



المعطاة: x أوجد قيمة كل عبارة مما يأتي عند قيمة

1) $4x + 7 = 4(6) + 7 = 31$

2) $180(x - 2) = 180 \times (8 - 2) = 180 \times 6 = 1080$

3) $5x^2 - 3x = 5 \times 2^2 - 3 \times 2 = 20 - 6 = 14$

4) $\frac{x(x-3)}{2} = \frac{5(5-3)}{2} = \frac{5 \times 2}{2} = 5$

5) $x + (x+1) + (x+2) = 3 + (3+1) + (3+2) = 12$

اكتب كل تعبير لفظي مما يأتي على صورة عبارة جبرية:

6) $5x - 8$

7) $x^2 + 3$

حل كل معادلة فيما يأتي:

8) $8x - 10 = 6x$

$8x - 6x - 10 = 0$

$2x - 10 = 0$

$2x = 10$

$x = 10 \div 2$

$x = 5$

$$\begin{aligned} 9) \quad & 918 + 7x = 10x + 39 \\ & 18 + 7x - 10x - 39 = 0 \\ & -21 - 3x = 0 \\ & -3x = 21 \\ & x = 21 \div (-3) \\ & x = -7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 10) \quad & 3(11x - 7) = 13x + 25 \\ & 33x - 21 - 13x - 25 = 0 \\ & 20x - 46 = 0 \\ & 20x = 46 \\ & x = 46 \div 20 \\ & x = 2.3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 11) \quad & \frac{3}{2}x + 1 = 5 - 2x \\ & \frac{3}{2}x + 1 - 5 + 2x = 0 \\ & 3.5x - 4 = 0 \\ & 3.5x = 4 \\ & x = 4 \div 3.5 \\ & x = 1.14 \end{aligned}$$

قراءة:

$$12) \quad \text{سعر الكتاب الواحد} = \frac{52}{x} = \frac{52}{4} = 13$$

استعن بالشكل المجاور في مثال 3 للإجابة عما يأتي:

$$13) \quad \angle AXE, \angle BXD \quad \text{زاويتين منفرجتين متقابلين بالرأس:}$$

14) $\angle CXE, \angle CXB$

زاويتين متتامتين:

15) $\angle AXE, \angle BXA$

زاويتين متجاورتين على مستقيم:

16)

بما أن $\angle AXE, \angle BXD$ زاويتين متقابلين بالرأس إذن فهم متساويتان.

$$(3x + 2)^\circ = 116^\circ$$

$$3x + 2 - 116 = 0$$

$$3x - 114 = 0$$

$$3x = 114$$

$$x = 38^\circ$$

17)

بما أن $\angle DXE, \angle CXD$ زاويتين مجموعهما 90°

$$(6x - 13)^\circ + (10x + 7)^\circ = 90^\circ$$

$$6x + 10x - 13 + 7 = 90^\circ$$

$$16x - 6 = 90^\circ$$

$$16x = 96^\circ$$

$$x = 6^\circ$$

التبرير الاستقرائي والتخمين
Inductive Reasoning and Conjection

1-1



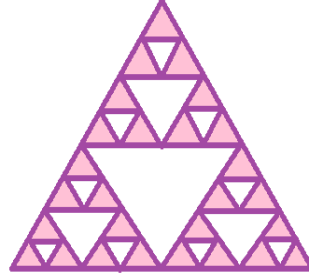
صفحة ١١

1) اكتب تخميناً يصنف النمط في كل من المتتابعات الآتية، ثم استعمله لإيجاد الحد التالي في كل منها.

1A) الشهر التالي في المتابعة يأتي بعد خمسة أشهر من الشهر السابق؛ سؤال.

1B) يقل العدد التالي في المتابعة بمقدار 6 من العدد السابق؛ (-14).

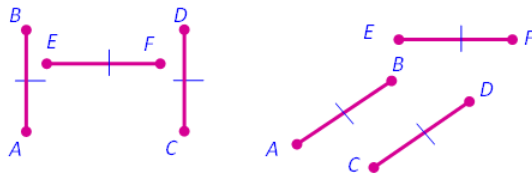
1C) يقسم كل مثلث مظل في الشكل السابق إلى أربعة مثلثات أخرى في وسطها مثلث أبيض.



2A) ناتج جمع عددين زوجين هو عدد زوجي؛ أمثلة:

$$20 + 16 = \underline{36}, \quad 8 + 10 = \underline{18}, \quad 2 + 4 = \underline{6}$$

لاحظ أن الأعداد 36، 18، 6 جميعها زوجية



2B) العلاقة بين AB ، EF :

$$AB = EF$$



(2C) مجموع مربعي عددين كليين متتاليين عدد فردي؛ أمثلة:

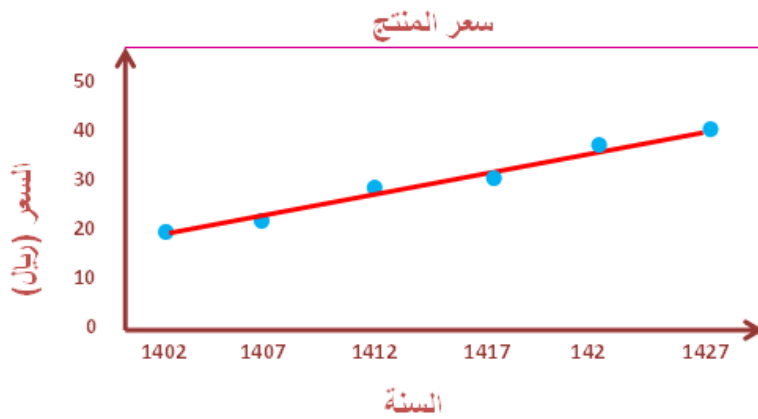
$$1^2 + 2^2 = 5$$

$$2^2 + 3^2 = 13$$

$$5^2 + 6^2 = 61$$

تلقّق

(3) أسعار: يبين الجداول المجاور سعر منتج للسنوات من 1402 هـ إلى 1427 هـ.



(3A)

(3B) 46 ريالاً.

(3C) إجابة ممكنة: نعم، هذا

الاتجاه المتزايد معقول؛ لأنه من

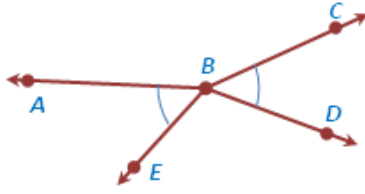
المحتمل أن يستمر سعر المنتج بالزيادة على مر السنين.

تلقّق

(4A) إجابة ممكنة: إذا كان $n = -4$ ، فإن $-n = -(-4) = 4$ وهذا عدد موجب.

(4B) عندما تكون النقاط A, B, D لا تقع على استقامة واحدة، والنقاط E, B, C لا

تقع على استقامة واحدة، يكون التخمين خاطئاً. في الشكل الآتي: $\angle ABE \cong \angle DBC$ ولكن زاوية $\angle ABE$ ، $\angle DBC$ غير متقابلتين بالرأس.



اكتب تخميناً يصف النمط في كل متتابعة مما يأتي، ثم استعمله لإيجاد الحد التالي في كل منها: المثال 1

(1) تزيد التكلفة كل مرة بمقدار 2.25 ريال عن المرة السابقة؛ 11.25 ريالاً.

(2) يأتي كل موعد بعد 45 دقيقة من الموعد السابق له؛ 12.30 مساءً.

(3) ينتقل التظليل إلى الجزء التالي كل مرة مع اتجاه عقارب الساعة.



(4) يحتوي كل شكل في النمط دائرة إضافية خارجية زيادة على دوائر الشكل السابق.



(5) كل حد في هذا النمط يساوي مجموع الحدين السابقين له؛ 24.

(6) يزيد كل حد بمقدار 2 على مثلي الحد الذي يسبقه؛ 126.

ضع تخميناً لكل قيمة أو علاقة هندسية مما يأتي: المثال 2

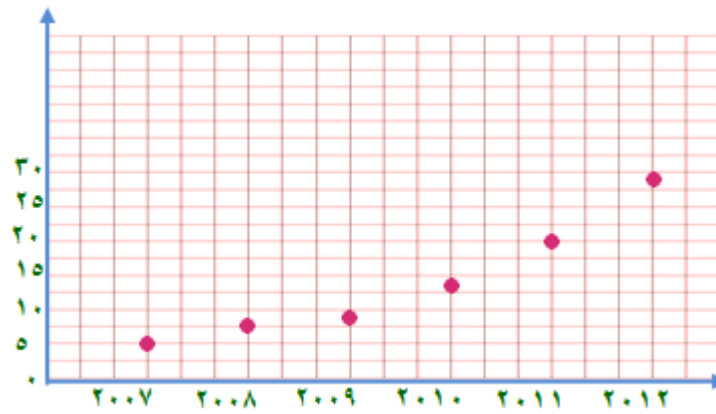
(7) ناتج ضرب عددين زوجيين هو عدد زوجي.

(8) كل من a و b معكوس للآخر.

(9) مجموعة النقاط في المستوى التي تبعد البعد نفسه عن النقطة A تكون دائرة.

(10) طول \overline{PB} يساوي ثلاثة أمثال طول \overline{AP}

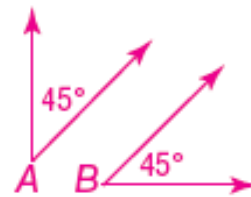
المثال 3: (11a)



(11b) سيكون عدد القطع عام 2017 نحو 35 قطعة.

أعط مثلاً مضاداً يبين أن كل من التخمينات الآتية خاطئة: المثال 3

(12)



(13)



تدرب وحل المسائل

اكتب تخميناً يصف النمط في كل متتابعة مما يأتي، ثم استعمله لإيجاد الحد التالي في كل منها. المثال 1:

(14) يزيد كل حد في هذا النمط بمقدار 2 على الحد الذي يسبقه؛ 10.

(15) يزيد كل حد في هذا النمط بمقدار 3 على الحد الذي يسبقه؛ 18.

(16) يزيد كل حد في هذا النمط بمقدار 4 على الحد الذي يسبقه؛ 24.

(17) يحتوي كل حد في هذا النمط على الرقم 2 زيادة على أرقام الحد السابق له؛ 22222.

(18) ينتج كل حد بتربيع العدد الطبيعي الذي يمثل ترتيبه؛ 25.

(19) كل حد يساوي نصف الحد الذي يسبقه؛ $\frac{1}{16}$

(20) يأتي كل موعد بعد ساعتين ونصف الساعة من الموعد الذي يسبقه؛ 5:30 مساءً.

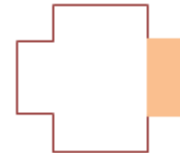
(21) تقل كل نسبة مئوية عن النسبة السابقة بمقدار 7%؛ 79%.

(22) يأتي كل يوم عمل بعد يومين من يوم العمل السابق؛ السبت.

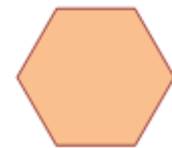
(23) يعقد كل اجتماع بعد شهرين من الاجتماع السابق؛ رجب.



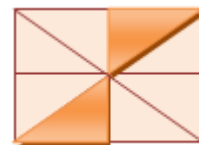
(24)



(25)



(26)



(27)

(28) رياضة: 2 km.

0.5 , 0.75, 1, 1.25, 1.5, 1.75, 2

ضع تخميناً لكل قيمة أو علاقة هندسية مما يأتي: المثال 2:

(29) الناتج عدد فردي.

(30) الناتج عدد فردي.

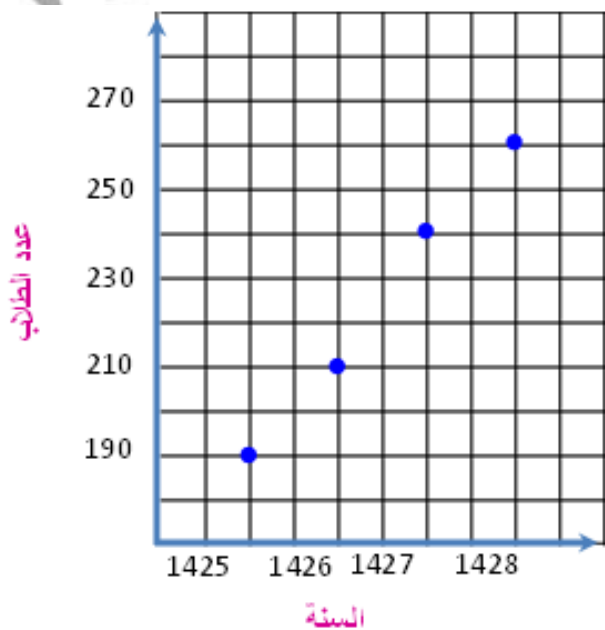
(31) كل منهما مقلوب الآخر.

(32) تشكل العمود المنصف لـ \overline{AB}

(33) حجم المنشور يساوي 3 أمثال حجم الهرم.

(34) مدارس: استعن بالجدول المجاور الذي يبين عدد الطلاب في مدرسة لأربع سنوات متتالية. (ص ١٥) المثال 3:

(a)



(b) أعداد الطلاب تزداد كل عام بمقدار ٢٠ طالب

حدد ما إذا كان أي من التخمينات الآتية صحيحاً أو خاطئاً، فإذا كلن خاطئاً، أعط مثلاً مضاداً. المثال 4:

(35) خاطئ؛ إجابة ممكنة: إذا كان $n=2$ ، فإن $n+1=3$ ، وهذا عدد أولي.

(36) خاطئ؛ إجابة ممكنة: إذا كان $x=2$ ، فإن $-x=-2$.

(37) صحيح.

(38) صحيح

سكان:

(39a) النسبة المئوية لعدد السكان في منطقة مكة المكرمة وحدها يساوي 25.5% من سكان المملكة العربية السعودية.

(39b) عدد سكان منطقة المدينة المنورة 1.8 مليون نسمة.

تخمين جولديباخ:

(40a) $10 = 5 + 5$, $12 = 5 + 7$, $14 = 7 + 7$, $16 = 5 + 11$

$18 = 7 + 11$, $20 = 7 + 13$

(40b) خاطئ؛ لا يمكن كتابة العدد 3 على صورة مجموع عددين أوليين.

هندسة:

(41a) عدد القطع المستقيمة من أربع نقاط = 6 قطعة

عدد القطع المستقيمة من 5 نقاط = 10 قطع

(41b) عدد القطع المستقيمة يساوي مجموع الأعداد الطبيعية الأقل من n .

(41c) تتكون خمس عشرة قطعة مستقيمة. فالتخمين صحيح.

مسائل مهارات التفكير العليا

ص ١٥

(42) قول علي صحيح؛ لأن العدد 2 عدد أولي زوجي.

(43) مسألة مفتوحة: 2, 4, 16, 256, 65536. يمكن إيجاد كل حد بتربيع الحد السابق

له، كما يمكن إيجاد كل حد باستعمال الصيغة 2^{n-1} ، حيث $n \geq 1$

(44) تبرير: خطأ؛ إذا كونت النقاط الثلاثة زاوية مستقيمة يكون التخمين صحيحاً، وأما إذا لم تكن النقاط الثلاثة على استقامة واحدة فيكون التخمين خطأ.

(45) اكتب: أود أن أجري مسحاً لأنواع الأنشطة التي يمارسها الناس في عطلة نهاية الأسبوع، وأطرح الأسئلة الآتية:

ما عمرك؟

ما نوع النشاط الذي تفضل ممارسته في عطلة نهاية الأسبوع؟

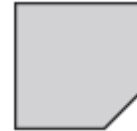
ما مدى مواظبتك على ممارسة هذا النشاط؟

ثم بعد ذلك استعمل التبرير الاستقرائي لإيجاد أنماط في الإجابات لتحديد ما إذا كان الأشخاص المتساوون في العمر يفضلون ممارسة الأنشطة نفسها أم لا.

تدريب على الاختبار المعياري

(ص ١٦)

(46) C.



$$\frac{12}{11} = \frac{2 \times 1 + 10 \times 1}{10 + 1} \quad (47)$$

(48) B. $\angle DAC$ زاوية قائمة.

مراجعة تراكمية

(49) أحواض السمك:

حجم الأسطوانة الدائرية القائمة = مساحة القاعدة \times الارتفاع

$$\text{مساحة القاعدة} = \left(\frac{25}{2}\right)^2 \times \pi$$

$$17180.6 \text{ cm}^3 = \left(\frac{25}{2}\right)^2 \times \pi \times 35$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (50)$$

$$BC = \sqrt{(3-1)^2 + (2-2)^2} = \sqrt{4+0} = 2 \text{ CM}$$

$$AB = \sqrt{(1-1)^2 + (2-6)^2} = 4 \text{ CM}$$

$$AC = \sqrt{(3-1)^2 + (2-6)^2} = \sqrt{4+16}$$

$$AC = \sqrt{20} = 4.47 \text{ CM}$$

$$10.47 = 2 + 4 + 4.47 = \text{مجموع أطوال أضلاعه}$$

$$BC = \sqrt{(2-0)^2 + (-9+10)^2} = 2.23 \text{ CM} \quad (51)$$

$$AB = \sqrt{(-3-2)^2 + (2+9)^2} = 12.08 \text{ CM}$$

$$AC = \sqrt{(-3-0)^2 + (2+10)^2} = 12.37 \text{ CM}$$

$$26.68 = 2.23 + 12.08 + 12.37 = \text{مجموع أطوال أضلاعه}$$

(52) جبر:

$$90^\circ = \text{زاويتين متتامتين أي مجموعهما}$$

$$16z - 9 + 4z + 3 = 90$$

$$20z - 6 = 90$$

$$20z = 90 + 6$$

$$20z = 96$$

$$z = 4.8$$

$$(16z - 9)^\circ = 16 \times 4.8 - 9 = 76.8$$

$$(4z + 3)^\circ = 4 \times 4.8 + 3 = 22.2$$

(53) جبر:

$$= 5|x + y| - 3|2 - z|$$

$$5|3 - 4| - 3|2 + 5| =$$

$$5 - 21 =$$

$$-16 =$$

استعد للدرس اللاحق

(54)

كل مربع هو مستطيل: إجابة خاطئة

(55)

$$5 - 2 \times 3 = 9 \text{ : إجابة صحيحة}$$

(56)

العدد 9 عدد أولي: إجابة خاطئة



(1A) $p \wedge q$: عبارة صحيحة.

p و q : الشكل مثلث وفي الشكل ضلعان متطابقان. كل من p و q صحيح، إذن العبارة المركبة $p \wedge q$ صحيحة.

(1B) ليس p وليس r : عبارة خاطئة

الشكل ليس مثلثاً، وليست جميع زوايا الشكل حادة. ليس p عبارة خاطئة، وليس r عبارة صحيحة، إذن العبارة المركبة ليس p ، وليس r عبارة خاطئة.

تحقق من فهمك:

(2A) يناير هو أول شهر في السنة الميلادية أو يناير من أشهر فصل الربيع. بما أن r صحيحة فإن r أو p صحيحة.

(2B) عدد أيام يناير 30 يوماً فقط أو يناير ليس أول شهر في السنة الميلادية. بما أن كلتا العبارتين q ، $\neg r$ خاطئة فإن $q \vee \neg r$ خاطئة.

(2C) يناير من أشهر فصل الربيع، وعدد أيام شهر يناير ليس 30 يوماً. بما أن q صحيحة فإن $p \vee \neg q$ صحيحة.

(3)



p	Q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$
T	T	F	F	F
T	F	F	T	F
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T



4) **اختبارات:** يبين شكل فن المجاور عدد طلاب الصف الأول الثانوي الذين نجحوا والذين لم ينجحوا في اختباري الرياضيات أو الكيمياء.

(A) 4 طلاب.

(B) 46 طالباً.

(C) طالبان

(D) 55 طالباً



استعمل العبارات p, q, r لكتابة كل عبارة وصل أو فصل أدناه، ثم أوجد قيمة الصواب لها مفسراً تبريرك: المثال 1,2

(1) في الأسبوع الواحد سبعة أيام، وفي الساعة الواحدة 60 دقيقة. بما أن كلاً من p و r صحيحة؛ إذن كل من p و r صحيحة.

(2) في الأسبوع الواحد سبعة أيام وفي اليوم الواحد 20 ساعة، p صحيحة لكن q خاطئة إذن $p \wedge q$ عبارة خاطئة

(3) في اليوم الواحد ٢٠ ساعة، أو في الساعة الواحدة ٦٠ دقيقة. $q \vee r$ عبارة صحيحة؛ لأن q خاطئة، و r صحيحة

(4) ليس في الأسبوع الواحد سبعة أيام، أو في اليوم الواحد ٢٠ ساعة $p \sim$ أو q عبارة خاطئة لأن كلاً من $p \sim$ أو q خاطئة.

(5) في الأسبوع الواحد سبعة أيام أو في الساعة الواحدة ٦٠ دقيقة. $p \vee r$ عبارة صحيحة لأن كلاً من p و r صحيحة.

(6) ليس في الأسبوع الواحد سبعة أيام، وليس في الساعة الواحدة ٦٠ دقيقة $p \wedge r$ عبارة خاطئة لأن $p \sim$ خاطئة و $r \sim$ خاطئة.

(7) أكمل جدول الصواب: المثال 3

p	q	$\sim q$	$p \vee \sim q$
T	T	F	T
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T

(8) $p \wedge q$

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

(9) $\sqcup p \vee \sqcup q$

P	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$
T	T	F	F	F
T	F	F	T	T
F	T	T	F	T
F	F	T	T	T

(10) لغات: مثال 4

(a) 8

(b) 3

(c) عدد الطلاب الذين يدرسون اللغة الفرنسية ولا يدرسون اللغة الايطالية.

(ص ٢١): المثالان 1,2

تدرب وحل المسائل



(١١) الرياض عاصمة المملكة العربية السعودية، وتوجد حدود مشتركة للمملكة العربية السعودية مع العراق. p صحيحة لأن r صحيحة و p صحيحة.

(١٢) الرياض عاصمة المملكة العربية السعودية، وتقع مكة المكرمة على الخليج العربي. $p \wedge q$ خاطئة، لأن p صحيحة و q خاطئة.

(١٣) المملكة العربية السعودية ليس لها حدود مشتركة مع العراق، أو المملكة العربية السعودية تقع غربي البحر الأحمر. $s \vee \sim r$ خاطئة لأن $\sim r$ خاطئة و s خاطئة.

(١٤) المملكة العربية السعودية لها حدود مشتركة مع العراق، أو تقع مكة المكرمة على الخليج العربي $r \vee q$ صحيحة لأن r صحيحة و q خاطئة.

(١٥) الرياض ليست عاصمة المملكة العربية السعودية، والمملكة العربية السعودية ليس لها حدود مشتركة مع العراق

$\sim p$ و $\sim r$ خاطئة لأن $\sim p$ خاطئة و $\sim r$ خاطئة

(١٦) المملكة العربية السعودية لا تقع غربي البحر الأحمر، أو الرياض ليست عاصمة المملكة العربية السعودية

$s \vee \sim p$ صحيحة لأن $\sim s$ صحيحة و $\sim p$ خاطئة

أكمل جدولی الصواب الآتیين: مثال 3

(17)

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$
T	T	F	F
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	F

أنشئ جدول الصواب لكل من العبارات المركبة الآتية:

(18) $\sim(\sim p)$

p	$\sim p$	$\sim(\sim p)$
T	F	T
T	F	T
F	T	F
F	T	F

(19) $\sim(\sim r \wedge q)$

r	q	$\sim r$	$(\sim r \wedge q)$	$\sim(\sim r \wedge q)$
T	T	F	F	T
T	F	F	F	T
F	T	T	T	F
F	F	T	F	T

(20)

r	P	$\sim p$	$\sim p \wedge r$
T	T	F	F
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	F

(21) مكافئات

(a)

الاختبار الأول	الاختبار الثاني	يسمح له بالذهاب
تفوق	تفوق	T
تفوق	لم يتفوق	T
لم يتفوق	تفوق	T
لم يتفوق	لم يتفوق	F

(b) نعم

(c) نعم

(22) المثال 4 الكترونيات:

(a)

(26) إلكترونيات.

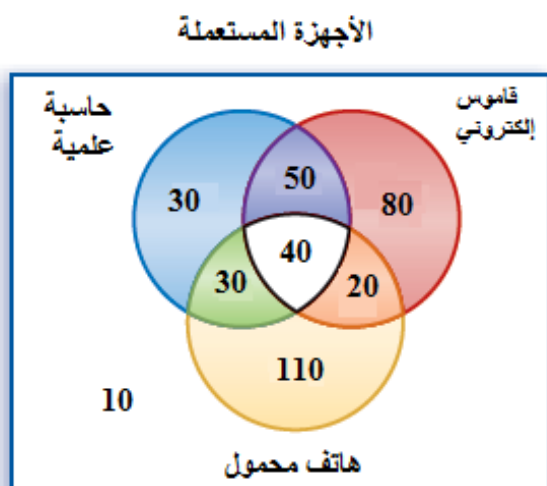
50 (a)

40 (b)

110 (c)

20 (d)

(e) عدد الأشخاص الذين لا يستعملون أيّاً من الأجهزة الثلاثة.



أنشئ جدول الصواب لكل من العبارات المركبة الآتية:
(23) إذا كانت p, q صحيحة، فإن $p \wedge (q \wedge r)$ صحيحة

p	q	r	$q \wedge r$	$p \wedge (q \wedge r)$
T	T	T	T	T
T	F	T	F	F
T	T	F	F	F
T	F	F	F	F
F	T	T	T	F
F	F	T	F	F
F	T	F	F	F
F	F	F	F	F

(24) إذا كانت p, r صحيحتين فإن $p \wedge (\sim q \vee r)$ صحيحة بغض النظر عن كون q صحيحة أم خاطئة.

p	q	$\sim q$	r	$\sim q \vee r$	$p \wedge (\sim q \vee r)$
T	T	F	T	T	T
T	F	T	T	T	T
T	T	F	F	F	F
T	F	T	F	T	T
F	T	F	T	T	F
F	F	T	T	T	F
F	T	F	F	F	F
F	F	T	F	T	F

(25) إذا كانت q, r صحيحتين فإن $(\sim p \vee q) \wedge r$ صحيحة بغض النظر عن كون p صحيحة أم خاطئة.

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$	r	$(\sim p \vee q) \wedge r$
T	T	F	T	T	T
T	F	F	F	T	F
T	T	F	T	F	F
T	F	F	F	F	F
F	T	T	T	T	T
F	F	T	T	T	T
F	T	T	T	F	F
F	F	T	T	F	F

(26) إذا كانت q, r, p صحيحة فإن $p \vee (\sim q \wedge \sim r)$ صحيحة.

p	q	$\sim q$	r	$\sim r$	$\sim q \wedge \sim r$	$p \vee (\sim q \wedge \sim r)$
T	T	F	T	F	F	T
T	F	T	T	F	F	T
T	T	F	F	T	F	T
T	F	T	F	T	T	T
F	T	F	T	F	F	F
F	F	T	T	F	F	F
F	T	F	F	T	F	F
F	F	T	F	T	T	T

(27) إذا كانت p, q, r صحيحة فإن $\sim p \wedge (\sim q \wedge \sim r)$ صحيحة.

p	$\sim p$	q	$\sim q$	r	$\sim r$	$\sim q \wedge \sim r$	$\sim p \wedge (\sim q \wedge \sim r)$
T	F	T	F	T	F	F	F
T	F	F	T	T	F	F	F
T	F	T	F	F	T	F	F
T	F	F	T	F	T	T	F
F	T	T	F	T	F	F	F
F	T	F	T	T	F	F	F
F	T	T	F	F	T	F	F
F	T	F	T	F	T	T	T

(28) إذا كانت p, q صحيحة فإن $(\sim p \vee q) \vee \sim r$ صحيحة.

p	q	r	$\sim p$	$\sim r$	$(\sim p \vee q)$	$(\sim p \vee q) \vee \sim r$
T	F	T	T	F	T	T
T	F	F	T	F	F	F
T	F	T	F	T	T	T
T	F	F	F	T	F	T
F	T	T	T	F	T	T
F	T	F	T	F	T	T
F	T	T	F	T	T	T
F	T	F	F	T	T	T

مسائل مهارات التفكير العليا

نظ:

(29) يوجد مربع واحد على الأقل ليس مستطيلاً.

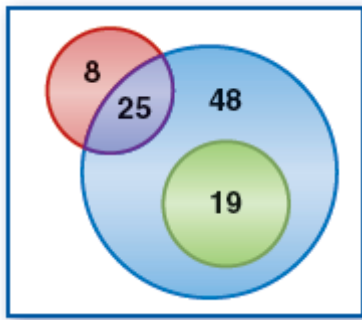
(30) لا يدرس أي طالب اللغة الفرنسية.

(31) يوجد على الأقل عدد حقيقي واحد ليس له جذر تربيعي حقيقي.

(32) كل قطعة مستقيمة لها نقطة منتصف.

(33) تبرير: غير صحيح أبداً، الأعداد الصحيحة هي أعداد نسبية وليست غير نسبية.

(34) اكتب: إجابة ممكنة. أجري استطلاع شمل 100 شخص



لمعرفة ما إذا كانوا يفضلون المشروبات بنكهة الفانيليا أو الفراولة أو الشيكولاته، فوجد أن 8 أشخاص يفضلون نكهة الفراولة فقط ، و 25 شخص يفضلون نكهتي الفانيليا والفراولة، و 48 شخصاً يفضلون نكهة الفانيليا فقط، و 19 يفضلون نكهة الشيكولاته و الفانيليا.

(35) مسألة مفتوحة: للمثلث ثلاث أضلاع وللمربع أربعة أضلاع ، كلتا العبارتين صحيحة ، ولذلك تكون العبارة المركبة صحيحة.

