):

التوزيع الذي يكون متوسطه الحسابي صفر، وتباينه واحد.

نظرية:

إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X هو التوزيع الطبيعي بمتوسط حسابي μ وتباين σ^2 ، فإنه باستخدام صيغة التحويل: $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$ ، يصبح التوزيع توزيعاً طبيعياً معيارياً. الجدول المرفق 1 و 2 في الملحق هو الجدول المستخدم في حساب الاحتمالات للتوزيع الطبيعي المعياري.

تحويل التوزيع الاحتمالي إلى توزيع طبيعي

يمكن تحويل أي توزيع احتمالي إلى توزيع طبيعي من خلال معرفة الوسط الحسابي والتباين لهذا التوزيع أو البيانات؛ بحيث يكون متوسط وتباين التوزيع الطبيعي هو نفس المتوسط والتباين للتوزيع.



1 تحقق من فهمك

باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري المرفق في الملحق، أوجد كلاً من:

1. نسبة المساحة أقل من $Z = 1.17$. $P(Z < 1.17)$.

2. نسبة المساحة أكبر من $Z = -0.50$. $P(Z > -0.50)$.

1 تحقق من فهمك

(a) من خلال البحث في جدول التوزيع الطبيعي المعياري المرفق رقم (1) مباشرة نجد أن:

$$P(Z < 1.17) = 0.8790 = 87.90\%$$

(b) من خلال البحث في جدول التوزيع الطبيعي المعياري المرفق رقم (2)، مع ملاحظة أن الجدول المرفق يعطي الاحتمالية التي على يسار قيمة Z (وهذا يعني نسبة المساحة الأقل من قيمة Z) لذلك نحتاج أن نطرح هذه القيمة من الواحد؛ حيث إن نسبة المساحة كاملة تحت المنحنى تساوي 1، عليه نحتاج إلى تطبيق القاعدة المنحني تساوي 1، $P(Z > z) = 1 - P(Z < z)$.

$$P(Z > -0.5) = 1 - P(Z < -0.5)$$

الآن سوف نبحث عن نسبة المساحة التي تقل عن -0.5، وذلك من خلال الجدول المرفق رقم (2) مباشرة.

$$P(Z < -0.5) = 0.3085 = 30.85\%$$

$$P(Z > -0.5) = 1 - 0.3085 = 0.6915$$

2 مثال

أوجد قيمة Z إذا كانت:

a. نسبة المساحة أقل من Z تساوي 0.9850

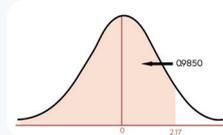
$$P(Z < z) = 0.9850$$

b. نسبة المساحة أكبر من Z تساوي 0.6628

$$P(Z > z) = 0.6628$$

الحل:

a. إيجاد قيمة Z من خلال البحث داخل الجدول الطبيعي المعياري للقيم الموجبة (الجدول المرفق 1 في الملحق) عن احتمال 0.9850، فإنها تقع عند تقاطع الصف 2.1 مع العمود الأول 0.07، فتكون $Z = 2.17$ ، كما في الشكل المجاور:



b. إيجاد قيمة الاحتمال الأقل من 0.6628 بطرحها من الواحد لإيجاد الاحتمال يسار قيمة Z .

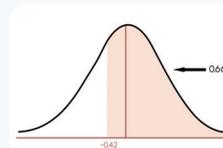
المساحة أقل من $1 - Z = 1 - P(Z < z)$

$$P(Z > z) = 1 - P(Z < z)$$

$$0.6628 = 1 - P(Z < z)$$

$$P(Z < z) = 1 - 0.6628 = 0.3372$$

ثم لإيجاد قيمة Z لا بد من البحث داخل الجدول الطبيعي المعياري للقيم السالبة (الجدول المرفق 2 في الملحق) عن 0.3372، فإنها تقع عند تقاطع الصف -0.4 مع العمود الأول 0.02 فتكون $Z = -0.42$ ، كما في الشكل المجاور، فنجد أن $Z = -0.42$



تحقق من فهمك 2

باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري أوجد نسبة المساحة الأقل من Z والتي تساوي 0.9357.

مثال 3

إذا كانت درجات 600 طالب في مقرر ما تتبع توزيعاً طبيعياً بمتوسط حسابي 72 وانحراف معياري 8. وكانت درجة النجاح هي 60. أوجد:

- a. النسبة المئوية للطلاب الذين تقع درجاتهم بين 62، 78.
b. عدد الطلاب الراشدين.

الحل:

$$\begin{aligned} \text{a. إيجاد النسبة المئوية للطلاب الذين تقع درجاتهم بين 62، 78:} \\ P(62 < X < 78) = P\left(\frac{62-72}{8} < Z < \frac{78-72}{8}\right) = P(-1.25 < Z < 0.75) \\ = P(Z < 0.75) - P(Z < -1.25) = 0.7734 - 0.1056 = 0.6678 \end{aligned}$$

إذن نسبة الطلاب الذين تقع درجاتهم بين 62، 78 هي 66.78%.

b. إيجاد عدد الطلاب الراشدين:

بما أن أقل درجة للنجاح هي 60 فإن نسبة (احتمال) الطلاب الذين حصلوا على درجة أقل من 60:

$$P(X < 60) = P\left(Z < \frac{60-72}{8}\right) = P(Z < -1.50) = 1 - P(Z < 1.50) = 1 - 0.9332 = 0.0668$$

إذن نسبة الطلاب الراشدين تساوي تقريباً 6.68%، ولإيجاد عددهم نتبع الآتي:

$$0.0668 \times 600 = 40.08 \approx 40$$

وهذا يعني أن 40 طالباً - تقريباً - رسبوا في هذا المقرر.

تحقق من فهمك 3

1. من المثال (3) كم عدد الطلاب الحاصلين على درجة 90 فأعلى في المقرر؟
2. كم عدد الطلاب الناجحين في المقرر؟

174

تحقق من فهمك 2

من خلال البحث داخل جدولي التوزيع الطبيعي المعياري المرفق رقم (1)، (2) إذ لدينا في هذه المسألة قيمة الاحتمال، والمطلوب هو إيجاد قيمة Z التي تكون فيها نسبة المساحة أقل، وهذا أيضاً يعد تطبيقاً مباشراً.

ملاحظة مهمة للمعلم: فكرة لتقسيم الجدول لسرعة الحل (إذا كان الاحتمال أكبر من 50% نبحت مباشرة في المرفق (1) وهو الاتجاه الموجب لقيم Z ؛ أما إذا كانت الاحتمالية أقل من 50% فنبحث في الجدول بالاتجاه السالب لقيم Z)

$$P(Z < z) = 0.9357$$

وعليه فإن قيمة $z = 1.52$

تحقق من فهمك 3

1. من معطيات المثال (3) نجد أن المتغير العشوائي يتبع التوزيع الطبيعي بالمعلومات الآتية:
المتوسط الحسابي يساوي 72.
والانحراف المعياري 8.

وحجم العينة هو 600 طالباً.

بما أننا نريد عدد الطلاب الحاصلين على درجة 90 فأعلى فإن نسبة (احتمال) الطلاب الذين حصلوا على درجة أكبر من 90:

$$\begin{aligned} P(X > 90) &= P\left(Z > \frac{90-72}{8}\right) = P(Z > 2.25) \\ &= 1 - P(Z < 2.25) = 1 - 0.9878 = 0.0122 \end{aligned}$$

إذن نسبة الطلاب الحاصلين على 90 درجة فأعلى في المقرر يساوي تقريباً 1.22%، ولإيجاد عددهم نتبع الآتي:

$$0.0122 \times 600 = 7.32 \approx 7$$

وهذا يعني أن 7 طلاب تقريباً حصلوا على 90 فأعلى في هذا المقرر.

2. بما أننا نريد معرفة عدد الطلاب الناجحين في المقرر ونعلم أن أقل درجة للنجاح هي 60 فإن نسبة (احتمال) الطلاب الذين نجحوا في المقرر لابد ألا تقل درجاتهم عن 60:

$$\begin{aligned} P(X > 60) &= P\left(Z > \frac{60-72}{8}\right) = P(Z > -1.50) = 1 - P(Z < -1.50) \\ &= 1 - 0.0668 \\ &= 0.9332 \end{aligned}$$

إذن نسبة الطلاب الناجحين في المقرر الذين تبلغ درجاتهم 60 درجة فأعلى في المقرر يساوي تقريباً 93.32%، ولإيجاد عددهم نتبع الآتي:

$$0.9332 \times 600 = 559.92 \approx 560$$

وهذا يعني أن 560 طالباً تقريباً حصلوا على 60 فأعلى في هذا المقرر وهو ما يمثل عدد الطلاب الناجحين في المقرر.

1: عند إلقاء قطعة نقود معدنية مرتين على التوالي؛ ثم ملاحظة الوجه الظاهر، أوجد الاحتمالات الآتية:

a. ظهور الكتابة مرتين.

b. ظهور الصورة في الرمية الأولى.

c. ظهور الكتابة في الرمية الثانية.

2: تنتج إحدى شركات المشروبات نوعاً معيناً من العصائر؛ يستمر الإنتاج خلال دورتي عمل بحيث إن 70% من الإنتاج اليومي من الدورة الأولى. من دراسة المنتج وجد أن نسبة العبوات السليمة من إنتاج الدورة الأولى 95% ونسبة العبوات السليمة من إنتاج الدورة الثانية 97%. إذا سحبت إحدى العبوات عشوائياً وكانت سليمة فما احتمال أن تكون من إنتاج الدورة الثانية؟

3: صندوق به 10 ثمرات منها 3 تالفة، اختيرت منه ثمرتان. احسب احتمال أن تكون إحداهما تالفة.

