

الفصل الثاني: المصفوفات

أ/ روان القضاة

والمصفوفة هي تنظيم لمجموعة من الأشياء في صفوف يحتوي كل صف منها على نفس العدد من العناصر ولقد وردت كلمة مصفوفة في قوله تعالى :

(فيها سرر مرفوعة* وأكواب موضوعة،ونمارق مصفوفة)

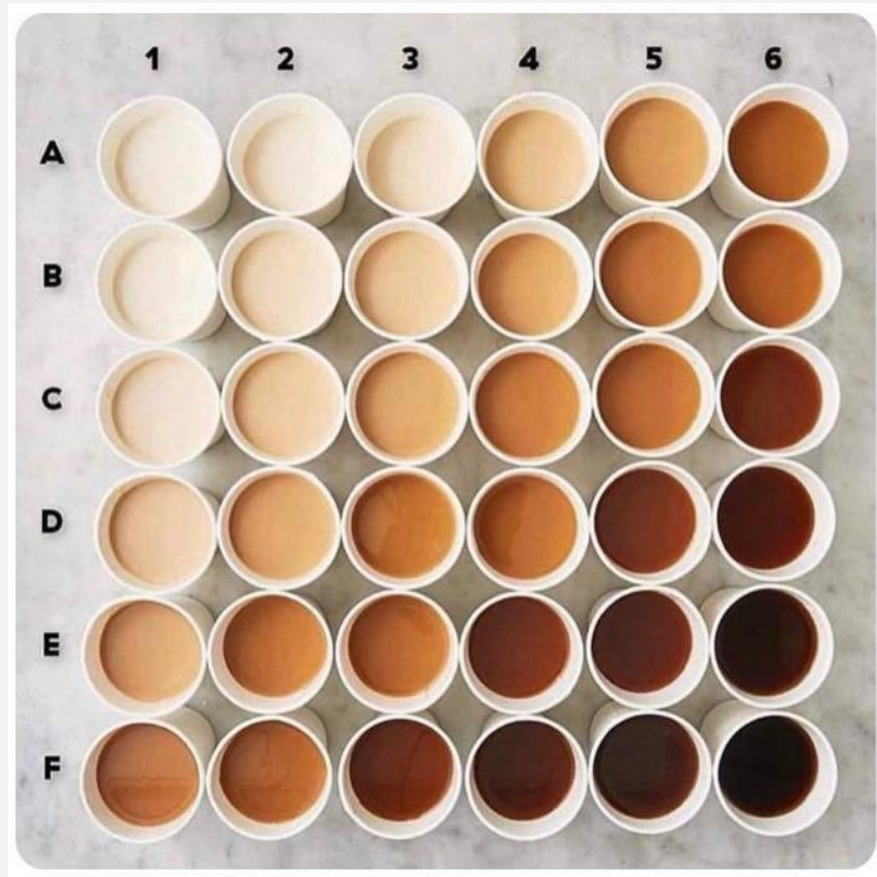
الغاشية13،14،15

(متكئين على سرر مصفوفة) الطور 20

أما الصف فورد ذكره في أكثر من سورة بالقرآن الكريم نذكر منها :

(وجاء ربك والملك صفاً صفاً) الفجر 22

التهيئة :



أنا احب
E6
وأنتم ؟

الدرس الأول:

مقدمة في المصفوفات

الأهداف :

1. تنظيم البيانات في المصفوفات
2. استعمال العمليات على عناصر صفوف أو أعمدة مصفوفة لتحليل البيانات .

المفردات :

1. المصفوفة
2. العنصر
3. الرتبة
4. مصفوفة الصف
5. مصفوفة العمود
6. المصفوفة المربعة
7. المصفوفة الصفرية
8. المصفوفات المتساوية

مقدمة في المصفوفات

لماذا؟

هاتف محمول: حصل صالح على عدة عروض لشراء هاتف محمول حسب النوع، وسعة الذاكرة، والسعر. وحتى يكون قادرًا على المقارنة بين العروض بسهولة، نظم البيانات في مصفوفة كما يلي:

النوع	سعة الذاكرة	السعر
العرض الأول	a	512
العرض الثاني	b	512
العرض الثالث	c	256
العرض الرابع	d	128

كم عدد الصفوف في مصفوفة الهاتف المحمول ؟

كم عدد الأعمدة في مصفوفة الهاتف المحمول ؟

ما العدد الظاهر في الصف الثاني والعمود الثالث ؟

الدرس 1

الدرس 2

الدرس 3

الدرس 4

الدرس 5

الدرس 6

مراجعة

مقدمة في المصفوفات

تنظيم البيانات: المصفوفة هي ترتيب على هيئة مستطيل لمتغيرات أو أعداد في صفوف أفقية وأعمدة رأسية، محصورة بين قوسين. وتُنظم الأعداد أو البيانات في المصفوفة بحيث يكون الموقع في المصفوفة ذا معنى. وتُسمى كل قيمة في المصفوفة **عنصرًا**. ويرمز إلى المصفوفة عادة باستعمال حرف كبير تحته خط مثل A و B .