تدريب على الاختبار المعياري

$$m\angle A = m\angle C \quad A \quad (36)$$

$$\frac{1}{3}, 1, \frac{5}{3}, \frac{7}{3}, 3, \frac{11}{3} \quad C \quad (37)$$

في هذا النمط نجد أن العدد في كل مرة بمقدار $\frac{2}{3}$

$$\text{إن } 3 + \frac{2}{3} = \text{توحيد المقامات}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{1} = \frac{9+2}{3} = \frac{11}{3}$$

مراجعة تراكمية

(38) **طعام:** إجابة ممكنة، لاحظ جميل تقديم سلطة الفواكه يوم الثلاثاء وافترض أن هذا النمط سوف يستمر، ولذا فقد استعمل التبرير الاستقرائي.

خمن الحد التالي في كل من المتتابعات الآتية:

(39) 11 ، نلاحظ أن العدد في كل مرة يزيد بمقدار 2

(40) 81 ، كل عدد يُضرب في 3 إذن $3 \times 27 = 81$

(41) $\frac{3}{8}$ ، اقسم كل عدد على 2 إذن $\frac{3}{4} \div 2 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$

جبر: حل كل من المعادلات الآتية:

(42)

$$\frac{y}{2} - 7 = 5$$

$$\frac{y}{2} = 5 + 7$$

$$\frac{y}{2} = 12$$

$$y = 2 \times 12 = 24$$

(43)

$$3x + 9 = 6$$

$$3x = 6 - 9$$

$$3x = -3$$

$$x = \frac{-3}{3} = -1$$

(44)

$$\begin{aligned} 4(m - 5) &= 12 \\ m - 5 &= 12 \div 4 \\ m - 5 &= 3 \\ m &= 3 + 5 \\ m &= 8 \end{aligned}$$

(45)

$$\begin{aligned} 6(w + 7) &= 0 \\ w + 7 &= 0 \div 6 \\ w + 7 &= 0 \\ w &= -7 \end{aligned}$$

(46)

$$\begin{aligned} 2x - 7 &= 11 \\ 2x &= 11 + 7 \\ 2x &= 18 \\ x &= 18 \div 2 \\ x &= 9 \end{aligned}$$

(47)

$$\begin{aligned} \frac{y}{5} + 4 &= 9 \\ \frac{y}{5} &= 9 - 4 \\ \frac{y}{5} &= 5 \\ y &= 5 \times 5 = 25 \end{aligned}$$

استعد للدرس اللاحق

جبر: أوجد قيمة كل من التعابير الجبرية الآتية للقيم المعطاة:

$$2y + 3x \quad (48)$$

$$2 \times 3 + 3 \times -1 = 6 - 3 = 3$$

$$2d - c \quad (49)$$

$$4 \times 4 - 2 = 16 - 2 = 14$$

$$m^2 + 7n \quad (50)$$

$$4^2 + 7 \times -2 = 16 - 14 = 2$$

$$ab - 2a \quad (51)$$

$$(-2 \times -3) - (2 \times -2) = 6 + 4 = 10$$

حقیبہ انجاز المعلم والمعلمہ اعداد ا. بندر الحارمی

العبارات الشرطية

1-3

تلقّق

(1A) الفرض: للمضلع ستة أضلاع

النتيجة: المضلع سداسي.

(1B) الفرض: بيعت جميع نسخ الطبعة الأولى

النتيجة: ستجوز طبعة ثانية من الكتاب.

تلقّق

(2A) الفرض: لديك ٥ أوراق نقدية من فئة الريال

النتيجة: يمكن أن تبادلها بورقة واحدة من فئة ٥ ريالات

إذا كانت لديك ٥ أوراق نقدية من فئة الريال فإنه يمكنك أن تبادلها بورقة واحدة من فئة الخمس ريالات.

(2B) الفرض: الزاويتان متتامتان

النتيجة: مجموع قياسهما يساوي 90°

إذا كانت الزاويتان متتامتان فإن مجموع قياسهما يساوي 90°



(3A) العبارة الشرطية خاطئة إذا كان $m\angle A = 55$ فإن $\angle A$ حادة أيضاً ولكن قياسها ليس 35° .

(3B) العبارة الشرطية: صحيحة، الفرض $\sqrt{x} = -1$ خاطئ لأن الجذر التربيعي لا يكون سالباً لأي عدد وكذلك النتيجة خاطئة وعليه تكون العبارة الشرطية صحيحة.



(4A)

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$(\sim p \wedge \sim q)$	$\sim(p \vee q)$	$(\sim p \vee \sim q)$	$\sim(p \wedge q)$
T	T	F	F	F	F	F	F
T	F	F	T	F	F	T	T
F	T	T	F	F	F	T	T
F	F	T	T	T	T	T	T

العبارتين $(\sim p \wedge \sim q)$ و $\sim(p \vee q)$ متكافئتين منطقياً



اكتب العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي لكل من العبارتين الشرطيتين الآتيتين:
 (5A) العكس: إذا كانت الزاويتان متطابقتان فإن لهما القياس نفسه. صحيحة
 المعكوس: إذا لم يكن لزاويتين القياس نفسه فإنهما غير متطابقتين. صحيحة

المعكس الإيجابي: إذا لم تكن الزاويتان متطابقتان، فلا يكون لهما القياس نفسه.
(5B) العكس: إذا كان الحيوان من القوارض فإنه فأر. خاطئة، السنجاب من القوارض لكنه ليس فأراً

المعكوس: إذا لم يكن الحيوان فأراً فإنه لا يكون من القوارض. خاطئة السنجاب ليس فأراً ولكنه من القوارض.
المعكس الإيجابي: إذا لم يكن الحيوان من القوارض فإنه ليس فأراً. صحيحة.
مثال مضاد:

العبارة الشرطية: إذا كان الحيوان خفاشاً ، فإنه ثديي يستطيع الطيران
العكس: إذا كان الحيوان من الثدييات التي تستطيع الطيران، فإنه يكون خفاشاً. خاطئة
هناك ثدييات أخرى تستطيع الطيران مثل الليمور.
المعكوس: إذا لم يكن الحيوان خفاشاً، فإنه ليس من الثدييات التي تستطيع الطيران،
خاطئة، الليمور من الثدييات وهو يستطيع الطيران.
المعكس الإيجابي: إذا لم يكن الحيوان من الثدييات التي تستطيع الطيران فإنه ليس خفاشاً، صحيحة.



حدد الفرض و النتيجة في كل من العبارات الشرطية الآتية: مثال 1

- (1) **الفرض:** اليوم هو الجمعة **النتيجة:** غداً هو السبت.
- (2) **الفرض:** $x^2 + 5 > 7$ **النتيجة:** $x > 1$
- (3) **الفرض:** الزاويتان متكاملتين. **النتيجة:** مجموع الزاويتان يساوي 180°
- (4) **الفرض:** نتج عن تقاطع مستقيمان زوايا قائمة. **النتيجة:** المستقيمان متعامدان.
- اكتب كل عبارة شرطية مما يأتي علي صورة (إذا كان فإن): مثال 2**
- (5) **إذا تجاوز عمر الشخص 18 عاماً، فإنه يمكنه استخراج رخصة القيادة.**
- (6) **إذا كانت هذه جنبه، فإنها تحتوي على عنصر الكالسيوم.**
- (7) **إذا كانت الزاوية حادة فإن قياسها بين 0° و 90° .**

(8) إذا كان المثلث متطابق الأضلاع فإنه يكون متطابق الزوايا.

(9a) **مطر:** إذا تكاثف بخار الماء الموجود في الغلاف الجوي، فإنه يسقط على شكل أمطار.

(9b) إذا تجمد بخار الماء الشديد البرودة في الغيوم الركامية، فإنه يسقط على شكل برد.

(9c) إذا كانت درجة الحرارة متدنية جداً إلى حد التجمد في الغلاف الجوي، فإن الهطل يكون على شكل ثلوج.

حدد قيمة الصواب لكل عبارة شرطية فيما يأتي، وإذا كانت العبارة صحيحة ففسر تبريرك، أما إذا كانت خاطئة، فأعط مثلاً مضاداً: مثال 3

(10) إذا كانت $x = -4$ فإن $16 = (-4)^2$ الفرض في العبارة الشرطية صحيح لكن النتيجة خاطئة، وهذا المثال المضاد يثبت أن العبارة الشرطية خاطئة.

(11) الفرض صحيح، أما النتيجة فهي خاطئة، لأن الرياض لا تقع في الأردن. أذن العبارة الشرطية خاطئة.

(12) عندما يكون الفرض صحيحاً و النتيجة صحيحة أيضاً، لأن يوم الجمعة بعد يوم الخميس فالعبارة الشرطية صحيحة.

(13) يمكن أن يكون الحيوان ثوراً. الفرض في العبارة الشرطية صحيح، إلا أن النتيجة خاطئة وهذا المثال المضاد يثبت أن العبارة الشرطية خاطئة.

(14) صحيحة، الفرض خاطئ لأن قياس الزاوية القائمة 90° والعبارة الشرطية التي يكون فيها الفرض خاطئاً تكون دائماً صحيحة لذا، فهذه العبارة الشرطية صحيحة.

أوجد قيمة الصواب لكل عبارتین فیما یأتی:

(15)

p	q	$(p \wedge q)$	$\sim(p \wedge q)$
T	T	T	F
T	F	F	T
F	T	F	T
F	F	F	T

P	q	$\sim p$	$\sim p \wedge q$
T	T	F	F
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	F

العبارتین $(p \wedge q)$ و $\sim p \wedge q$ غیر متکافئتین

(16)

P	q	$(p \vee q)$	$\sim(p \vee q)$
T	T	T	F
T	F	T	F
F	T	T	F
F	F	F	T

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$
T	T	F	F	F
T	F	F	T	T
F	T	T	F	T
F	F	T	T	T

العبارتين $\sim(p \vee q)$ و $\sim p \vee \sim q$ غير متكافئتين

اكتب العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي لكل من العبارتين الشرطيتين الآتيتين ثم حدد ما إذا كان أي منها صحيحاً أو خاطئاً وأعط مثال مضاد إذا كان خاطئاً: مثال 4

(17) العكس: إذا كان العدد يقبل القسمة على 4، فإنه يقبل القسمة على 2 صحيحة.
المعكوس: إذا كان العدد لا يقبل القسمة على 2 فإنه لا يقبل القسمة على 4 صحيحة.
المعاكس الإيجابي: إذا لم يكن العدد يقبل القسمة على 4 فإنه لا يقبل القسمة على 2 خاطئة

مثال مضاد: العدد 6 لا يقبل القسمة على 4 ولكنه يقبل القسمة على 2.

(18) العكس: إذا كان العدد صحيحاً فإنه عدداً كلياً، خاطئة. مثال مضاد: 3 -
المعكوس: إذا لم يكن العدد كلياً فإنه ليس عدداً صحيحاً، خاطئة. مثال مضاد: 3 -
المعاكس الإيجابي: إذا لم يكن العدد صحيحاً، فإنه ليس عدداً كلياً، صحيحة.

تدرب وحل المسائل

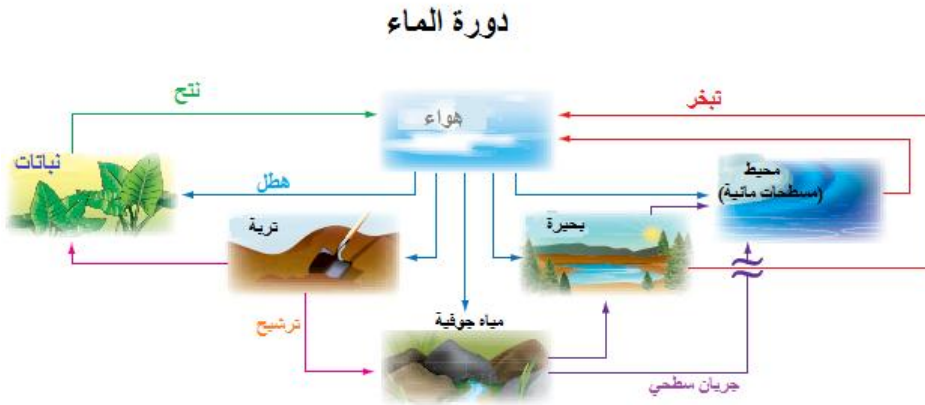
حدد الفرض والنتيجة في كل من العبارات الشرطية الآتية: مثال 1

(19) الفرض: الزاويتان متجاورتان. النتيجة: للزاويتان ضلع مشترك.

(20) الفرض: أنت قائد. النتيجة: سوف اتبعك.

(21) الفرض $3x - 4 = 11$ ؛ النتيجة: $x = 5$

- (22) **الفرض:** الزاويتان متقابلتان بالرأس. النتيجة: الزاويتان متطابقتين.
 اكتب كل عبارة شرطية مما يأتي على صورة (إذا كان...فإن....): مثال 2
 (23) إذا اشترت خمس قوارير، فإنك تحصل على قارورة مجانية.
 (24) إذا حضرت الحفل، فإنك تحصل على هدية.
 (25) إذا تقاطع مستويان، فإن تقاطعهما مستقيم.
 (26) إذا كان الشكل دائرة فإن مساحته تساوي πr^2
 (27) إذا كانت الزاوية قائمة، فإن قياسها 90°
 (28) **كيمياء:** إذا كانت المادة فسفور، فإنها تنصهر عند 44° سيليزية.



- (29a) **أحياء:** إذا جرى الماء على سطح الأرض فإنه يصب في المسطحات المائية.
 (29b) إذا أعادت النباتات الماء إلى الهواء، فإن ذلك يتم عن طريق النتج.
 (29c) إذا أعادت المسطحات المائية الماء إلى الهواء، فإن ذلك يتم عن طريق التبخر.

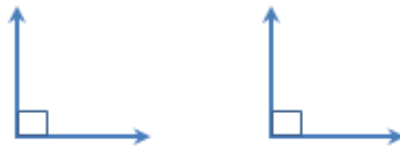
حدد قيمة الصواب لكل عبارة شرطية فيما يأتي: مثال 3

- (30) خاطئة، العدد 9 فردي ولكنه لا يقبل القسمة على 5. الفرض في العبارة الشرطية صحيح، لكن النتيجة خاطئة. وهذا المثال المضاد يثبت أن هذه العبارة الشرطية خاطئة.
 (31) صحيحة، الفرض خاطئ، لأن الأرنب ليس حيواناً برمائياً، والعبارة الشرطية التي يكون فيها الفرض خاطئاً تكون صحيحة دائماً، إذاً هذه العبارة الشرطية صحيحة.

(32) صحيحة، الفرض خاطئ لأن جدة لا تقع في اليمن، والعبارة الشرطية التي يكون فيها الفرض خاطئاً تكون صحيحة دائماً، إذاً هذه العبارة الشرطية صحيحة.

(33) صحيحة، الفرض خاطئ. لأن مزج اللونين الأحمر بالأزرق ينتج اللون البنفسجي. والعبارة الشرطية التي يكون فيها الفرض خاطئاً تكون صحيحة دائماً، إذاً هذه العبارة الشرطية صحيحة.

(34) خاطئة، الزاويتان متطابقتان غير إنهما غير متقابلتان بالرأس



الفرض في العبارة الشرطية صحيح، إلا أن النتيجة خاطئة والمثال المضاد يثبت خطأ هذه العبارة الشرطية.

(35) خاطئة، يمكن أن يكون الحيوان صقراً. الفرض في العبارة الشرطية صحيح، ولكن النتيجة خاطئة، لذا فالعبارة الشرطية خاطئة، والمثال المضاد يثبت خطأ هذه العبارة.

(36) صحيحة، الفرض خاطئ، لأن لون الموز لا يمكن أن يكون أزرق. والعبارة الشرطية التي يكون فيها الفرض خاطئاً تكون صحيحة دائماً، إذاً هذه العبارة الشرطية صحيحة. طبيعة: استعمل العبارة أدناه لكتابة كل من العبارات الشرطية الآتية:

(37) عبارة شرطية: إذا ظهرت على جسم الحيوان خطوط ، فإنه يكون حماراً وحشياً. خاطئة، ظباء الدكك على أجسامها خطوط.

(38) عكس العبارة الشرطية: إذا كان الحيوان حماراً وحشياً فإنه تظهر على أجسامه خطوط ، صحيحة.

(39) معكوس العبارة الشرطية: إذا لم تظهر على جسم الحيوان خطوط فإنه ليس حماراً وحشياً، صحيحة. مثال مضاد: الدكك

(40) المعاكس الإيجابي للعبارة الشرطية: إذا لم يكن الحيوان حماراً وحشياً، فلا تظهر على جسمه خطوط، خاطئة.

(41)

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \rightarrow \sim q$
T	T	F	F	T
T	F	F	T	T
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

p	q	$(p \rightarrow q)$	$\sim(p \rightarrow q)$
T	T	T	F
T	F	F	T
F	T	T	F
F	F	T	F

العبارتين غير متكافئتين منطقياً

(42)

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \rightarrow \sim q$	$\sim(\sim p \rightarrow \sim q)$
T	T	F	F	T	F
T	F	F	T	T	F
F	T	T	F	F	T
F	F	T	T	T	F

p	q	$(p \rightarrow q)$	$\sim(p \rightarrow q)$
T	T	T	F
T	F	F	T
F	T	T	F

F	F	T	F
---	---	---	---

العبارتين غير متكافئتين منطقياً
(43)

p	q	r	$q \vee r$	$p \wedge (q \vee r)$
T	T	T	T	T
T	T	F	T	T
T	F	T	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	F
F	T	F	T	F
F	F	T	T	F
F	F	F	F	F

p	q	r	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \vee r$
T	T	T	T	T
T	T	F	T	T
T	F	T	F	T
T	F	F	F	F
F	T	T	F	T
F	T	F	F	F
F	F	T	F	T
F	F	F	F	F

العبارتين غير متكافئتين منطقياً

اكتب العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي لكل من العبارات الشرطية الآتية: مثال 4

(44) العكس: إذا كنت تعيش في السعودية فإنك تعيش في الدمام، خاطئة. يمكن أن تكون في جدة.

المعكوس: إذا لم تكن تعيش في الدمام فإنك لا تعيش في السعودية، خاطيء: يمكن أن تعيش في الرياض.

المعاكس الإيجابي: إذا لم تكن تعيش في السعودية فإنك لا تعيش في الدمام، صحيح.
(45) العكس: إذا كان الطائر لا يستطيع الطيران فإنه نعمة، خطأ. يمكن أن يكون الطائر بطريقاً.

المعكوس: إذا لم يكن الطائر نعمة فإنه يستطيع الطيران ، خطأ. يمكن أن يكون الطائر بطريقاً.

المعاكس الإيجابي: إذا أستطاع الطائر الطيران، فإنه لا يكون نعمة. صحيح
(46) العكس: إذا كان مستطيلاً فإنه مربع. خاطئة، فالمستطيل لا تكون جميع أضلاعه متطابقة.

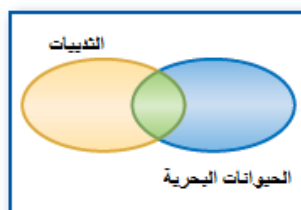
المعكوس: إذا لم يكن الشكل مربع فإنه لا يكون مستطيل. خطأ، يمكن أن يكون الشكل مستطيل حتى إن لم يكن مربع.

المعاكس الإيجابي: إذا لم يكن الشكل مستطيل فلا يمكن أن يكون مربعاً، صحيح.

(47) العكس: إذا كان للقطع المستقيمة الطول نفسه، فإنها تكون متطابقة. صحيح.
المعكوس: إذا لم تكن القطع المستقيمة متطابقة فإنها لا يكون لها الطول نفسه. صحيحة.
المعاكس الإيجابي: إذا لم يكن للقطع المستقيمة الطول نفسه، فإن هذه القطع لا تكون متطابقة. صحيح.

(48) العكس: إذا كان قياس إحدى زوايا المثلث 90° ، فإن المثلث قائم الزاوية صحيح
المعكوس: إذا لم يكن المثلث قائم الزاوية فإنه لا يحوي زاوية قياسها 90° . صحيح.
المعاكس الإيجابي: إذا كان المثلث لا يحوي زاوية قياسها 90° فإنه لا يكون مثلث قائم الزاوية. صحيح.

استعمل أشكال فن أدناه لتحديد قيمة الصواب لكل من العبارات الشرطية الآتية. وفسر تبريرك:



(49) خاطئة، المنطقة الزرقاء في شكل فن تحتوي الدوال غير الخطية وغير التربيعية.

(50) خاطئة، تحتوي المنطقة الخضراء في شكل فن حيوانات ثديية وبحرية في الوقت نفسه.

(51) صحيحة، لا توجد منطقة مشتركة بين المنطقتين اللتين تمثلان الأشجار المتساقطة الأوراق والأشجار الدائمة الخضرة.

(52a) تمثيلات متعددة: منطقياً

إجابة ممكنة، إذا كنت تسكن مدينة جدة فأنت تسكن منطقة مكة المكرمة، وإذا كنت تسكن منطقة مكة المكرمة، فإنك تسكن المملكة العربية، وإذا كنت تسكن المملكة العربية فإنك تسكن في قارة آسيا.

(52b) بيانياً



(52c) منطقياً: إذا كنت تسكن في مدينة جدة، فإنك تسكن في قارة آسيا. نعم صحيح.

(52d) إذا كانت a صحيحة فإن c صحيحة.

إذا كنا نعلم أن a صحيحة فإننا نعلم أن b صحيحة، وإذا كنا نعلم أن b صحيحة فإن c صحيحة أيضاً، إذاً عندما تكون a صحيحة فإن c تكون صحيحة.

مسائل مهارات التفكير العليا

(53) اكتشاف الخطأ: إجابة ممكنة، ماجد، عندما يكون الفرض خاطئاً في العبارة الشرطية تكون العبارة دائماً صحيحة.

(54) تبرير:

نعم، بما أن النتيجة خاطئة، فيجب أن يكون عكس العبارة صحيح، والعكس والمعكوس متكافئان منطقياً، وعليه يكون المعكوس صحيحاً.

(55) مسألة مفتوحة:

إجابة ممكنة ، إذا كان العدد ٤ يقبل القسمة على ٢ فإن للطيور ريشاً، حتى يكون العاكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي جميعها صحيحة، يجب أن يكون الفرض والنتيجة صحيحين أو خاطئين معاً.

(56) تحد:

الفرض للمعكوس هو $\sim p$: لم تدرك تكبيرة الإحرام مع الإمام
النتيجة للمعكوس هي $\sim q$: ذهبت إلى المسجد متأخراً

إن العبارة الشرطية A هي: $p \rightarrow q$

إذا أدركت تكبيرة الإحرام مع الإمام، فإنك ذهبت إلى المسجد مبكراً
وعكس العبارة A هو $q \rightarrow p$ إذا ذهبت إلى المسجد مبكراً فإنك ستدرك تكبيرة الإحرام مع الإمام،

والمعاكس الايجابي للعبارة A هو $\sim p \rightarrow \sim q$ إذا لم تذهب إلى المسجد مبكراً فإنك لن تدرك تكبيرة الإحرام مع الإمام.

(57) اكتب:

بما أن العبارة الشرطية والمعاكس الايجابي، متكافئان منطقياً، فإن لهما قيمة الصواب نفسها.

العكس والمعكوس للعبارة الشرطية متكافئان منطقياً ، ولهما قيمة الصواب نفسها، ويكون للعبارة الشرطية ومعاكسها الايجابي نفسها قيمة صواب العكس والمعكوس، أو يكون لهما عكس قيمة صواب العكس والمعكوس.

تدريب على الاختبار المعياري

(58) A

(59) جبر: B

$$\frac{10a^2 - 15ab}{4a^2 - 9b^2} = \frac{5a(2a - 3b)}{(2a - 3b)(2a + 3b)} = \frac{5a}{(2a + 3b)}$$

مراجعة تراكمية

أنشئ جدول الصواب لكل من العبارات المركبة الآتية:
(60)

p	Q	$q \wedge p$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

(61)

p	Q	$\neg q$	$\neg q \vee p$
T	T	F	T
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T

(62)

p	Q	$\neg p$	$\neg p \wedge q$
T	T	F	F
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	F

(63)

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\neg p \wedge \neg q$
T	T	F	F	F
T	F	F	T	F
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

اكتب تخميناً معتمداً على المعلومات المعطاة في كل مما يأتي:

(64) النقاط J, H, K ليست على استقامة واحدة.

(65) R, S, T تقع على استقامة واحدة.

(66) $ABCD$ مستطيل.

(67) طائرة ورقية: $BC \cong CD, BD \cong CA, BA \cong DA$

استعد للدرس اللاحق

جبر: حدد العملية التي استعملتها لتحويل المعادلة 1 إلى المعادلة 2

(68) قسمة كلا الطرفين على 8

(69) إضافة $3x$ لكل من الطرفين.

(70) ضرب كلا الطرفين في 3

حقيبيه إنجاز المعلم والمعلمه

معمل الهندسة : توسع
1-3
العبارات الشرطية الثنائية
Biconditional Statments



اكتب كل عبارة شرطية ثنائية مما يأتي على صورة عبارة شرطية وعكسها. ثم حدد ما إذا كانت العبارة الشرطية الثنائية صحيحة أم خاطئة.

(1) العبارة الشرطية: إذا كانت مجموع قياس زاويتين 90° فإن الزاويتان متتامتان صحيحة.

العكس: إذا كان الزاويتان متتامتان فإن مجموع قياسهما 90° ، صحيحة.

(2) العبارة الشرطية: إذا كان اليوم هو الجمعة فإنه لا يوجد دوام في المدارس ، صحيحة.

العكس: إذا لم يكن هناك دوام في المدارس، فإن اليوم هو الجمعة. خاطئة، لأنه لا دوام في المدارس يوم الخميس أيضا.

(3) العبارة الشرطية: إذا كان المستقيمان غير أفقيين فإنهما مستقيمان متقاطعان صحيحة.

العكس: إذا كان المستقيمان متقاطعان فإنهما غير أفقيين. خاطئة، المستقيمان الرأسيان المتوازيان لا يتقاطعان.

(4) العبارة الشرطية: إذا كان $x = 2$ فإن $|2x| = 4$

العكس: إذا كان $|2x| = 4$ فإن $x = 2$. صحيحة

التبرير الاستنتاجي

1-4



(1A) التبرير الاستقرائي.

(1B) التبرير الاستنتاجي.

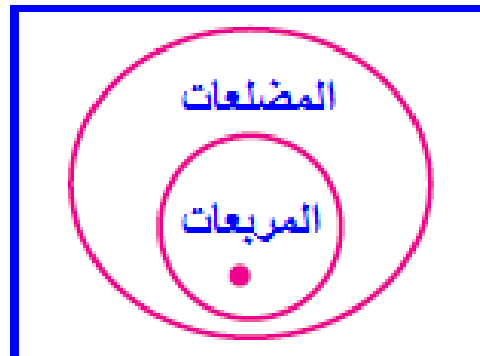
(2A) غير صحيحة، قد تقع النقاط A, B, C في المستوى G وتكون على استقامة واحدة.

(2B) صحيحة. قانون الفصل المنطقي.

تحقق من فهمك:

(3) صحيحة، يقع هذا الشكل في دائرة المربعات، والتي تقع داخل دائرة المضلعات

لذا تكون النتيجة صحيحة.

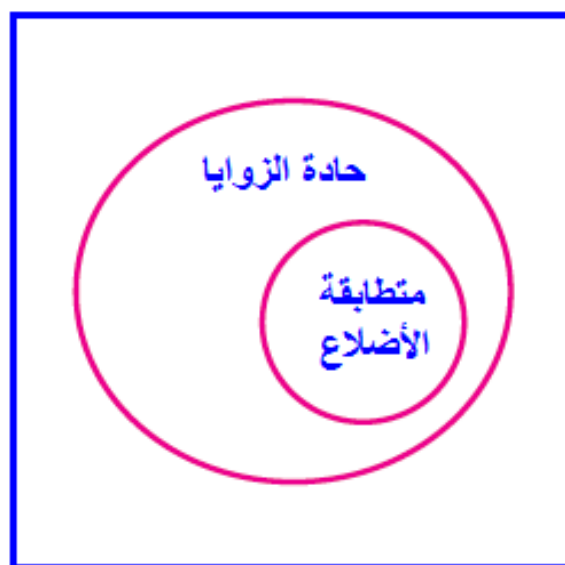


مثالان إضافيان:

(2) خاطئة، يمكن أن يكون الشكل مستطيل.

(3) من المعطيات، جميع المثلثات متطابقة الأضلاع تكون حادة الزوايا، فالنتيجة صحيحة.

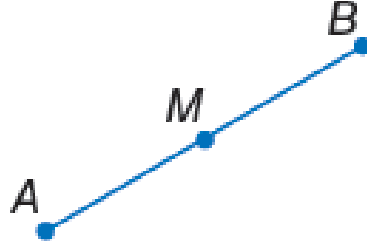
المثلثات



تحقق من فهمك (ص ٣٦):

G (4)

(5) قانون القياس المنطقي $AM = MB$



حدد ما إذا كانت النتيجة قائمة الاستنتاجي أم التبرير الاستقرائي في كل مما يأتي: مثال 1

(١) التبرير الاستنتاجي.

(٢) التبرير الاستقرائي.

حدد ما إذا كانت النتيجة صحيحة أم لا فيما يأتي اعتماداً على المعطيات فسر تبريرك:

مثال 2

(٣) صحيحة، قانون الفصل المنطقي.

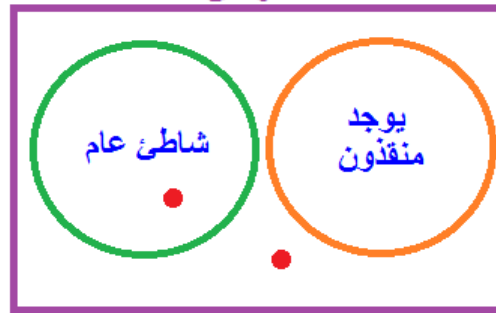
(٤) غير صحيحة، قد يكون فيصل مرهقاً بسبب تمرين رياضي شاق.