4: تتعطل ماكينة لتصنيع الحلوى في المتوسط خمس مرات في الأسبوع. ما احتمال تعطل الماكينة ثلاث مرات خلال أسبوع؟

5: في إحدى المدن الصغيرة وجد أن أعلى درجة حرارة مسجلة يومياً - خلال فصل الربيع - متوسطها 20°C بانحراف معياري 5°C . بفرض أن المتغير العشوائي X (أعلى درجة حرارة يومياً) يخضع للتوزيع الطبيعي، أوجد الاحتمال للأيام التي تكون أعلى درجة حرارة فيها:

a. تتراوح بين 22°C و 26°C

b. على الأقل 28°C

6: إذا أُجري استفتاء لمستخدمي شبكة الاتصالات في مدينة الجوف؛ حول البدء بتقديم خدمات الجيل الخامس لسكان المدينة مقابل رسوم إضافية، فأجاب 68% منهم بالموافقة، ورفض 20% وامتنع البقية عن التصويت. فهل يخضع هذا الاستفتاء لتوزيع ذي الحدين؟ فسّر إجابتك.

7: إذا كان المتوسط الحسابي لتلف عدد من آلات التصوير هو ثلاث آلات في المستودع الواحد؛ احسب:

a. احتمال عدم حدوث تلف.

b. احتمال حدوث تلفين.

c. احتمال حدوث تلفين على الأقل. تنبيه: استخدم مسلمة الاحتمال الآتية:

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - (P(X = 0) + P(X = 1))$$

:1

تجب كتابة فضاء العينة كاملاً، والذي يقصد فيه جميع

الاحتمالات التي من الممكن الحصول عليها.

$$S = \{HH, HT, TH, TT\}$$

(a) لنفرض A حادثة ظهور الكتابة مرتين وأن:

$$n(A) = 1, \quad A = \{TT\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{4}$$

(b) لنفرض أن B حادثة الحصول على صورة في الرمية

الأولى فهذا يعني أن:

$$n(B) = 2, \quad B = \{HH, HT\}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

(c) لنفرض أن C حادثة الحصول على الكتابة في الرمية

الثانية فهذا يعني أن:

$$n(C) = 2, \quad C = \{TT, HT\}$$

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

:2

المعطيات:

$$P(A_1) = 0.7$$

$$P(A_2) = 0.3$$

$$P(B|A_1) = 0.95$$

$$P(B|A_2) = 0.97$$

المطلوب:

$$P(A_2|B) = ??$$

لنفرض الآتي:

B الحادثة للعبوة السليمة.

A_1 الحادثة للعبوة من إنتاج الدورة الأولى.

A_2 الحادثة للعبوة من إنتاج الدورة الثانية.

$$\begin{aligned} P(A_2|B) &= \frac{P(A_2)P(A_2|B)}{P(A_1)P(A_1|B) + P(A_2)P(A_2|B)} \\ &= \frac{(0.3)(0.97)}{(0.7)(0.95) + (0.3)(0.97)} \approx 0.3044 \approx 30.44\% \end{aligned}$$



:3

المعطيات:

$$\begin{aligned}n &= 2 \\P &= \frac{3}{10} = 0.3 \\q &= 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10} = 0.7\end{aligned}$$

المطلوب:

$$P(X = 1) = ?$$

من خلال المعطيات فإنه يمكن استخدام توزيع ذي الحدين.

$$P(X = 1) = \binom{2}{1} (0.3)^1 (0.7)^{2-1} = \frac{2!}{1!(2-1)!} (0.3)(0.7) = 2(0.21) = 0.42$$

:4

بما أننا نعلم المتوسط فهذا يعني أنه يمكننا استخدام توزيع بواسون بمتوسط 5 ($\lambda = 5$) والمطلوب هو: $P(X = 3)$ ؟

$$P(X = x_i) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}; X = 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

$$P(X = 3) = \frac{e^{-5} (5)^3}{3!} \approx 0.145 \approx 14.5\%$$

:5

(a) المعطيات:

المتغير العشوائي X (أعلى درجة حرارة يومياً) يخضع للتوزيع الطبيعي بمتوسط $\mu = 20^\circ\text{C}$ وانحراف معياري $\sigma = 5^\circ\text{C}$

$$\begin{aligned}P(22 < X < 26) &= P\left(\frac{22 - 20}{5} < \frac{X - 20}{5} < \frac{26 - 20}{5}\right) = P(0.40 < Z < 1.20) \\&= P(Z < 1.20) - P(Z < 0.40) = 0.8849 - 0.6554 = 0.2295 \approx 22.95\%\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}P(X > 28) &= P\left(\frac{X - 20}{5} > \frac{28 - 20}{5}\right) = P(Z > 1.60) = 1 - P(Z < 1.60) \\&= 1 - 0.9452 \\&= 0.0548 = 5.48\%\end{aligned}$$



:6

لا. وذلك لأن الاستفتاء احتوى على ثلاث نتائج، هي: القبول والرفض والامتناع عن التصويت، وهذا يتنافى مع تعريف توزيع ذي الحدين؛ حيث إنه يهتم بدراسة فرصتين فقط.

:7

بما أننا نعلم المتوسط فهذا يعني أنه يمكننا استخدام توزيع بواسون بمتوسط 3 ($\lambda = 3$).

$$P(X = x_i) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}; X = 0, 1, 2, 3$$

$P(X = 0)$ (a)

$$P(X = 0) = \frac{e^{-3}(3)^0}{0!} \approx 0.051 \approx 5.1\%$$

$P(X = 2)$ (b)

$$P(X = 2) = \frac{e^{-3}(3)^2}{2!} \approx 0.229 \approx 22.9\%$$

$P(X \geq 2)$ (c)

$$\begin{aligned} P(X \geq 2) &= 1 - P(X < 2) = 1 - (P(X = 0) + P(X = 1)) \\ &= 1 - \left(\frac{e^{-3}(3)^0}{0!} + \frac{e^{-3}(3)^1}{1!} \right) \\ &= 1 - (0.051 + 0.152) \\ &= 1 - (0.203) \approx 0.797 \approx 79.7\% \end{aligned}$$



• أطبق المفاهيم والمهارات الاحتمالية في سياقات عملية مرتبطة بالصحة والحياة، باستخدام النظريات والقوانين المناسبة.

1: في إحدى الجامعات، 6% من الذكور و1% من الإناث أطوالهم أكبر من 180 cm، ونسبة الإناث إلى الذكور في هذه الجامعة هي 2 : 3 (لصالح الإناث). عند اختيار أحد الطلاب بشكل عشوائي من بين الذين أطوالهم أكبر من 180 cm، ما احتمال أن يكون الاختيار أنثى؟

2: إذا كانت نسبة الإصابة بسرطان الرئة بين المدخنين تساوي 4 أمثال النسبة بين غير المدخنين، وبفرض أن نسبة المدخنين في مجتمع ما تساوي 20% وأن نسبة الإصابة بسرطان الرئة تساوي 4%.

a. ما احتمال الإصابة بسرطان بين المدخنين؟

b. إذا توفي شخص بسرطان الرئة؛ فما احتمال أن يكون مدخنًا؟

3: تبلغ نسبة الإصابة بمرض السكري عند البالغين 8%، واحتمال أن يقرر الطبيب إصابة شخص ما بهذا المرض علمًا بأنه مريض بالفعل هو 0.9، واحتمال أن يقرر إصابته علمًا بأنه غير مصاب هو 0.02. ما احتمال أن يكون شخص بالغ مريضًا بالسكري علمًا بأن الطبيب أنبأه بذلك؟

4: عند تشخيص مرض زيد؛ تبين أنه مصاب بنوع معين من الفيروس؛ وليكن X ولكن دون معرفة أي من السلالات a, b, c, d، يحملها زيد، وإذا علمت أنه إذا كان المريض حاملًا للفيروس X فإن احتمالات كونه a, b, c, d هي على الترتيب 1/2, 1/8, 1/8, 1/4. وببين المختبر أن احتمالات الشفاء من هذا المرض هي 1/2 إذا كان زيد مصابًا بالنوع a وكان حاملًا لفيروس b فإن احتمال الشفاء هو 1/3 وإذا كان احتمال الشفاء 1/4 إذا كان من النوع c وأخيرًا احتمال الشفاء 1/3 إذا كان من النوع d والمطلوب:

a. ما احتمال شفاء زيد من هذا المرض.

b. إذا علمت أنه شفي من هذا المرض فما احتمال أن يكون حاملًا لفيروس من النوع c؟

5: إذا كان احتمال تحسن جودة الخدمات الطبية في منطقة ما هو P=0.8 وذلك بعد توفير البنية التحتية اللازمة، وكان لدى وزارة الصحة خمس مناطق مختلفة، فأوجد ما يأتي:

a. اكتب شكل التوزيع (دالة) للمتغير العشوائي (عدد المناطق التي تحسنت فيها جودة الخدمات الطبية).

b. احسب احتمال تحسن جودة الخدمات الطبية في ثلاث مناطق فقط.

c. احسب احتمال عدم تحسن جودة الخدمات الطبية في أي منطقة.

176

1:

$$P(M) = \frac{2}{5} = 0.4 \quad \text{M يعني الطالب ذكر.}$$

$$P(F) = \frac{2}{5} = 0.4 \quad \text{F يعني الطالب أنثى.}$$

T يعني طول الطالب أكثر من 180 سم.

$$P(T|F) = \frac{1}{100} = 0.01, \quad P(T|M) = \frac{6}{100} = 0.06$$

المطلوب هو حساب P(T|F).