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -2 & 5 & 6 \\ -1 & 3 & -3 & 6 \\ 7 & -8 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

يمكنك تحديد نوع المصفوفة **برتبها**؛ فالمصفوفة المكونة من m صفًا و n عمودًا يقال عنها مصفوفة من الرتبة $m \times n$ أو من النوع $m \times n$ (تقرأ " m في n ").

مقدمة في المصفوفات

الدرس 1

الدرس 2

الدرس 3

الدرس 4

الدرس 5

الدرس 6

مراجعة

رتبة المصفوفة وعناصرها

تحقق من فهمك

استعمل المصفوفة $B = \begin{bmatrix} 10 & -8 \\ -2 & 19 \\ 6 & -1 \end{bmatrix}$ للإجابة عن كل مما يأتي:

(1A) ما رتبة B ؟ (1B) ما قيمة b_{32} ؟

مقدمة في المصفوفات

الدرس 1

الدرس 2

الدرس 3

الدرس 4

الدرس 5

الدرس 6

مراجعة

تسميات للمصفوفات



بعض المصفوفات لها تسميات خاصة.



$$\begin{bmatrix} 8 \\ -1 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} 8 & -5 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -3 & 9 \end{bmatrix}$$

مقدمة في المصفوفات

الدرس 1

الدرس 2

الدرس 3

الدرس 4

الدرس 5

الدرس 6

مراجعة

تساوي المصفوفات

تكون المصفوفتان متساويتين إذا كانتا من الرتبة نفسها ، وتساوت عناصرهما المتناظرة.

$$\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 6 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ -3 & 6 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 6 & -5 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 6 & 0 \\ 0 & 7 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 0 \\ 0 & 7 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

مقدمة في المصفوفات

تحليل البيانات

تحقق من فهمك

(2) **بيتزا:** يبين الجدول المجاور الأسعار بالريال لأربعة أنواع من البيتزا بثلاثة أحجام في أحد المطاعم.

أسعار البيتزا (بالريال)

	كبيرة	وسط	صغيرة
ثمار البحر	35	24	13
الخضار	34	23	12
الدجاج	36	25	14
اللحم	37	27	15

(A) نظم هذه البيانات في مصفوفة A ، على أن تكون الأسعار مرتبة تصاعدياً.

(B) حدد رتبة المصفوفة.

(C) ما قيمة العنصر a_{21} ؟

مقدمة في المصفوفات

تأكد

حدّد رتبة كل مصفوفة فيما يأتي:

$$(1) \begin{bmatrix} 1 & 4 & -4 & 0 \\ -2 & 3 & 6 & -8 \end{bmatrix}$$

$$(2) \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 5 \\ -7 \end{bmatrix}$$

$$(3) \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 9 \\ 17 & 21 \end{bmatrix}$$

إذا كانت $A = \begin{bmatrix} 1 & -6 & x & -4 \\ -2 & 3 & -1 & 9 \\ 5 & -8 & 2 & 12 \end{bmatrix}$ ، فحدد كل عنصر فيما يأتي:

$$a_{32} \quad (4)$$

$$a_{11} \quad (5)$$

$$a_{33} \quad (6)$$

$$a_{24} \quad (7)$$

الدرس 1

الدرس 2

الدرس 3

الدرس 4

الدرس 5

الدرس 6

مراجعة

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 23 & 11 \\ x & -5 \\ -12 & 15 \end{bmatrix}, \underline{B} = \begin{bmatrix} 9 & -3 & 7 \\ 4x & 18 & -6 \end{bmatrix} \text{ إذا كانت}$$

فحدد كل عنصر مما يأتي:

$$a_{32} \quad (21)$$

$$b_{21} \quad (22)$$

$$b_{12} \quad (23)$$

$$a_{21} \quad (24)$$

مقدمة في المصفوفات

تدرب وحل المسائل

حدد رتبة كل مصفوفة فيما يأتي:

$$\begin{bmatrix} 4 & -3 & -1 \\ x & 3y & 0 \\ 8 & 12 & 11 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$[115] \quad (14)$$

مسائل مهارات التفكير العليا

(33) **اكتشف الخطأ:** حددت كل من ياسمين وسارة العنصر b_{32} في المصفوفة $B = \begin{bmatrix} -6 & 7 \\ 0 & 5 \\ 8 & 2 \end{bmatrix}$ ، فهل توصلت إحداهما للحل الصحيح؟ فسر إجابتك.

سارة

العنصر b_{32} غير موجود في
المصفوفة B ، لأن B
مصفوفة من النوع 2×3 .

ياسمين

قيمة العنصر b_{32}
هي 5.