حدد ما إذا كانت النتيجة صحيحة أم لا فيما يأتي اعتماداً على المعطيات فسر تبريرك

باستعمال أشكال فن: مثال 3

(٥) غير صحيحة، يمكن أن يكون الشاطئ الجنوبي داخل دائرة الشاطئ العام أو خارجها.

الشاطئ



(٦) صحيحة، يقع عبد الله ضمن مجموعة الطلاب الذين اجتازوا اختبارات القبول، وتقع هذه

الدائرة داخل الدائرة التي تمثل الطلاب الذين قبلوا في الكلية لذا فسوف يقبل عبد الله في الكلية.



اختيار من متعدد: مثال 4

(٧) C إذا كان المثلث قائم الزاوية، فإن زاويتي الحادتين متتامتين.

استعمل قانون الفصل المنطقي أو قانون القياس المنطقي لتحصل علي نتيجة صحيحة إن

أمكن من العبارات الآتية، واذكر القانون الذي استعملته. مثال 5

(٨) إذا أنهى كمال عمله، فسوف يشتري مذياعاً، قانون القياس المنطقي.

(٩) لا نتيجة، ليس شرطاً أن تكون $\angle 1$ و $\angle 2$ متقابلتين بالرأس كي تكونا متطابقتين.

تدرب وحل المسائل

حدد ما إذا كانت النتيجة قائمة على التبرير الاستنتاجي أم التبرير الاستقرائي في كل مما

يأتي: مثال 1

(١٠) التبرير استنتاجي.

(١١) التبرير استقرائي.

(١٢) التبرير الاستنتاجي.

(١٣) التبرير الاستقرائي.

حدد ما إذا كانت النتيجة صحيحة في كل مما يأتي اعتماداً على المعطيات: مثال 2

(١٤) صحيحة، قانون الفصل المنطقي.

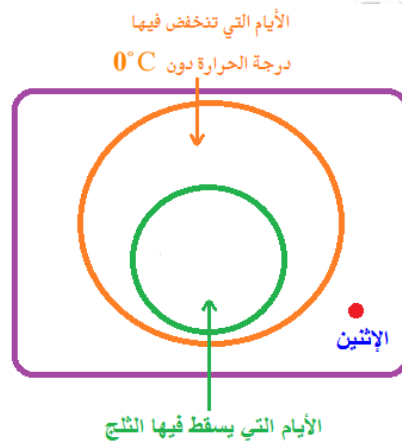
(١٥) غير صحيحة، قد يكون الشكل مستطيلاً

(١٦) صحيحة، قانون الفصل المنطقي.

(١٧) صحيحة، قانون الفصل المنطقي

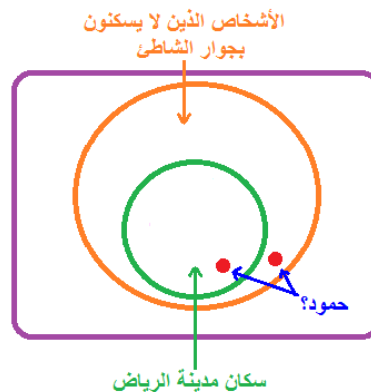
حدد ما إذا كانت النتيجة صحيحة أم لا فيما يأتي اعتماداً علي المعطيات وفسر تبريرك باستعمال أشكال فن. مثال 3

(١٨) صحيحة، يقع يوم الاثنين خارج الأيام التي تنخفض فيها درجة الحرارة عن الصفر السيليزية، إذا لا يمكن أن يقع ضمن الأيام التي يسقط فيها الثلج، إذا فا النتيجة صحيحة.



(19)

غير صحيحة، يمكن أن يكون حمود ضمن الدائرة التي تمثل مدينة الرياض، أو ضمن الدائرة التي تمثل الأشخاص الذين لا يسكنون قرب الشاطئ وخارج الدائرة التي تمثل سكان مدينة الرياض.



(20) غير صحيحة، يمكن أن يقع احمد ضمن دائرة المرضى أو ضمن منطقة تقاطع الدائرتين، إذا النتيجة غير صحيحة.



(21) الألعاب الأولمبية: إذا وصل هادي صوعان خط النهاية بعد صاحب المركز الأول مباشرة فسيحصل على الميدالية الفضية.

استعمل قانون القياس المنطقي لتحصل على نتيجة صحيحة إن أمكن من العبارات الآتية:

(22) إجابة ممكنة، إذا حصلت شيماء على معدل 98% أو أكثر فإنه سيتم تكريمها.

(23) لا نتيجة صحيحة.

(24) إذا لم يكن المستقيمان في المستوى متوازيين، فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة.

استعمل قانون القياس المنطقي أو الفصل المنطقي لتحصل على نتيجة صحيحة إن أمكن من العبارات الآتية:

(25) مجموع قياس $\angle 1$ و $\angle 2$ يساوي 90° ؛ قانون الفصل المنطقي.

(26) إذا كنت مثقفاً فأنت من زوار المكتبة العامة، قانون القياس المنطقي.

(27) لا نتيجة صحيحة.

(28) اكتب:

لا يمكننا استعمال قانون القياس المنطقي؛ لأن الفرض في العبارة الشرطية الثانية هو نفي نتيجة العبارة الشرطية الأولى. وإذا ما أردنا أن نطبق قانون القياس المنطقي، يجب أن تكون نتيجة العبارة الأولى هي الفرض في العبارة الشرطية الثانية.

(29) تحد:

قانون الفصل المنطقي

$$[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$$

قانون القياس المنطقي

$$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$$

(30) مسألة مفتوحة:

- (١) إذا حصل طالب الثانوية العامة على معدل 95% فما فوق، فإنه يكون متميزاً
 - (٢) إذا كان الطالب متميزاً في الثانوية العامة، فإنه سيبحث للدراسة في الخارج.
- النتيجة: إذا حصل طالب الثانوية العامة على 95% فما فوق، فإنه سيبحث للدراسة في الخارج.

(31) تحد: **صحيحة**، إجابة ممكنة: إذا حقق المثلث الخاصية B فإنه يحقق نظرية

فيثاغورث، وإذا حقق نظرية فيثاغورث فإنه قائم الزاوية.

وبا ستعمال قانون القياس المنطقي نستنتج العبارة الشرطية الآتية:

إذا حقق المثلث الخاصية B يكون قائم الزاوية، والمعكس الإيجابي لهذه العبارة هي

الجملة المعطاة في السؤال. وله نفس قيمة صواب العبارة الأصلية وهي صحيحة.

(32) اكتب:

وجه الشبه بين قانون القياس المنطقي وخاصية التعدي للمساواة أن كليهما يوظفان مفهوم أن كلاً من القيمتين المتكافئتين لنفس القيمة تكونان متكافئتين. والاختلاف بينهما أن قانون القياس المنطقي يستعمل للحصول على نتيجة من عبارتين شرطيتين، في حين تستعمل خاصية التعدي للمساواة لتحديد علاقة عددية بين قيمتين.

تدريب على الاختبار المعياري

(33) D حصل خليل على علبة عصير مجاناً

(34) إجابة شبكية: D

أخذ نقطتين يمر بهم المستقيم وليكن $(-1, 2)$ و $(0, -2)$

وميل المستقيم = فرق الصادات على فرق السينات

$$\text{إذن الميل} = -4 = \frac{-4}{1} = \frac{-2 - (2)}{0 - (-1)}$$

مراجعة تراكمية

تسويق:

(35) إذا زرت محل النجوم لصيانة الحواسيب، فإنك تبحث عن السرعة والأمان.

(36) هناك تميز بالسرعة والأمان.

أنشئ جدول صواب لكل من العبارات المركبة الآتية:

(37) a و b

a	b	a و b
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

(38) $\sim p$ أو $\sim q$

p	$\sim p$	q	$\sim q$	$\sim p$ أو $\sim q$
T	F	T	F	F
T	F	F	T	T
F	T	T	F	T
F	T	F	T	T

(39) k و $\sim m$

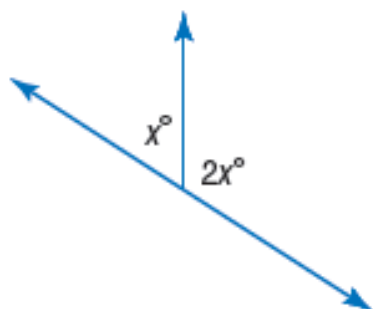
k	m	$\sim m$	k و $\sim m$
T	T	F	F
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	F

(40) $y \sim$ أو z

y	$\sim y$	z	$y \sim$ أو z
T	F	T	T
T	F	F	F

F	T	T	T
F	T	F	T

جبر: أوجد قيمة x في كل من الأشكال الآتية:
(41)

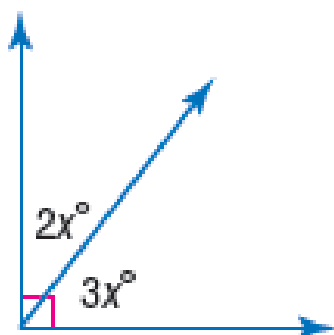


$$x^\circ + 2x^\circ = 180^\circ$$

$$3x^\circ = 180^\circ$$

$$x^\circ = \frac{180}{3} = 60^\circ$$

(42)

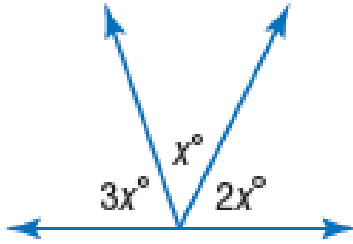


$$2x^\circ + 3x^\circ = 90^\circ$$

$$5x^\circ = 90^\circ$$

$$x^\circ = \frac{90}{5} = 18^\circ$$

(43)



$$x^\circ + 2x^\circ + 3x^\circ = 180^\circ$$

$$6x^\circ = 180^\circ$$

$$x^\circ = \frac{180}{6} = 30^\circ$$

استعد للدرس اللاحق

هل يمكن افتراض صحة أي العبارات الآتية اعتماداً على الشكل المجاور؟ فسر إجابتك:

(44) نعم، يشير الرمز \square إلى أن $\angle DAB$ قائمة.

(45) نعم، زاويتان متقابلتان بالرأس.

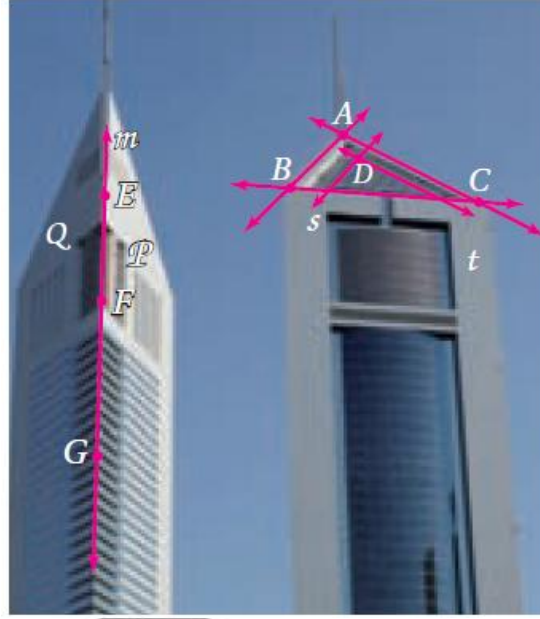
(46) لا، لا يوجد ما يدل على قياسي هاتين الزاويتين.

(47) لا، لا نعلم شيء عن $m\angle ABC$

المسلمات والبراهين الحرة

1-5

تلقوا



(1A) تشكل النقاط A, B, C الرؤوس الثلاثة للسقف، وبحسب المسلمة 1.2 فإن هناك مستوى واحد فقط يمر بها.

(1B) يتقاطع وجهي البناية في الحافة التي تمثل المستقيم m فيتقاطع المستويان P, Q اللذان يحتويان وجهي البناية في المستقيم m بحسب المسلمة 1.7

(2A) **صحيحة**، دائماً، هناك على الأقل ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة تحدد مستقيمين متقاطعين.

(2B) **غير صحيحة أبداً**، لكي تتقاطع ثلاث مستقيمتين في نقطتين يجب ان يكون اثنان منهما متوازيان.



المعطيات: C تقع بين A , B

$$\overline{AC} \cong \overline{CB}$$

المطلوب: أثبات أن C نقطة منتصف \overline{AB}

البرهان:

من المعطيات $\overline{AC} \cong \overline{CB}$

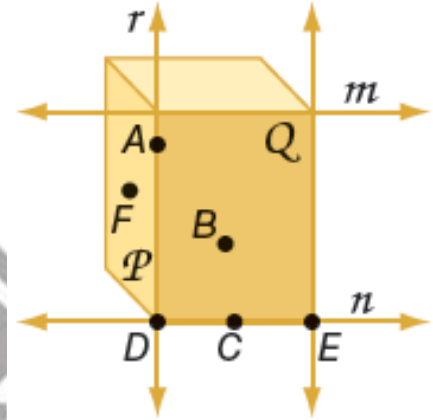
ومن تعريف القطع المستقيمة المتطابقة فإن طول \overline{AC}

يساوي طول \overline{CB}

ومن تعريف نقطة المنتصف فإن C نقطة منتصف \overline{AB}



اشرح كيف توضح الصورة صحة كل من العبارات الآتية، ثم اذكر المسلمة التي استعملتها لبيان صحة كل عبارة: مثال 1



- (1) يشترك الوجهان الأمامي والأيسر في الحرف الذي يمثل المستقيم r ، يتقاطع المستقيمان Q, P في المستقيم r فقط بحسب المسلمة 1.7
- (2) أحرف الشكل تمثل مستقيمتين متقاطعتين. المستقيمان n, r يتقاطعان في موقع واحد هو النقطة D . المسلمة 1.6 تنص على أنه إذا تقاطع مستقيمان، فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة فقط.
- (3) الحرف السفلي للشكل من الجهة الأمامية هو المستقيم n الذي يحتوي النقاط C, D, E . والمسلمة 1.7 تنص على أن المستقيم يحوي على الأقل نقطتين.
- (4) الجانب الأيسر من الشكل أو المستوى P يحتوي النقاط A, F, D . والمسلمة 1.4 تنص على أن المستوى يحتوي على الأقل ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة.
- (5) النقطتان E, D واقعتان على المستقيم n ، وكذلك في المستوى Q والمسلمة 1.5 تنص على أنه إذا وقعت نقطتان في مستوى فإن المستقيم الذي يحويهما يقع بكامله في هذا المستوى.
- (6) المستقيم r يحتوي النقطتين A, D المسلمة 1.1 تنص على أنه يوجد مستقيم واحد فقط يمر بنقطتين.

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة دائماً أو صحيحة أحياناً أو غير صحيحة أبداً.
وفسر تبريرك. المثال 2

(7) صحيحة أحياناً، إذا تقاطعت ثلاث مستويات فيمكن أن يكون تقاطعهما نقطة أو مستقيم.

(8) غير صحيحة أبداً، بسبب المسألة 1.3 المستقيم يحتوي نقطتين على الأقل.

(9) صحيحة دائماً، بحسب المسألة 1.1 يمر مستقيم واحد فقط بنقطتين معلومتين.
في الشكل المجاور:

اذكر المسألة التي تثبت صحة كل من العبارات الآتية:

(10) المسألة 1.2 أي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة، يمر بها مستوى واحد فقط.

(11) المسألة 1.3 المستقيم يحتوي نقطتين على الأقل.

(12) المسألة 1.4 يحتوي المستوى ثلاث نقاط على الأقل.

(13) برهان: المثال 3

بما أن C نقطة منتصف كل من \overline{AE} , \overline{DB}

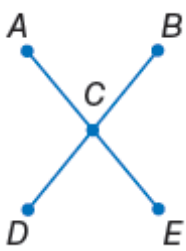
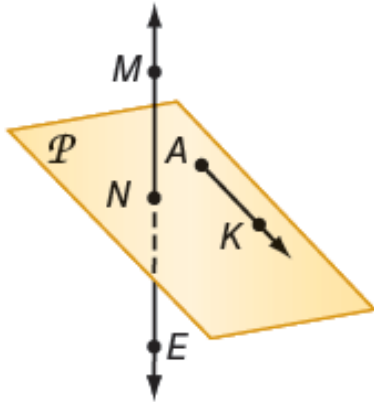
$$\text{فإن } AC = CE = \frac{1}{2}AE \text{ وأيضاً } DC = CB = \frac{1}{2}DB$$

وذلك بتعريف نقطة المنتصف.

من المعطيات: $\overline{AE} \cong \overline{DB}$ ، ومن تعريف تطابق القطع المستقيمة

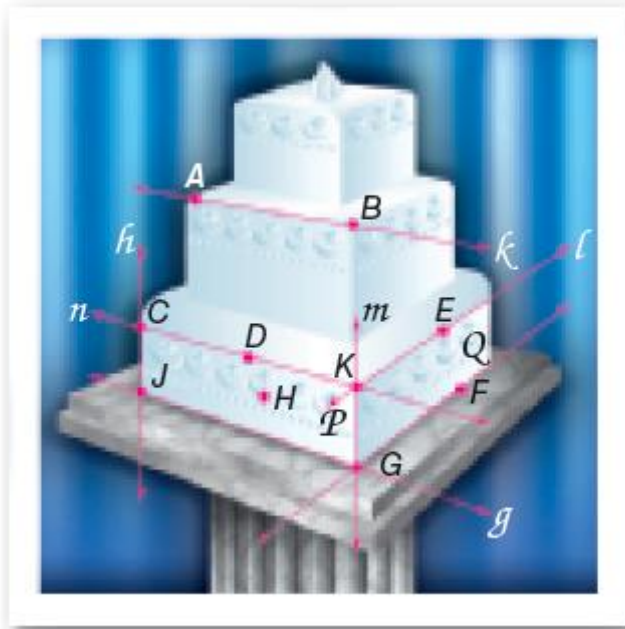
$$\overline{AE} = \overline{DB} \text{، ومن خاصية الضرب للمساواة } \frac{1}{2}DB = \frac{1}{2}AE$$

وبالتعويض ينتج أن $AC = CB$.



تدرب وحل المسائل

كعك:



(14) تشكل الحواف العلوية للطبقة السفلية مستقيماً متقاطعة.

يتقاطع المستقيمان l, n في نقطة واحدة هي K المسلمة 1.6

(15) يشترك الوجهان الأماميان في الحرف الذي يمثل المستقيم m ، ويتقاطع المستقيمان P, Q في المستقيم m فقط بحسب المسلمة 1.7

(16) الوجه الأمامي الأيسر من الطبقة السفلية من الكعكة يحتوي النقاط H, K, D

ويكون مستوى، وبحسب المسلمة 1.2 يمر مستوى واحد فقط في ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة.

(17) الحرف العلوي للطبقة السفلية هو المستقيم n ، تقع النقاط C, D, K على هذا الحرف، لذا فإنها تقع على المستقيم n تنص المسلمة 1.3 على أن المستقيم يحوي على الأقل نقطتين.

(18) الوجه الأمامي الأيمن من الطبقة السفلية للكعكة، يحتوي النقاط G, K, E, F والتي تمثل مستوى. تنص المسلمة 1.2 على أنه يوجد مستوى واحد يمر في أي ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة.

(19) الوجه الأمامي الأيمن يحتوي النقطتين E, F وأي مستقيم يمر بهما يقع في المستوى الذي يمثل هذا الوجه وهذا بحسب المسلمة 1.5

(20) أحرف الطبقة السفلية تشكل مستقيمين متقاطعين. يتقاطع المستقيمان g, h في النقطة z وبحسب المسئلة 1.6، إذا تقاطع مستقيمان فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة فقط.

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة دائماً أو صحيحة أحياناً أو غير صحيحة أبداً.
فسر تبريرك

(21) صحيحة دائماً. تنص المسئلة 1.2 على أن أي ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط.

(22) غير صحيحة أبداً، تنص المسئلة 1.1 على أن أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

(23) صحيحة أحياناً، لا يشترط أن تكون النقاط على استقامة واحدة حتى تقع في المستوى نفسه.

(24) صحيحة دائماً، تنص المسئلة 1.5 على أنه إذا وقعت نقطتان في مستوى، فإن جميع نقاط المستقيم المار بهما تقع في هذا المستوى.

(25) صحيحة أحياناً، يجب أن تكون النقاط ليست على استقامة واحدة.

(26) برهان: المثال 3

المعطيات: Y نقطة منتصف \overline{XZ}

Z نقطة منتصف \overline{YW}

المطلوب: $\overline{XY} \cong \overline{ZW}$

البرهان: تعلم أن Y نقطة منتصف \overline{XZ} و Z نقطة منتصف \overline{YW} ، وبتعريف نقطة المنتصف $\overline{XY} \cong \overline{YZ}$ و $\overline{YZ} \cong \overline{ZW}$ ومن تعريف تطابق القطع المستقيمة

$XY = YZ$ و $YZ = ZW$ ، باستعمال خاصية التعدي للمساواة $XY = ZW$

إن $\overline{XY} \cong \overline{ZW}$ بتعريف تطابق القطع المستقيمة.

(27) برهان:

المعطيات: L نقطة منتصف JK

JK تتقاطع مع MK في K و $MK \cong JL$

المطلوب: $LK \cong MK$

البرهان: تعلم أن L نقطة منتصف JK و أن $MK \cong JL$ من نظرية نقطة المنتصف
ينتج أن $JL \cong LK$

وبما أن $MK \cong JL$ إذن $LK \cong MK$

(28) خرائط

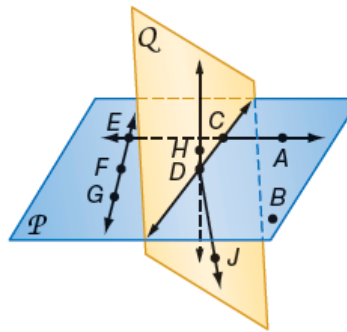
(28a) إجابة ممكنة، بما انه يوجد مستقيم واحد يمر بأي نقطتين

وان الطريق (1) يبدوا مستقيماً يمر بالنقطتين A, B
فانه اقصر الطريقين.

(28b) الطريق 2 هو الأسرع

في الشكل المجاور:

اذكر المسألة التي يمكن استعمالها لإثبات صحة كل عبارة مما يأتي:



(29) المسألة 1.1 أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

(30) المسألة 1.3 كل مستقيم يحتوي نقطتين على الأقل.

(31) المسألة 1.1 اي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

(32) المسألة 1.2 أي ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط.

(33) المسألة 1.4 كل مستوى يحتوي ثلاث نقاط على الأقل ليست على استقامة واحدة.

(34) المسألة 1.7 إذا تقاطع مستويان فإن تقاطعهما يكون مستقيماً.

هندسة عمارة:

(35) صمم احمد سطح منزله بحيث يكون مائلاً ويجب أن يكون ميل السطح على الأقل 4

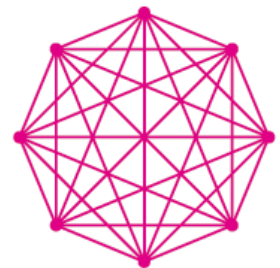
بوصات لكل قدم، إلا أن ميل سطح منزل احمد هو 2 بوصة لكل قدم وهي اقل من 4

بوصات لكل قدم مما يعني أن الميل في التصميم غير كافي.

رياضة:

(36a) مباراة $7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28$

(36b)



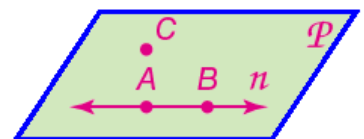
المسألة 1.1

(36c) إذا كان هناك n فريق مشارك في البطولة، فإن عدد مباريات الدور الأول

يساوي: $(n-1) + (n-2) + \dots + 1$

مسائل مهارات التفكير العليا

(37) مسألة مفتوحة:

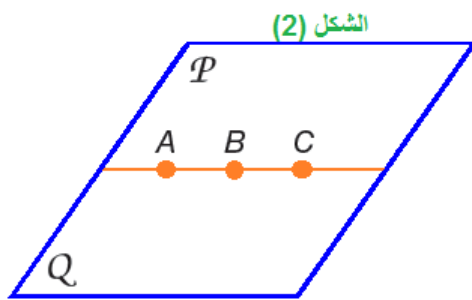
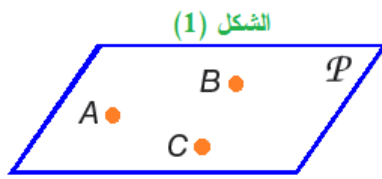


هذا الشكل يحقق المسلمتين 1.1 و 1.3 لأن النقطتين A, B يمر بهما مستقيم واحد فقط. وأيضاً يحقق المسلمتين 1.2 و 1.4 لأن ثلاث نقاط تقع في مستوى واحد، وكذلك يحقق المسلمة 1.5 لأنه توجد نقطتين A, B تقعان في المستوى، والمستقيم n الذي يمر بهما أيضاً يقع في المستوى P

(38) اكتشاف الخطأ:

سعيد؛ يجب أن يبدأ البرهان بالمعطيات، و هي أن \overline{AB} تطابق \overline{BD} ، و النقاط A, B, D تقع على استقامة واحدة.

(39) تبرير:



صحيحة أحياناً، إذا كانت النقاط لا تقع على استقامة واحدة فهناك مستوى واحد فقط يمر في هذه النقاط بحسب المسلمة 1.2 والشكل (1) يوضح ذلك.

أما إذا كانت النقاط تقع على استقامة واحدة، فإنه يوجد عدد لانهاى من المستويات التي تمر بها. يوضح

شكل (2) مستويين يمران في ثلاث نقاط تقع على استقامة واحدة، ويمكن رسم مستويات أخرى من الدوران حول هذه النقاط الثلاثة.

(40) اكتب:

المسلمات والنظريات، يمكن أن تستعمل جميعها في البراهين. يمكن إثبات النظريات فقط، ويمكن أن تفسر المفاهيم غير المعرفة من خلال الأمثلة أو الوصف، في حين يمكن تفسير المفردات المعرفة من خلال استعمالنا للمفردات غير المعرفة أو مفردات معرفة أخرى، إما المسلمات فهي العبارات التي تقبل على أنها صحيحة دائماً.

تدريب على الاختبار المعياري

- (41) H يوجد على الأقل مستقيمان يحويان النقطتين نفسيهما.
 (42) D أكبر عدد من المناطق التي تتشكل عندما تقطع ثلاثة مستقيمات مختلفة دائرة.

مراجعة تراكمية

استعمل قانون الفصل المنطقي أو قانون القياس المنطقي لتحصل علي نتيجة صحيحة إن أمكن من العبارات الآتية:

- (43) لا نتيجة.
 (44) $m\angle EFG$ أقل من 90° قانون الفصل المنطقي.
 اكتب العبارتين الشرطيتين على صورة (إذا كان.... فإن.....)
 (45) إذا كان الطالب متفوقاً فإن اسمه يكتب في قائمة الشرف.
 (46) إذا كان الشخص بطلاً فإنه يخشى أن يخسر.

استعد للدرس اللاحق

حل كل من المعادلات الآتية:

$$4x - 3 = 19 \quad (47)$$

$$4x = 19 + 3$$

$$4x = 22$$

$$x = 22 \div 4$$

$$x = 5.5$$

$$\frac{1}{3}x + 6 = 14 \quad (48)$$

$$\frac{1}{3}x = 14 - 6$$

$$\frac{1}{3}x = 8$$

$$x = 3 \times 8$$

$$x = 24$$

$$5(x^2 + 2) = 30 \quad (49)$$

$$x^2 + 2 = 30 \div 5$$

$$x^2 + 2 = 6$$

$$x^2 = 6 - 2$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \sqrt{4}$$

$$x = 2, -2$$

اختبار منتصف الفصل

الفصل

1

الدروس 1-1 إلى 1-5

- اكتب تخميناً يصف في كل متتابعة مما يأتي، ثم أستعمله لإيجاد الحد التالي في كل منها.
- (1) الحد التالي: 40 ، كل عنصر في هذا النمط ينتج من جمع العنصرين اللذين يسبقانه.
- (2) الحد التالي:



يحاط الشكل التالي في النمط بمربع آخر.

أعط مثلاً مضاداً يبين أن كلا من التخمينين الآتيين خاطئ:

(3) إذا لم تكن A, B, C على استقامة واحدة فلن يكون ذلك صحيحاً.

(4) عندما $n = 1$ يكون التخمين خاطئاً لأن $1 < 1^3$ خاطئة.

استعمل العبارات p, q, r لكتابة كل عبارة وصل أو فصل أدناه، ثم أوجد قيمة الصواب لها. فسر تبريرك:

(5) في الأسبوع الواحد 7 أيام، وصفر هو الشهر الذي يأتي قبل شهر محرم خاطئة، لأن صفر ليس الشهر الذي يأتي قبل شهر محرم.

(6) في الأسبوع الواحد 7 أيام وفي اليوم الواحد 24 ساعة صحيحة، لأن كلا من p, q صحيحة.

(7) في الأسبوع الواحد 7 أيام وصفر ليس هو الشهر الذي يأتي قبل شهر محرم صحيحة، لأن كلا من p, r صحيحة.

(8)

p	q	$\neg q$	$p \vee \neg q$
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T
T	T	F	T

حدد الفرض والنتيجة في كل من العبارات الشرطية الآتية:

(9) الفرض: المضلع له خمسة أضلاع. النتيجة: المضلع خماسي.

(10) الفرض: $4x - 6 = 10$ النتيجة: $x = 4$

(11) الفرض: قياس الزاوية اقل من 90° . النتيجة: الزاوية حادة.

حدد قيمة الصواب لكل من العبارتين الشرطيتين الآتيتين. وإذا كانت أيهما صحيحة، ففسر تبريرك، وإذا كانت خاطئة فأعط مثلاً مضاداً.