باستخدام نظرية بيز:

$$P(T|F) = \frac{P(T|F) P(F)}{P(T|F) P(F) + P(T|M) P(M)}$$

$$= \frac{(0.01)(0.6)}{(0.01)(0.6) + (0.06)(0.4)} = \frac{0.006}{0.03} = 0.2 = \frac{1}{5}$$

2:

(a)

$$P(A) = \frac{1}{5} = 0.2 \quad \text{يعني: المدخنون.}$$

$$P(B) = \frac{4}{5} = 0.8 \quad \text{يعني: غير المدخنين.}$$

$$P(D) = 0.4 \quad \text{يعني: المصابون بسرطان الرئة.}$$

نعلم أن نسبة الإصابة بسرطان الرئة بين المدخنين تساوي

$$4 \text{ أمثال النسبة بين غير المدخنين } P(D|A) = 4P(D|B)$$

نستطيع استخدام الخواص الجبرية البسيطة كما يأتي:

$$P(D) = P(A)P(D|A) + P(B)P(D|B)$$

$$0.04 = 0.2P(D|A) + 0.8P(D|B)$$

$$P(D|B) = \frac{P(D|A)}{4} \quad \text{وحيث إن } P(D|A) = 4P(D|B) \text{ وهذا يعني أن}$$

$$0.04 = 0.2P(D|A) + 0.8 \frac{P(D|A)}{4} = 0.2P(D|A) + 0.2P(D|A) = 0.4P(D|A)$$

$$\therefore P(D|A) = \frac{0.04}{0.4} = \frac{4}{40} = \frac{1}{10} = 0.1$$

وهذا يعني أن احتمال الإصابة بسرطان بين المدخنين 0.1.

وعليه يمكن حساب احتمال الإصابة بسرطان بين غير

المدخنين:

$$P(D|B) = \frac{P(D|A)}{4} = \frac{0.1}{4} = 0.025$$

وهذا يعني أن احتمال الإصابة بسرطان بين غير المدخنين

0.025.

(b)

$$P(A|D) = \frac{P(D|A)P(A)}{P(D|A)P(A) + P(D|B)P(B)} = \frac{0.2 \times 0.1}{(0.2 \times 0.1) + (0.025 \times 0.8)} = \frac{0.02}{0.04} = 0.5$$

3:

$$P(A) = 0.08 \quad \text{يعني: الإصابة بمرض السكري.}$$

$$P(B) = 0.92 \quad \text{يعني: عدم الإصابة بمرض السكري.}$$

D يعني: أن الطبيب شخّص الإصابة بالمرض.

$$P(D|A) = 0.90, \quad P(D|B) = 0.02$$

المطلوب هو حساب P(D|B)

$$P(D|A) = \frac{P(D|A)P(A)}{P(D|A)P(A) + P(D|B)P(B)} = \frac{0.90 \times 0.08}{(0.90 \times 0.08) + (0.02 \times 0.92)} = \frac{0.072}{0.0904} = 0.796$$



:4

(a) المعطيات:

$$P(A_1) = \frac{1}{2} \text{ .a. } P(A_2) = \frac{1}{4} \text{ .b. } P(A_3) = \frac{1}{8} \text{ .c. } P(A_4) = \frac{1}{4} \text{ .d.}$$

B تعني: الشفاء من المرض.

$$P(B|A_1) = \frac{1}{2}, P(B|A_2) = \frac{1}{3}, P(B|A_3) = \frac{1}{4}, P(B|A_4) = \frac{1}{3}$$

ولحساب احتمال شفاء زيد من المرض

$$P(B) = \sum_{k=1}^4 P(A_k)P(B|A_k)$$

$$P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2) + P(A_3)P(B|A_3) + P(A_4)P(B|A_4) = 0.5 \times 0.5 + 0.125 \times 0.33 + 0.125 \times 0.25 + 0.25 \times 0.33 = 0.405$$

(b)

$$P(A_3|B) = ??$$

$$P(A_3|B) = \frac{P(A_3)P(B|A_3)}{P(B)} = \frac{0.125 \times 0.25}{0.405} = \frac{0.03125}{0.405} = 0.0772 \approx 7.72\%$$

:5

(a) المعطيات:

$$P = 0.8$$

$$n = 5$$

ومن خلال هذه المعلومات يمكن تحديد نوع التوزيع الاحتمالي؛ والقول بأنه توزيع ذي الحدين.

$$P(X = x) = \binom{5}{x} (0.8)^x (0.2)^{5-x}; X = 0, 1, 2, 3, 4, 5.$$

(b)

$$P(X = 3) = \binom{5}{3} (0.8)^3 (0.2)^{5-3} = \frac{5!}{3!(2)!} (0.512)(0.04) = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3!(2)!} (0.512)(0.04) = 10 \times (0.512) \times (0.04) = 0.2048 \approx 20.48\%$$

(c)

$$P(X = 0) = \binom{5}{0} (0.8)^0 (0.2)^{5-0} = \frac{5!}{0!(5-0)!} \times 1 \times (0.2)^5 = \frac{5!}{5!} \times 1 \times (0.00032) = 1 \times 1 \times (0.00032) = 0.00032 \approx 0.032\%$$

d. احسب احتمال تحسن جودة الخدمات الطبية فيما لا يقل عن منطقتين ولا يزيد عن أربع مناطق.

e. احسب المتوسط الحسابي، والتباين، والانحراف المعياري، لهذا التوزيع.

6: إذا كان احتمال انتشار فيروس معين في فصل الشتاء يساوي 35%، وكان لدينا 20 شخصاً يعملون في مقر واحد، فما احتمال أن يكون من بينهم ثلاثة أشخاص معرضين للإصابة بهذا الفيروس؟ وما احتمال أن يكون اثنان منهم - على الأكثر - معرضين للإصابة؟

7: إذا كان احتمال معاناة شخص من ردة فعل سيئة عند حقنه بمصل معين هو 0.40:

(a) أوجد احتمال أن يكون ثلاثة أشخاص من بين 15 شخصاً سيحقتون بالمصل لهم ردة فعل سيئة.

(b) أوجد احتمال أن يكون أكثر من شخص من بين 15 شخصاً سيحقتون بالمصل لهم ردة فعل سيئة.

a. ثلاثة أشخاص.

b. أكثر من شخص.

c. ما المتوسط الحسابي لردود الفعل السيئة.

8: إذا علمت أن احتمال استصلاح أراضٍ زراعية بجهود فردية من المزارعين خلال عام واحد يبلغ 0.6، فإذا كان لدينا 10 أراضٍ زراعية، فما احتمال ما يأتي:

a. استصلاح ثلاث أراضٍ خلال عام.

b. استصلاح من 2 إلى 5 أراضٍ خلال عام.

c. عدم استصلاح أي أرض منها خلال عام.

9: إذا كان احتمال عدد الأشخاص في العالم الذين لديهم عيون بنفسجية يبلغ 0.001، فإذا كان لدينا 25 شخصاً، فما احتمال أن يكون من بينهم ثلاثة ذوو عيون بنفسجية اللون؟ وما احتمال أن يكون واحد منهم على الأقل ذا عيون بنفسجية اللون؟

10: إذا كان المتوسط الحسابي لعدد الولادات في مستشفى الحرس الوطني ثلاث ولادات كل ساعة، فما احتمال أن يكون هناك:

a. حالة ولادة واحدة خلال ساعة معينة.

b. أربع حالات ولادة على الأكثر خلال ساعة معينة.

177

(d)

$$P(2 \leq X \leq 4) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) = \binom{5}{2} (0.8)^2 (0.2)^{5-2} + \binom{5}{3} (0.8)^3 (0.2)^{5-3} + \binom{5}{4} (0.8)^4 (0.2)^{5-4} = \frac{5!}{2!(5-2)!} (0.64)(0.008) + \frac{5!}{3!(5-3)!} (0.512)(0.04) + \frac{5!}{4!(5-4)!} (0.4096)(0.2) = 0.0512 + 0.2048 + 0.4096 = 0.6656 \approx 66.56\%$$

(e) المتوسط الحسابي

$$np = 5 \times 0.8 = 4$$

التباين

$$npq = 5 \times 0.8 \times 0.2 = 0.8$$

الانحراف المعياري

$$\sqrt{npq} = \sqrt{5 \times 0.8 \times 0.2} = \sqrt{0.8} = 0.8944$$

:6

المعطيات:

$$P = 0.35$$

$$n = 20$$

ومن خلال هذه المعلومات يمكن تحديد نوع التوزيع الاحتمالي، والقول بأنه توزيع ذي الحدين.

$$P(X = 3) = ??$$

$$P(X \leq 2) = ??$$



11: إذا كان احتمال تحسن نوعية حليب الأبقار في مزرعة ألبان هو 0.001 عند تلقيحها بأمصال معينة، فأوجد احتمال أن يكون من بين 2000 بقرة سيتم حقنها بالمصل:

- a. ثلاث بقرات ستتحسن نوعية حليبها.
b. أكثر من بقرة ستتحسن نوعية حليبها.

(ملاحظة: في حال كان لتوزيع ذي الحدين احتمال P صغير جداً وحجم عينة n كبير، فإنه يمكن تقريبه إلى توزيع بواسون من خلال $\lambda=np$).

12: إذا كان للمتغير العشوائي X الذي يمثل عدد الأشعات - من نوع خاص - التي يعملها أحد مراكز الأشعة خلال ساعة، توزيع بواسون 2.3؛ فاطلوب:

- a. اكتب شكل التوزيع الاحتمالي (دالة الكتلة الاحتمالية) للمتغير العشوائي X.
b. احسب احتمال أن يعمل المركز 3 أشعات خلال ساعة.
c. احسب احتمال أن يعمل المركز أشعتين على الأقل خلال ساعة.
d. أوجد المتوسط الحسابي لعدد الأشعات التي يعملها المركز خلال ساعة.
e. أوجد الانحراف المعياري لعدد الأشعات التي يعملها المركز خلال ساعة.