مقدمة في المصفوفات

تدرب وحل المسائل

$$A = \begin{bmatrix} x^2 + 4 & y + 6 \\ x - y & 2 - y \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & x & -2y \\ 5x & 3y & -4x \\ -y & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

إذا كانت

فحدد كل عنصر مما يأتي:

$$a_{11} \quad (26)$$

$$a_{22} \quad (27)$$

$$b_{31} \quad (28)$$

$$b_{23} \quad (29)$$

سؤال قدرات

الدرس 1

الدرس 2

الدرس 3

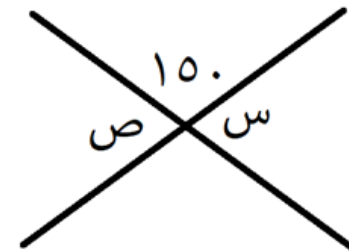
الدرس 4

الدرس 5

الدرس 6

مراجعة

أوجد قياس س + ص في الشكل التالي



أ / ٣٠ ب / ٦٠ ج / ٩٠ د / ١٢٠



الدرس الثاني: العمليات على المصفوفات

الدرس 2

الدرس 3

الدرس 4

الدرس 5

الدرس 6

مراجعة

الأهداف :

1. جمع مصفوفات وطرحها
2. ضرب مصفوفة في ثابت

المفردات :

1. جمع مصفوفتين
2. طرح مصفوفتين
3. ضرب مصفوفتين في عدد ثابت

العمليات على المصفوفات

المادة

لدى مؤسسة تجارية للمعدات الثقيلة فروع في كل من: الرياض، والشرقية، وجدة، يتبع كلاً منها ثلاثة معارض. وتبين المصفوفات الآتية معدل النفقات والمبيعات الأسبوعية في معارض المناطق الثلاث:

	الرياض		الشرقية		جدة	
	النفقات	المبيعات	النفقات	المبيعات	النفقات	المبيعات
المعرض (1)	1900	145000	1700	122000	1050	109500
المعرض (2)	2400	225000	1800	145500	1800	135000
المعرض (3)	2700	290000	1800	160000	1800	150500

كيف يمكن أن تجدي إجمالي المبيعات اليومية للمعارض 2
للمشركة في جميع المناطق ؟

استراتيجية الدقة الواحدة
استراتيجية العصف الذهني
استراتيجية المناقشة والحوار

العمليات على المصفوفات

جمع المصفوفات وطرحها

أضف إلى

مطويتك

جمع المصفوفات وطرحها

مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: إذا كانت A, B مصفوفتين من الرتبة $m \times n$ فإن $A + B$ هي مصفوفة أيضاً من الرتبة $m \times n$ ويكون كل عنصر فيها هو مجموع العنصرين المتناظرين في A و B وكذلك $A - B$ هي مصفوفة من الرتبة $m \times n$ أيضاً، وتحصل عليها بطرح العناصر المتناظرة.

الرموز:

$$A + B = A + B$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{bmatrix}$$

$$A - B = A - B$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a-e & b-f \\ c-g & d-h \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 1 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -9 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3+2 & -5+0 \\ 1+(-9) & 7+10 \end{bmatrix}$$

مثال:

الدرس 2

الدرس 3

الدرس 4

الدرس 5

الدرس 6

مراجعة

العمليات على المصفوفات

أوجد ناتج كل مما يلي :

تحقق من فهمك

$$(1A) \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -9 & -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 & 12 \\ 8 & -7 \end{bmatrix}$$

$$(1B) \begin{bmatrix} -9 & 8 & 3 \\ -2 & 4 & -7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & -3 & 6 \\ -9 & -5 & 18 \end{bmatrix}$$



تحقق من فهمك

(2) إذا كانت $T = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 3 & -2 \\ -1 & -4 & -2 & 9 \end{bmatrix}$ ، فجد $-4T$.

العمليات على المصفوفات

ضرب المصفوفة في عدد ثابت

أضف إلى
مطوبتك

مفهوم أساسي

الضرب بعدد ثابت

التعبير اللفظي: حاصل ضرب مصفوفة A من الرتبة $m \times n$ في عدد ثابت k هي مصفوفة kA من الرتبة $m \times n$ وكل عنصر فيها يساوي العنصر المناظر له في المصفوفة A مضروباً في العدد الثابت k

الرموز:

$$k \cdot A = kA$$

$$k \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{bmatrix}$$

مثال:

$$-3 \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 7 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3(4) & -3(1) \\ -3(7) & -3(-2) \end{bmatrix}$$

الدرس 2

الدرس 3

الدرس 4

الدرس 5

الدرس 6

مراجعة



العمليات على المصفوفات

العمليات على المصفوفات
تحقق من فهمك

(3) إذا كانت $A = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 6 & -8 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 12 & 5 \\ 5 & -4 \\ 4 & -7 \end{bmatrix}$

فأوجد $-6B + 7A$.