(12) صحيحة، $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$

(13) خاطئة $\angle 1, \angle 3$ متطابقتان.

استعمل أشكال فن أدناه لتحديد قيمة الصواب لكل من العبارات الشرطية الآتية. وفسر تبريرك.

(14) صحيحة: جميع المربعات مستطيلات.

(15) صحيحة: المستقيمان المتعامدان يتقاطعان، في حين لا يتقاطع المستقيمان المتوازيان أبداً.

(16) كرة قدم: صحيحة، أحرز فريق الفرسان أهدافاً أكثر في المباراة النهائية، فهو الفريق الفائز، إذاً فريق الفرسان هو من فاز بالكأس.

(17) اختيار من متعدد: C إذا كنت أحد طلاب المدرسة الثانوية، فإن عمرك يؤهلك لقيادة السيارة.

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحة دائماً أو صحيحة أحياناً أو غير صحيحة أبداً. وفسر تبريرك.

(18) صحيحة أحياناً، تنص المسألة 1.4 على أن المستوى يحوي على الأقل ثلاث نقاط، لا تقع على استقامة واحدة.

(19) صحيحة دائماً، تنص المسألة 1.1 على أن كل نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

(20) غير صحيحة أبداً، تنص المسألة 1.3 على أن كل مستقيم يحتوي نقطتين على الأقل.

البرهان الجبري

تلقّق

اذكر الخاصية التي تبرر كلا من العبارتين الآتيتين:

(1A) خاصية الجمع للمساواة التي تنص على إذا كان $a = b$ فإن $a + c = b + c$.

(1B) خاصية التماثل للمساواة التي تنص على إذا كانت $a = b$ فإن $b = a$

(1C)

$$2x - 13 = -5 \text{ (معطيات)}$$

$$2x - 13 + 13 = -5 + 13 \text{ (خاصية الجمع للمساواة)}$$

$$2x = 8 \text{ (التبسيط)}$$

$$x = 4 \text{ (خاصية القسمة للمساواة)}$$

تلقّق

اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات صحة كل من التخمينين الآتيين:

$$(2A) \text{ المعطيات: } 0 = \frac{5x + 1}{2} - 8$$

$$\text{المطلوب: } x = 3$$

البرهان: العبارات (المبررات)

$$(1) \quad 0 = \frac{5x + 1}{2} - 8 \text{ (المعطيات)}$$

$$(2) \quad 8 = \frac{5x + 1}{2} \text{ (خاصية الجمع للمساواة)}$$

$$8 \times 2 = 2 \times \left(\frac{5x+1}{2} \right) \quad (3)$$

$$16 = 5x + 1 \quad (4) \text{ (بالتبسيط)}$$

$$5x = 15 \quad (5) \text{ (خاصية الطرح للمساواة)}$$

$$3 = x \quad (6) \text{ (خاصية القسمة للمساواة)}$$

(2B) فيزياء:

$$t \cdot \frac{u+v}{2} = d \quad (\text{معطيات})$$

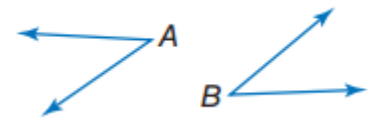
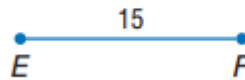
$$\frac{u+v}{2} = \frac{d}{t} \quad (\text{خاصية القسمة للمساواة})$$

$$2 \frac{u+v}{2} = 2 \left(\frac{d}{t} \right) \quad (\text{خاصية الضرب للمساواة})$$

$$u + v = \frac{2d}{t} \quad (\text{بالتبسيط})$$

$$\frac{2d}{t} - v = u \quad (\text{خاصية الطرح للمساواة})$$

$$u = \frac{2d}{t} - v \quad (\text{خاصية التماثل للمساواة})$$



$$\angle A \cong \angle B \quad (3A) \text{ المعطيات:}$$

$$37^\circ = m \angle A$$

المطلوب: $37^\circ = m \angle B$

البرهان: العبارات (المبررات)

(1) $\angle A \cong \angle B$ و $37^\circ = m \angle A$ (المعطيات)

(2) $m \angle A = m \angle B$ (تعريف تطابق الزوايا)

(3) $37^\circ = m \angle B$ (خاصية التعويض للمساواة)

(4) $m \angle B = 37^\circ$ (خاصية التماثل)

(3B) المعطيات: $\overline{CD} \cong \overline{EF}$

$3y - 9 = CD$, $15 = EF$

المطلوب: $Y = 8$

البرهان: العبارات (المبررات)

(1) $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ (المعطيات)

(2) $CD = EF$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

(3) $3y - 9 = 15$ (خاصية التعويض للمساواة)

(4) $3y = 24$ (خاصية الجمع للمساواة)

(5) $y = 8$ (خاصية القسمة للمساواة)



اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة مما يأتي: مثال ١

(1) خاصية التماثل للمساواة.

(2)

$$2(x + 5) = 11 \quad (\text{معطيات})$$

$$2x + 10 = 11 \quad (\text{خاصية التوزيع})$$

$$2x = 11 - 10 \quad (\text{خاصية الطرح})$$

$$x = \frac{1}{2} \quad (\text{خاصية القسمة})$$

(3) أكمل البرهان الآتي : مثال ٢

$$(a) \text{ العبارات: } \frac{y + 2}{3} = 3$$

(b) المبررات: خاصية الضرب بالمساواة

(c) العبارات: $y + 2 = 9$ المبررات: التبسيط

برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات صحة كل من التخمينين الآتيين: مثالان ٣، ٤

(4)

$$\text{المعطيات: } 24 = -4(x - 3) + 5x$$

$$\text{المطلوب: } x = 12$$

البرهان: العبارات (المبررات)

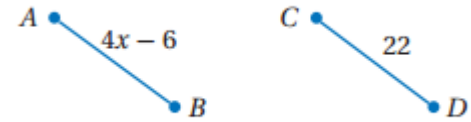
$$(1) -4x + 12 + 5x = 24 \quad \text{خاصية التوزيع}$$

$$24 = x + 12 \quad \text{خاصية الجمع للمساواة}$$

$$24 - 12 = x \text{ خاصية الطرح للمساواة}$$

$$x = 12 \text{ خاصية التبسيط}$$

(5)



المعطيات:

$$\overline{AB} \cong \overline{CD}$$

$$x = 7 \text{ المطلوب:}$$

البرهان: العبارات (المبررات)

$$\overline{AB} \cong \overline{CD} \text{ (معطيات) (1)}$$

$$AB = CD \text{ (تعريف تطابق القطع المستقيمة) (2)}$$

$$4x - 6 = 22 \text{ (بالتعويض) (3)}$$

$$4x = 28 \text{ (خاصية الجمع للمساواة) (4)}$$

$$x = 7 \text{ (خاصية القسمة للمساواة) (5)}$$

(6a) صحة:

البرهان:

$$1) 1) T = 0.75(220 - a)$$

$$2) \frac{T}{0.75} = 220 - a$$

$$3) -a = \frac{T}{0.75} - 220$$

$$4) a = -\frac{T}{0.75} + 220$$

$$5) -\frac{T}{0.75} + 220 = a$$

$$6) 220 - \frac{T}{0.75} = a$$

(6b) عمره 16 سنة

$$a = 220 - \frac{153}{0.75}$$

$$a = 220 - 204$$

$$a = 16$$

تدرب وحل المسائل

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة مما يأتي: المثال ١

(7) خاصية الطرح للمساواة.

(8) خاصية الضرب للمساواة.

(9) خاصية التوزيع للمساواة.

(10) خاصية التوزيع للمساواة.

(11)

$$4(x - 5) = x + 2 \quad (\text{معطى})$$

$$4x - 20 = x + 2 \quad (\text{خاصية التوزيع})$$

$$4x - x = 20 + 2 \quad (\text{خاصية الجمع})$$

$$3x = 22 \quad (\text{خاصية الطرح})$$

$$x = \frac{22}{3} \text{ خاصية القسمة}$$

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة مما يأتي:

(12) خاصية التعدي

(13) خاصية الانعكاس.

(14) خاصية الضرب للمساواة.

(15) خاصية التعويض.

(16) خاصية التعدي للمساواة

أكمل البرهانين الآتيين: المثالان ٢، ٣

(17)

المبررات	العبارات
(a) معطيات	(a) $\frac{8-3x}{4} = 32$
(b) خاصية الضرب للمساواة	(b) $4\left(\frac{8-3x}{4}\right) = 4(32)$
(c) بالتبسيط	(c) $8-3x = 128$
(d) خاصية الطرح للمساواة	(d) $-3x = 120$
(e) خاصية القسمة للمساواة	(e) $x = -40$

(18) علوم:

$$d = vt + \frac{1}{2}at^2 \text{ (معطى)}$$

$$2d = 2vt + at^2 \quad (\text{خاصية الضرب للمساواة})$$

$$at^2 = 2d - 2vt \quad (\text{خاصية الطرح للمساواة})$$

$$a = \frac{2d - 2vt}{t^2} \quad (\text{خاصية القسمة للمساواة})$$

اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات صحة كل من التخمينين الآتيين: المثال ٣

(19)

$$\text{المعطيات: } -\frac{1}{3}n = 12$$

$$\text{المطلوب: } n = -36$$

البرهان: العبارات (المبررات)

$$(1) \quad -\frac{1}{3}n = 12 \quad (\text{معطيات})$$

$$(2) \quad -3\left(-\frac{1}{3}n\right) = -3 \times 12 \quad (\text{خاصية الضرب للمساواة})$$

$$(3) \quad n = -36 \quad (\text{بالتبسيط})$$

(20)

$$\text{المعطيات: } -3r + \frac{1}{2} = 4$$

$$\text{المطلوب: } r = -\frac{7}{6}$$

البرهان: العبارات (المبررات)

$$(1) \quad -3r + \frac{1}{2} = 4 \quad (\text{معطيات})$$

$$(2) \quad 2\left(-3r + \frac{1}{2}\right) = 2 \times 4 \quad (\text{خاصية الضرب للمساواة})$$

$$(3) \quad -6r + 1 = 8 \quad (\text{بالتبسيط})$$

$$(4) \quad -6r = 7 \quad (\text{خاصية الطرح للمساواة})$$

$$(5) \quad r = -\frac{7}{6} \quad (\text{خاصية القسمة للمساواة})$$

(21a) علوم

البرهان: العبارات (المبررات)

$$(1) \quad PV = nRT \quad (\text{معطيات})$$

$$(2) \quad \frac{PV}{nR} = \frac{nRT}{nR} \quad (\text{خاصية القسمة للمساواة})$$

$$(3) \quad \frac{PV}{nR} = T \quad (\text{خاصية التعويض للمساواة})$$

$$(4) \quad T = \frac{PV}{nR} \quad (\text{خاصية التماثل للمساواة})$$

(21b) 305° كلفين، خاصية التعويض للمساواة.

$$T = \frac{PV}{nR} = \frac{1 \times 25}{1 \times 0.0821} = 305^\circ$$

برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات صحة كل من التخمينات الآتية:

$$(22) \quad \overline{DF} \cong \overline{EG} \quad (\text{المعطيات})$$

المطلوب: $x = 10$

البرهان:

العبارات (المبررات)

$$(1) \quad \overline{DF} \cong \overline{EG} \quad (\text{معطيات})$$

(2) $DF = EG$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

(3) $11 = 2x - 9$ (خاصية التعويض للمساواة)

(4) $20 = 2x$ (خاصية الجمع للمساواة)

(5) $10 = x$ (خاصية القسمة للمساواة)

(6) $x = 10$ (خاصية التماثل للمساواة)

(23) المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{AC}$

المطلوب: $x = 4$

البرهان: العبارات (المبررات)

(1) $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ (معطيات)

(2) $AB = AC$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

(3) $3x + 15 = 5x + 7$ (خاصية التعويض للمساواة)

(4) $8 = 2x$ (خاصية الطرح للمساواة)

(5) $4 = x$ (خاصية القسمة للمساواة)

(6) $x = 4$ (خاصية التماثل للمساواة)

(24) المعطيات: $\angle Y \cong \angle Z$

المطلوب: $x = 100$

البرهان:

العبارات (المبررات)

(1) $\angle Y \cong \angle Z$ (معطيات)

(2) $m\angle Y = m\angle Z$ (تعريف تطابق الزوايا)

(3) $x + 10 = 2x - 90$ (خاصية التعويض للمساواة)

(4) $10 = x - 90$ (خاصية الطرح للمساواة)

$$(5) \quad 100 = x \quad (\text{خاصية الجمع للمساواة})$$

$$(6) \quad x = 100 \quad (\text{خاصية التماثل للمساواة})$$

(25)

المعطيات: $\angle MPN \cong \angle QPN$

المطلوب: $x = 16$

البرهان:

العبارات (المبررات)

$$(1) \quad \angle MPN \cong \angle QPN \quad (\text{المعطيات})$$

$$(2) \quad m\angle MPN = m\angle QPN \quad (\text{تعريف تطابق الزوايا})$$

$$(3) \quad x + 26 = 2x + 10 \quad (\text{خاصية التعويض للمساواة})$$

$$(4) \quad 16 = x \quad (\text{خاصية الطرح للمساواة})$$

$$(5) \quad x = 16 \quad (\text{خاصية التماثل للمساواة})$$

(26a) كهرباء:

$$\text{المعطيات: } V = \frac{P}{I}$$

$$\text{المطلوب: } \frac{V}{2} = \frac{P}{2I}$$

البرهان:

العبارات (المبررات)

$$(1) \quad V = \frac{P}{I} \quad (\text{معطيات})$$

$$(٢) \quad V \cdot \frac{1}{2} = \frac{P}{I} \cdot \frac{1}{2} \quad (\text{خاصية الضرب بالمساواة})$$

$$(٣) \quad \frac{V}{2} = \frac{P}{2I} \quad (\text{بالتبسيط})$$

(26b)

$$V = \frac{P}{I} \quad \text{المعطيات:}$$

$$2V = \frac{2P}{I} \quad \text{المطلوب:}$$

البرهان:

العبارات (المبررات)

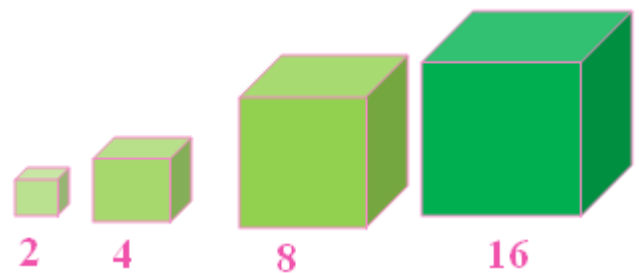
$$(١) \quad V = \frac{P}{I} \quad (\text{معطيات})$$

$$(٢) \quad 2V = 2 \cdot \frac{P}{I} \quad (\text{خاصية الضرب للمساواة})$$

$$(٣) \quad 2V = \frac{2P}{I} \quad (\text{بالتبسيط})$$

(27) تمثيلات متعددة:

(27a) حسيًا:



(27b) جدولياً:

حجم المكعب = S^3

الحجم (V)	طول الضلع (S)
$8 = 2^3$	٢
$١٢٨ = 4^3$	٤
$٥١٢ = 8^3$	٨
$٤٠٩٦ = 16^3$	١٦

(27c) لفظياً: إذا تضاعف طول ضلع المكعب، فإن حجمه يصبح ٨ أمثال الحجم الأصلي.

(27d) جبرياً: $8V = (2s)^3$

(27e) منطقياً: المعطيات: مكعب طول ضلعه s وحدة وحجمه V وحدة مكعبة

المطلوب: $8V = (2s)^3$

البرهان: العبارات (المبررات)

(١) طول ضلع المكعب s وحدة. (معطيات)

(٢) حجم المكعب V وحدة مكعبة. (معطيات)

(٣) $V = s^3$ (صيغة حجم المكعب)

(٤) $V = s.s.s$ (تعريف الأس)

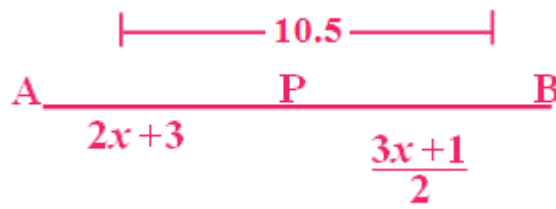
(٥) $V = 2.s.2.s.2.s$ (خاصية الضرب للمساواة) ٢, ٢, ٢

(٦) $V = (2s)(2s)(2s)$ (بالتبسيط) ٨

(٧) $8V = (2s)^3$ (تعريف الأس)

مسائل مهارات التفكير العليا

(28) تحد:



المعطيات: $AP = 2x + 3$

$$PB = \frac{3x + 1}{2}$$

$$AB = 10.5$$

$$\frac{AP}{AB} = \frac{2}{3} \text{ المطلوب:}$$

البرهان: العبارات (المبررات)

$$PB = \frac{3x + 1}{2} \text{ (معطيات)}$$

$$AP = 2x + 3, AB = 10.5$$

$$2x + 3 + \frac{3x + 1}{2} = 10.5 \text{ (خاصية التعويض للمساواة)}$$

$$2 \times \left(2x + 3 + \frac{3x + 1}{2} \right) = 10.5 \times 2 \text{ (خاصية الضرب للمساواة)}$$

$$2 \times \left(2x + 3 + \frac{3x + 1}{2} \right) = 21 \text{ (بالتبسيط)}$$

$$2 \times 2x + 2 \times 3 + 2 \times \frac{3x + 1}{2} = 21 \text{ (خاصية التوزيع)}$$

$$4x + 6 + 3x + 1 = 21 \text{ (بالتبسيط)}$$

$$(٧) \quad 7x + 7 = 21 \quad (\text{بالتبسيط})$$

$$(٨) \quad 7x + 7 - 7 = 21 - 7 \quad (\text{خاصية الطرح للمساواة})$$

$$(٩) \quad 7x = 14 \quad (\text{بالتبسيط})$$

$$(١٠) \quad x = 2 \quad (\text{خاصية القسمة للمساواة})$$

$$(١١) \quad AP = 2 \times 2 + 3 \quad (\text{خاصية التعويض للمساواة})$$

$$(١٢) \quad AP = 4 + 3 \quad (\text{بالتبسيط})$$

$$(١٣) \quad AP = 7 \quad (\text{بالتبسيط})$$

$$(١٤) \quad \frac{AP}{AB} = \frac{7}{10.5} \quad (\text{خاصية التعويض للمساواة})$$

$$(١٥) \quad \frac{AP}{AB} = \frac{2}{3} \quad (\text{بالتبسيط})$$

تبرير:

(٢٩) **صحيحة دائماً**، إذا كان $0 = a + b$ فإن $a + b - b = 0 - b$ (خاصية الطرح للمساواة)

$-b = a$ (بالتعويض) ولذا تكون هذه العبارة صحيحة دائماً.

(٣٠) **صحيحة أحياناً**، إجابة ممكنة إذا كان $a^2 = 1$

وكان $1 = a$ فإن $1 = \sqrt{b} = \sqrt{1}$

وعندما $-1 = a$ و $1 = b$ فإن $1 = \sqrt{b}$

لأن الجذر التربيعي غير سالب، عندئذ تكون العبارة غير صحيحة، ولذلك فالعبارة صحيحة أحياناً.

(31) **تحذ:**

(31a) $5 + 7 = 12$, $7 + 9 = 16$, $3 + 5 = 8$ هذه أمثلة توضح التخمين، ولكنها لا تثبته، وذلك لن الأعداد الفردية المذكورة لا تمثل جميع الأعداد الفردية، وإنما هي أمثلة فقط.

(31b) أمثلة: $2(2) - 1 = 3$, $2(3) - 1 = 5$, $2(4) - 1 = 7$

(31c) سوف اجمع العبارتين $2m - 1$, $2n - 1$ اللتين تمثلين أي عددين فرديين، وأثبت أن المجموع من مضاعفات العدد ٢.

(31d) أفترض أن العددين الصحيحين الفرديين هما $2m - 1$, $2n - 1$ فيكون المجموع $(2m - 1) + (2n - 1)$ يساوي $2n + 2m - 1$

نلاحظ أن كل حد يحوي العامل ٢، لذا يمكن أخراجه عاملاً مشتركاً لينتج

$2(n + m - 1)$. وهذه الصيغة هي المضاعفة للعدد ٢، إذاً هي تمثل عدداً زوجياً، لذا فإن مجموع عددين صحيحين فرديين هو عدد صحيح زوجي.

(٣٢) اكتب: البرهان الحر هو نوع من البراهين الذي تكتب فيه الخطوات جملاً كاملة على شكل فقرة. وهذا النوع من البرهان يمثل في محتواه البرهان ذا العمودين ولكنه يختلف عنه شكلاً. وهذا البرهان أسهل في الكتابة من ذي العمودين.

البرهان ذي العمودين تُكتب العبارات في عمود وتكتب المبررات في عمود آخر بجانب العمود الأول.

تدريب على الاختبار المعياري

B (٣٣)

J (٣٤)

مراجعة تراكمية

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحة دائماً أو صحيحة أحياناً أو غير صحيحة أبداً. فسر إجابتك.

(٣٥) صحيحة أحياناً، لأن المستوى يتضمن ثلاث نقاط على الأقل، أما النقطة الرابعة فإما أن تقع على هذا المستوى أو على مستوى آخر.

(٣٦) غير صحيحة أبداً: مجموع الزاويتين المتكاملتين يساوي 180°

إذن الزاويتان المنفرجتان لا يمكن أن تكونا متكاملتين.

(٣٧) صحيحة دائماً، بما أن المستقيم هو خط تقاطع المستويين، فإن هذا المستقيم يقع في كلا المستويين.

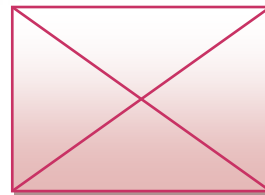
حدد ما إذا كانت النتيجة صحيحة أم لا في كل مما يأتي اعتماداً على المعطيات مبرراً إجابتك.

(٣٨) صحيحة، بما أن 24 تقبل القسمة على 6 ، إذن وفق قانون الفصل المنطقي، فإنها تقبل القسمة على 3 .

(٣٩) غير صحيحة، $6 \div 27 = 4,5$ والعدد $4,5$ ليس عدداً صحيحاً

(٤٠) صحيحة، بما أن 85 لا يقبل القسمة 3 ، إذن حسب المعاكس الإيجابي للعبارة وقانون الفصل المنطقي، فإن 85 لا تقبل القسمة على 6 .

(٤١) مبان: ٦ ممرات



استعد للدرس اللاحق

أوجد طول كل قطعة مستقيمة مما يأتي مستعيناً بالشكل:

$$\overline{ST} = 4.0 - 1.2 = 2.8\text{cm} \quad (٤٢)$$

$$\overline{XY} = \overline{WX} \quad (٤٣) \quad \text{بما أن}$$

إذن X منتصف \overline{WY}

$$\overline{WY} = 4.8 \div 2 = 2.4\text{cm}$$

$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$$

$$3\frac{1}{4} \div 3 = 1\frac{1}{4} \text{ in}$$

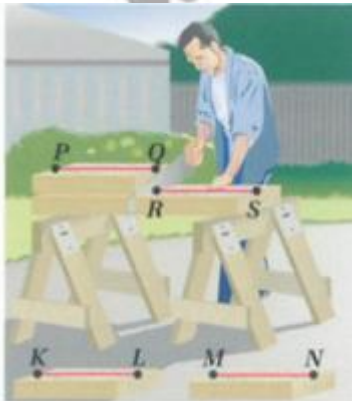
حقیبہ انجام المعلم والمعلمہ

إثبات علاقات بين القطع المستقيمة

1-7



المبررات	العبارات
(a) معطيات	$\overline{JL} \cong \overline{KM}$ (a)
(b) تعريف تطابق القطع المستقيمة	$JL = KM$ (b)
(c) مسلمة جمع القطع المستقيمة	$JK + KL = JL$ (c)
(d) بالتعويض	$KL + LM = KM$
(e) خاصية الطرح للمساواة	$JK + KL = KL + LM$ (d)
(f) بالتعويض	$JK + KL - KL = KL + LM - KL$ (e)
(g) تعريف تطابق القطع المستقيمة	$JK = LM$ (f)
	$\overline{JK} \cong \overline{LM}$ (g)



(٢) نجارة:

المعطيات: $\overline{KL} \cong \overline{MN}, \overline{MN} \cong \overline{PQ}$

$\overline{PQ} \cong \overline{RS}$

المطلوب: $RS = KL$

البرهان: العبارات و (المبررات)

$$\overline{MN} \cong \overline{PQ} \text{ و } \overline{KL} \cong \overline{MN} \text{ و } \overline{PQ} \cong \overline{RS} \text{ (معطيات)}$$

$$\overline{MN} = \overline{PQ} \text{ و } \overline{KL} = \overline{MN} \text{ و } \overline{KL} \cong \overline{MN} \text{ (خاصية تطابق القطع المستقيمة)}$$

إذا كان $\overline{MN} = \overline{PQ}$ و $\overline{KL} = \overline{MN}$ فإن $\overline{KL} = \overline{PQ}$ باستعمال خاصية التعدي للتطابق.

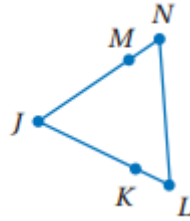
إذا كان $\overline{RS} = \overline{PQ}$ فإن $\overline{RS} = \overline{KL}$ باستعمال خاصية التعدي للتطابق.

$$\overline{RS} = \overline{KL} \text{ باستعمال خاصية التماثل للتطابق.}$$

ومن ذلك يكون طول القطعة الخشبية الأولى مساويًا لطول القطعة الخشبية الرابعة.



أكمل البرهان الآتي: المثال ١



(1a) (معطيات)

$$\overline{LK} = \overline{NM}, \overline{KJ} = \overline{MJ} \quad (1b)$$

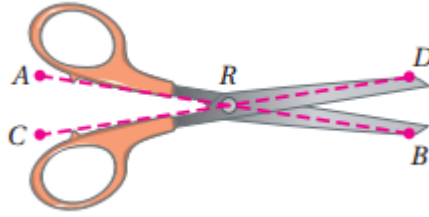
$$LJ + NJ \quad (1e)$$

(1c) خاصية الجمع للمساواة

(1f) التعويض

(1g) خاصية معرفة تطابق القطع المستقيمة

(٢) مقص:



المعطيات: $\overline{AR} \cong \overline{CR}$

$\overline{DR} \cong \overline{BR}$

المطلوب: $\overline{AR} + \overline{DR} = \overline{CR} + \overline{BR}$

البرهان: العبارات (المبررات)

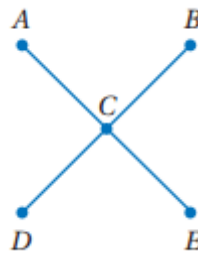
(١) $\overline{AR} \cong \overline{CR}, \overline{DR} \cong \overline{BR}$ (معطيات)

(٢) $AR = CR, DR = BR$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

(٣) $AR + DR = CR + BR$ (خاصية الجمع للمساواة)

تدرب وحل المسائل

(3) أكمل البرهان الآتي: مثال ١



(3a)

(a) C نقطة منتصف \overline{AE} ، C نقطة منتصف \overline{BD}

(b) تعريف نقطة المنتصف

(c) $\overline{AE} \cong \overline{BD}$ تعريف تطابق القطع المستقيمة

$$AE = AC + CE \text{ (d)}$$

$$BD = BC + CD$$

(e) التعويض

(f) التعويض

$$2AC = 2CD \text{ (g)}$$

$$\frac{\angle AC}{\angle} = \frac{\angle CD}{\angle} \text{ (h)}$$

(i) تطابق القطع المستقيمة

(٤) تبليط: المثال ٢

المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{CD}, AB + CD = EF$

المطلوب: $2AB = EF$

البرهان: العبارات (المبررات)

(١) $\overline{AB} \cong \overline{CD}, AB + CD = EF$ (معطيات)

(٢) $AB = CD$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

(٣) $AB + AB = EF$ (بالتعويض)

(٤) $2AB = EF$ (بالتعويض)

أثبت الخاصيتين الآتيتين في النظرية (١، ٢).