13: إذا كان متوسط نمو التطبيقات الصحية السنوي في المملكة العربية السعودية هو 5 تطبيقات، فما احتمال أن يصل عدد التطبيقات إلى 3 تطبيقات هذا العام؟

14: المتوسط الحسابي لأوزان 1000 شخص يساوي 65 kgm، والانحراف المعياري 10 kgm، فإذا كانت الأوزان تتبع التوزيع الطبيعي، فما نسبة الأشخاص الذين تقع أوزانهم بين 65 kgm و 95 kgm؟ وما عددهم؟

15: يتوزع مستوى الدهون (الكوليسترول) في فئة الشباب الذكور، في إحدى الدول، توزيعاً طبيعياً؛ بمتوسط حسابي 158.3، وانحراف معياري 6.6:

a. ما احتمال أن تقل نسبة الكوليسترول لدى الشباب الذكور عن 151.7؟

b. كم شخصاً تقريباً من بين 900 شخص يتراوح مستوى الكوليسترول لديهم بين 171.5 - 145.1؟

16: إذا كانت حموضة الدم الأدمي - مقياساً بدلالة الأس الأيدروجيني - متغيراً عشوائياً طبيعياً متوسطه الحسابي $\mu=7.2$ وكان احتمال أن يكون مستوى الأس الأيدروجيني أكبر من 7.5 يساوي 0.0222، فأوجد الانحراف المعياري للتوزيع.

178

$$P(X = 3) = \binom{20}{3} (0.35)^3 (0.65)^{20-3} = \frac{20!}{3!(20-3)!} \times 0.0429 \times (0.65)^{17} = \frac{20 \times 19 \times 18 \times 17!}{3 \times 2 \times 1 \times (17)!} \times 0.0429 \times 0.00066 = 10 \times 19 \times 6 \times 0.0429 \times 0.00066 = 0.0323 \approx 3.23\%$$

$$P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = \binom{20}{0} (0.35)^0 (0.65)^{20-0} + \binom{20}{1} (0.35)^1 (0.65)^{20-1} + \binom{20}{2} (0.35)^2 (0.65)^{20-2} = (0.65)^{20} + \frac{20!}{1!(20-1)!} \times 0.35 \times (0.65)^{19} + \frac{20!}{2!(20-2)!} \times 0.35^2 \times (0.65)^{18} = 0.00018 + \frac{20 \times 19!}{1 \times (19)!} \times 0.35 \times 0.00028 + \frac{20 \times 19 \times 18!}{2 \times 1 \times (18)!} \times 0.1225 \times 0.00043 = 0.00018 + 20 \times 0.35 \times 0.00028 + 10 \times 19 \times 0.1225 \times 0.00043 = 0.00018 + 0.002 + 0.01 = 0.0121 \approx 1.21\%$$

7:

(a) المعطيات:

$$P = 0.40$$

$$n = 15$$

ومن خلال هذه المعلومات يمكن تحديد نوع التوزيع الاحتمالي؛ والقول بأنه توزيع ذي الحدين.

$$P(X = 3) = \binom{15}{3} (0.4)^3 (0.6)^{15-3} = \frac{15!}{3!(15-3)!} \times 0.064 \times (0.6)^{12} = \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12!}{3 \times 2 \times 1 \times (12)!} \times 0.064 \times 0.0022 = 5 \times 7 \times 13 \times 0.064 \times 0.0022 = 0.0634 \approx 6.34\%$$

(b)

$$P(X > 1) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1)]$$

$$= 1 - \left[\binom{15}{0} (0.4)^0 (0.6)^{15-0} + \binom{15}{1} (0.4)^1 (0.6)^{15-1} \right] = 1 - \left[(0.6)^{15} + \frac{15 \times 14!}{1 \times (14)!} \times (0.4)^1 \times (0.6)^{14} \right] = 1 - [0.00047 + 15 \times 0.4 \times 0.00078] = 1 - [0.00047 + 0.0047] = 1 - [0.0052] = 0.9948 \approx 99.48\%$$

(c) المتوسط الحسابي np

$$np = 15 \times 0.4 = 6$$

8:

(a) المعطيات:

$$P = 0.60$$

$$n = 10$$

ومن خلال هذه المعلومات يمكن تحديد نوع التوزيع الاحتمالي؛ والقول بأنه توزيع ذي الحدين.

$$P(X = 3) = \binom{10}{3} (0.6)^3 (0.4)^{10-3} = \frac{10!}{3!(10-3)!} \times 0.216 \times (0.4)^7 = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{3 \times 2 \times 1 \times (7)!} \times 0.216 \times 0.00164 = 5 \times 3 \times 8 \times 0.216 \times 0.00164 = 0.0425 \approx 4.25\%$$



(b)

$$\begin{aligned}
P(2 \leq X \leq 5) &= P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) \\
&= \binom{10}{2} (0.6)^2 (0.4)^{10-2} + \binom{10}{3} (0.6)^3 (0.4)^{10-3} + \binom{10}{4} (0.6)^4 (0.4)^{10-4} + \\
&\quad \binom{10}{5} (0.6)^5 (0.4)^{10-5} \\
&= \frac{10 \times 9 \times 8!}{2 \times 1 \times (8)!} \times 0.36 \times 0.00066 + \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{3 \times 2 \times 1 \times (7)!} \times 0.216 \times 0.00164 \\
&\quad + \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6!}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times (6)!} \times 0.1296 \times 0.0041 \\
&\quad + \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times (5)!} \times 0.0778 \times 0.0102 \\
&= 5 \times 9 \times 0.36 \times 0.00066 + 5 \times 3 \times 8 \times 0.216 \times 0.00164 + 10 \times 3 \times 7 \times 0.1296 \times 0.0041 \\
&+ 2 \times 3 \times 7 \times 6 \times 0.0778 \times 0.0102 = 0.011 + 0.0425 + 0.111 + 0.201 \approx 0.3652 \approx 36.52\%
\end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned}
P(X = 0) &= \binom{10}{0} (0.6)^0 (0.4)^{10-0} = \frac{10!}{0!(10-0)!} \times 1 \times (0.4)^{10} = \frac{10!}{10!} \times 1 \times (0.000105) \\
&= 1 \times 1 \times (0.000105) = 0.000105 \approx 0.0105\%
\end{aligned}$$

:9

المعطيات:

$$P = 0.001$$

$$n = 25$$

ومن خلال هذه المعلومات يمكن تحديد نوع التوزيع الاحتمالي؛ والقول بأنه توزيع ذي الحدين، ولكن نلاحظ أن قيمة الاحتمال صغيرة جداً؛ مما يجعل عملية حساب الاحتمالات أكثر صعوبة وعرضة للوقوع في الخطأ؛ لذلك نستطيع تحويل توزيع ذي الحدين إلى توزيع بواسون عن طريق إجراء هذه التحويل.

$$\lambda = np = 0.001 \times 25 = 0.025$$

$$P(X = x_i) = \frac{e^{-0.025} (0.025)^{x_i}}{x_i!}; X = 0, 1, 2, \dots$$

ملاحظة: يعد هذا التمرين من أسئلة تحويل توزيع ذي الحدين إلى توزيع بواسون؛ حيث يبين للطالب وجود علاقة بين التوزيعات وأنه يمكن التحويل من توزيع إلى آخر إذا تحققت شروط التحويل (في حال كان لتوزيع ذي الحدين احتمال P صغير جداً وحجم عينة n كبير فإنه يمكن تقريبه إلى توزيع بواسون من خلال $\lambda=np$) كما هو الحال في هذا التمرين.

المطلوب:

$$P(X = 3) = ??$$

$$P(X \geq 1) = ??$$

$$P(X = 3) = \frac{e^{-0.025} (0.025)^3}{3!} = \frac{(0.975)(0.000016)}{3 \times 2 \times 1} = \frac{0.0000156}{6} \approx 0.0000026 \approx 0.00026\%$$

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \frac{e^{-0.025} (0.025)^0}{0!} = 1 - e^{-0.025}$$

$$= 1 - 0.975 \approx 0.025 \approx 2.5\%$$



:10

(a) المعطيات:

$$\lambda = 3$$

ومن خلال هذه المعلومات يمكن تحديد نوع التوزيع الاحتمالي؛ والقول بأنه توزيع بواسون؛ حيث إن البيانات كمية منفصلة ونتعامل مع متوسط حسابي؛ وهذا يقودنا للقول بأن التوزيع الاحتمالي هو توزيع بواسون:

$$P(X = x_i) = \frac{e^{-3}(3)^x}{x!}; X = 0, 1, 2, \dots$$

$$251.0 = 3 \times 150.0 = (3) \times 3^{-e} = \frac{1(3)^3 - e}{1!} = (1 = X)P$$

(b)

$$P(X \leq 4) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4)$$

$$= \frac{e^{-3}(3)^0}{0!} + \frac{e^{-3}(3)^1}{1!} + \frac{e^{-3}(3)^2}{2!} + \frac{e^{-3}(3)^3}{3!} + \frac{e^{-3}(3)^4}{4!}$$

$$= \frac{e^{-3}(3)^0}{0!} + \frac{e^{-3}(3)^1}{1!} + \frac{e^{-3}(3)^2}{2!} + \frac{e^{-3}(3)^3}{3!} + \frac{e^{-3}(3)^4}{4!}$$

$$= e^{-3} + e^{-3} \times (3) + \frac{e^{-3} \times (9)}{2} + \frac{e^{-3} \times (27)}{6} + \frac{e^{-3} \times (81)}{24}$$

$$= 0.051 + 0.152 + 0.230 + 0.230 + 0.172 \approx 0.835 \approx 83.50\%$$

:11

(a) المعطيات:

$$P = 0.001$$

$$n = 2000$$

ومن خلال هذه المعلومات يمكن تحديد نوع التوزيع الاحتمالي؛ والقول بأنه توزيع ذي الحدين؛ ولكن نلاحظ أن قيمة الاحتمال صغيرة جداً وحجم العينة كبير جداً؛ مما يجعل عملية حساب الاحتمالات أكثر صعوبة وعرضة للوقوع في الخطأ؛ لذلك نستطيع تحويل توزيع ذي الحدين إلى توزيع بواسون عن طريق عمل هذه التحويلة:

$$\lambda = np = 0.001 \times 2000 = 2$$

$$P(X = x_i) = \frac{e^{-2}(2)^x}{x!}; X = 0, 1, 2, \dots$$

ملاحظة: يعدّ هذا التمرين من أسئلة تحويل توزيع ذي الحدين إلى توزيع بواسون، حيث يبين للطالب وجود علاقة بين التوزيعات وأنه يمكن التحويل من توزيع إلى آخر إذا تحققت شروط التحويل (في حال كان لتوزيع ذي الحدين احتمال P صغير جداً وحجم عينة n كبير، فإنه يمكن تقريبه إلى توزيع بواسون من خلال $\lambda=np$) كما هو الحال في هذا التمرين.