العمليات على المصفوفات

تأكد

أوجد الناتج في كلِّ مما يأتي إذا كان ذلك ممكنًا:

$$(1) \begin{bmatrix} -8 & 2 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 11 & -7 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(3) \begin{bmatrix} 7 & -12 \\ 15 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 9 & 6 \\ 4 & -9 \end{bmatrix}$$

$$(2) \begin{bmatrix} 12 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 9 & -8 & 4 \end{bmatrix}$$

الدرس 2

الدرس 3

الدرس 4

الدرس 5

الدرس 6

مراجعة



$$(22) -5 \left(\begin{bmatrix} 4 & -8 \\ 8 & -9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & -6 \end{bmatrix} \right)$$

العمليات على المصفوفات

تأكد

أوجد الناتج في كل مما يأتي:

$$(5) 3 \begin{bmatrix} 6 & 4 & 0 \\ -2 & 14 & -8 \\ -4 & -6 & 7 \end{bmatrix}$$

الدرس 2

الدرس 3

الدرس 4

الدرس 5

الدرس 6

مراجعة

أوجد الناتج في كلٍّ مما يأتي إن أمكن،
وإذا تعذر ذلك فاكتب "لا يمكن" مع ذكر السبب:

$$(17) \begin{bmatrix} 5 \\ -9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ -7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 9 \\ 16 \end{bmatrix}$$

$$(18) \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 8 & -3 \end{bmatrix}$$

العمليات على المصفوفات

تدرب وحل المسائل

أوجد الناتج في كلٍّ مما يأتي إن أمكن،
وإذا تعذر ذلك فاكتب "لا يمكن" مع ذكر السبب:

$$(13) \begin{bmatrix} 19 \\ -2 \\ 4 \\ 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -5 \\ 8 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(15) \begin{bmatrix} 62 \\ -37 \\ -4 \end{bmatrix} + [34 \quad 76 \quad -13]$$



العمليات على المصفوفات

تأكد

إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ و $\underline{B} = \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}$

فأوجد ناتج كل مما يلي:

(7) $4\underline{B} - 2\underline{A}$

الدرس 2

الدرس 3

الدرس 4

الدرس 5

الدرس 6

مراجعة



العمليات على المصفوفات

خصائص جمع المصفوفات

أضف إلى
مطوبتك

مفهوم أساسي

الخصائص الآتية صحيحة لأي ثلاث مصفوفات A, B, C لها الرتبة نفسها ولأي عدد ثابت k :

الخاصية الإبدالية لجمع المصفوفات $A + B = B + A$

الخاصية التجميعية لجمع المصفوفات $(A + B) + C = A + (B + C)$

خاصية التوزيع للضرب في عدد $k(A + B) = kA + kB$



استراتيجية الدققة الواحدة
استراتيجية العصف الذهني
استراتيجية المناقشة والحوار

سؤال قدرات

الدرس 2

الدرس 3

الدرس 4

الدرس 5

الدرس 6

مراجعة

أوجد قيمة س إذا كان :

$$4 = \sqrt{s} + \sqrt{s^2}$$

أ / ٧ ب / ٨ ج / ١٢ د / ١٦



ما هو الشرط الواجب توفره لتكون عملية جمع أو طرح
المصفوفات ممكنة ؟

كيف تتم عملية ضرب مصفوفة في عدد
ثابت؟

الدرس الثالث: ضرب المصفوفات

الأهداف :

1. ضرب المصفوفات
2. استعمال خصائص ضرب المصفوفات



تحقق من فهمك

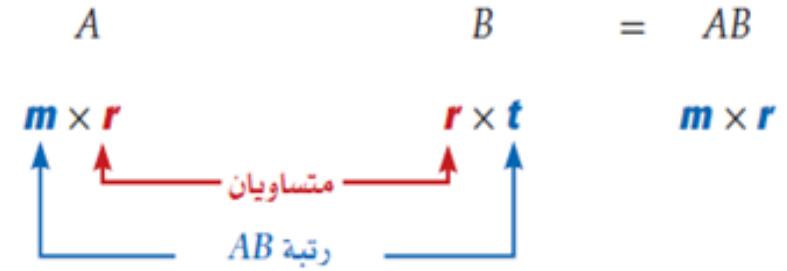
هل يمكن إيجاد $\underline{A} \cdot \underline{B}$ في كلِّ مما يأتي، وإن كانت كذلك، فأوجد رتبة المصفوفة الناتجة:

$$\underline{A}_{3 \times 2} \cdot \underline{B}_{3 \times 2} \quad (1B)$$

$$\underline{A}_{4 \times 6} \cdot \underline{B}_{6 \times 2} \quad (1A)$$

ضرب المصفوفات

ضرب المصفوفات: يمكنك ضرب مصفوفتين إذا فقط إذا كان عدد أعمدة المصفوفة الأولى يساوي عدد صفوف المصفوفة الثانية. وعند ضرب المصفوفة A ذات الرتبة $m \times r$ بالمصفوفة B ذات الرتبة $r \times t$ ، فإن الناتج هو المصفوفة AB ذات الرتبة $m \times t$.



ضرب المصفوفات

تأكد

حدد إذا كانت عملية الضرب معرفة في كل مما يأتي أم لا،
وإن كانت معرفة فأوجد رتبة المصفوفة الناتجة:

$$\underline{A}_{2 \times 4} \cdot \underline{B}_{4 \times 3} \quad (1)$$

$$\underline{C}_{5 \times 4} \cdot \underline{D}_{5 \times 4} \quad (2)$$

$$\underline{E}_{8 \times 6} \cdot \underline{F}_{6 \times 10} \quad (3)$$

تدرب وحل المسائل

حدد إذا كانت عملية الضرب معرفة في كل مما يأتي أم لا،
وإن كانت معرفة فأوجد رتبة المصفوفة الناتجة:

$$\underline{P}_{2 \times 3} \cdot \underline{Q}_{3 \times 4} \quad (15)$$

$$\underline{M}_{3 \times 1} \cdot \underline{N}_{2 \times 3} \quad (17)$$

$$\underline{S}_{5 \times 2} \cdot \underline{T}_{2 \times 4} \quad (20)$$





تحقق من فهمك

(2) إذا كانت $\underline{U} = \begin{bmatrix} 5 & 9 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$ ، $\underline{V} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 6 & -5 \end{bmatrix}$ ، فأوجد \underline{UV} .