(٥) خاصية التماثل للتطابق:

المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

المطلوب: $\overline{CD} \cong \overline{AB}$

البرهان: العبارات (المبررات)

$$(١) \overline{AB} \cong \overline{CD} \text{ (معطيات)}$$

$$(٢) AB = CD \text{ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)}$$

$$(٣) CD = AB \text{ (خاصية التماثل للمساواة)}$$

$$(٤) \overline{CD} \cong \overline{AB} \text{ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)}$$

(٦) خاصية الانعكاس للتطابق:

المعطيات: \overline{AB}

المطلوب: $\overline{AB} \cong \overline{AB}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

$$(١) \overline{AB} \text{ (معطيات)}$$

$$(٢) AB = AB \text{ (خاصية الانعكاس للمساواة)}$$

$$(٣) \overline{AB} \cong \overline{AB} \text{ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)}$$

(٧) برهان: أثبت كلا مما يأتي:

$$\text{المعطيات: } \overline{VZ} \cong \overline{VY}, \overline{WY} \cong \overline{XZ}$$

$$\text{المطلوب: } \overline{VW} \cong \overline{VX}$$

البرهان: العبارات (المبررات)

$$(١) \overline{VZ} \cong \overline{VY}, \overline{WY} \cong \overline{XZ} \text{ (المعطيات)}$$

$$(٢) VZ = VY, WY = XZ \text{ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)}$$

$$(٣) VZ = VX + XZ, VY = VW + WY \text{ (مسألة جمع القطع المستقيمة)}$$

$$(٤) VX + XZ = VW + WY \text{ (بالتعويض)}$$

$$(٥) VX + WY = VW + WY \text{ (بالتعويض)}$$

$$(٦) \quad VX = VW \quad (\text{خاصية الطرح للمساواة})$$

$$(٧) \quad VW = VX \quad (\text{خاصية التماثل للمساواة})$$

$$(٨) \quad \overline{VW} \cong \overline{VX} \quad (\text{تعريف تطابق القطع المستقيمة})$$

$$(٨) \quad \text{المعطيات: } E \text{ نقطة منتصف } \overline{DF}, \quad \overline{CD} \cong \overline{FG}$$

$$\text{المطلوب: } \overline{CE} \cong \overline{EG}$$

البرهان: العبارات (المبررات)

$$(١) \quad E \text{ نقطة منتصف } \overline{DF}, \quad \overline{CD} \cong \overline{FG} \quad (\text{معطيات})$$

$$(٢) \quad DE = EF \quad (\text{تعريف نقطة المنتصف})$$

$$(٣) \quad CD = FG \quad (\text{تعريف تطابق القطع المستقيمة})$$

$$(٤) \quad CD + DE = EF + FG \quad (\text{خاصية الجمع للمساواة})$$

$$(٥) \quad CE = CD + DE, EG = EF + FG \quad (\text{مسلمة جمع القطع المستقيمة})$$

$$(٦) \quad CE = EG \quad (\text{بالتعويض})$$

$$(٧) \quad \overline{CE} \cong \overline{EG} \quad (\text{تعريف تطابق القطع المستقيمة})$$

(9a)

$$\text{المعطيات: } \overline{AC} \cong \overline{GI}, \overline{EF} \cong \overline{LK}, AC + CF + EF = GI + IL + LK$$

$$\text{المطلوب: } \overline{CF} \cong \overline{IL}$$

البرهان: العبارات (المبررات)

$$(١) \quad \overline{AC} \cong \overline{GI}, \overline{EF} \cong \overline{LK}, AC + CF + EF = GI + IL + LK \quad (\text{معطيات})$$

$$(٢) \quad EF = LK, AC = GI \quad (\text{تعريف تطابق القطع المستقيمة})$$

$$(٣) \quad AC + CF + FE = AC + IL + KL \quad (\text{بالتعويض})$$

$$(٤) AC - AC + CF + FE = AC - AC + IL + LK \text{ (خاصية الطرح للمساواة)}$$

$$(٥) CF + FE = IL + LK \text{ (بالتبسيط)}$$

$$(٦) CF + FE = IL + FE \text{ (بالتعويض)}$$

$$(٧) CF + FE - FE = IL + FE - FE \text{ (خاصية الطرح للمساواة)}$$

$$(٨) CF = IL \text{ (بالتبسيط)}$$

$$(٩) \overline{CF} \cong \overline{IL} \text{ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)}$$

(9b) لقد قست \overline{CF} و \overline{IL} وهما متساويتا الطول، إذاً هما متطابقتان.

(١١) تمثيلات متعددة:

$$(10a) \text{Diagram showing points P, C, B, A, Q on a line segment PQ. C is the midpoint of PA, and B is the midpoint of PQ. The segment PC is highlighted in red.}$$

$$(10b) 8PC = PQ$$

$$(10c) \text{Diagram showing points P, C, B, Q on a line segment PQ. C is the midpoint of PA, and B is the midpoint of PQ. The segment PC is highlighted in red.}$$

يمكنك قياس طول \overline{PC} ووضع علامات على \overline{PQ} لقطع طول كل منها يساوي طول \overline{PC} ، ثم عد القطع الناتجة.

$$(10d) \text{المعطيات A نقطة منتصف } \overline{PQ} \text{ و B نقطة منتصف } \overline{PA} \text{ و C نقطة منتصف } \overline{PB}$$

$$\text{المطلوب: } 8PC = PQ$$

العبارات (المبررات)

$$(١) \text{المعطيات A نقطة منتصف } \overline{PQ} \text{ و B نقطة منتصف } \overline{PA} \text{ و C نقطة منتصف } \overline{PB}$$

$$(٢) PA = AQ, PB = BA, PC = CB \text{ (تعريف نقطة المنتصف)}$$

$$(٣) PC + CB = PB \text{ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)}$$

$$(٤) \quad PC + PC = PB \quad (\text{بالتعويض})$$

$$(٥) \quad 2PC = PB \quad (\text{بالتبسيط})$$

$$(٦) \quad PB + BA = PA \quad (\text{مسلمة جمع القطع المستقيمة})$$

$$(٧) \quad PB + PB = PA \quad (\text{بالتعويض})$$

$$(٨) \quad 2PB = PA \quad (\text{بالتبسيط})$$

$$(٩) \quad 2(2PC) = PA \quad (\text{بالتعويض})$$

$$(١٠) \quad 4PC = PA \quad (\text{بالتعويض})$$

$$(١١) \quad PA + AQ = PQ \quad (\text{مسلمة جمع القطع المستقيمة})$$

$$(١٢) \quad PA + PA = PQ \quad (\text{بالتعويض})$$

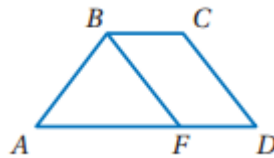
$$(13) \quad 2PA = PQ \quad (\text{بالتبسيط})$$

$$(14) \quad 2(4PC) = PQ \quad (\text{بالتعويض})$$

$$(15) \quad 8PC = PQ \quad (\text{بالتبسيط})$$

مسائل مهارات التفكير العليا

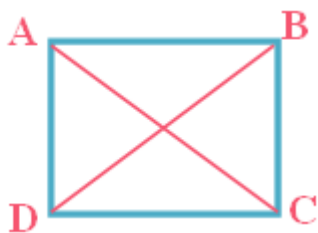
(١١) اكتشاف الخطأ:



كلاهما خطأ والإجابة الصحيحة هي بما أن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{CD} \cong \overline{PF}$

فإن $\overline{AB} \cong \overline{PF}$ باستعمال خاصية التعدي للتطابق.

(١٢) تحد:



المعطيات: مربع $ABCD$

المطلوب: $\overline{AC} \cong \overline{BD}$

البرهان: العبارات (المبررات)

(١) $ABCD$ مربع (معطيات)

(٢) $AB = BC = CD = DA$ (تعريف المربع)

(٣) $(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$, $(BD)^2 = (AB)^2 + (AD)^2$ (نظرية فيثاغورث)

(٤) $(BD)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$ (بالتعويض)

(٥) $(AC)^2 = (BD)^2$ (خاصية التعدي للمساواة)

(٦) $AC = \pm \sqrt{(BD)^2}$ (خاصية الجذر التربيعي)

(٧) $AC = \sqrt{(BD)^2}$ (بالتعريف يجب أن يكون الطول موجباً)

(٨) $AC = BD$ (تعريف الجذر التربيعي)

(٩) $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

(١٣) اكتب:

لا، لأن التطابق صفة للقطع المستقيمة، والقطع المستقيمة لا يمكن جمعها، في حين أن أطوال القطع المستقيمة هي أعداد يمكننا جمعها.

(١٤) تبرير:

خطأ، إذا كان $AC = BD = CE = 10$ ، فإن $DE = 3, CD = 7, BC = 3, AB = 7$



(١٥) مسألة مفتوحة:



$$AC = AB + BC$$

تدريب على الاختبار المعياري

(١٦) B

(١٧) C

مراجعة تراكمية

(١٨) برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين.

البرهان: العبارات و(المبررات)

$$(١) -3(2x + 1) = 57 \text{ (معطيات)}$$

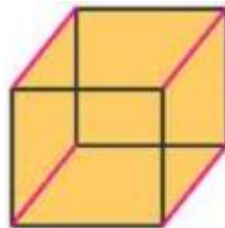
$$(٢) -6x - 3 = 57 \text{ (خاصية التوزيع)}$$

$$(٣) -6x = 60 \text{ (خاصية الجمع)}$$

$$(٤) x = \frac{-60}{6} \text{ (خاصية القسمة)}$$

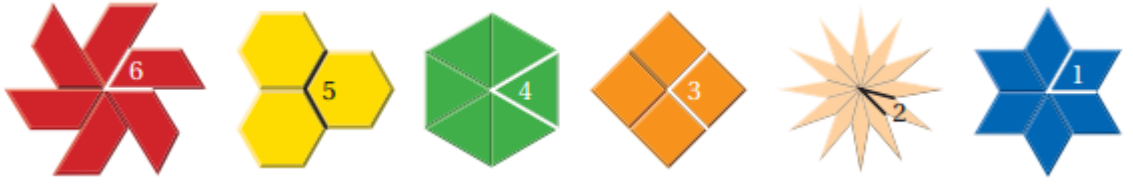
$$(٥) x = -10$$

(١٩) نماذج:



و ينتج ١٢ مستقيماً من تقاطعها

(20) أنماط:



استعد للدرس اللاحق

جبر: أوجد قيمة x في كل مما يأتي:

(٢٢) بما أن الزاوية قائمة إذن قياسها 90°

$$\begin{aligned}(5x - 2)^\circ + (8x + 1)^\circ &= 90^\circ \\ 13x &= 90 + 1 = 91 \\ x &= 91 \div 13 \\ x &= 7\end{aligned}$$

(٢٣) بما أن الزاوية مستقيمة إذن قياسها 180°

$$\begin{aligned}(8x + 4)^\circ + 14x^\circ &= 180^\circ \\ 22x + 4 &= 180 \\ 22x &= 180 - 4 = 176 \\ x &= 176 \div 22 \\ x &= 8\end{aligned}$$

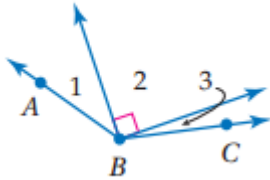
(٢٤) بما أن الزاوية قائمة إذن قياسها 90°

$$\begin{aligned}2x^\circ + 4x^\circ &= 90^\circ \\ 6x &= 90 \\ x &= 90 \div 6 \\ x &= 15\end{aligned}$$

إثبات علاقات بين الزوايا

1-8

تلق



(١)

$$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = m\angle ABC$$

(مسألة جميع الزوايا)

$$(m\angle 2 = 90^\circ)$$

$$23^\circ + 90^\circ + m\angle 3 = 131^\circ$$

$$(بالتبسيط) 113^\circ + m\angle 3 = 131^\circ$$

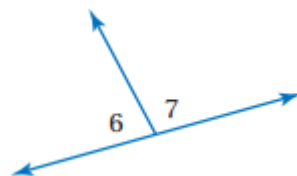
$$(خاصية الطرح للمساواة) 113^\circ + m\angle 3 - 113^\circ = 131^\circ - 113^\circ$$

$$(بالتبسيط) m\angle 3 = 18^\circ$$

تلق

صفحة ٦٣

(٢)



بما أن $\angle 6$ و $\angle 7$ متجاورتان على مستقيم إذن مجموعهما $= 180^\circ$

$$m\angle 6 + m\angle 7 = 180^\circ \quad (\text{نظرية الزاويتان المتكاملتان})$$

$$3x + 32 + 5x + 12 = 180^\circ \quad \text{بالتعويض}$$

$$8x + 44 = 180^\circ \quad \text{بالتبسيط}$$

$$8x + 44 - 44 = 180^\circ - 44 \quad \text{خاصية الطرح للمساواة}$$

$$8x = 136 \quad \text{بالتبسيط}$$

$$\frac{8x}{8} = \frac{136}{8} \quad \text{خاصية القسمة للمساواة}$$

$$x = 17 \quad \text{بالتبسيط}$$

$$m\angle 6 = 3x + 32 \quad \text{معطيات}$$

$$m\angle 6 = 3(17) + 32 = 83 \quad \text{بالتعويض}$$

$$m\angle 6 = 83 \quad \text{بالتبسيط}$$

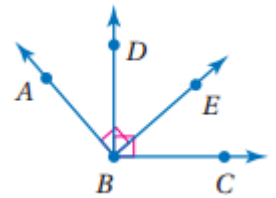
$$m\angle 7 = 5x + 12 \quad \text{معطيات}$$

$$m\angle 7 = 5(17) + 12 \quad \text{بالتعويض}$$

$$m\angle 7 = 97 \quad \text{بالتبسيط}$$



(٣)



المعطيات: $\angle ABE$ و $\angle DBC$ قائمتان.

المطلوب: $\angle ABD \cong \angle EBC$

البرهان:

(١) $\angle ABE$ و $\angle DBC$ قائمتان (معطيات)

(٢) $m\angle ABE = 90$, $m\angle DBC = 90$ (تعريف الزاوية القائمة)

(٣) $\angle DBE$, $\angle ABD$ متتامتان

$\angle DBE$, $\angle EBC$ متتامتان (نظرية الزاويتين المتتامتين)

(4) $\angle ABD \cong \angle EBC$ (نظرية تطابق المتتامات)



(4) $\angle 3 \cong \angle 4$ (نظرية الزاويتان المتقابلتان بالرأس)

$m \angle 3 \cong m \angle 4$ (تعريف تطابق الزوايا)

$6x + 2 = 8x - 14$ (بالتعويض)

$6x + 2 + 14 = 8x - 14 + 14$ (خاصية الجمع للمساواة)

$6x + 16 = 8x$ (بالتبسيط)

$6x + 16 - 6x = 8x - 6x$ (خاصية الطرح للمساواة)

$16 = 2x$ (بالتبسيط)

$8 = x$ (خاصية القسمة للمساواة)

$m \angle 3 = 6x + 2$ (معطى)

$m \angle 3 = 6(8) + 2$ (بالتعويض)

$m \angle 3 = 50^\circ$ (بالتبسيط)

$m \angle 3 = m \angle 4$ (نظرية الزاويتان المتقابلتان بالرأس)

$m \angle 4 = 50^\circ$ (بالتعويض)



أوجد قياس الزوايا المرقمة في كل مما يأتي، واذكر النظريات التي تبرر ذلك. مثال ١

(١)

$$m \angle 2 + m \angle 3 = 90$$

$$x + (x - 16) = 90$$

$$2x = 16 + 90 = 106$$

$$x = \frac{106}{2} = 53$$

$$m \angle 2 = 53^\circ$$

$$m \angle 3 = x - 16 = 53 - 16$$

$$m \angle 3 = 37^\circ$$

(٢)

$m \angle 5$ و $m \angle 4$ زاويتان متجاورتان مجموعهما 180°

$$(3(x - 1))^\circ + (x + 7)^\circ = 180^\circ$$

$$3x - 3 + x + 7 = 180$$

$$4x + 4 = 180$$

$$4x = 176$$

$$x = 176 \div 4$$

$$x = 44$$

$$m \angle 4 = 3 \times (44 - 1)$$

$$m \angle 4 = 129^\circ$$

$$m \angle 5 = (44 + 7)$$

$$m \angle 5 = 51^\circ$$

(٣) موقف: مثال ٢

المعطيات: $\angle 6 \cong \angle 2$

المطلوب: $\angle 8 \cong \angle 4$

البرهان:

(١) $\angle 6 \cong \angle 2$ (معطيات)

(٢) $m\angle 6 + m\angle 8 = 180$

(٣) $m\angle 2 + m\angle 4 = 180$ (نظرية الزاويتين المتكاملتين)

(٤) $m\angle 2 + m\angle 8 = 180$ (بالتعويض)

(٥) $m\angle 2 - m\angle 2 + m\angle 4 = 180 - m\angle 2$

(٦) $m\angle 2 - m\angle 2 + m\angle 8 = 180 - m\angle 2$ (خاصية الطرح للمساواة)

(٧) $m\angle 4 = 180 - m\angle 2$

(٨) $m\angle 8 = 180 - m\angle 2$ (بالتعويض)

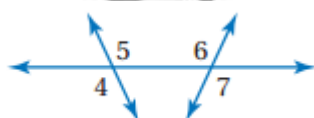
(٩) $m\angle 4 = m\angle 8$ (بالتعويض)

(١٠) $\angle 8 \cong \angle 4$ (تعريف تطابق الزوايا)

(٤) برهان: المثال ٣

المبررات	العبارات
(a) معطيات	(a) $\angle 1, \angle 3$ متتامتان و $\angle 1, \angle 3$ متتامتان
(b) تعريف الزاويتين المتتامتين	(b) $m \angle 1 + m \angle 3 = 90^\circ$
(c) بالتعويض	$m \angle 2 + m \angle 3 = 90^\circ$
(d) خاصية الطرح للمساواة	(b) $m \angle 1 + m \angle 3 = m \angle 2 + m \angle 3$
(e) تعريف تطابق الزوايا	(d) $m \angle 1 = m \angle 2$
	(e) $\angle 1 \cong \angle 2$

(٥) برهان: المثال ٤



المعطيات $\angle 4 \cong \angle 7$

المطلوب: $\angle 5 \cong \angle 6$

البرهان: العبارات و(المبررات)

(١) $\angle 4 \cong \angle 7$ (معطيات)

(٢) $\angle 5 \cong \angle 4$, $\angle 6 \cong \angle 7$ (نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

(٣) $\angle 7 \cong \angle 5$ (خاصية التعدي للتطابق)

(٤) $\angle 6 \cong \angle 5$ (خاصية التعدي للتطابق)

تدرب وحل المسائل

أوجد قياس الزوايا المرقمة في كل مما يأتي، واذكر النظريات التي تبرر ذلك. الأمثلة ١-٣

(٦) $m\angle 5 = m\angle 6 = 45^\circ$ (مسلمة جمع الزوايا ونظرية الزاويتين المتكاملتين)

(٧)

$$m\angle 2 + m\angle 3 = 90$$

$$28^\circ + m\angle 3 = 90^\circ$$

$$m\angle 3 = 90^\circ - 28^\circ$$

$$m\angle 3 = 62^\circ$$

(نظرية الزاويتين المتتامتين ومسلمة جمع الزوايا) $m\angle 1 = m\angle 4 = 45^\circ$

(٨)

(نظرية تطابق المكملات ونظرية الزاويتين المتكاملتين) $m\angle 4$ و $m\angle 2$

$$m\angle 2 + m\angle 4 = 180^\circ$$

$$m\angle 2 + 105^\circ = 180^\circ$$

$$m\angle 2 = 180^\circ - 105^\circ$$

$$m\angle 2 = 75^\circ$$

(نظرية تطابق المكملات ونظرية الزاويتين المتكاملتين) $m\angle 4$ و $m\angle 5$

$$m\angle 5 + m\angle 4 = 180^\circ$$

$$m\angle 5 + 105^\circ = 180^\circ$$

$$m\angle 5 = 180^\circ - 105^\circ$$

$$m\angle 5 = 75^\circ$$

$$m\angle 3 = 180^\circ - 75^\circ$$

$$m\angle 3 = 105^\circ$$

أوجد قياس الزوايا المرقمة في كل مما يأتي، واذكر النظريات التي تبرر ذلك.

(٩)

$$(3x + 12)^\circ + (x - 24)^\circ = 180^\circ$$

$$4x - 12 = 180^\circ$$

$$4x = 192^\circ$$

$$x = 192 \div 4$$

$$x = 48$$

$$m\angle 9 = 3 \times 48 + 12$$

$$m\angle 9 = 156^\circ$$

$$m\angle 10 = 48 - 24$$

$$m\angle 10 = 24^\circ$$

(نظرية الزاويتين المتكاملتين)

(١٠)

$$(2x + 23)^\circ = (5x - 112)^\circ$$

$$5x - 112 - 2x - 23 = 0$$

$$3x - 135 = 0$$

$$3x = 135$$

$$x = 135 \div 3$$

$$x = 45^\circ$$

(نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

$$m\angle 3 = 2 \times 45 + 23$$

$$m\angle 3 = 113^\circ$$

$$m\angle 4 = 113^\circ$$

(نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

(١١)

$$(2x - 21)^\circ + (3x - 34)^\circ = 180^\circ$$

$$5x - 55 = 180$$

$$5x = 235$$

$$x = 235 \div 5$$

$$x = 47$$

$$m \angle 6 = 2 \times 47 - 21$$

$$m \angle 6 = 73^\circ$$

$$m \angle 7 = 3 \times 47 - 34$$

$$m \angle 7 = 107^\circ$$

$m \angle 8 = 73^\circ$ (نظرية الزاويتين المتكاملتين ونظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

برهان: اكتب برهاننا إذا عمودين في كل مما يأتي: المثال ٤

(١٢)

البرهان: العبارات و (المبررات)

(١) $\angle ABC$ قائمة (معطيات)

(٢) $m \angle ABC = 90$ (تعريف الزاوية القائمة)

(٣) $m \angle ABC = m \angle ABD + m \angle CBD$ (مسلمة جمع الزوايا)

(٤) $m \angle ABD + m \angle CBD = 90$ (بالتعويض)

(٥) $\angle ABD, \angle CBD$ متتامتان (تعريف الزاويتان المتتامتان)

(١٣)

البرهان: العبارات و (المبررات)

(١) $\angle 5 \cong \angle 6$ (معطيات)

(٢) $m \angle 6 = m \angle 5$ (تعريف تطابق الزوايا)

(٣) $\angle 4$ و $\angle 5$ متكاملتين (تعريف الزاويتين المتجاورتين على مستقيم)

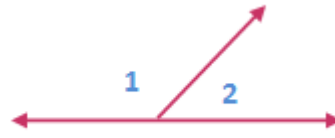
(٤) $m \angle 4 + m \angle 5 = 180$ (تعريف الزاويتين المتكاملتين)

(٥) $m \angle 4 + m \angle 6 = 180$ (بالتعويض)

(٦) $\angle 4, \angle 6$ متكاملتين (تعريف الزاويتين المتكاملتين)

اكتب برهانا لكل من النظريات الآتية:

(١٤)

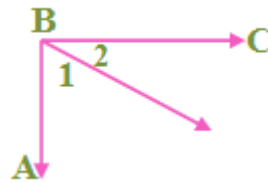


المعطيات: $\angle 1$, $\angle 2$ متجاورتين على مستقيم

المطلوب: $\angle 1$, $\angle 2$ متكاملتين.

برهان حر: عندما تكون الزاويتين متجاورتين على مستقيم، فإن الزاوية الناتجة عنهما هي زاوية مستقيمة قياسها 180° . وبالتعريف تكون الزاويتان متكاملتان، إذا كان مجموع قياسهما يساوي 180° . وباستعمال مسلّمة جمع الزوايا $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$ وبذلك تكون الزاويتين متكاملتين إذا كانتا متجاورتان على مستقيم.

(١٥)



المعطيات $\angle ABC$ قائمة

المطلوب $\angle 1, \angle 2$ متتامتان

البرهان: العبارات و (المبررات)

(١) $\angle ABC$ قائمة (معطيات)

(٢) $m\angle ABC = 90$ (تعريف الزاوية القائمة)

(٣) $m\angle ABC = m\angle 1 + m\angle 2$ (مسلمة جمع الزوايا)

(٤) $m\angle 1 + m\angle 2 = 90$ (بالتعويض)

(٥) $\angle 1, \angle 2$ متتامتان (تعريف الزاويتين المتتامتين)

(١٦)



المعطيات: $\angle A$

المطلوب: $\angle A \cong \angle A$

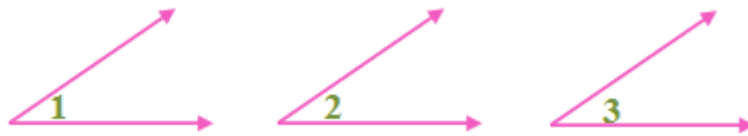
البرهان: العبارات و(المبررات)

(١) $\angle A$ (معطيات)

(٢) $m \angle A = m \angle A$ (خاصية الانعكاس للمساواة)

(٣) $\angle A \cong \angle A$ (تعريف تطابق الزوايا)

(١٧)



المعطيات: $\angle 1 \cong \angle 2, \angle 2 \cong \angle 3$

المطلوب: $\angle 1 \cong \angle 3$

البرهان:

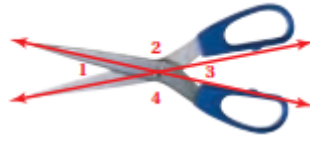
(١) $\angle 1 \cong \angle 2, \angle 2 \cong \angle 3$ (معطاة)

(٢) $m \angle 1 = m \angle 2, m \angle 2 = m \angle 3$ (تعريف تطابق الزوايا)

(٣) $m \angle 1 = m \angle 3$ (خاصية التعدي للمساواة)

(٤) $\angle 1 \cong \angle 3$ (تعريف تطابق الزوايا)

(١٨) برهان:



المعطيات: $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$ ناتجة عن تقاطع مستقيمين

المطلوب: $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 = 360^\circ$

البرهان:

(١) $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$ ناتجة عن تقاطع مستقيمين (مطاة)

(٢) $m\angle 1 + m\angle 2 = 180$, $m\angle 3 + m\angle 4 = 180$ (نظرية الزاويتين المتكاملتين)

(٣) $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 180 + m\angle 3$ (خاصية الجمع للمساواة)

(٤) $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 = 180 + m\angle 3 + m\angle 4$ (خاصية الجمع للمساواة)

(٥) $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 = 180 + 180$ (بالتعويض)

(٦) $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 = 360$ (بالتبسيط)

(١٩) طبيعة:

المعطيات: $\angle 1 \cong \angle 4$

المطلوب: $\angle 2 \cong \angle 3$

البرهان :

(١) $\angle 1 \cong \angle 4$ (معطيات)

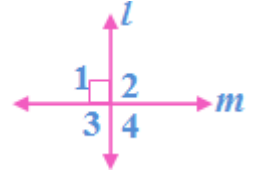
(٢) $\angle 1 \cong \angle 2, \angle 3 \cong \angle 4$ (نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

(٣) $\angle 1 \cong \angle 3$ (خاصية التعدي للتطابق)

(٤) $\angle 2 \cong \angle 3$ (خاصية التعدي للتطابق)

برهان: استعمل الشكل المجاور لكتابة برهان لكل من النظريات الآتية:

(٢٠) نظرية ٩, ١: يتقاطع المستقيمان المتعامدان ويكونان أربع زوايا قائمة



المعطيات: $e \perp m$

المطلوب: $\angle 2, \angle 3, \angle 4$ قوائم

البرهان:

(١) $e \perp m$ (معطيات)

(٢) قائمة $\angle 1$ (تعريف التعامد)

(٣) $m\angle 1 = 90$ (تعريف الزاوية القائمة)

(٤) $\angle 1 \cong \angle 4$ (نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

(٥) $m\angle 1 = m\angle 4$ (تعريف الزوايا المتطابقة)

(٦) $m\angle 4 = 90^\circ$ (بالتعويض)

(٧) $\angle 1, \angle 2$ متجاورتين على مستقيم

$\angle 3, \angle 4$ متجاورتين على مستقيم. (تعريف الزاويتين المتجاورتين على مستقيم)

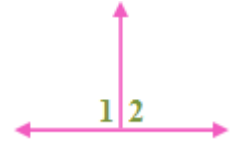
(٨) $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ, m\angle 4 + m\angle 3 = 180^\circ$ (نظرية الزاويتين المتكاملتين)

(٩) $90 + m\angle 2 = 180, 90 + m\angle 3 = 180$ (بالتعويض)

(١٠) $m\angle 2 = 90, m\angle 3 = 90$ (خاصية الطرح للمساواة)

(١١) $\angle 2, \angle 3, \angle 4$ قوائم (تعريف الزاوية القائمة)

(٢١) نظرية ١٠، ١: جميع الزوايا القائمة متطابقة



المعطيات: $\angle 1, \angle 2$ قائمتان

المطلوب: $\angle 1 \cong \angle 2$

البرهان:

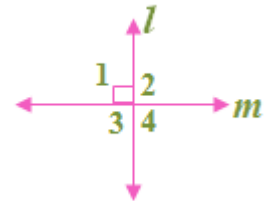
(١) $\angle 1, \angle 2$ قائمتان (معطاة)

(٢) $m\angle 1 = 90, m\angle 2 = 90$ (تعريف الزاوية القائمة)

(٣) $m\angle 1 = m\angle 2$ (بالتعويض)

(٤) $\angle 1 \cong \angle 2$ (تعريف تطابق الزوايا)

(٢٢) نظرية ١١، ١: المستقيمان المتعامدان يكونان زوايا متجاورة متطابقة



المعطيات: $e \perp m$

المطلوب: $\angle 3 \cong \angle 4 \cong \angle 1 \cong \angle 2$

البرهان:

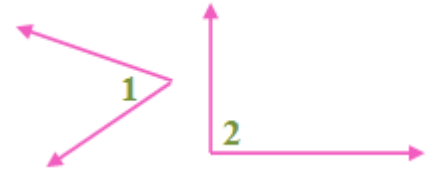
(١) $e \perp m$ (معطاة)

(٢) $\angle 1, \angle 2$ قائمتان

$\angle 3, \angle 4$ قائمتان (يتقاطع المستقيمان المتعامدان ويكونان ٤ زوايا قائمة)

(٣) $\angle 3 \cong \angle 4 \cong \angle 1 \cong \angle 2$ (جميع الزوايا القائمة متطابقة)

(٢٣) نظرية ١٢، ١: إذا كانت الزاويتان متكاملتين ومتطابقتين فإنهما قائمتان.



المعطيات: $\angle 1$, $\angle 2$ متكاملتان $\angle 1 \cong \angle 2$

المطلوب: $\angle 1$, $\angle 2$ قائمتان

البرهان:

(١) $\angle 1$, $\angle 2$ متكاملتان $\angle 1 \cong \angle 2$ (معطيات)

(٢) $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$ (تعريف الزاوية المتكاملة)

(٣) $m\angle 1 = m\angle 2$ (تعريف الزوايا المتطابقة)

(٤) $m\angle 1 + m\angle 1 = 180^\circ$ (بالتعويض)

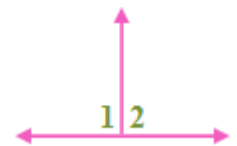
(٥) $2m\angle 1 = 180$ (بالتعويض)

(٦) $m\angle 1 = 90$ (خاصية القسمة)

(٧) $m\angle 2 = 90$ (بالتعويض)

(٨) $\angle 1, \angle 2$ قائمتان (تعريف الزاوية القائمة)

(٢٤) نظرية ١٣، ١: إذا تجاورت زاويتان على مستقيم، وكانتا متطابقتين، فإنهما قائمتان.