$$P(X = 3) = \frac{e^{-2}(2)^3}{3!} = \frac{(0.137)(8)}{3 \times 2 \times 1} = \frac{1.097}{6} \approx 0.183 \approx 18.3\%$$

(b) **ملاحظة:** في حال كان لتوزيع ذي الحدين احتمال P صغير جداً وحجم عينة n كبير، فإنه يمكن تقريبه إلى توزيع بواسون من خلال

$$\lambda = np$$

$$P(X > 1) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1)] = 1 - \left[\frac{e^{-2}(2)^0}{0!} + \frac{e^{-2}(2)^1}{1!} \right] = 1 - [0.137 + 0.274]$$

$$= 1 - 0.411 \approx 0.589 \approx 58.9\%$$

:12

(a) المعطيات:

$$\lambda = 2.3$$

ومن خلال هذه المعلومات يمكن تحديد نوع التوزيع الاحتمالي؛ والقول بأنه توزيع بواسون؛ حيث إن البيانات كمية منفصلة ونتعامل مع متوسط حسابي، وهذا يقودنا للقول بأن التوزيع الاحتمالي هو توزيع بواسون.



(a)

$$P(X = x_i) = \frac{e^{-2.3}(2.3)^x}{x!}; X = 0, 1, 2, \dots$$

(b)

$$P(X = 3) = \frac{e^{-2.3}(2.3)^3}{3!} = \frac{(0.102)(12.167)}{3 \times 2 \times 1} = \frac{1.239}{6} \approx 0.206 \approx 20.65\%$$

(c)

$$\begin{aligned} P(X \geq 2) &= 1 - P(X < 2) = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1)] = 1 - \left[\frac{e^{-2.3}(2.3)^0}{0!} + \frac{e^{-2.3}(2.3)^1}{1!} \right] \\ &= 1 - [0.102 + 0.234] = 1 - 0.336 \approx 0.664 \approx 66.40\% \end{aligned}$$

(d) المتوسط الحسابي لعدد الأشعات $\lambda = 2.3 =$ إشاعة من هذا النوع يعملها المركز خلال ساعة.(e) الانحراف المعياري لعدد الأشعات $= \sqrt{\lambda} = \sqrt{2.3} = 1.52 =$ إشاعة من هذا النوع يعملها المركز خلال ساعة.**:13**

المعطيات:

$$\lambda = 5$$

ومن خلال هذه المعلومات يمكن تحديد نوع التوزيع الاحتمالي، والقول بأنه توزيع بواسون؛ حيث إن البيانات كمية منفصلة ونتعامل مع متوسط حسابي، وهذا يقودنا للقول بأن التوزيع الاحتمالي هو توزيع بواسون.

المطلوب:

$$P(X = 3) = ??$$

$$P(X = 3) = \frac{e^{-5}(5)^3}{3!} = \frac{(0.00697)(125)}{3 \times 2 \times 1} = \frac{0.87125}{6} \approx 0.1452 \approx 14.52\%$$

:14

المعطيات:

$$n = 1000$$

$$\mu = 65$$

$$\sigma = 10$$

ومن خلال هذه المعلومات يمكن تحديد نوع التوزيع الاحتمالي، والقول بأنه توزيع طبيعي؛ حيث إن البيانات كمية وجرى تحديد المتوسط حسابي والانحراف المعياري، وهذا يقودنا للقول بأن التوزيع الاحتمالي هو توزيع طبيعي.

المطلوب:

$$P(65 \leq X \leq 95) = ??$$

تحديد عدد الأشخاص الذين يتراوح وزنهم بين 65 و95 كغم.

نلاحظ أنه لحل هذا التمرين نحتاج إلى تحويل التوزيع الطبيعي إلى توزيع طبيعي معياري باستخدام قانون التحويل الآتي:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$P(65 \leq X \leq 95) = P\left(\frac{65 - 65}{10} \leq \frac{X - 65}{10} \leq \frac{95 - 65}{10}\right) = P\left(\frac{0}{10} \leq \frac{X - 65}{10} \leq \frac{30}{10}\right) = P(0 \leq Z \leq 3)$$

$$= P(Z \leq 3.00) - P(Z \leq 0.00) = 0.9987 - 0.5000 = 0.4987 \approx 49.87\%$$

عدد الأشخاص الذين يتراوح وزنهم بين 65 و95 كغم يُحسَب عن طريق ضرب الاحتمالية في حجم العينة.

$$0.4987 \times 1000 = 498.7 \approx 499$$

499 شخصاً تتراوح أوزانهم بين 65 و95 كغم.



:15

المعطيات:

$$\mu = 158.3$$

$$\sigma = 6.6$$

ومن خلال هذه المعلومات يمكن تحديد نوع التوزيع الاحتمالي، والقول بأنه توزيع طبيعي؛ حيث إن البيانات كمية متصلة وجرى تحديد المتوسط الحسابي والانحراف المعياري، وهذا يقودنا للقول بأن التوزيع الاحتمالي هو توزيع طبيعي. نلاحظ أنه لحل هذا التمرين نحتاج إلى تحويل التوزيع الطبيعي إلى توزيع طبيعي معياري باستخدام قانون التحويل الآتي:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

(a)

$$P(X < 151.7) = P\left(\frac{X - 158.3}{6.6} < \frac{151.7 - 158.3}{6.6}\right) = P\left(Z < \frac{-6.6}{6.6}\right) = P(Z < -1.00) = 0.1587 \approx 15.87\%$$

(b) لإيجاد عدد الأشخاص الذي يتراوح مستوى الكولسترول لديهم بين 171.5 و 145.1 من أصل 900 شخص يجب أن نحسب احتمالية لمستوى الكولسترول عندهم بين 171.5 و 145.1 ومن ثم نوجد العدد.

$$\begin{aligned} P(145.1 \leq X \leq 171.5) &= P\left(\frac{145.1 - 158.3}{6.6} \leq \frac{X - 158.3}{6.6} \leq \frac{171.5 - 158.3}{6.6}\right) \\ &= P\left(\frac{-13.2}{6.6} \leq Z \leq \frac{13.2}{6.6}\right) = P(-2 \leq Z \leq 2) = P(Z \leq 2.00) - P(Z \leq -2.00) \\ &= 0.9772 - 0.0228 = 0.9544 \approx 95.44\% \end{aligned}$$

عدد الأشخاص الذين يتراوح مستوى الكولسترول لديهم بين 171.5 و 145.1 يُحسب عن طريق ضرب الاحتمالية في حجم العينة.

$$0.9544 \times 900 = 858.96 \approx 859$$

859 شخصاً يتراوح مستوى الكولسترول لديهم بين 171.5 و 145.1.

:16

المعطيات:

$$\mu = 7.2$$

$$\sigma = ??$$

$$P(X > 7.5) = 0.0222$$

ومن خلال هذه المعلومات يمكن تحديد نوع التوزيع الاحتمالي، والقول بأنه توزيع طبيعي؛ حيث إن البيانات كمية متصلة وجرى تحديد المتوسط الحسابي والانحراف المعياري، وهذا يقودنا للقول بأن التوزيع الاحتمالي هو توزيع طبيعي. نلاحظ أنه لحل هذا التمرين نحتاج تحويل التوزيع الطبيعي إلى توزيع طبيعي معياري باستخدام قانون التحويل الآتي:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

ومن ثم عمل بعض العمليات الحسابية الجبرية لإيجاد الحل.

من جدول التوزيع الطبيعي نجد أن قيمة $Z = 2.01$ باستخدام قانون التحويل للتوزيع الطبيعي المعياري الآتي:

$$\begin{aligned} Z &= \frac{x - \mu}{\sigma} \\ 2.01 &= \frac{7.5 - 7.2}{\sigma} \\ 2.01 &= \frac{0.3}{\sigma} \Rightarrow \sigma = \frac{0.3}{2.01} \Rightarrow \sigma = 0.149 \end{aligned}$$



تطبيقات - مسار إدارة الأعمال

1:

(a)

$$\begin{aligned} P(A_1) &= 0.20 & A_1 \text{ تعني الإنتاج من الماكينة A.} \\ P(A_2) &= 0.4 & A_2 \text{ تعني الإنتاج من الماكينة B.} \\ P(A_3) &= 0.50 & A_3 \text{ تعني الإنتاج من الماكينة C.} \end{aligned}$$

B تعني الإنتاج المعيب.

$$\begin{aligned} P(B|A_1) &= 0.02, P(B|A_2) = 0.03, P(B|A_3) \\ &= 0.04 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(B) &= \sum_{k=1}^3 P(A_k)P(B|A_k) \\ &= P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2) + P(A_3)P(B|A_3) \\ &= 0.2 \times 0.02 + 0.3 \times 0.03 + 0.5 \times 0.04 \\ &= 0.033 \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} P(A_2|B) &= ?? \\ P(A_2|B) &= \frac{P(A_2)P(B|A_2)}{P(B)} = \frac{0.30 \times 0.03}{0.033} \\ &= \frac{0.009}{0.033} \approx 0.273 \approx 27.3\% \end{aligned}$$

2:

(a)

A_1 تعني المتقدم من حملة مؤهل الدبلوم.

$$P(A_1) = 0.35$$

A_2 تعني المتقدم من حملة مؤهل البكالوريوس.

$$P(A_1) = 0.55$$

A_3 تعني المتقدم من حملة مؤهل الماجستير.

$$P(A_1) = 0.10$$

B تعني المتقدم لديه خبرة سابقة.

$$P(B|A_1) = 0.08, P(B|A_2) = 0.09, P(B|A_3) = 0.02$$

$$(A|B)P(A)P \sum_{i=k}^3 = (B)P$$

$$\begin{aligned} (A|B)P(A)P + (A|B)P(A)P + (A|B)P(A)P &= \\ &= 0.35 \times 0.08 + 0.55 \times 0.09 + 0.10 \times 0.02 \\ &= 0.0795 \approx 7.95\% \end{aligned}$$

تطبيقات - مسار إدارة الأعمال

• أطبق المفاهيم والمهارات الاحتمالية في سياقات عملية مرتبطة بإدارة الأعمال، باستخدام النظريات والقوانين المناسبة.