ضرب المصفوفات

قاعدة ضرب المصفوفات

أضف إلى

مطوبتك

مفهوم أساسي

ضرب المصفوفات

التعبير اللفظي: العنصر في الصف m والعمود r من المصفوفة AB هو مجموع نواتج ضرب العناصر في الصف m من المصفوفة A ، بعناصر العمود r من المصفوفة B بالترتيب.

$$AB = B \cdot A$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae+bg & af+bh \\ ce+dg & cf+dh \end{bmatrix}$$

الرموز:

ضرب المصفوفات

تأكد

أوجد الناتج في كلِّ مما يأتي إذا كان ذلك ممكنًا:

$$(6) \quad [9 \quad -2] \cdot \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 6 & -7 \end{bmatrix}$$

استراتيجية الدقة الواحدة
استراتيجية العصف الذهني
استراتيجية المناقشة والحوار

صفحة 79



$$(7) \quad \begin{bmatrix} -9 \\ 6 \end{bmatrix} \cdot [-1 \quad -10 \quad 1]$$

الدرس 1

الدرس 2

الدرس 3

الدرس 4

الدرس 5

الدرس 6

مراجعة

ضرب المصفوفات

تأكد

$$\begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 \\ -7 \end{bmatrix} \quad (9)$$

تدرب وحل المسائل

$$\begin{bmatrix} 1 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -10 \\ 6 \end{bmatrix} \quad (21)$$



صفحة 79-80

استراتيجية الدقة الواحدة
استراتيجية العصف الذهني
استراتيجية المناقشة والحوار

الدرس 1

الدرس 2

الدرس 3

الدرس 4

الدرس 5

الدرس 6

مراجعة

ضرب المصفوفات

تدرب وحل المسائل

$$\begin{bmatrix} 6 \\ -3 \end{bmatrix} \cdot [2 \quad -7] \quad (22)$$

الدرس 3

الدرس 4

الدرس 5

الدرس 6

مراجعة

استراتيجية الدقة الواحدة
استراتيجية العصف الذهني
استراتيجية المناقشة والحوار

صفحة 72



$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ 7 & -2 \end{bmatrix} \quad (24)$$

الدرس 1

الدرس 2

ضرب المصفوفات

خصائص ضرب المصفوفة
(خاصية الابدال والتجميع)

تحقق من فهمك

4) إذا كانت $A = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} -3 & 6 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$ ، فهل $\underline{AB} = \underline{BA}$ ؟



ضرب المصفوفات

تدريب على اختبار

(49) رتبة المصفوفة : ما رتبة المصفوفة الناتجة عن عملية الضرب الآتية؟

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \\ j & k & l \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

1×4 A

3×3 B

4×1 C

4×3 D

استراتيجية الدقة الواحدة
استراتيجية العصف الذهني
استراتيجية المناقشة والحوار

صفحة 72



الدرس 1

الدرس 2

الدرس 3

الدرس 4

الدرس 5

الدرس 6

مراجعة

ضرب المصفوفات

اختيار من متعدد: إذا كانت المصفوفة \underline{XY} من النوع 3×2 ،
والمصفوفة \underline{X} من النوع 3×4 ، فما رتبة المصفوفة \underline{Y} ؟

3×4 C

2×3 A

4×2 D

3×2 B

استراتيجية الدقة الواحدة
استراتيجية العصف الذهني
استراتيجية المناقشة والحوار

صفحة 82



اختيار من متعدد: ناتج الضرب:

$$[4 \ 0 \ -2] \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 0 & 0 \\ 0 & -8 \end{bmatrix} \text{ C}$$

$$[8 \ -12] \text{ A}$$

$$\begin{bmatrix} 8 \\ -12 \end{bmatrix} \text{ B}$$

D عملية الضرب غير معرفة

سؤال قدرات

إذا كان : $\frac{2+l}{3-l} = \text{صفر}$ ، فإن : ل- ١ =

أ / ٣ - ب / ٢ - ج / ٢ د / ٣

استراتيجية الدققة الواحدة
استراتيجية العصف الذهني
استراتيجية المناقشة والحوار

صفحة 72



قوانين التعلم عن بعد



اجلس في
مكان هادئ



أغلق المايك



إرفع يدك



رون مع
المعلم



اطلب المساعدة
من الكبار



الدرس الرابع : المحددات وقاعدة كرامر

الأهداف :

1. حساب المحددات .
2. حل أنظمة معادلات خطية باستعمال قاعدة كرامر

المفردات :

1. المحددة
2. محددة الدرجة الثانية
3. محددة الدرجة الثالثة
4. قاعدة الاقطار
5. مصفوفة المعاملات
6. قاعدة كرامر



المحددات وقاعدة كرامر

لماذا؟

لتحديد الإقليم الذي يعيش فيه أحد النمر، يقوم عالم حيوانات بتتبعه بواسطة جهاز GPS، وبعد عدة أيام، حدّد العالم أن الإقليم مثلث الشكل. ويمكنه بعد تحديد إحداثيات رؤوس المنطقة استعمال المصفوفات والمحددات لمعرفة مساحتها.