المعطيات: $\angle 1, \angle 2$ متجاورتين على مستقيم، $\angle 1 \cong \angle 2$

المطلوب: $\angle 1, \angle 2$ قائمتين

البرهان:

(١) $\angle 1, \angle 2$ متجاورتين على مستقيم، $\angle 1 \cong \angle 2$

(٢) $\angle 1 = \angle 2$ تعريف تطابق الزوايا

(٣) $180^\circ = \angle 1 + \angle 2$ (تعريف الزوايا المتجاورة على مستقيم)

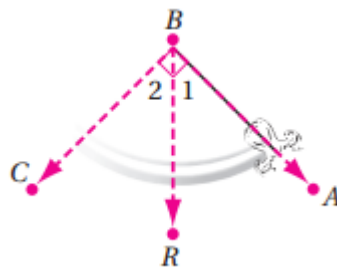
(٤) $180^\circ = \angle 1 + \angle 1$ خاصية التعويض

(٥) $180^\circ = 2\angle 1$ (خاصية الجمع للمساواة)

(٦) $90^\circ = \angle 1$ (خاصية القسمة للمساواة)

(٧) $\angle 1, \angle 2$ قائمتين كل منهما 90°

(٢٥) بندول:



بما أن $\angle ABC$ قائمة، فإن قياسها يساوي 90° ، \overrightarrow{BR} يقسم $\angle ABC$ إلى $\angle ABR$ و $\angle CBR$ وباستعمال مسطرة جمع الزوايا $m\angle ABC = m\angle ABR + m\angle CBR$

وبالتعويض $m\angle ABR + m\angle CBR = 90^\circ$

وبالتعويض مرة أخرى $m\angle 1 + m\angle 2 = 90^\circ$

وبما أن $m\angle 1 = 45$

$45 + m\angle 2 = 90$

وباستعمال خاصية الطرح للمساواة

$45 - 45 + m\angle 2 = 90 - 45$

$m\angle 2 = 45$ وبما أن $m\angle 1, m\angle 2$ متساويان

فإن \overrightarrow{BR} يكون منصفاً للزاوية $\angle ABC$ بتعريف منصف الزاوية.

(26a) تمثيلات متعددة:

(26a)



(26b) $\angle DBC$, $\angle JKL$ متتامتان

(26c)

المعطيات: $\angle ABD$, $\angle DBC$ متتامتان

$$\angle ABD \cong \angle JKL$$

المطلوب: $\angle JKL$, $\angle DBC$ متتامتان

البرهان:

(١) $\angle ABD$, $\angle DBC$ متتامتان

$$\angle ABD \cong \angle JKL \text{ (معطاة)}$$

$$(٢) \quad m\angle DBC + m\angle ABD = 90^\circ \text{ (تعريف الزاويتين المتتامتين)}$$

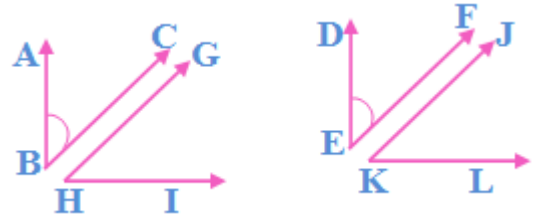
$$(٣) \quad m\angle ABD = m\angle JKL \text{ (تعريف تطابق الزوايا)}$$

$$(٤) \quad m\angle DBC + m\angle JKL = 90^\circ \text{ (بالتعويض)}$$

$$(٥) \quad \angle JKL, \angle DBC \text{ متتامتان (تعريف الزاويتين المتتامتين)}$$

(٢٧) تحد:

وردت العبارة "أو لزاويتين متطابقتين" في نصي النظريتين، وهذا يعني أن علينا إثبات النظريتين في هذه الحالة



المعطيات:

$$\angle ABC \cong \angle DEF$$

$$\angle ABC \text{ متممة } \angle GHI$$

$$\angle DEF \text{ متممة } \angle JKL$$

$$\angle GHI \cong \angle JKL \text{ المطلوب:}$$

البرهان:

$$\angle ABC \cong \angle DEF \text{ (١)}$$

$$\angle ABC \text{ متممة } \angle GHI$$

$$\angle DEF \text{ متممة } \angle JKL \text{ (معطيات)}$$

$$m\angle ABC = m\angle DEF \text{ (تعريف تطابق الزوايا) (٢)}$$

$$m\angle DEF + m\angle JKL = 90^\circ \text{ (٣)}$$

$$m\angle ABC + m\angle GHI = 90^\circ \text{ (تعريف الزاويتين المتتامتين)}$$

$$m\angle ABC + m\angle JKL = 90^\circ \text{ (بالتعويض) (٤)}$$

$$90^\circ = m\angle ABC + m\angle JKL \text{ (خاصية التماثل للمساواة) (٥)}$$

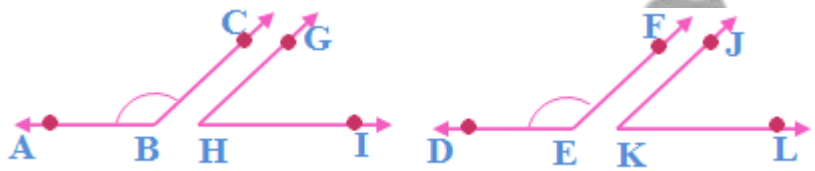
$$m\angle ABC + m\angle GHI = m\angle ABC + m\angle JKL \text{ (خاصية التعدي للمساواة) (٦)}$$

$$= m\angle ABC - m\angle ABC + m\angle JKL \quad (٧)$$

$$m\angle ABC - m\angle ABC + m\angle GHI \quad (\text{خاصية الطرح للمساواة})$$

$$m\angle GHI = m\angle JKL \quad (\text{بالتبسيط}) \quad (٨)$$

$$\angle GHI \cong \angle JKL \quad (\text{تعريف تطابق الزوايا}) \quad (٩)$$



المعطيات: $\angle ABC \cong \angle DEF$

$\angle ABC$ مكمل $\angle GHI$

$\angle DEF$ مكمل $\angle JKL$

المطلوب: $\angle GHI \cong \angle JKL$

البرهان:

$$\angle ABC \cong \angle DEF \quad (١)$$

$\angle ABC$ مكمل $\angle GHI$

$\angle DEF$ مكمل $\angle JKL$ (معطيات)

$$m\angle ABC = m\angle DEF \quad (\text{تعريف تطابق الزوايا}) \quad (٢)$$

$$m\angle DEF + m\angle JKL = 90^\circ, m\angle ABC + m\angle GHI = 180^\circ \quad (\text{تعريف الزاويتين المتكاملتين}) \quad (٣)$$

$$m\angle ABC + m\angle JKL = 180^\circ \quad (\text{بالتعويض}) \quad (٤)$$

$$m\angle ABC + m\angle GHI = m\angle ABC + m\angle JKL \quad (\text{خاصية التعدي للمساواة}) \quad (٥)$$

$$= m\angle ABC - m\angle ABC + m\angle GHI \quad (٦)$$

$$m\angle ABC - m\angle ABC + m\angle JKL \quad (\text{خاصية الطرح للمساواة})$$

$$m\angle GHI = m\angle GKL \text{ (بالتبسيط)}$$

$$\angle GHI \cong \angle JKL \text{ (تعريف تطبيق الزوايا)}$$

(٢٨) تبرير:

غير صحيحة أبداً ليس كل زاويتين متجاورتين ناشئتان من تقاطع مستقيمان، تكونان متجاورتين على مستقيم، وإذا كانت إحدى هاتين الزاويتين حادة فسيكون قياسها أقل من 90° وسيكون قياس مكملتها أكثر من 90° .

لأن ناتج طرح عدد أقل من 90° من 180° هو عدد أكبر من 90° دائماً.

(٢٩) اكتب:

بما أن المنقلة تتضمن تدريجاً للزوايا الحادة وآخر للزوايا المنفرجة، فإن قياس المكمل هو القياس المقابل لقياس الزاوية المعلومة على التدريج الآخر من المنقلة.

تدريب على الاختبار المعياري

A (٣٠)

$$\angle AFE = \angle BFD = 108^\circ$$

بالتقابل بالرأس

$$\angle BFD = \angle BFC + \angle CFD$$

$$108^\circ = 42^\circ + \angle CFD$$

$$\angle CFD = 108^\circ - 42^\circ$$

$$\angle CFD = 66^\circ$$

B (٣١)

$$\angle A + \angle B = 90^\circ$$

$$\frac{\angle A}{\angle B} = \frac{1}{4}$$

$$\angle B = 4\angle A$$

$$\angle A + 4\angle A = 90^\circ$$

$$5\angle A = 90^\circ$$

$$\angle A = 90^\circ \div 5$$

$$\angle A = 18^\circ$$

مراجعة تراكمية

(٣٢) خرائط:

نعم، حسب مقياس الرسم المعطى $100km = 62mi$ إذن $AB = CD$ وبتعريف تطابق القطع المستقيمة فإن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة مما يأتي:

(٣٣) خاصية الطرح للمساواة.

(٣٤) خاصية التماثل للمساواة.

(٣٥) خاصية التعويض للمساواة.

(٣٦) خاصية التوزيع.

استعد للدرس اللاحق

(٣٧) المستقيم n

(٣٨) النقطة R

(٣٩) W

(٤٠) \overrightarrow{PR} أو S

(٤١) نعم، يقطع المستقيم L كلا من المستقيمين m, n وذلك عند مد المستقيمتين الثلاثة.

دليل الدراسة والمراجعة

الفصل

1

اختبار المفردات:

بين ما إذا كانت كل جملة مما يأتي صحيحة أو خاطئة، وإذا كانت خاطئة فاستبدل بالكلمة التي تحتها خط كلمة من القائمة أعلاه لتجعل الجملة صحيحة

(١) خاطئة، النظرية.

(٢) خاطئة، الفرض.

(٣) صحيحة.

(٤) خاطئة، المعكوس.

(٥) صحيحة.

(٦) خاطئة، المسلمة

(٧) صحيحة.

(٨) خاطئة، مثال مضاد.

(٩) خاطئة، نفي.

(١٠) صحيحة.

حدد ما إذا كان أي من التخمينين الآتيين صحيحاً أو خاطئاً. فإذا كان التخمين خاطئاً فاعط مثلاً مضاداً.

(١١) خاطئة، قد تكون الزاويتان المتكاملتين غير متجاورتان على مستقيم.

(١٢) صحيحة.

(١٣) منازل: حتى لا تتراكم عليها الثلوج.

استعمل العبارات p, q, r لكتابة كل عبارة وصل أو فصل أدناه ثم أوجد قيمة الصواب لها.
فسر تبريرك.

(١٤) الyarدة المربعة لا تكافئ ثلاثة أقدام مربعة، أو مجموع قياس الزاويتين المتتامتين يساوي 180° صحيحة.

(١٥) يحوي المستوى ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة، ومجموع قياس الزاويتين المتتامتين لا يساوي 180° صحيحة.

(١٦) لا يحوي المستوى أي ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة، أو الyarدة المربعة تكافئ ثلاثة أقدام مربعة، خاطئة.

(١٧) حيوانات أليفة:

(a) ١٨

(b) ١٤

(c) ٢٢

حدد قيمة الصواب للعبارتين الشرطيتين الآتيتين، وإذا كانت العبارة صحيحة، ففسر تبريرك، أما إذا كانت خاطئة فأعط مثلاً مضاداً.

(١٨) صحيحة، إذا كان العدد موجب فإن تربيعه موجب أما إذا كان العدد سالب فإن تربيع السالب تعني ضربة في نفسه مرتين وبالتالي سيعطي عدد صحيح موجب

(١٩) صحيحة. عند رسم شكل سداسي نجد شكل جميع زواياه منفرجة.

(٢٠) اكتب العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي للعبارة الشرطية الآتية:

العكس: إذا كانت لزاويتين القياس نفسه، فإنهما تكونان متطابقتان، صحيحة.

المعكوس: إذا لم تكن الزاويتان متطابقتان فلا يكون لهما القياس نفسه، صحيحة.

المعاكس الإيجابي: إذا لم يكن للزاويتين القياس نفسه، فإنهما لا تكونان متطابقتين. صحيحة.

استعمل قانون الفصل المنطقي أو القياس المنطقي لتحصل على نتيجة صحيحة إن أمكن من العبارات الآتية، واذكر القانون الذي استعملته:

(٢١) الشكل $PQRS$ متوازي أضلاع، قانون الفصل المنطقي.

(٢٢) لا نتيجة لأن قانون القياس المنطقي، لا ينطبق، فنتيجة العبارة الأولى ليست فرضاً للعبارة الثانية.

(٢٣) زلزال:

صحيحة، قانون الفصل المنطقي.

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحاً دائماً أو صحيحة أحياناً أو غير صحيحة أبداً. فسر تبريرك.

(٢٤) غير صحيح أبداً، إذا تقاطع مستويان فإن تقاطعهما يكون مستقيماً

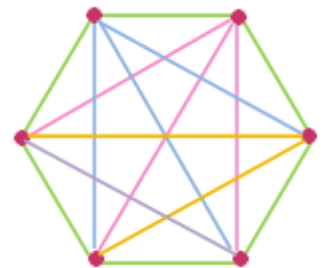
(٢٥) صحيحة أحياناً، إذا كانت النقاط الثلاثة تقع على استقامة واحدة، فإنها ستقع في عدة مستويات، ولكن إذا لم تكن على استقامة واحدة، فسوف تقع في مستوى واحد فقط.

(٢٦) صحيحة دائماً، إذا احتوى المستوى مستقيماً، فإن جميع نقاط المستقيم تقع في هذا المستوى.

(٢٧) صحيحة أحياناً، إذا كانت الزاويتين متجاورتين، فإنهما تكونان زاوية قائمة، أما إذا لم تكونا متجاورتين، فلا تكونان زاوية قائمة.

(٢٨) عمل:

١٥ مصافحة



اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة مما يأتي:

(٢٩) خاصية التماثل للمساواة.

(٣٠) خاصية الطرح للمساواة.

(٣١) خاصية التوزيع.

(٣٢) خاصية التعدي للمساواة.

(٣٣) أكمل البرهان الآتي:

المبررات	العبارات
(a) معطيات	$6(x - 4) = 42$ (a)
(b) خاصية التوزيع	$6x - 24 = 42$ (b)
(c) خاصية الجمع للمساواة	$6x = 66$ (c)
(d) خاصية القسمة للمساواة	$x = 11$ (d)

(٣٤) اكتب برهاناً ذا عمودين:

(١) $PQ = RS$, $PQ = 5x + 9$ (معطيات)

(٢) $5x + 9 = x - 31$ (بالتعويض)

(٣) $4x + 9 = -31$ (خاصية الطرح للمساواة)

(٤) $4x = -40$ (خاصية الطرح للمساواة)

(٥) $x = -10$ (خاصية القسمة للمساواة)

(٣٥) اختبارات:

خاصية التعدي.

اكتب برهاناً ذا عمودين في كل من المسألتين الآتيتين:

(٣٦)

البرهان: العبارات والمبررات

(١) X نقطة منتصف كلاً من \overline{WY} , \overline{VZ} (معطيات)

(٢) $\overline{WX} \cong \overline{YX}$, $\overline{VX} \cong \overline{ZX}$ (تعريف نقطة المنتصف)

(٣) $WX = YX$, $VX = ZX$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

(٤) $VX = VW + WX$, $ZX = ZY + YX$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)

(٥) $VW + WX = ZY + YX$ (بالتعويض)

(٦) $VW + WX = ZY + WX$ (بالتعويض)

(٧) $VW + WX - WX = ZY + WX - WX$ (خاصية الطرح للمساواة)

(٨) $VW = ZY$ (التبسيط)

(٣٧)

البرهان: العبارات والمبررات

(١) $AB = DC$ (معطيات)

(٢) $AB + BC = DC + BC$ (خاصية الجمع للمساواة)

(٣) $AB + BC = AC$, $DB = BC + DC$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)

(٤) $AB + BC = AC$, $DB = BC + AB$ (التعويض)

(٥) $AC = DB$ (التبسيط)

(٣٨) جغرافيا:

أستعمل مسلمة جمع القطع المستقيمة.

أوجد قياس كل زاوية فيما يأتي:

(٣٩) 90° ، بما أن $\angle 5$ مجاورة لزاوية أخرى علي مستقيم واحد إذن مجموعهم $= 180^\circ$ ، إذن $\angle 5 = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

(٤٠) 127° ، $\angle 7$ تساوي 53° بالتقابل بالرأس، $\angle 7$ و $\angle 6$ متجاورتان علي مستقيم إذن مجموعهم $= 180^\circ$

$$\angle 7 + \angle 6 = 180^\circ$$

$$53^\circ + \angle 6 = 180^\circ$$

$$\angle 6 = 180^\circ - 53^\circ$$

$$\angle 6 = 127^\circ$$

(٤١) 53° ، $\angle 7$ تساوي 53° بالتقابل بالرأس.

(٤٢) برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين.

البرهان: العبارات والمبررات

(١) $\angle 1 \cong \angle 4$ ، $\angle 2 \cong \angle 3$ (معطيات)

(٢) $m\angle 1 = m\angle 4$ ، $m\angle 2 = m\angle 3$ (تعريف تطابق الزوايا)

(٣) $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 3 + m\angle 4$ (خاصية الجمع للمساواة)

(٤) $m\angle 3 = m\angle 4 = m\angle EFC$ ، $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle AFC$ (خاصية جمع الزوايا)

(٥) $m\angle AFC = m\angle EFC$ (بالتعويض)

(٦) $\angle AFC \cong \angle EFC$ (تعريف تطابق الزوايا)

اختبار الفصل

1

اكتب تخميناً يصف النمط في كل من المتابعتين الآتيتين، ثم استعمله لإيجاد الحد التالي في كل منهما:

(١) الحد التالي هو المضاعف التالي للعدد ١٥ وهو ٧٥

(٢) يدور المثلث 90° مع اتجاه عقارب الساعة في كل مرة، وتتحرك المنطقة المظلة يمينا ويساراً في كل مرة.



استعمل العبارات p, q, r لكتابة كل عبارة وصل أو فصل أدناه ثم أوجد قيمة الصواب لها.

(٣) $5 < -3$ وجميع الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة، خاطئة.

(٤) $5 < -3$ أو جميع الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة، وإذا كان

$4x = 36$ فإن $x = 9$ صحيحة.

(٥) اكتب برهاناً حراً:



البرهان: بما أن $\overline{JK} \cong \overline{CB}$, $\overline{KL} \cong \overline{AB}$

فإن $JK = CB$, $KL = AB$ وذلك بتعريف تطابق القطع المستقيمة.

(بتطبيق خاصية الجمع للمساواة) $JK + KL = CB + AB$

وباستعمال مسلمة جمع القطع المستقيمة ينتج أن

$AC = AB + BC$, $JL = JK + KL$

وبالتعويض $AC = AB + BC$, $JL = CB + AB$ ينتج أن $JL = AC$

ومن تعريف تطابق القطع المستقيمة ينتج أن $\overline{JL} \cong \overline{AC}$

(6) رياضة:

(a) أختار هؤلاء الطلاب كرة السلة فقط.

(b) ٢٣

(٧) صحيحة، قانون الفصل المنطقي.

(٨) برهان: أكمل البرهان الآتي:

المبررات	العبارات
(a) معطيات	$3(x - 4) = 2x + 7$ (a)
(b) خاصية التوزيع	$3x - 12 = 2x + 7$ (b)
(c) خاصية الطرح للمساواة	$x - 12 = 7$ (c)
(d) خاصية الجمع للمساواة	$x = 19$ (d)

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحة دائماً أو صحيحة أحياناً أو غير صحيحة أبداً:

(٩) صحيحة أحياناً.

(١٠) غير صحيحة أبداً.

(١١) صحيحة دائماً.

أوجد قياس جميع الزوايا المرقمة في كل مما يأتي، واذكر النظريات التي تبرر حلك.

(١٢)

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$$

$$x + (x - 6) + 90^\circ = 180^\circ$$

$$2x - 6 + 90^\circ = 180^\circ$$

$$2x + 84^\circ = 180^\circ$$

$$2x = 180^\circ - 84^\circ = 96^\circ$$

$$x = 96^\circ \div 2$$

$$x = 48^\circ$$

$$\angle 1 = 48^\circ$$

$$\angle 2 = 48 - 6 = 42^\circ$$

$$\angle 3 = 90^\circ$$

(١٣)

$\angle 7$ و $\angle 8$ زاويتان متجاورتان علي مستقيم متكاملتان أي مجموعهما $= 180^\circ$

$$\angle 7 + \angle 8 = 180^\circ$$

$$2x + 15 + 3x = 180^\circ$$

$$5x + 15 = 180^\circ$$

$$5x = 180^\circ - 15 = 165$$

$$x = 165 \div 5$$

$$x = 33^\circ$$

$$\angle 7 = 2 \times 33 + 15$$

$$\angle 7 = 81^\circ$$

$$\angle 8 = 3 \times 33$$

$$\angle 8 = 99^\circ$$

$$\angle 5 = \angle 7 = 81^\circ \text{ بالتقابل بالرأس}$$

$$\angle 6 = \angle 8 = 99^\circ \text{ بالتقابل بالرأس}$$

اكتب كلا من العبارتين الشرطيتين الآتيتين على صورة (إذا كان... فإن):

(١٤) إذا كانت الزاوية حادة فإن قياسها اقل من 90°

(١٥) إذا تقاطع مستقيمان متعامدان فإنهما يكونان زوايا قائمة.

اختيار من متعدد:

(١٦) C

الإعداد للاختبارات المعيارية:

تمارين ومسائل

(١) D

(٢) C

أسئلة الاختيار من متعدد

(1) C

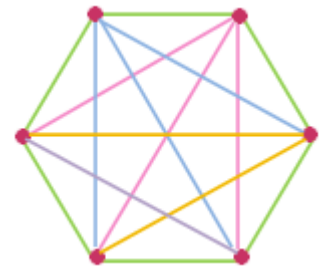
(2) A

(٣) C

(٤) B

(٥) D

(٦) أرجوحة: C ، ١٥ طريقة



أسئلة ذات إجابات قصيرة

$$AB + BD = AD \quad (٧)$$

$$mm\ 3 = 15 - 12 = \overline{DF} \quad (٨)$$

(٩) خاصية الطرح للمساواة

(١٠) المعاكس الإيجابي: إذا لم تكن الزاوية منفرجة فلن يكون قياسها أكبر من ٩٠°

(١١)

\overline{DF} منتصف E

$$EF = DE$$

$$3x + 7 = 8x - 3$$

$$8x - 3x - 3 = 7$$

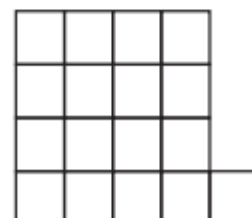
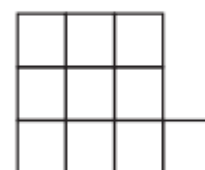
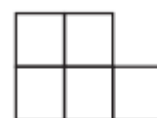
$$5x = 7 + 3$$

$$5x = 10$$

$$x = 2cm$$

أسئلة ذات إجابات مطولة

(١٢)



(a) عدد مربعات كل شكل يساوي رقم الشكل زائد ١

(b) العبارة الجبرية هي: $n^2 + 1$

(c)

$$6^2 + 1 = 37$$

عدد المربعات في الشكل السادس = ٣٧ مربع

المستوى الأول
النظام الفصلي

الفصل الثالث

المثلثات

المتطابقة

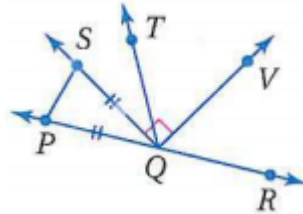
Congruent

Triangles





صنف كل زاوية مما يأتي إلى قائمة أو حادة أو منفرجة:



(1) $\angle VQS$ زاوية قائمة

(2) $\angle TQV$ زاوية حادة

(3) $\angle PQV$ زاوية منفرجة

(4) تصاميم ورقية:

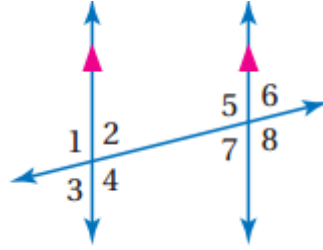


$\angle 1$ قائمة

$\angle 2$ حادة

$\angle 3$ منفرجة

جبر: استعمل الشكل أدناه لإيجاد المتغير المطلوب في كل من السؤالين الآتيين:



5)

$$\angle 3 = \angle 6$$

$$x - 12 = 72$$

$$x = 72 + 12$$

$$x = 84^\circ$$

$\angle 3, \angle 6$ متبادلتين خارجياً.

6)

$$\angle 4 = \angle 5$$

$$2y + 32 = 3y - 3$$

$$-y = -3 - 32$$

$$y = 35^\circ$$

$\angle 4, \angle 5$ متبادلتين داخلياً.

أوجد المسافة بين النقطتين في كل مما يأتي:

7)

$$X(-2, 5), Y(1, 11)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(1 - (-2))^2 + (11 - 5)^2}$$

$$\sqrt{9 + 36} = \sqrt{45} \approx 6.7$$

المسافة بين النقطتين $x, y = 6.7$ وحدة

8)

$$R(8,0), S(-9,6)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-9 - 8)^2 + (6 - 0)^2}$$

$$\sqrt{289 + 36} = \sqrt{325} \approx 18.02$$

المسافة بين النقطتين $r, s = 18.02$ وحدة

خرائط:

9)

$$(0,0), (5,2.2)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(5 - 0)^2 + (2.2 - 0)^2}$$

$$\sqrt{25 + 4.84} = \sqrt{29.84} \approx 5.46$$

$$5.46 \times 35 = 191.1 \text{ km}$$

تصنيف المثلثات

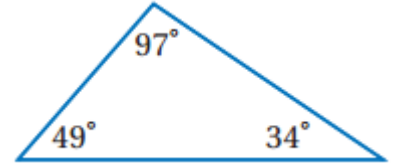
3-1

تلق

صفحة ١٤١

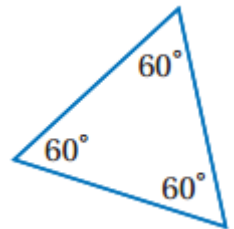
صنف كلا من المثلثين الآتيين إلى حاد الزوايا أو متطابق الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية:

(1A)



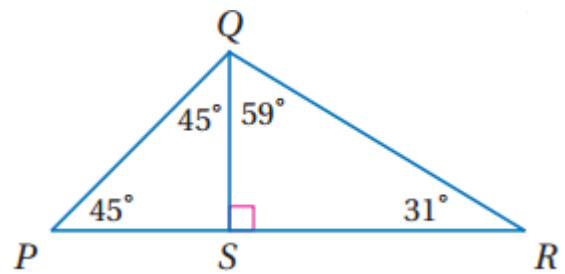
مثلث منفرج الزاوية لأنه يحتوي على زاوية 97°

(1B)



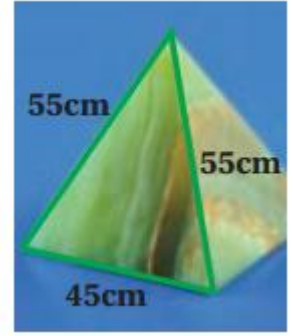
مثلث متطابق الزوايا لأن جميع زواياه متساوية.

(2)



مثلث قائم الزاوية ، لأن الزاوية PQS قائمة $90^\circ = 45 + 45$

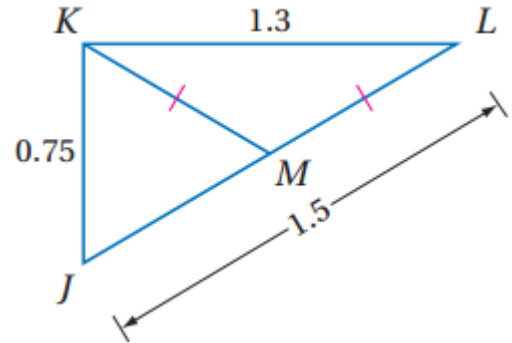
(3) قيادة السيارة والسلامة:



شكل زر ضوء الخطر مثلث متطابق الضلعين.