1: مصنع به ثلاث ماكينات A, B, C، وإذا كانت الماكينة A تنتج 20% من الإنتاج، والماكينة B تنتج 30% من الإنتاج، والماكينة C تنتج 50% من الإنتاج، وكانت نسبة الإنتاج المعيب للمكينات الثلاث على الترتيب هي 4% و3% و2%، فإذا اختيرت وحدة من الإنتاج بشكل عشوائي، احسب الاحتمالات الآتية:

a. أن تكون الوحدة المسحوبة من الإنتاج معيبة.

b. إذا كانت الوحدة المسحوبة معيبة؛ أن تكون من إنتاج الماكينة B.

2: قامت إدارة الموارد البشرية في شركة بالإعلان عن توفر وظائف في الشركة، وقد أشارت نتائج الفرض المبني إلى: أن نسبة المتقدمين من حملة المؤهلات هي: الدبلوم 35%، البكالوريوس 55%، أما الماجستير فقد بلغت 10%، كما أشارت نتائج الفرض إلى: أن نسبة من يملكون خبرة سابقة من المتقدمين هي 8% و9% و2% على التوالي من حملة المؤهلات، فإذا قررت الشركة اختيار موظف من المتقدمين بشكل عشوائي، فاحسب الاحتمالات الآتية:

a. أن يكون الاختيار معتمداً على الخبرة؟

b. إذا كان المتقدم الذي جرى اختياره لديه خبرة؛ فما احتمال أن يكون من حملة درجة البكالوريوس؟

3: تستخدم شركة تصنيع أربع خطط تحليلية لتصميم وتطوير منتج محدد، لأسباب اقتصادية في أوقات مختلفة، حيث تستخدم الخطط: الأولى والثانية والثالثة والرابعة بنسبة 30%، 20%، 35%، 15% على الترتيب، ومعدل الخلل في هذه الخطط يختلف كما يأتي:

$$P(D|P_1) = 0.01, P(D|P_2) = 0.03, P(D|P_3) = 0.02, P(D|P_4) = 0.015$$

حيث إن $P(D|P_i)$ هي احتمال أن يكون المنتج معيباً، علماً بأنه جرى استخدام الخطة j.

إذا جرى رصد منتج ووجد أنه معيب، ما الخطة الأكثر احتمالاً أن تكون المستخدمة؛ وبالتالي مسؤولة عن العيب؟

4: إذا كان احتمال ارتفاع مؤشر سوق الأسهم هو $(3/4)$ واختيرت ثلاث دول، أوجد:

a. التوزيع الاحتمالي لعدد الدول التي يرتفع مؤشر سوق أسهمها.

b. متوسط التوزيع وتباينه وانحرافه المعياري.

c. احتمال ارتفاع مؤشر سوق الأسهم لدولتين على الأقل.

179

(b)

$$P(A_2|B) = ??$$

$$P(A_2|B) = \frac{P(A_2)P(B|A_2)}{P(B)} = \frac{0.55 \times 0.09}{0.0795} = \frac{0.0495}{0.0795} \approx 0.623 \approx 62.3\%$$

3:

$$P(D) = \sum_{j=1}^4 P(P_j)P(D|P_j)$$

$$\begin{aligned} &= P(P_1)P(D|P_1) + P(P_2)P(D|P_2) + P(P_3)P(D|P_3) + P(P_4)P(D|P_4) \\ &= 0.3 \times 0.01 + 0.2 \times 0.03 + 0.35 \times 0.02 + 0.15 \times 0.015 = 0.0183 \end{aligned}$$

$$P(P_1|D) = \frac{P(P_1)P(D|P_1)}{P(D)} = \frac{0.3 \times 0.01}{0.0183} = \frac{0.003}{0.0183} \approx 0.164 \approx 16.4\%$$

$$P(P_2|D) = \frac{P(P_2)P(D|P_2)}{P(D)} = \frac{0.2 \times 0.03}{0.0183} = \frac{0.006}{0.0183} \approx 0.329 \approx 32.9\%$$

$$P(P_3|D) = \frac{P(P_3)P(D|P_3)}{P(D)} = \frac{0.35 \times 0.02}{0.0183} = \frac{0.007}{0.0183} \approx 0.384 \approx 38.4\%$$

$$P(P_4|D) = \frac{P(P_4)P(D|P_4)}{P(D)} = \frac{0.15 \times 0.015}{0.0183} = \frac{0.00225}{0.0183} \approx 0.123 \approx 12.3\%$$

من خلال النتائج: نستنتج أن الخطة الثالثة هي الأكثر احتمالاً أن تكون هي المستخدمة،

لأنها ذات الاحتمال الأكبر مقارنة بالخطط الثلاث الأخرى.



:4

(a) المعطيات:

$$P = 0.75$$

$$n = 4$$

ومن خلال هذه المعلومات يمكن تحديد نوع التوزيع

الاحتمالي، والقول بأنه توزيع ذي الحدين.

$$P(X = x_i) = \binom{4}{x_i} (0.75)^x (0.25)^{4-x_i}, x_i = 0, 1, 2, 3, 4.$$

(b)

المتوسط الحسابي

$$np = 4 \times 0.75 = 3$$

التباين

$$npq = 4 \times 0.75 \times 0.25 = 0.75$$

الانحراف المعياري

$$\sqrt{npq} = \sqrt{4 \times 0.75 \times 0.25} = \sqrt{0.75} = 0.866$$

(c)

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2)$$

$$= 1 - [P(X = 0) + P(X = 1)]$$

$$= 1 - \left[\binom{4}{0} (0.75)^0 (0.25)^{4-0} + \binom{4}{1} (0.75)^1 (0.25)^{4-1} \right]$$

$$= 1 - \left[\frac{4!}{0!(4-0)!} \times 1 \times (0.25)^4 + \frac{4!}{1!(4-1)!} \times 0.75 \times (0.25)^3 \right]$$

$$= 1 - \left[\frac{4!}{4!} \times 1 \times (0.0039) + \frac{4 \times 3!}{3!} \times 0.75 \times (0.0156) \right]$$

$$= 1 - [0.0039 + 0.0469]$$

$$= 1 - 0.051 \approx 0.949 = 94.9\%$$

:5

(a) المعطيات:

$$P = 0.30$$

$$n = 4$$

ومن خلال هذه المعلومات يمكن تحديد نوع التوزيع

الاحتمالي، والقول بأنه توزيع ذي الحدين.

توزيع ذي الحدين:

$$P(X = x_i) = \binom{4}{x_i} (0.30)^{x_i} (0.70)^{4-x_i}, x_i = 0, 1, 2, 3, 4.$$

5: في شركة لتعبئة المنتجات الزراعية: احتمال أن يكون أحد الصناديق المعبأة فيه سلع تالفة هو 0.3، واخترنا عينة من 4 صناديق، وكان التوزيع الاحتمالي لعدد الصناديق السليمة X كما هو موضح في الجدول الآتي:

عدد الصناديق السليمة X	0	1	2	3	4
الاحتمال $P(X = x_i)$	0.0081	0.2646	0.2401

a. اذكر اسم التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X واكتب دالته الاحتمالية.

b. استكمل البيانات الناقصة في الجدول.

c. احسب متوسط التوزيع وتباينه.

d. احسب احتمال الحصول على 3 صناديق على الأقل فيها سلع تالفة.

6: قدرت شركة للطيران أن احتمال وصول طائرته التي تقطع من لندن متجهة إلى جدة في موعدها هو 0.8، فإذا أقلعت 4 طائرات لهذه الشركة من مطار لندن متجهة إلى جدة؛ فأوجد:

a. التوزيع الاحتمالي لعدد الطائرات التي تصل في موعدها.

b. متوسط عدد الطائرات التي تصل في موعدها، وكذلك الانحراف المعياري.

c. احتمال وصول طائرة واحدة على الأقل في موعدها.

d. احتمال وصول 3 طائرات على الأقل في موعدها.

7: إذا كانت نسبة التالف من المصابيح الكهربائية في مصنع تساوي 0.001 وأخذت عينة حجمها 10 مصابيح بطريقة عشوائية، فما احتمال أن يكون عدد المصابيح التالفة في هذه العينة صفراً؟ وما احتمال أن يكون اثنين؟

8: في مصنع لإنتاج السيارات؛ يوجد من بين كل 500 سيارة 50 سيارة أي غير صالحة للاستعمال، وسحبت عينة مكونة من 4 سيارات من إنتاج ذلك المصنع؛ أوجد احتمال أن يكون من بينها ثلاث سيارات غير صالحة للاستعمال.