ما الطريقة التي تعرفينها لحساب مساحة المثلث ؟

لماذا يصعب استعمال الصيغة السابقة في هذه الحالة ؟

المحددات وقاعدة كرامر

محددة الدرجة الثانية: $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - cb$$

القطر الرئيس

استراتيجية الدققة الواحدة
استراتيجية العصف الذهني
استراتيجية المناقشة والحوار

صفحة 72



تحقق من فهمك

أوجد قيمة كل محددة فيما يأتي:

$$\begin{vmatrix} -6 & -7 \\ 10 & 8 \end{vmatrix} \quad (1A)$$

$$\begin{vmatrix} 7 & 5 \\ 9 & -4 \end{vmatrix} \quad (1B)$$

الدرس 4

الدرس 5

الدرس 6

مراجعة

الدرس 1

الدرس 2

الدرس 3

المحددات وقاعدة كرامر

تأكد

أوجد قيمة كل محدّد مما يأتي:

$$(1) \begin{vmatrix} 8 & 6 \\ 5 & 7 \end{vmatrix}$$

تدرب وحل المسائل

أوجد قيمة كل محدّد مما يأتي:

$$(16) \begin{vmatrix} -7 & 12 \\ 5 & 6 \end{vmatrix}$$

تحقق من فهمك

$$\begin{vmatrix} -5 & 9 & 4 \\ -2 & -1 & 5 \\ -4 & 6 & 2 \end{vmatrix} \quad (2A)$$

المحددات وقاعدة كرامر

حساب محدّدة المصفوفة 3×3

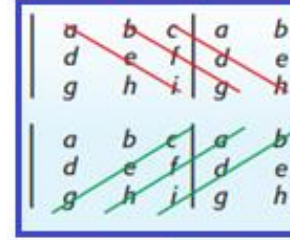
باستعمال قاعدة الأقطار

خطوة 1: أعد كتابة العمود الأول والثاني عن يمين المحددة.

خطوة 2: أوجد حاصل ضرب عناصر القطر الرئيس وثلاثيات العناصر على الموازيات المبيّنة ثم اجمع.

خطوة 3: أوجد حاصل ضرب عناصر القطر الآخر وثلاثيات العناصر على الموازيات المبيّنة ثم اجمع.

خطوة 4: لإيجاد قيمة المحددة نطرح ناتج الخطوة 3 من ناتج الخطوة 2.





المحددات وقاعدة كرامر

تأكد

أوجد قيمة كل محدّد مما يأتي:

$$\begin{vmatrix} 8 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 6 & 5 \end{vmatrix} \quad (9)$$



المحددات وقاعدة كرامر

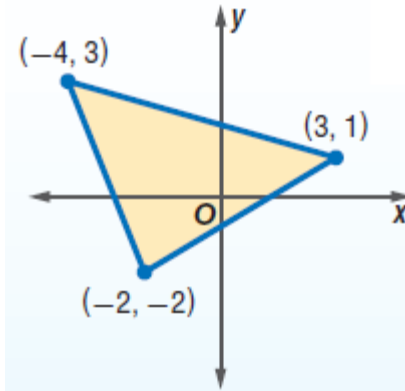
مساحة المثلث

التعبير اللفظي: مساحة المثلث الذي إحداثيات رؤوسه (a, b) , (c, d) , (e, f) هي القيمة المطلقة للمقدار A ، حيث:

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a & b & 1 \\ c & d & 1 \\ e & f & 1 \end{vmatrix}$$

مساحة المثلث في الشكل المجاور هي:

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -4 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$



المحددات وقاعدة كرامر

تحقق من فهمك

(3) **خرائط:** يقف خالد وسعد ورضوان عند ثلاث نقاط مختلفة على خريطة المدينة التي يسكنونها، فإذا كانت إحداثيات هذه النقاط هي: $(3, 15)$, $(6, 4)$, $(11, 9)$ ، بحيث تمثل كل وحدة على الخريطة 0.5km. فما مساحة المنطقة المثلثة التي يقفون عند رؤوسها؟

استراتيجية الدقة الواحدة
استراتيجية العصف الذهني
استراتيجية المناقشة والحوار

صفحة 86



الدرس 1

الدرس 2

الدرس 3

الدرس 4

الدرس 5

الدرس 6

مراجعة

المحددات وقاعدة كرامر

تدرب وحل المسائل

الربط مع الحياة

(22) علم الآثار: وجد عالم آثار عظام حوت عند الإحداثيات

$(0, 3), (4, 7), (5, 9)$ على الخريطة.