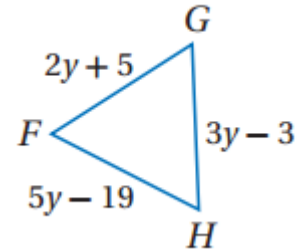


(4)



$\triangle KML$ متطابق الضلعين لأن $KM = ML$

(5)



بما أن المثلث متطابق الأضلاع إذن أطوال أضلاعه جميعها متساوية

$$FG = GH$$

$$2y + 5 = 3y - 3$$

$$2y + 5 - 3y + 3 = 0$$

$$-y + 8 = 0$$

$$y = 8$$

$$FG = 2y + 5 = 2 \times 8 + 5 = 21$$

$$GH = 3y - 3 = 3 \times 8 - 3 = 21$$

$$FH = 5y - 19 = 5 \times 8 - 19 = 21$$

حقیبہ انجاز المعلم والمعلمة

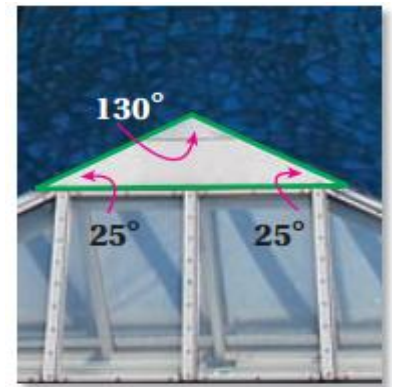


فن العمارة: المثال ١

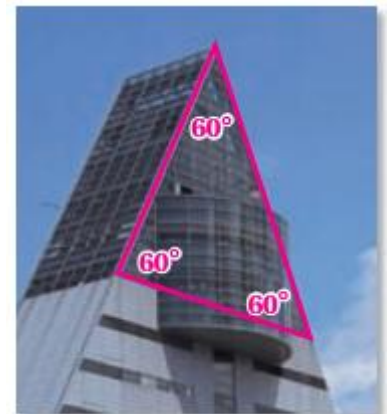
(1) قائم الزاوية لأنه يحتوي على زاوية قياسها 90°



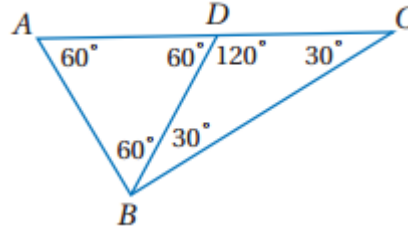
(2) منفرج الزاوية لأن إحدى زواياه أكبر من 90°



(3) متطابق الزوايا لأن جميع زواياه متساوية



صنف كلا من المثلثات الآتية إلى حاد الزوايا أو متطابق الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية: المثال ٢



(4) $\triangle ABD$ متطابق الزوايا، قياس كل زاوية = 60°

(5) $\triangle BDC$ منفرج الزاوية، $\triangle ABD$

(6) $\triangle ABC$ قائم الزاوية، لأن $m \angle BDC = 90^\circ$

صنف كلا من المثلثين الآتيين إلى متطابق الأضلاع أو متطابق الضلعين أو مختلف الأضلاع: المثال ٣

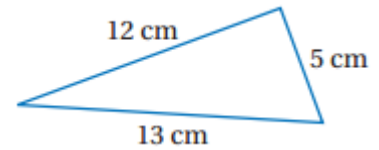
(7)

متطابق الضلعين

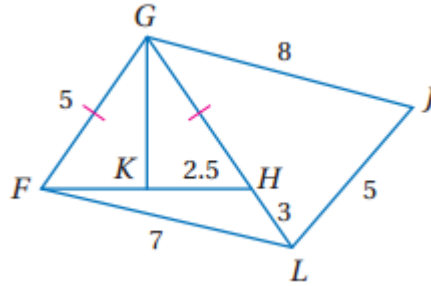


(8)

مختلف الأضلاع



إذا كانت النقطة K هي منتصف \overline{FH} ، فصنف كلا من المثلثات الآتية في الشكل المجاور إلى متطابق الأضلاع أو متطابق الضلعين أو مختلف الأضلاع: مثال ٤



(9)

بما أن K في المنتصف، إذن $2.5 = FK = KH$

$$5 = 2.5 + 2.5 = FH$$

$$5 = FH = FG = HG$$

إذن المثلث $\triangle FGH$ متطابق الأضلاع لأن جميع أضلاعه متساوية.

(10)

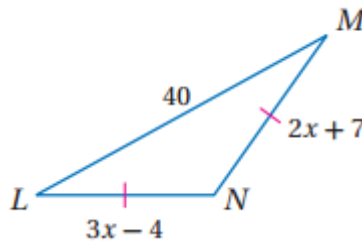
بما أن $5 = LJ = GL$ إذن $\triangle GJL$ متطابق الضلعين

(11)

بما أن $\triangle FHL$ جميع أطوال أضلاعه غير متساوية إذن هو مختلف الأضلاع

جبر: أوجد قيمة x وأطوال الأضلاع المجهولة في كل من المثلثين الآتيين:

(12)



بما أن المثلث $\triangle LNM$ متطابق الضلعين إذن $LN = MN$

$$LN = MN$$

$$2x + 7 = 3x - 4$$

$$2x - 3x = -4 - 7$$

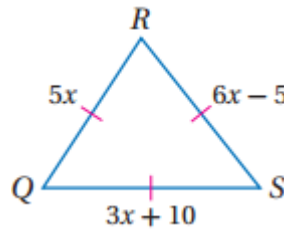
$$-x = -11$$

$$x = 11$$

$$MN = 2 \times 11 + 7 = 29$$

$$LN = 3 \times 11 - 4 = 29$$

(13)



بما أن المثلث $\triangle QRS$ متطابق الأضلاع إذن $RS = QS = QR$

$$6x - 5 = 5x$$

$$6x - 5x = 5$$

$$x = 5$$

$$QR = 5x = 5 \times 5 = 25$$

$$RS = 6x - 5 = 6 \times 5 - 5 = 25$$

$$QS = 3x + 10 = 3 \times 5 + 10 = 25$$

(14) مجوهرات:

بما أن المثلث متطابق الضلعين إذن:

$$(4x - 0.8) = (3x + 0.2)$$

$$x = 0.8 + 0.2 = 1$$

لتشكيل قرط واحد أحتاج إلى :

$$\begin{aligned}(4x - 0.8) + (3x + 0.2) + (2x + 0.1) + 1.5 &= \\ 9x - 0.5 &= 9 - 0.5 \\ &= 8.5\end{aligned}$$

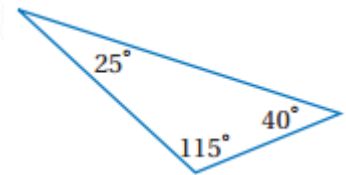
إن يمكن صنع قرط واحد سلك طوله ٨,٥

تدرب وحل المسائل

صنف كلا من المثلثين الآتيين إلى حاد الزوايا أو متطابق الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية: المثال ١

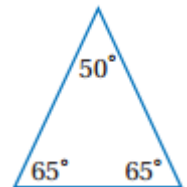
(15)

منفرج الزاوية لأنه يحتوي على زاوية أكبر من 90°



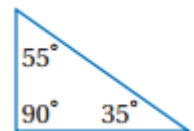
(16)

حاد الزوايا لأن جميع زواياه أقل من 90°

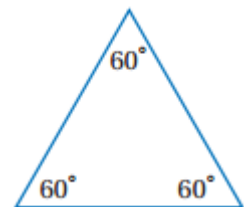


(17)

قائم الزاوية لأنه توجد زاوية قائمة $= 90^\circ$

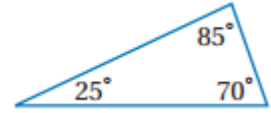


(18)



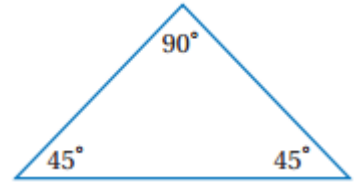
متطابق الزوايا لأن جميع زواياه متساوية

(19)



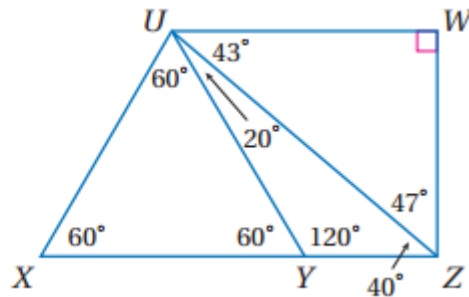
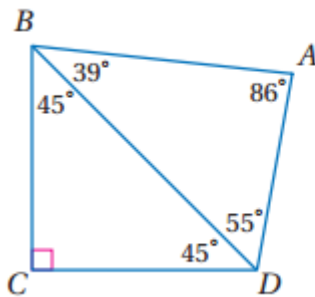
حاد الزوايا لأن جميع زواياه أقل من 90°

(20)



قائم الزاوية لأنه توجد زاوية قائمة 90°

صنف كلا من المثلثات الآتية إلى حاد الزوايا أو متطابق الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية: المثال ٢



(21) $\triangle UYZ$ منفرج الزاوية، لأنه يحتوي زاوية أكبر من 90° وهي

$$120^\circ = \angle UYZ$$

(22) $\triangle BCD$ قائم الزاوية، لأنه يوجد زاوية قائمة 90°

(23) $\triangle ABCD$ حاد الزوايا، لأن جميع زواياه أقل من 90°

(24) $\triangle UXZ$ حاد الزوايا، لأن جميع زواياه أقل من 90°

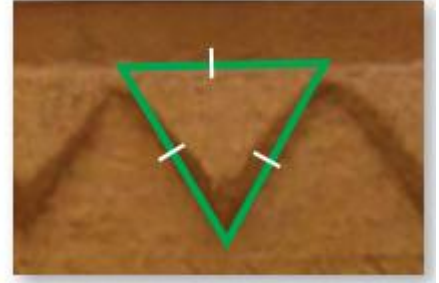
(25) $\triangle UWZ$ قائم الزاوية، لأنه يوجد زاوية قائمة 90°

(26) $\triangle UXY$ متطابق الزوايا، جميع زواياه متساوية.

صنف كلا من المثلثين الآتيين إلى متطابق الأضلاع أو متطابق الضلعين أو مختلف الأضلاع: المثال ٣

(27)

متطابق الأضلاع لأن جميع أطوال أضلاعه متساوية.

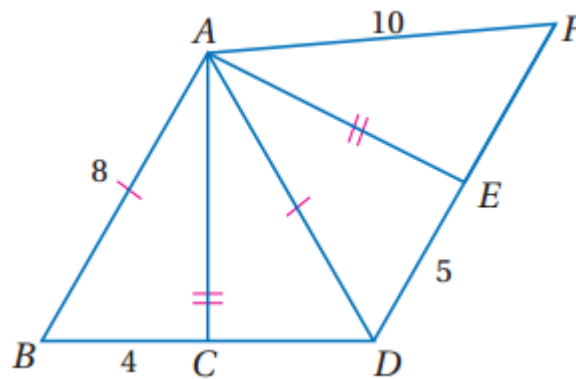


(28)

مختلف الأضلاع لأن جميع أطوال أضلاعه غير متساوية.



إذا كانت C هي منتصف BD ، والنقطة E منتصف DF ، فصنف كلا من المثلثات الآتية إلى متطابق الأضلاع أو متطابق الضلعين أو مختلف الأضلاع:



بما أن C هي نقطة منتصف \overline{BD} إذن $\overline{CD} = \overline{BC}$ $4 = \overline{CD} = \overline{BC}$

وبما أن النقطة E منتصف \overline{DF} إذن $\overline{ED} = \overline{EF}$ $5 = \overline{ED} = \overline{EF}$

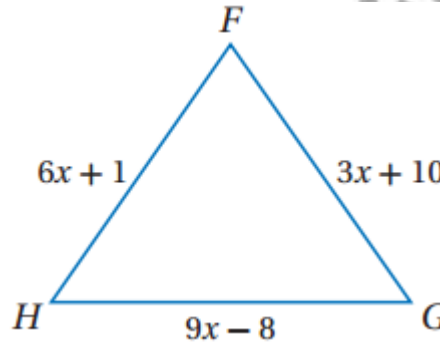
(29) $\triangle ABC$ مختلف الأضلاع لأن جميع أطوال أضلاعه غير متساوية.

(30) $\triangle ADF$ متطابق الضلعين لأن $\overline{AF} = \overline{FD}$ $10 = \overline{AF} = \overline{FD}$.

(31) $\triangle ACD$ مختلف الأضلاع لأن جميع أطوال أضلاعه غير متساوية.

(32) $\triangle ABD$ متطابق الضلعين لأن $\overline{AB} = \overline{AD}$ $8 = \overline{AB} = \overline{AD}$

(33) جبر: المثال هـ



بما أن المثلث متطابق الأضلاع إذن جميع أطوال أضلاعه متساوية.

$$\overline{HF} = \overline{FG}$$

$$6x + 1 = 3x + 10$$

$$6x - 3x = 10 - 1$$

$$3x = 9$$

$$x = 3$$

$$\overline{HF} = 6x + 1 = 6 \times 3 + 1 = 19$$

$$\overline{FG} = 3x + 10 = 3 \times 3 + 10 = 19$$

$$\overline{HG} = 9x - 8 = 9 \times 3 - 8 = 19$$

(34) فن تشكيلي:



1Δ: حاد الزوايا متطابق الضلعين

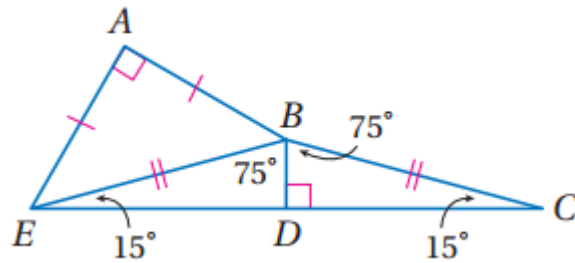
2Δ: قائم الزاوية مختلف الأضلاع

3Δ: منفرج الزاوية مختلف الأضلاع

4Δ: حاد الزوايا متطابق الأضلاع

5Δ: منفرج الزاوية مختلف الأضلاع

صنف كلا من المثلثات الظاهرة في الشكل المجاور وفق زواياه، ثم وفق أضلاعه:



(35) $\triangle ABE$ قائم الزاوية لأن $\angle BAE = 90^\circ$ ومتطابق الضلعين لأن $\overline{AB} = \overline{AE}$

(36) $\triangle EBC$ منفرج الزاوية لأن $\angle EBC = 150^\circ$ ومتطابق الضلعين $\overline{BC} = \overline{BE}$

(37) $\triangle BDC$ قائم الزاوية ومختلف الأضلاع

هندسة إحداثية:

38)

$$X (-5,9), Y (2,1), Z (-8,3)$$

$$X (-5,9), Y (2,1)$$

$$d_{(X,Y)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(2 - (-5))^2 + (1 - 9)^2}$$

$$\sqrt{49 + 64} = \sqrt{113}$$

$$Y (2,1), Z (-8,3)$$

$$d_{(Y,Z)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-8 - 2)^2 + (3 - 1)^2}$$

$$\sqrt{100 + 4} = \sqrt{104}$$

$$X (-5,9), Z (-8,3)$$

$$d_{(X,Z)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-8 - (-5))^2 + (3 - 9)^2}$$

$$\sqrt{9 + 36} = \sqrt{45}$$

المثلث XYZ مختلف الأضلاع لأن جميع أطواله غير متساوية.

39)

$X (7,6), Y (5,1), Z (9,1)$

$X (7,6), Y (5,1)$

$$d_{(X,Y)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(5-7)^2 + (1-6)^2}$$

$$\sqrt{4+25} = \sqrt{29}$$

$Y (5,1), Z (9,1)$

$$d_{(Y,Z)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(9-5)^2 + (1-1)^2}$$

$$\sqrt{16+0} = \sqrt{4}$$

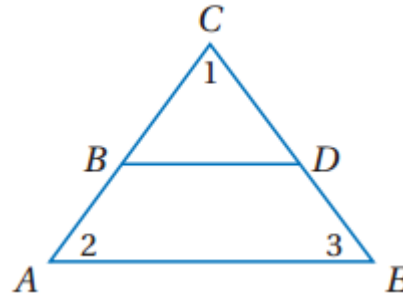
$X (7,6), Z (9,1)$

$$d_{(X,Z)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(9-7)^2 + (1-6)^2}$$

$$\sqrt{4+25} = \sqrt{29}$$

المثلث XYZ متطابق الضلعين لأن $\overline{XZ} = \overline{XY}$

(40) برهان:



(1) $\triangle ACE$ متطابق الزوايا و $\overline{BD} \parallel \overline{AE}$ (معطيات)

(2) $\angle 1 \cong \angle 2 \cong \angle 3$ (تعريف المثلث المتطابق الزوايا)

(3) $\angle 2 \cong \angle CBD$ و $\angle 3 \cong \angle CDB$ (مسلمة الزاويتين المتناظرتين)

(4) $\angle 1 \cong \angle CBD \cong \angle CDB$

(5) $\triangle BCD$ متطابق الزوايا (تعريف المثلث المتطابق الزوايا)

جبر: أوجد قيمة x وأطوال أضلاع المثلث في كل مما يأتي:

(41)

$\triangle FGH$ متطابق الأضلاع أي جميع أطواله متساوية

$$HF = GH$$

$$x + 20 = 2x + 5$$

$$x - 2x = 5 - 20$$

$$-x = -15$$

$$x = 15$$

$$HF = x + 20 = 15 + 20 = 35$$

$$GH = 2x + 5 = 2 \times 15 + 5 = 35$$

$$FG = 3x - 10 = 3 \times 15 - 10 = 35$$

(42)

$\triangle RST$ متطابق الأضلاع أي جميع أطواله متساوية

$$RS = 4x + 3$$

$$ST = 2x + 7$$

$$TR = 5x + 1$$

$$RS = ST$$

$$4x + 3 = 2x + 7$$

$$4x - 2x = 7 - 3$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

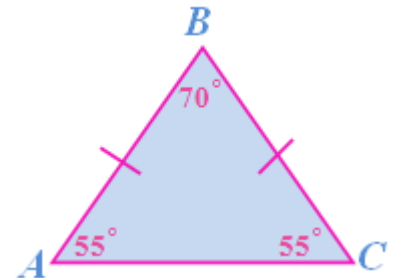
$$RS = 4x + 3 = 4 \times 2 + 3 = 11$$

$$ST = 2x + 7 = 2 \times 2 + 7 = 11$$

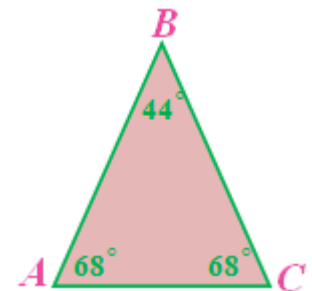
$$TR = 5x + 1 = 5 \times 2 + 1 = 11$$

(43) تمثيلات متعددة: a) هندسيا:

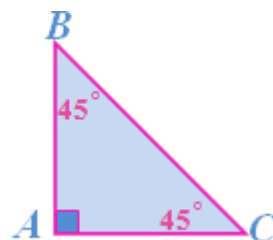
مثلث متطابق الأضلاع



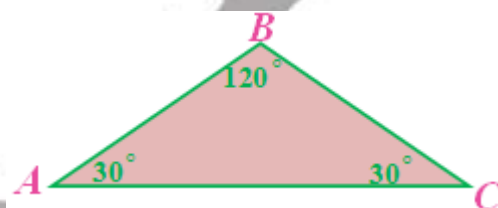
مثلث حاد الزوايا



مثلث قائم الزاوية



مثلث منفرج الزاوية



(b) جدولياً:

$m \angle A$	$m \angle C$	$m \angle B$	مجموع قياسات الزوايا
٥٥	٥٥	٧٠	١٨٠
٦٨	٦٨	٤٤	١٨٠
٤٥	٤٥	٩٠	١٨٠
٣٠	٣٠	١٢٠	١٨٠

(c) لفظياً: الزاويتان المقابلتان للضلعين في المثلث المتطابق الضلعين متطابقتان، ومجموع قياسات زوايا المثلث المتطابق الضلعين يساوي 180°

(d) جبرياً:

إذا كان للزاويتين المقابلتين للضلعين في المثلث المتطابق الضلعين القياس نفسه وكان قياس إحدهما x ، فإن قياس الأخرى يساوي x وبما أن مجموع قياسات زوايا المثلث المتطابق الضلعين يساوي 180° فإن قياس الزاوية الثالثة يساوي $180 - 2x$

مسائل مهارات التفكير العليا

(٤٤) اكتشاف الخطأ:

ليلى إجابتها صحيحة، في أي مثلث توجد زاويتان حادتان على الأقل لذا فبحسب كلام نوال فإن جميع المثلثات تصنف على أنها حادة الزوايا، وهذا غير صحيح، حيث تصنف المثلثات وفقا للزاوية الثالثة. فإذا كانت الزاوية الثالثة حادة، فالمثلث حاد الزوايا وإذا كانت منفرجة، فالمثلث منفرج الزاوية.

تبرير:

(45) غير صحيحة أبدا، جميع المثلثات المتطابقة الزوايا فيها ثلاثة زوايا قياس كل منها 60 ولذلك فإنها لا تحتوى زاوية قياسها 90 فلا يمكن أن تكون قائمة الزاوية.

(46) صحيحة دائما، المثلث المتطابق الأضلاع فيه ثلاثة أضلاع لها الطول نفسه والمثلث المتطابق الضلعين فيه ضلعان على الأقل لهما الطول نفسه ولذا فإن جميع المثلثات المتطابقة الأضلاع تكون متطابقة الضلعين أيضا

(47) تحد:

بما أن المثلث متطابق الأضلاع فإن أطوال أضلاعه متساوية ويكون محيط المثلث المتطابق الأضلاع هو مجموع أطوال أضلاعه أو ثلاثة أمثال طول احد أضلاعه إذن محيط المثلث $69 = 3 \times 23$

$$7x - 5 = 5x + 3$$

$$7x - 5x = 3 + 5$$

$$2x = 8$$

$$x = 4$$

$$7x - 5 = 7 \times 4 - 5 = 23$$

(48) اكتب:

في المثلث الحاد الزوايا ثلاثة زوايا حادة والمثلث المتطابق الزوايا فيه ثلاث زوايا قياس كم منها 60 وبما أن الزوايا التي قياسها 60 هي زوايا حادة فان جميع المثلثات المتطابقة الزوايا هي مثلثات حادة الزوايا.

تدريب على الاختبار المعياري

49) C

$$84.50 \times \frac{40}{100} = 33.8$$

50) D

$$\begin{aligned} 2x + y &= 5 \\ y &= 5 - 2x \\ m &= -2 \end{aligned}$$

مراجعة تراكمية

اوجد المسافة بين المستقيمين المتوازيين في كل مما يأتي:

51)

$$(-2, 0), (5, 0)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(5 - (-2))^2 + (0 - 0)^2} = \sqrt{49} = 7$$

52)

رسم مستقيم عمودي على المستقيمين المتوازيين ويمر بالنقطة (0, -4) وميله = -1

$$(y - y_1) = m(x - x_1) \rightarrow y + 4 = -1(x - 0)$$

$$y = -x - 4$$

$$-x - 4 = x + 2$$

$$-2x = 6$$

$$x = -3$$

$$y = -x - 4$$

$$y = -(-3) - 4$$

$$y = -1$$

$$(-3, -1), (0, -4)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0 - (-3))^2 + (-4 - (-1))^2}$$

$$= \sqrt{9 + 9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

53) كرة قدم: المستقيمان العموديان على مستقيم آخر متوازيان.

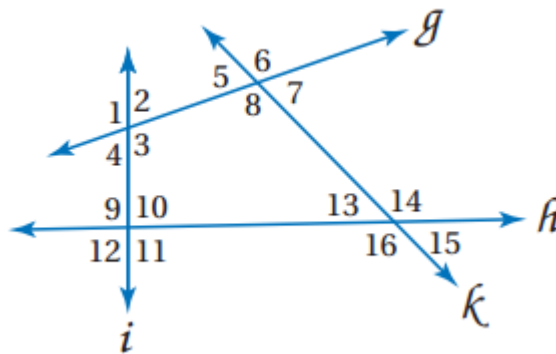
حدد الفرض والنتيجة في كل جملة شرطية فيما يأتي:

54) الفرض: كون الرجل كهلاً ، النتيجة: عمره 40 سنة على الأقل

55) الفرض: $2x + 6 = 10$ ، النتيجة: $x = 2$

استعد للدرس اللاحق

صنف كل زوج من الزوايا مما يأتي إلى متبادلتين داخليا أو متبادلتين خارجيا أو متناظرتين أو متخالفتين:



(56) $\angle 3, \angle 5$: متبادلتان داخليا

(57) $\angle 4, \angle 9$: متحالفتان داخليا

(58) $\angle 13, \angle 11$: متبادلتان داخليا

(59) $\angle 11, \angle 1$: متبادلتان خارجيا

حقیبہ انجاز المعلم والمعلمة

معمل الهندسة
زوايا المثلثات
استكشاف
3-2

حل النتائج:

- (1) زاوية مستقيمة أو خط مستقيم
- (2) 180°
- (3) $m \angle A + m \angle B$ يساوي قياس الزاوية الخارجية المجاورة لـ $\angle C$
- (4) تختلف إجابات الطالب.
- (5) قياس الزاوية الخارجية يساوي مجموع قياسي الزاويتين الداخلتين غير المجاورتين لها.

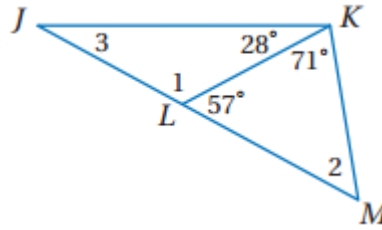
حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

زوايا المثلثات

تلقّق

صفحة ١٤٩

(1A)



مجموع قياسات زوايا المثلث ΔJKL و $\Delta LKM = 180^\circ$

والزاويتان المتجاورتان على مستقيم $= 180^\circ$

ΔLKM

$$71^\circ + 57^\circ + \angle 2 = 180^\circ$$

$$\angle 2 = 180^\circ - 128$$

$$\angle 2 = 52^\circ$$

$$\angle 1 = 180^\circ - 57^\circ$$

$$\angle 1 = 123^\circ$$

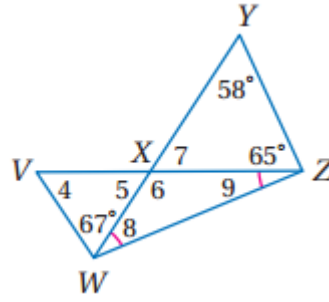
ΔJKL

$$28^\circ + 123^\circ + \angle 3 = 180^\circ$$

$$\angle 3 = 180^\circ - 151^\circ$$

$$\angle 3 = 29^\circ$$

(1B)



$\triangle XYZ$

$$58^\circ + 65^\circ + \angle 7 = 180^\circ$$

$$123^\circ + \angle 7 = 180^\circ$$

$$\angle 7 = 57^\circ$$

$$\angle 7 = \angle 5 = 57^\circ$$

نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس

$\triangle VWX$

$$67^\circ + 57^\circ + \angle 4 = 180^\circ$$

$$124^\circ + \angle 4 = 180^\circ$$

$$\angle 4 = 56^\circ$$

$$\angle 6 = 180^\circ - \angle 7$$

$$\angle 6 = 180^\circ - 57^\circ$$

زاويتان متجاورتان على مستقيم

$$\angle 6 = 123^\circ$$

$$\angle 6 = 180^\circ - (\angle 9 + \angle 8)$$

$$123^\circ = 180^\circ - (\angle 9 + \angle 8)$$

$$\angle 9 = \angle 8$$

$$123^\circ = 180^\circ - (\angle 8 + \angle 8)$$

$$123^\circ = 180^\circ - 2\angle 8$$

$$2\angle 8 = 180^\circ - 123^\circ$$

$$2\angle 8 = 57^\circ$$

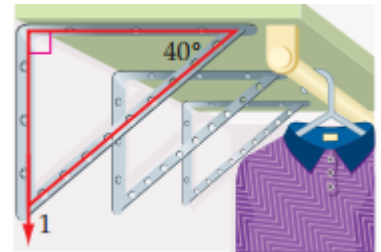
$$\angle 8 = 57^\circ \div 2$$

$$\angle 8 = 28.5^\circ$$

$$\angle 9 = 28.5^\circ$$



(2) تنظيم خزانة الملابس

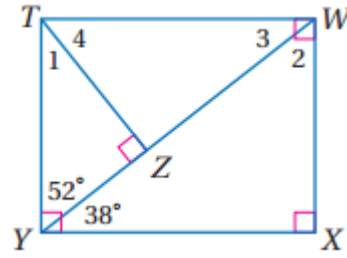


الزاوية الخارجة عن المثلث تساوي مجموع الزاويتين الداخلتين البعديتين (نظرية الزاوية الخارجة)

$$\angle 1 = 90^\circ + 40^\circ$$

$$\angle 1 = 130^\circ$$

3A)



$$\angle 2 + \angle WYX = 90^\circ$$

زاويتان حادتان في مثلث قائم الزاوية

$$\angle 2 + 38^\circ = 90^\circ$$

$$\angle 2 = 52^\circ$$

3B)

$$\angle 3 + \angle 2 = 90^\circ$$

$$\angle 3 + 52^\circ = 90^\circ$$

$$\angle 3 = 90^\circ - 52^\circ$$

$$\angle 3 = 38^\circ$$

3C)

$$\angle 4 + \angle 3 = 90^\circ$$

زاويتان حادتان في مثلث قائم الزاوية

$$\angle 4 + 38^\circ = 90^\circ$$

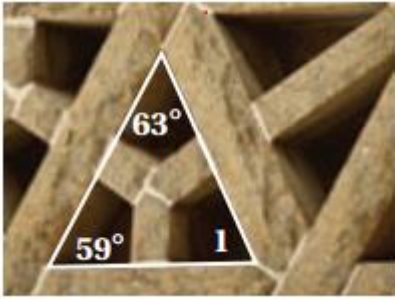
$$\angle 4 = 90^\circ - 38^\circ$$

$$\angle 4 = 52^\circ$$



أوجد قياس كل من الزوايا المرقمة في كل من السؤالين الآتيين: المثال ١

1)