9: إذا كان عدد البواخر التي تصل إلى ميناء ما في اليوم يتبع توزيع بواسون بمتوسط باخرتان، وكانت التسهيلات في الميناء تستطيع خدمة ثلاث باواخر فقط في اليوم، وإذا زاد العدد عن ذلك تقوم إدارة الميناء بتحويل البواخر إلى ميناء آخر. فما احتمال أن تقوم إدارة الميناء في أحد الأيام بتحويل باواخر إلى الميناء الآخر.

180

(b)

$$P(X = 1) = \binom{4}{1} (0.30)^1 (0.70)^{4-1} = \frac{4!}{1!(4-1)!} \times 0.30 \times (0.70)^3$$

$$= \frac{4 \times 3!}{3!} \times 0.3 \times (0.343) = 4 \times 0.3 \times (0.343) \approx 0.412$$

$$P(X = 3) = \binom{4}{3} (0.30)^3 (0.70)^{4-3} = \frac{4!}{3!(4-3)!} \times 0.027 \times (0.70)^1$$

$$= \frac{4 \times 3!}{3!} \times 0.027 \times (0.7) = 4 \times 0.027 \times (0.7) \approx 0.076$$

(c)

المتوسط الحسابي

$$np = 4 \times 0.3 = 1.2$$

التباين

$$npq = 4 \times 0.3 \times 0.7 = 0.84$$

(d) لحل هذه الفقرة من الجدول هناك طريقتان: الأولى كالآتي:

$$P(X \geq 3) = P(X = 3) + P(X = 4) = 0.076 + 0.2401 = 0.3161$$



أما الطريقة الثانية فهي كالآتي:

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)]$$

$$= 1 - [0.0081 + 0.412 + 0.2646] = 1 - 0.6847 \approx 0.3153$$

:6

(a) المعطيات:

$$P = 0.80$$

$$n = 4$$

ومن خلال هذه المعلومات يمكن تحديد نوع التوزيع

الاحتمالي، والقول بأنه توزيع ذي الحدين.

توزيع ذي الحدين:

$$P(X = x_i) = \binom{4}{x_i} (0.8)^{x_i} (0.2)^{4-x_i}, x_i = 0, 1, 2, 3, 4.$$

(b)

المتوسط الحسابي

$$np = 4 \times 0.8 = 3.2$$

التباين

$$npq = 4 \times 0.8 \times 0.2 = 0.64$$

المتوسط الحسابي

$$\sqrt{npq} = \sqrt{4 \times 0.80 \times 0.20} = \sqrt{0.64} = 0.80$$

(c)

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - [P(X = 0)]$$

$$= 1 - \left[\binom{4}{0} (0.8)^0 (0.2)^{4-0} \right]$$

$$= 1 - \left[\frac{4!}{4!} \times 1 \times (0.0016) \right]$$

$$= 1 - 0.0016 \approx 0.9984$$

(d)

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3)$$

$$= 1 - [P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)]$$

$$= 1 - \left[\binom{4}{0} (0.8)^0 (0.2)^{4-0} + \binom{4}{1} (0.8)^1 (0.2)^{4-1} \right. \\ \left. + \binom{4}{2} (0.8)^2 (0.2)^{4-2} \right]$$

$$= 1 - [1 \times 1 \times (0.0016) + 4 \times 0.8 \times 0.008$$

$$+ 6 \times 0.64 \times 0.04]$$

$$= 1 - [0.0016 + 0.0256 + 0.1536]$$

$$= 1 - 0.1808 \approx 0.8192$$

:7

(a) المعطيات:

$$P = 0.001$$

$$n = 10$$

ومن خلال هذه المعلومات يمكن تحديد نوع التوزيع

الاحتمالي، والقول بأنه توزيع ذي الحدين.

10: إذا كان متوسط عدد الداخلين إلى محل تجاري خلال دقيقة هو 3 زبائن، أوجد الاحتمالات الآتية:

a. عدم دخول أي زبون خلال دقيقة معينة.

b. دخول 4 زبائن فقط خلال دقيقة واحدة.

11: إذا كان X هو عدد المراجعين الذي يستقبلهم قسم إدارة الموارد البشرية خلال يوم واحد، متغيراً عشوائياً له توزيع

بواسون بمتوسط 7 مراجعين؛ فالمطلوب:

a. اكتب شكل التوزيع الاحتمالي (دالة الكتلة الاحتمالية) للمتغير العشوائي X.

b. احتمال أن يستقبل القسم 4 مراجعين خلال اليوم الواحد.

c. احتمال ألا يستقبل القسم أي مراجع خلال اليوم الواحد.

d. التباين الخاص بعدد المراجعين للقسم خلال اليوم الواحد.

12: إذا كان متوسط عدد الشركات الأسبوعية على مؤشر زيادة سوق الأسهم المحلي هو 3 شركات؛ فما احتمال أن

يزيد المؤشر في أحد الأسابيع لشركتين.

13: إذا كانت أعمار المصابيح الكهربائية تتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه μ يساوي 100 ساعة وانحرافه المعياري σ يساوي 8 ساعات، واخترنا مصباحاً عشوائياً؛ فما احتمال أن:

a. يزيد عمره عن 116 ساعة.

b. يتراوح عمره بين 90 و120 ساعة.

14: تستعمل آلة لتعبئة عبوات بالمياه المعدنية، حيث تختلف كمية الماء اختلافاً ضئيلاً بين العبوات. إذا كان حجم الماء

في 120 عبوة يتبع توزيعاً طبيعياً بمتوسط حسابي 1.1 لتر، وانحراف معياري 0.02 لتر، فأجب عما يأتي:

a. كم عبوة تقريباً يكون حجم الماء فيها أقل من 1.06 لتر؟

b. ما احتمال أن يكون حجم الماء في العبوات بين 1.08 لتر و1.14 لتر؟

15: إذا كانت الأجور الأسبوعية للعاملين في أحد المصانع موزعةً طبيعياً بمتوسط 210 دولارات، وانحراف معياري

مقداره 10 دولارات، أوجد احتمال الاختيار العشوائي لعامل يتراوح أجره بين 184 و233 دولاراً.

16: إذا كان مؤشر إغلاق سوق الأسهم يتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه 6000 نقطة وانحرافه المعياري 1000 نقطة،

فأوجد احتمال أن يتراوح مؤشر إغلاق السوق بين 5700 و6100 نقطة.

المطلوب:

$$P(X = 0) = ??$$

$$P(X = 2) = ??$$

$$P(X = 0) = \binom{10}{0} (0.001)^0 (0.999)^{10-0} = \frac{10!}{0!(10-0)!} \times 1 \times (0.999)^{10} \\ = 1 \times 1 \times 0.990 \approx 0.990$$

$$P(X = 2) = \binom{10}{2}$$

$$(0.001)^2 (0.999)^{10-2} = \frac{10!}{2!(10-2)!} \times 0.000001 \times (0.999)^8$$

$$= \frac{10 \times 9 \times 8!}{2 \times 1 \times 8!} \times 0.000001 \times 0.992$$

$$= 5 \times 9 \times 0.000001 \times 0.992 \approx 0.000045$$

:8

المعطيات:

$$\begin{aligned}n &= 4 \\P &= \frac{50}{500} = 0.10 \\q &= 1 - \frac{50}{500} = \frac{450}{500} = 0.90\end{aligned}$$

من خلال المعطيات فإنه يمكن استخدام توزيع ذي الحدين.

المطلوب:

$$\begin{aligned}P(X = 3) &= ? \\P(X = 3) &= \binom{4}{3} (0.1)^3 (0.9)^{4-3} = \frac{4!}{3!(4-3)!} (0.001)(0.9) = \\&= \frac{4 \times 3!}{3! \times 1!} \times 0.001 \times 0.9 \\&= 4 \times 0.001 \times 0.9 = 0.0036 \approx 0.36\%\end{aligned}$$

:9

المعطيات:

$$\lambda = 2$$

ومن خلال هذه المعلومات يمكن تحديد نوع التوزيع الاحتمالي، والقول بأنه توزيع بواسون؛ حيث إن البيانات كمية منفصلة ونتعامل مع متوسط حسابي، وهذا يقودنا للقول بأن التوزيع الاحتمالي توزيع بواسون.

معلومة مهمة في الحل: وهي أن التسهيلات في الميناء تستطيع خدمة ثلاث بوآخر فقط في اليوم.

المطلوب:

احتمال أن تقوم إدارة الميناء في أحد الأيام بتحويل بوآخر إلى الميناء الآخر. وهذا يعني أن عدد البوآخر أكثر من ثلاث بوآخر.

$$P(X > 3) = ??$$

$$P(X > 3) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)]$$

$$= 1 - \left[\frac{e^{-2}(2)^0}{0!} + \frac{e^{-2}(2)^1}{1!} + \frac{e^{-2}(2)^2}{2!} + \frac{e^{-2}(2)^3}{3!} \right]$$

$$= 1 - [0.137 + 0.274 + 0.274 + 0.183] = 1 - 0.869 \approx 0.131 \approx 13.1\%$$

:10

المعطيات: (a)

$$\lambda = 3$$

ومن خلال هذه المعلومات نستطيع تحديد نوع التوزيع الاحتمالي، والقول بأنه توزيع بواسون؛ حيث إن البيانات كمية منفصلة ونتعامل مع متوسط حسابي، وهذا يقودنا للقول بأن التوزيع الاحتمالي توزيع بواسون.

$$P(X = 0) = \frac{e^{-3}(3)^0}{0!} = e^{-3} \approx 0.051 \approx 5.1\%$$



(b)

$$P(X = 4) = \frac{e^{-3}(3)^4}{4!} = \frac{(0.051) \times 81}{4 \times 3 \times 2 \times 1} \approx 0.1715 \approx 17.15\%$$

:11

المعطيات:

$$\lambda = 7$$

ومن خلال هذه المعلومات يمكن تحديد نوع التوزيع الاحتمالي، والقول بأنه توزيع بواسون؛ حيث إن البيانات كمية منفصلة ونتعامل مع متوسط حسابي، وهذا يقودنا للقول بأن التوزيع الاحتمالي توزيع بواسون.

$$P(X = x_i) = \frac{e^{-7}(7)^{x_i}}{x_i!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

(b)

$$P(X = 4) = \frac{e^{-7}(7)^4}{4!} = \frac{(0.00096) \times 2401}{4 \times 3 \times 2 \times 1} \approx 0.0956 \approx 9.56\%$$

(c)

$$P(X = 0) = \frac{e^{-7}(7)^0}{0!} = e^{-7} \approx 0.00096 \approx 0.096\%$$

(d) من المعلومات المهمة في توزيع بواسون أن المتوسط الحسابي والتباين متساويان، بما أن المتوسط الحسابي يساوي 7 فإن التباين أيضاً يساوي 7.