فإذا كانت الإحداثيات بالأمتار .

فجد مساحة المثلث الذي رؤوسه تلك النقاط .



الدرس 4

الدرس 5

الدرس 6

مراجعة

استراتيجية الدقة الواحدة
استراتيجية العصف الذهني
استراتيجية المناقشة والحوار

صفحة 89



الدرس 1

الدرس 2

الدرس 3

المحددات وقاعدة كرامر

قاعدة كرامر

إذا كانت C مصفوفة المعاملات للنظام
 $ax + by = m$
 $fx + gy = n$

$$C = \begin{bmatrix} a & b \\ f & g \end{bmatrix} \text{ حيث}$$

فإن حل هذا النظام هو

$$x = \frac{\begin{vmatrix} m & b \\ n & g \end{vmatrix}}{|C|} \text{ و } y = \frac{\begin{vmatrix} a & m \\ f & n \end{vmatrix}}{|C|}$$

وذلك إذا كانت $|C| \neq 0$.

استراتيجية الدقة الواحدة
 استراتيجية العصف الذهني
 استراتيجية المناقشة والحوار



المحددات وقاعدة كرامر

تحقق من فهمك

حل النظام الآتي باستعمال قاعدة كرامر:

$$7x + 3y = 37 \quad (4A)$$

$$-5x - 7y = -41$$

استراتيجية الدققة الواحدة
استراتيجية العصف الذهني
استراتيجية المناقشة والحوار

صفحة 87



الدرس 1

الدرس 2

الدرس 3

الدرس 4

الدرس 5

الدرس 6

مراجعة



سؤال اضافي

استراتيجية الدققة الواحدة
استراتيجية العصف الذهني
استراتيجية المناقشة والحوار

المحددات وقاعدة كرامر

حل النظام الآتي باستعمال قاعدة كرامر:

$$x + y = 3$$

$$x + 2y = 7$$



سؤال اضافي

استراتيجية الدققة الواحدة
استراتيجية العصف الذهني
استراتيجية المناقشة والحوار

المحددات وقاعدة كرامر

حل النظام الآتي باستعمال قاعدة كرامر:

$$4x + 2y = 6$$

$$5x + 3y = 9$$

المحددات وقاعدة كرامر

استعمال قاعدة كرامر لحل نظام من ثلاث معادلات

$$ax + by + cz = m$$

إذا كانت C مصفوفة المعاملات للنظام ،

$$fx + gy + hz = n$$

$$jx + ky + \ell z = p$$

فإن حل هذا النظام هو

$$x = \frac{\begin{vmatrix} m & b & c \\ n & g & h \\ p & k & \ell \end{vmatrix}}{|C|}$$

$$\underline{C} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ f & g & h \\ j & k & \ell \end{bmatrix} \text{ حيث}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a & m & c \\ f & n & h \\ j & p & \ell \end{vmatrix}}{|C|}$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} a & b & m \\ f & g & n \\ j & k & p \end{vmatrix}}{|C|}$$

وذلك إذا كانت $|C| \neq 0$



المحددات وقاعدة كرامر

حل النظام الآتي باستعمال قاعدة كرامر:

$$3x + 5y + 2z = -7 \quad (5A)$$

$$-4x + 3y - 5z = -19$$

$$5x + 4y - 7z = -15$$

سؤال قدرات

إذا كان :

$$أ + ٢ب = ٥ ، أ - ٢ب = ٣$$

فأوجد قيمة $٢أ - ٨ب$

أ / ٨ ب / ١٥ ج / ١٦ د / ٣٠

استراتيجية الدقة الواحدة
استراتيجية العصف الذهني
استراتيجية المناقشة والحوار



المفردات :

1. مصفوفة الوحدة
2. النظير الضربي للمصفوفة
3. مصفوفة الثوابت
4. مصفوفة المتغيرات
5. مصفوفة المعاملات

الدرس الخامس:

النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

الأهداف :

1. إيجاد النظير الضربي لمصفوفة من النوع 2×2 .
2. كتابة معادلة مصفوفية لنظام من معادلتين وحلها .

الدرس الخامس:

لماذا؟

يبين الشكل المجاور أسعار وجبة الغداء في مطعم. ولتحديد سعر كل من الشطيرة، وعلبة المقبلات، وعلبة العصير، يمكنك إيجاد قيم المتغيرات w, s, d التي تحقق المساواة:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 4 & 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ s \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 19 \\ 38 \end{bmatrix}$$

حيث w تمثل سعر الشطيرة، و s تمثل سعر علبة المقبلات، و d تمثل سعر علبة العصير.

ما الذي تم التعبير عنه بالعدد 3 في المصفوفة الأولى؟

ما رتبة مصفوفة ناتج الضرب؟

استراتيجية الدقة الواحدة
استراتيجية العصف الذهني
استراتيجية المناقشة والحوار

صفحة 91



الدرس الخامس:

مصفوفة الوحدة ونظير المصفوفة الضربي:

مصفوفة الوحدة هي مصفوفة مربعة جميع عناصر قطرها الرئيس تساوي واحدًا، والباقي أصفار.

مصفوفة وحدة من النوع 2×2

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

مصفوفة وحدة من النوع 3×3

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

إذا كانت المصفوفتان A ، B مربعتين ولهما الرتبة نفسها، وكان $AB = BA = I$ فإن المصفوفة B تُسمى نظيرًا ضربيًا للمصفوفة A ، وكذلك تُسمى المصفوفة A نظيرًا ضربيًا للمصفوفة B .

وإذا كان للمصفوفة A نظير ضربي فإنه يرمز إليه بالرمز A^{-1} ، حيث $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$

المصفوفة المحايدة لعملية الضرب

لأي مصفوفة مربعة A لها رتبة مصفوفة الوحدة I نفسها، فإن $A \cdot I = I \cdot A = A$

إذا كانت $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ، و $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ فإن

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

الدرس الخامس:

تأكد

حدّد ما إذا كانت كلّ من المصفوفتين تمثل نظيرًا ضربيًا للأخرى أم لا فيما يأتي:

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \underline{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

استراتيجية الدققة الواحدة
استراتيجية العصف الذهني
استراتيجية المناقشة والحوار

صفحة 95



الدرس الخامس:

تأكد

حدّد ما إذا كانت كلٌّ من المصفوفتين تمثل نظيرًا ضربيًا للأخرى أم لا فيما يأتي:

$$\underline{F} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \underline{G} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

استراتيجية الدققة الواحدة
استراتيجية العصف الذهني
استراتيجية المناقشة والحوار



الدرس الخامس:

النظير الضربي للمصفوفة من النوع 2×2

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ النظير الضربي للمصفوفة}$$

$$\text{هو } \underline{A}^{-1} = \frac{1}{|\underline{A}|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

وذلك إذا كانت $|\underline{A}| \neq 0$.

استراتيجية الدقة الواحدة
استراتيجية العصف الذهني
استراتيجية المناقشة والحوار

صفحة 72



تحقق من فهمك

أوجد النظير الضربي لكل مصفوفة فيما يأتي، إن وجد:

$$\underline{D} = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \quad (2A)$$



سؤال اضافي

استراتيجية الدققة الواحدة
استراتيجية العصف الذهني
استراتيجية المناقشة والحوار

اوجد النظير الضربي k^{-1} للمصفوفة $k = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

الدرس الخامس:

اوجد النظير الضربي D^{-1}

للمصفوفة $D = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$



الدرس الخامس:

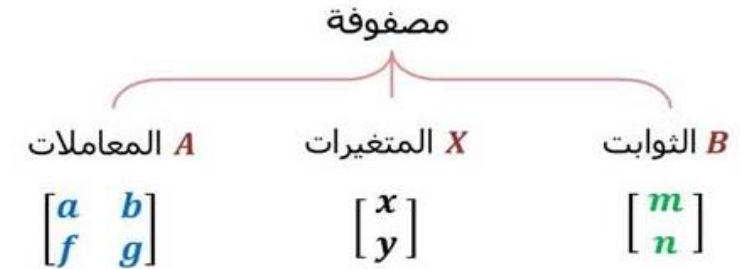
المعادلات المصفوفية:

لحل المعادلات الخطية ذات المجهولين باستخدام قاعدة النظر الضربي نتبع الخطوات التالية:

(1) نكتب الصورة العامة للمعادلة الخطية.

$$\begin{aligned} ax + by &= m \\ fx + gy &= n \end{aligned}$$

(2) نحول المعادلة السابقة إلى 3 مصفوفات.



(3) نوجد النظر الضربي لمصفوفة المعاملات (A^{-1}) .

(4) نوجد قيم x و y من المعادلة المصفوفية التالية.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = A^{-1} \cdot \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix}$$

الدرس الخامس:

تأكد

استعمل معادلة مصفوفية لحل كل نظام فيما يأتي:

$$-2x + y = 9 \quad (6)$$

$$x + y = 3$$

استراتيجية الدقة الواحدة
استراتيجية العصف الذهني
استراتيجية المناقشة والحوار

صفحة 95



الدرس 1

الدرس 2

الدرس 3

الدرس 4

الدرس 5

الدرس 6

مراجعة



الدرس الخامس:

تدرب وحل المسائل

استعمل معادلة مصفوفية لحل كل نظام إن أمكن فيما يأتي:

$$-x + y = 3 \quad (19)$$

$$-2x + y = 6$$

الدرس الخامس:

مسائل مهارات التفكير العليا

(27) **اكتشف الخطأ:** أنشأت كل من هاجر وفاطمة معادلة مصغورية لنظام المعادلتين $5x + 7y = 19$, $3y + 4x = 10$. فهل حل أحدهما أو كليهما صحيح؟ فسّر إجابتك.

هاجر

$$\begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 \\ 10 \end{bmatrix}$$

فاطمة

$$\begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 \\ 10 \end{bmatrix}$$

استراتيجية الدقة الواحدة
استراتيجية العصف الذهني
استراتيجية المناقشة والحوار



اختبار الفصل

_____ في اليوم :

_____ الساعة :

أ/ روان القضاة