:12

المعطيات:

$$\lambda = 3$$

ومن خلال هذه المعلومات يمكن تحديد نوع التوزيع الاحتمالي، والقول بأنه توزيع بواسون؛ حيث إن البيانات كمية منفصلة ونتعامل مع متوسط حسابي، وهذا يقودنا للقول بأن التوزيع الاحتمالي توزيع بواسون.

المطلوب:

$$P(X = 2) = ??$$

$$P(X = 2) = \frac{e^{-3}(3)^2}{2!} = \frac{0.051 \times 9}{2} \approx 0.2286 \approx 22.86\%$$

:13

المعطيات:

$$\mu = 100$$

$$\sigma = 8$$

ومن خلال هذه المعلومات يمكن تحديد نوع التوزيع الاحتمالي، والقول بأنه توزيع طبيعي؛ حيث إن البيانات كمية متصلة وتم تحديد المتوسط الحسابي والانحراف المعياري، وهذا يقودنا للقول بأن التوزيع الاحتمالي توزيع طبيعي.

نلاحظ أنه لحل هذا التمرين نحتاج تحويل التوزيع الطبيعي إلى توزيع طبيعي معياري باستخدام قانون التحويل الآتي:



$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$\begin{aligned} P(X > 116) &= 1 - P(X < 116) = 1 - P\left(\frac{X-100}{8} < \frac{116-100}{8}\right) = 1 - P\left(Z < \frac{16}{8}\right) = 1 - P(Z < 2.00) \\ &= 1 - 0.9772 \approx 0.0228 \approx 2.28\% \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} P(90 < X < 120) &= P\left(\frac{90-100}{8} < \frac{X-100}{8} < \frac{120-100}{8}\right) = P\left(\frac{-10}{8} < Z < \frac{20}{8}\right) \\ &= P(-1.25 < Z < 2.50) = P(Z < 2.50) - P(Z < -1.25) = 0.9938 - 0.1056 \\ &= 0.8882 \approx 88.82\% \end{aligned}$$

:14

(a) المعطيات:

$$n = 120$$

$$\mu = 1.1$$

$$\sigma = 0.02$$

ومن خلال هذه المعلومات يمكن تحديد نوع التوزيع الاحتمالي، والقول بأنه توزيع طبيعي؛ حيث إن البيانات كمية متصلة وتم تحديد المتوسط الحسابي والانحراف المعياري، وهذا يقودنا للقول بأن التوزيع الاحتمالي توزيع طبيعي.

نلاحظ أنه لحل هذا التمرين نحتاج تحويل التوزيع الطبيعي إلى توزيع طبيعي معياري باستخدام قانون التحويل الآتي:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

لايجاد عدد العبوات التي يقل فيها حجم الماء عن 1.06 لتر من أصل 120 عبوة فإنه يجب أن نحسب احتمالية حجم العبوات التي تقل عن 1.06 لتر ومن ثم نوجد العدد.

$$\begin{aligned} P(X < 120) &= P\left(\frac{X-1.1}{0.02} < \frac{1.06-1.1}{0.02}\right) = P\left(Z < \frac{-0.04}{0.02}\right) = P(Z < -2.00) \\ &= 0.0228 \approx 2.28\% \end{aligned}$$

عدد العبوات التي حجم الماء فيها يقل عن 1,06 لتر يتم حسابه عن طريق ضرب الاحتمالية في حجم العينة:

$$0.0228 \times 120 = 2.739 \approx 3$$

3 عبوات حجم الماء فيها يقل عن 1.06 لتر.

(b)

$$\begin{aligned} P(1.08 < X < 1.14) &= P\left(\frac{1.08-1.1}{0.02} < \frac{X-1.1}{0.02} < \frac{1.14-1.1}{0.02}\right) = P\left(\frac{-0.02}{0.02} < Z < \frac{0.04}{0.02}\right) \\ &= P(-1.00 < Z < 2.00) = P(Z < 2.00) - P(Z < -1.00) = 0.9772 - 0.1587 \\ &= 0.8185 \approx 81.85\% \end{aligned}$$



:15

المعطيات:

$$\mu = 210$$

$$\sigma = 10$$

ومن خلال هذه المعلومات يمكن تحديد نوع التوزيع الاحتمالي، والقول بأنه توزيع طبيعي؛ حيث إن البيانات كمية متصلة وجرى تحديد المتوسط الحسابي والانحراف المعياري، وهذا يقودنا لأن للقول بأن التوزيع الاحتمالي توزيع طبيعي.

نلاحظ أنه لحل هذا التمرين نحتاج تحويل التوزيع الطبيعي إلى توزيع طبيعي معياري باستخدام قانون التحويل الآتي:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

المطلوب:

$$P(184 < X < 233) = ??$$

$$\begin{aligned} P(184 < X < 233) &= P\left(\frac{184 - 210}{10} < \frac{X - 210}{10} < \frac{233 - 210}{10}\right) = P\left(\frac{-26}{10} < Z < \frac{23}{10}\right) \\ &= P(-2.60 < Z < 2.30) = P(Z < 2.30) - P(Z < -2.60) = 0.9893 - 0.0047 \\ &= 0.9846 \approx 98.46\% \end{aligned}$$

:16

المعطيات:

$$\mu = 6000$$

$$\sigma = 1000$$

ومن خلال هذه المعلومات يمكن تحديد نوع التوزيع الاحتمالي، والقول بأنه توزيع طبيعي؛ حيث إن البيانات كمية متصلة وجرى تحديد المتوسط الحسابي والانحراف المعياري، وهذا يقودنا للقول بأن التوزيع الاحتمالي توزيع طبيعي.

نلاحظ أنه لحل هذا التمرين نحتاج تحويل التوزيع الطبيعي إلى توزيع طبيعي معياري باستخدام قانون التحويل الآتي:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$\begin{aligned} P(5700 < X < 6100) &= P\left(\frac{5700 - 6000}{1000} < \frac{X - 6000}{1000} < \frac{6100 - 6000}{1000}\right) \\ &= P\left(\frac{-300}{1000} < Z < \frac{100}{1000}\right) = P(-0.30 < Z < 0.10) = P(Z < 0.10) - P(Z < -0.30) \\ &= 0.5398 - 0.3821 = 0.1577 \approx 15.77\% \end{aligned}$$



الملحق

المرفق 1: جدول التوزيع الطبيعي المعياري لقيم Z الموجبة.

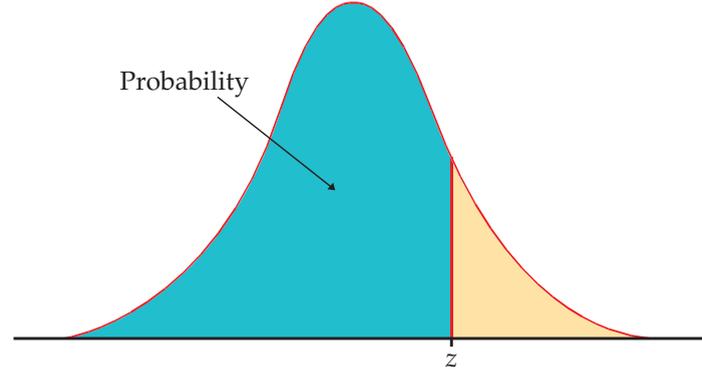


Table entry for z is the area under the standard normal curve to the left of z .

TABLE A

Standard normal probabilities (continued)

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998



المرفق 2: جدول التوزيع الطبيعي المعياري لقيم Z السالبة.

Table entry for z is the area under the standard normal curve to the left of z .

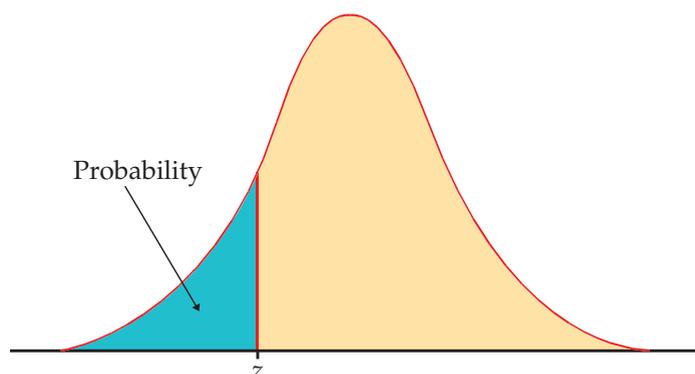


TABLE A

Standard normal probabilities

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0002
-3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
-3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
-3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
-3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
-2.9	.0019	.0018	.0018	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
-2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
-2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
-2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
-2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
-2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
-2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
-2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
-2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
-2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
-1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
-1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
-1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
-1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
-1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
-1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0721	.0708	.0694	.0681
-1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
-1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
-1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
-1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
-0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
-0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
-0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
-0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
-0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
-0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
-0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
-0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
-0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641