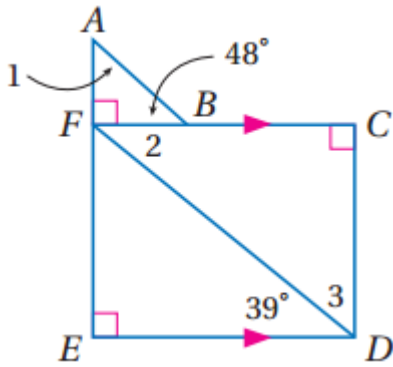


بما أن زوايا المثلث الداخلية $= 180^\circ$ إذن:

$$\angle 1 = 180^\circ - (63^\circ + 59^\circ)$$

$$\angle 1 = 58^\circ$$

2)



$$\angle 1 = 180^\circ - (90^\circ + 48^\circ)$$

$$\angle 1 = 42^\circ$$

$$\angle 2 = 39^\circ$$

نظرية الزاويتان المتبادلتان داخلياً

$$\angle 3 = 90^\circ - 39^\circ$$

$$\angle 3 = 51^\circ$$

كراسي الشاطئ: المثال ٢



3)

$$\angle 2 + 53^\circ = 102^\circ$$

$$\angle 2 = 102^\circ - 53^\circ$$

$$\angle 2 = 49^\circ$$

نظرية الزاوية الخارجة عن مثلث

4)

$$\angle 4 = 180 - 53^\circ$$

$$\angle 4 = 127^\circ$$

5)

$$\angle 1 = 180^\circ - 102^\circ$$

$$\angle 1 = 78^\circ$$

نظرية مجموع زوايا المثلث الداخلة = 180°

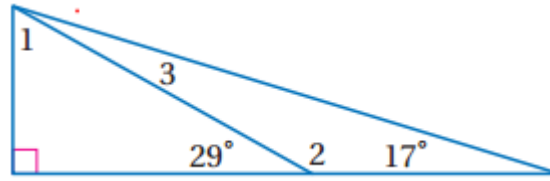
6)

$$\angle 3 = 180 + \angle 2$$

$$\angle 3 = 180^\circ + 49^\circ$$

$$\angle 3 = 131^\circ$$

معتمداً على الشكل المجاور أوجد القياسات التالية:



7)

$$\angle 1 = 180 - (90^\circ + 29^\circ)$$

نظرية زوايا المثلث الداخلة = 180°

$$\angle 1 = 61^\circ$$

8)

$$\angle 1 + \angle 3 = 180 - (90^\circ + 17^\circ)$$

نظرية زوايا المثلث الداخلة = 180°

$$61^\circ + \angle 3 = 73^\circ$$

$$\angle 3 = 12^\circ$$

9)

$$\angle 2 = 180 - (\angle 3 + 17^\circ)$$

نظرية زوايا المثلث الداخلة = 180°

$$\angle 2 = 180 - (12^\circ + 17^\circ)$$

$$\angle 2 = 151^\circ$$

تدرب وحل المسائل

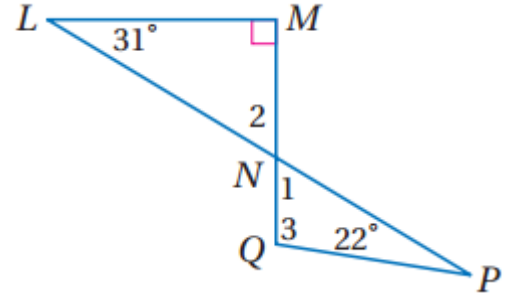
أوجد قياس الزوايا المرقمة في كل من السؤالين الآتيين:

10)

$$\angle 1 = 180 - (59^\circ + 61^\circ)$$

$$\angle 1 = 60^\circ$$





11)

$$\angle 2 = 180 - (31^\circ + 90^\circ)$$

$$\angle 2 = 59^\circ$$

نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس $\angle 2 = \angle 1 = 59^\circ$

$$\angle 3 = 180^\circ - (\angle 1 + 22^\circ)$$

$$\angle 3 = 180^\circ - (59 + 22)$$

$$\angle 3 = 99^\circ$$

12) طائرات:

(a) متطابق الضلعين، منفرج الزاوية

(b)

بما أن زاوية الهبوط والإقلاع متطابقتين فإنهما متساويتان

وبما أن مجموع زوايا المثلث $= 180^\circ$ إذن:

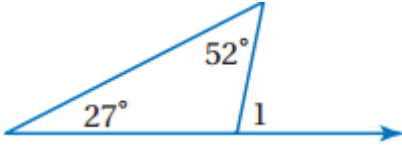
$$7 = 180^\circ - 173^\circ$$

$$3.5 = 2 \div 7^\circ$$

زاوية الهبوط والإقلاع $= 3.5^\circ$

اوجد كلا من القياسات الآتية: المثال ٢

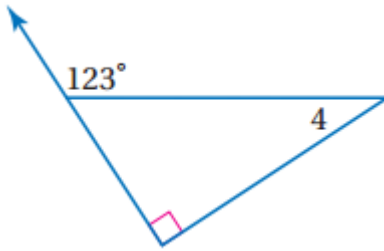
13)



$$\angle 1 = 27^\circ + 52^\circ = 79^\circ$$

نظرية الزاوية الخارجة عن المثلث

14)

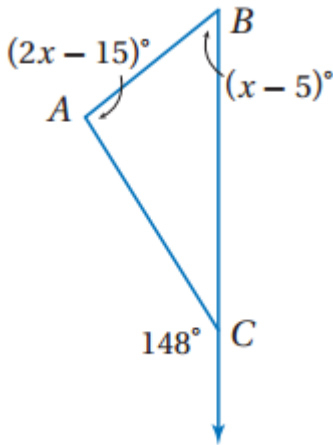


$$123 = \angle 4 + 90^\circ$$

$$\angle 4 = 123^\circ - 90^\circ = 33^\circ$$

نظرية الزاوية الخارجة عن المثلث

15)



$$148 = (2x - 15) + (x - 5)$$

$$148 = 3x - 20$$

$$148 + 20 = 3x$$

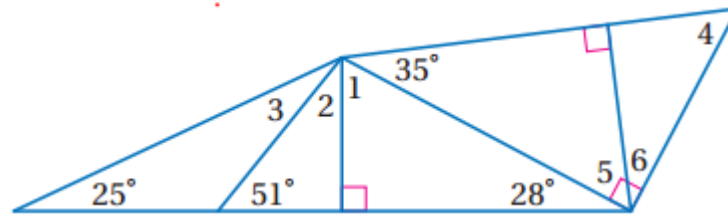
$$168 = 3x$$

$$x = 56^\circ$$

$$\angle ABC = x - 5 = 56 - 5 = 51^\circ$$

نظرية الزاوية الخارجة عن المثلث

أوجد كلا من القياسات الآتية: المثال ٣



16)

$$\angle 1 = 180^\circ - (90^\circ + 28^\circ) \quad \text{نظرية مجموع زوايا المثلث الداخلة} = 180^\circ$$

$$\angle 1 = 62^\circ$$

17)

$$\angle 2 = 180^\circ - (90^\circ + 51^\circ) \quad \text{نظرية مجموع زوايا المثلث الداخلة} = 180^\circ$$

$$\angle 2 = 39^\circ$$

18)

$$\angle 3 = 180^\circ - (129^\circ + 25^\circ)$$

$$\angle 3 = 26^\circ$$

نظرية الزاويتان المتجاورتان للزاوية 51° ونظرية مجموع زوايا المثلث الداخلة = 180°

19)

$$\angle 5 = 180^\circ - (35^\circ + 90^\circ) \quad \text{نظرية مجموع زوايا المثلث الداخلة} = 180^\circ$$

$$\angle 5 = 55^\circ$$

20)

$$\text{نظرية مجموع زوايا المثلث الداخلة} = 180^\circ$$

$$\angle 4 = 180^\circ - (35^\circ + 90^\circ)$$

$$\angle 4 = 55^\circ$$

21)

$$\angle 6 = 180^\circ - (\angle 4 + 90^\circ)$$

$$\angle 6 = 180^\circ - (55^\circ + 90^\circ)$$

$$\angle 6 = 35^\circ$$

نظرية مجموع زوايا المثلث الداخلة = 180°

(22) بستة:

$$\angle A = 3\angle B, \angle A = 3\angle C$$

$$\angle A = 180 - (\angle B + \angle C) \quad \text{مجموع زوايا المثلث الداخلة} = 180^\circ$$

$$3(\angle B) = 180 - (\angle B + \angle C)$$

$$3(\angle C) = 180 - (\angle B + \angle C)$$

$$3(\angle B) = 180 - \angle B - \angle C$$

$$4\angle B = 180 - \angle C$$

$$4\angle B + \angle C = 180 \rightarrow 1$$

$$3(\angle C) = 180 - \angle B - \angle C$$

$$4\angle C = 180 - \angle B$$

$$4\angle C + \angle B = 180 \quad \times -4$$

$$-4\angle B - 16\angle C = -720 \rightarrow 2$$

$$\cancel{15}\angle C = \cancel{15}540$$

$$\angle C = \frac{540}{15}$$

$$\angle C = 36^\circ$$

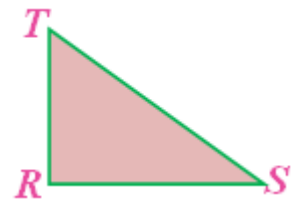
بجمع المعادلتين ١ و ٢

$$\angle B = 36^\circ$$

$$\angle A = 3\angle B = 3 \times 36 = 108^\circ$$

براهين: برهن كل مما يأتي مستعملا طريقة البرهان المذكورة:

(23) النتيجة ١, ٣ باستعمال البرهان التسلسلي.



$$m \angle R + m \angle S + m \angle T = 180^\circ$$

نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث

$\angle R$ زاوية قائمة

معطى

$$m \angle R = 90^\circ$$

تعريف الزاوية القائمة

$$90 + m \angle S + m \angle T = 180^\circ$$

بالتعويض

$$m \angle S + m \angle T = 90^\circ$$

خاصية الطرح للمساواة

$m \angle S, m \angle T$ زاويتان متتامتان

تعريف الزاويتان المتتامتان

(٢٤) النتيجة ٢, ٣ باستعمال البرهان الحر

البرهان:

$\triangle MNO$ فيه $\angle M$ قائمة.

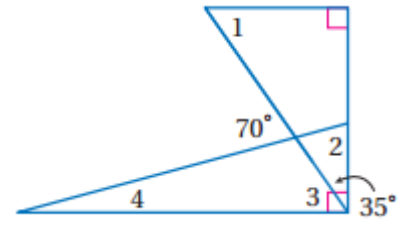
$$180^\circ = m \angle M + m \angle N + m \angle O, \text{ ولذلك فإن } 90^\circ = m \angle M$$

$$90^\circ = m \angle N + m \angle O. \text{ فإذا كانت } N \text{ زاوية قائمة فسيكون}$$

$$0^\circ = m \angle O. \text{ وهذا مستحيل. لذلك لا يمكن أن يكون في المثلث زاويتان قائمتان.}$$

أوجد قياس كل من الزوايا المرقمة فيما يأتي:

(25)



$$m \angle 1 = 180 - (35^\circ + 90^\circ)$$

$$m \angle 1 = 180^\circ + 125^\circ$$

$$m \angle 1 = 55^\circ$$

نظرية مجموع زوايا المثلث الداخلة

الزاوية المجاورة ل $70^\circ = 110^\circ$ حسب نظرية الزاويتان المتجاورتان على مستقيم.

وكذلك الزاوية لمجاورة ل $70^\circ = 110^\circ$ حسب نظرية الزاويتان المتجاورتان على مستقيم.

$$m \angle 2 = 180 - (70^\circ + 35^\circ)$$

$$m \angle 2 = 75^\circ$$

نظرية مجموع زوايا المثلث الداخلة

$$m \angle 4 = 180 - (m \angle 2 + 90^\circ)$$

$$m \angle 4 = 180 - (75^\circ + 90^\circ)$$

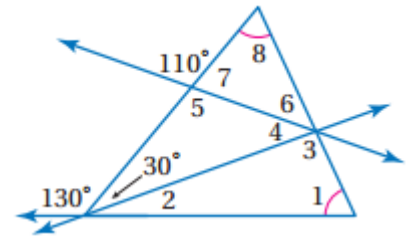
$$m \angle 4 = 15^\circ$$

نظرية مجموع زوايا المثلث الداخلة

$$m \angle 3 = 180^\circ - (m \angle 4 + 110^\circ)$$

$$m \angle 3 = 180^\circ - (15^\circ + 110^\circ)$$

$$m \angle 3 = 55^\circ$$



زاويتان متجاورتان على مستقيم

$$m \angle 7 = 180^\circ - 110^\circ$$

$$m \angle 7 = 70^\circ$$

بالتقابل بالرأس

$$m \angle 5 = 110^\circ$$

$$m \angle 4 = 180^\circ - (110^\circ + 30^\circ)$$

$$m \angle 4 = 40^\circ$$

$$m \angle 2 = 180^\circ - (130^\circ + 30^\circ)$$

$$m \angle 2 = 20^\circ$$

نظرية مجموع زوايا المثلث الداخلة

$$(\angle 30^\circ + \angle 2) + (\angle 8 + \angle 1) = 180$$

$$\therefore \angle 8 = \angle 1$$

$$(30^\circ + 20^\circ) + (\angle 1 + \angle 1) = 180$$

$$50^\circ + 2\angle 1 = 180$$

$$2\angle 1 = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

$$\angle 1 = 65^\circ$$

$$\angle 8 = 65^\circ$$

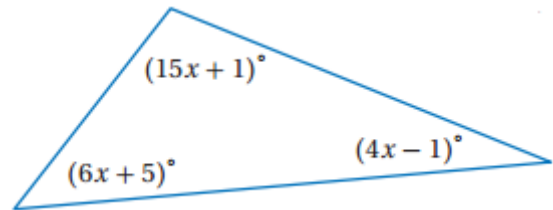
$$\angle 6 = 180^\circ - (\angle 8 + \angle 7)$$

$$\angle 6 = 180^\circ - (65^\circ + 70^\circ)$$

$$\angle 6 = 49^\circ$$

$$\begin{aligned}\angle 3 &= 180^\circ - (\angle 1 + \angle 2) \\ \angle 3 &= 180^\circ - (65^\circ + 20^\circ) \\ \angle 3 &= 95^\circ\end{aligned}$$

(27) جبر: صنف المثلث المجاور وفقا لزواياه. وفسر إجابتك.



منفرج الزاوية لأن مجموع قياسات الزوايا 180، لذلك فإن $x = 7$ ، وبالتعويض في العبارات الثلاث نجد أن قياسات الزوايا الثلاث هي 106 , 47 , 27

$$\begin{aligned}(15x + 1) + (6x + 5) + (4x - 1) &= 180^\circ \\ 25x + 5 &= 180^\circ \\ 25x &= 175 \\ x &= 7 \\ 15x + 1 &= 15 \times 7 + 1 = 106^\circ \\ 6x + 5 &= 47^\circ \\ 4x - 1 &= 27^\circ\end{aligned}$$

(28) قرر ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة أم خاطئة:

صحيحة، بما أن مجموع قياسي الزاويتين الحادتين أكبر من 90 فإن قياس الزاوية الثالثة يساوي 180 ناقصا عددا أكبر من 90، وسيكون ناتج الطرح أقل من 90 بالتأكيد وعليه فإن زوايا هذه المثلث الثلاث حادة وهو مثلث حاد الزوايا.

(29) سيارات:



(a)

$$\angle 2 = 180 - (70^\circ + 71^\circ)$$

$$\angle 2 = 39^\circ$$

حسب نظرية مجموع زوايا المثلث

$$\angle 1 = (70^\circ + 71^\circ)$$

$$\angle 1 = 141^\circ$$

حسب نظرية الزاوية الخارجة عن مثلث

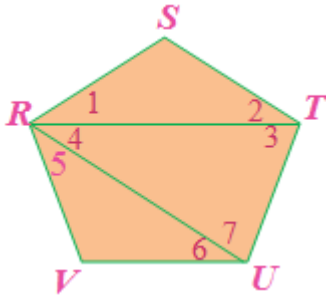
(b) سوف يزداد قياس الزاوية 1، لان غطاء السيارة سيقترّب من الساق الأخرى للمثلث المحاذية لرفوف السيارة.

(c) سوف يقل قياس الزاوية 2، لان قياس الزاوية 1 سوف يزداد ولان هاتين الزاويتين متجاورتان على مستقيم.

برهان:

(30) برهان ذو عمودين:

1) $RSTUV$ خماسي (معطى)



$$2) m \angle S + m \angle 1 + m \angle 2 = 180, m \angle 3 + m \angle 4 + m \angle 7 = 180, \\ m \angle 6 + m \angle V + m \angle 5 = 180$$

(نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث)

$$3) m \angle S + m \angle 1 + m \angle 2 + m \angle 3 + m \angle 4 + m \angle 7 + m \angle 6 + \\ m \angle V + m \angle 5 = 540$$

خاصية الجمع للمساواة

$$4) m \angle VRS = m \angle 1 + m \angle 4 + m \angle 5$$

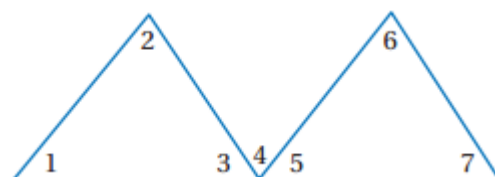
$$m \angle TUV = m \angle 7 + m \angle 6, m \angle STU = m \angle 2 + m \angle 3$$

(مسلمة جمع الزوايا)

$$5) m \angle S + m \angle STU + m \angle TUV + m \angle V + m \angle VRS = 540$$

(بالتعويض)

(31) برهان تسلسلي:



$$\begin{aligned} m\angle 1 + m\angle 2 &= m\angle 4 + m\angle 5 \\ m\angle 6 + m\angle 7 &= m\angle 3 + m\angle 4 \end{aligned}$$

نظرية الزاوية الخارجية

$$\angle 3 = \angle 5$$

معطى

$$m\angle 4 + m\angle 3 = m\angle 3 + m\angle 4$$

خاصية الإبدال

$$m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 4 + m\angle 3$$

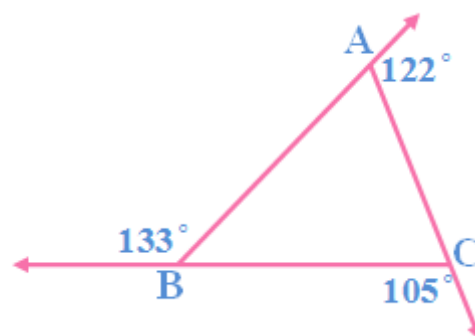
بالتعويض

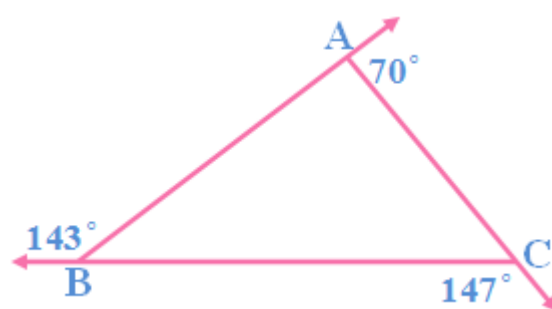
$$m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 6 + m\angle 7$$

بالتعويض

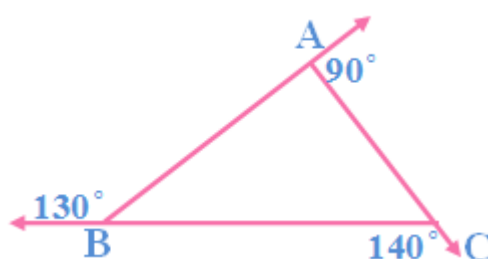
(32) تمثيلات متعددة:

(a) هندسيا:

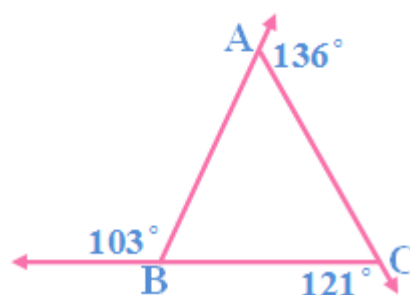




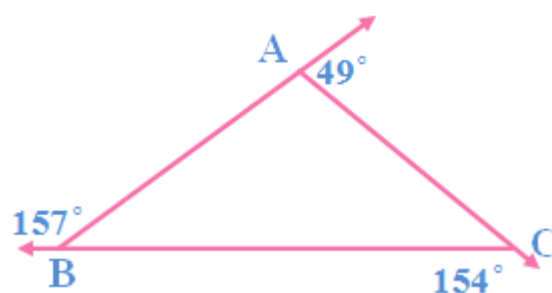
مثلث قائم الزاوية



مثلث حاد الزوايا



مثلث منفرج الزوايا



(b) جدوليا:

المجموع	$\angle 3$	$\angle 2$	$\angle 1$
٣٦٠	١٣٣	١٠٥	١٢٢
٣٦٠	١٤٣	١٤٧	٧٠
٣٦٠	١٣٠	١٤٠	٩٠
٣٦٠	١٠٣	١٢١	١٣٦
٣٦٠	١٥٧	١٥٤	٤٩

(c) لفظيا: مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمثلث يساوي 360°

(d) جبريا: $m \angle 1 + m \angle 2 + m \angle 3 = 360^\circ$

(e) تحليليا:

تخبرنا نظرية الزاوية الخارجية بأن $m \angle 3 = m \angle CAB + m \angle BCA$

وأن $m \angle 2 = m \angle BAC + m \angle CBA$, $m \angle 1 = m \angle CBA + m \angle BCA$

وبالتعويض

$$m \angle 1 + m \angle 2 + m \angle 3 = m \angle CBA + m \angle BCA + m \angle BAC + m \angle CBA$$

$+ m \angle CAB + m \angle BCA$ ويمكن تبسيط هذه المعادلة بالشكل التالي:

$$m \angle 1 + m \angle 2 + m \angle 3 = 2m \angle CBA + 2m \angle BCA + 2m \angle BAC$$

وباستعمال خاصية التوزيع ينتج:

$$m \angle 1 + m \angle 2 + m \angle 3 = 2(m \angle CBA + m \angle BCA + m \angle BAC)$$

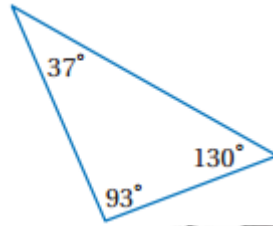
وتحبرنا نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث أن

$$m \angle CBA + m \angle BCA + m \angle BAC = 180^\circ \text{ وبالتعويض ينتج أن}$$

$$m \angle 1 + m \angle 2 + m \angle 3 = 2(180) = 360^\circ$$

مسائل مهارات التفكير العليا

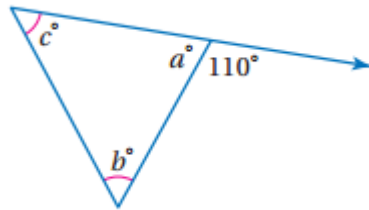
(33) اكتشف الخطأ:



تنص النتيجة 3.2 على انه يمكن أن يكون في أي مثلث زاوية قائمة أو منفرجة واحدة على الأكثر، وبما أنه كتب في المثلث قياسان لزاويتين منفرجتين 130 , 93 فإن واحدا على الأقل منها غير صحيح.

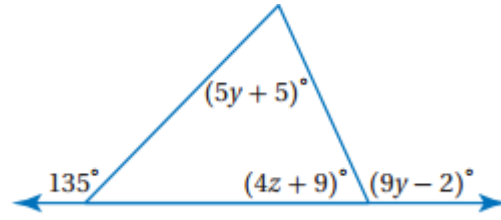
وبما أن مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي 180 حسب نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث ومجموع القياسات المسجلة في هذا المثلث = 260° فإن واحدا على الأقل من هذه القياسات غير صحيح

(34) اكتب:



$\angle a = 70^\circ$ لأن هذه الزاوية والزاوية التي قياسها 110° متجاورتان على مستقيم
وبما أن $m \angle c = m \angle b$ ومجموعهما يساوي 110° إذن $m \angle c = m \angle b = 55^\circ$

(35) تحد:



$$(4z + 9)^\circ + (9y - 2)^\circ = 180^\circ$$

$$4z + 9 + 9y - 2 = 180$$

$$4z + 9y = 180^\circ - 7$$

$$4z + 9y = 173 \rightarrow 1$$

$$(5y + 5)^\circ + (4z + 9)^\circ = 135^\circ$$

$$5y + 5 + 4z + 9 = 135$$

$$5y + 4z = 135^\circ - 14$$

$$4z + 5y = 121 \times -1$$

$$-4z - 5y = -121 \rightarrow 2$$

بجمع المعادلة ١ و ٢

$$4y = 52$$

$$y = 13$$

$$4z + 9y = 173$$

$$4z + 9 \times 13 = 173$$

$$4z = 56$$

$$z = 14$$

(36) تبرير:

منفرج الزاوية، لأن الزاوية الخارجية حادة ومجموع الزاويتين البعديتين أقل من 90
لذا فإن الزاوية الثالثة ستكون أكبر من 90 حتماً.

تدريب على الاختبار المعياري

37) B

$$7x - 3(2 - 5x) = 8x$$

$$7x - 6 + 15x = 8x$$

$$22x - 6 = 8x$$

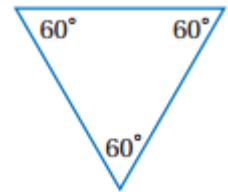
38) C

$$a + b = 90^\circ$$

مراجعة تراكمية

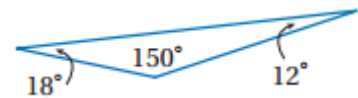
صنف كلا من المثلثات الآتية إلى حاد الزوايا أو متطابق الزوايا أو منفرج الزاوية أو
قائم الزاوية:

(39)



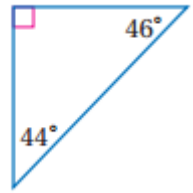
متطابق الزوايا لأن جميع زواياه متساوية في القياس

(40)



منفرج الزاوية لأن يوجد زاوية قياسها أكبر من 90°

(41)



قائم الزاوية لأن يوجد زاوية قياسها 90°

هندسة إحداثية:

42)

$(0, -2), (1, 3)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - (-2)}{1 - 0} = \frac{5}{1} = 5$$

$(1, 3)$

$$y = mx + b \rightarrow 3 = 5 \times 1 + b$$

$$b = 3 - 5$$

$$b = -2$$

$$y = 5x - 2 \quad \text{معادلة المستقيم } l$$

ميل المستقيم العمودي على l $\frac{-1}{5} = l$ لأن $-1 = \frac{-1}{5} \times 5$ ، $P(-4, 4)$

$$y = mx + b \rightarrow 4 = \frac{-1}{5} \times -4 + b$$

$$b = \frac{16}{5}$$

معادلة المستقيم العمودي على المستقيم l والمار بالنقطة $P(-4, 4)$ هي:

$$y = \frac{-1}{5}x + \frac{16}{5} \quad \leftarrow \text{ضرب المعادلة في } -1$$

$$-y = \frac{1}{5}x - \frac{16}{5}$$

$$\begin{aligned} y &= 5x - 2 \\ (+) -y &= \frac{1}{5}x - \frac{16}{5} \\ \hline 0 &= \frac{26}{5}x - \frac{26}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 1 \\ y &= 5x - 2 \\ y &= 5 \times 1 - 2 \\ y &= 3 \end{aligned}$$

$$(1, 3), (-4, 4)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(4 - 3)^2 + (-4 - 1)^2}$$

$$\sqrt{1 + 25} = \sqrt{26}$$

البعد بين L, P : $\sqrt{26}$ وحدة

(43)

المستقيم l الإحداثي الصادي للنقطتين المار بهما $= 0$ أي أن المستقيم هو المحور X
لذا فإن المسافة بين النقطة $P(4, 3)$ والمحور X هو الإحداثي الصادي للنقطة P
أي 3 وحدات.

استعد للدرس اللاحق

اكتب الخاصية المستعملة (الانعكاس، التماثل، التعدي) في كل عبارة مما يلي:

(44) الانعكاس

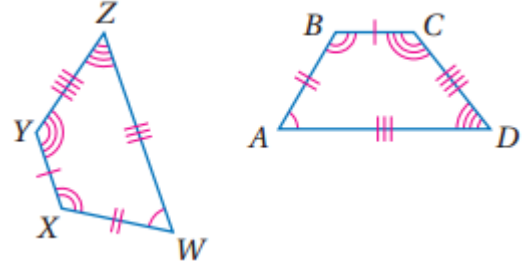
(45) التماثل

(46) التعدي

المثلثات المتطابقة

تلق

(1A)

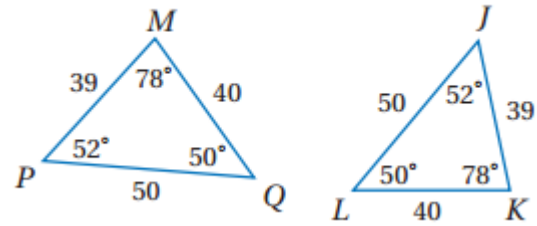


الزوايا: $\angle B \cong \angle X$, $\angle C \cong \angle Y$
 $\angle A \cong \angle W$, $\angle D \cong \angle Z$

الأضلاع: $AB \cong WX$, $BC \cong XY$, $CD \cong YZ$, $DA \cong ZW$

المضلع $WXYZ \cong ABCD$

(1B)

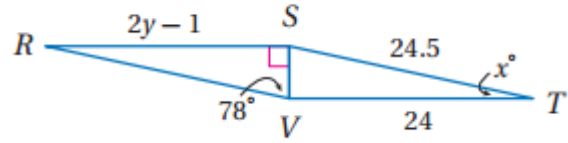


الزوايا: $\angle L \cong \angle Q$, $\angle K \cong \angle M$, $\angle J \cong \angle P$

الأضلاع: $JK \cong PM$, $KL \cong MQ$, $LJ \cong QP$

المثلث $JKL \cong PMQ$

(2)



$$\therefore \triangle RSV \cong \triangle TVS$$

$$RS = TV \quad \text{تعريف التطابق}$$

$$2y - 1 = 24 \quad \text{بالتعويض}$$

$$2y = 25$$

$$y = 25 \div 2$$

$$y = 12.5$$

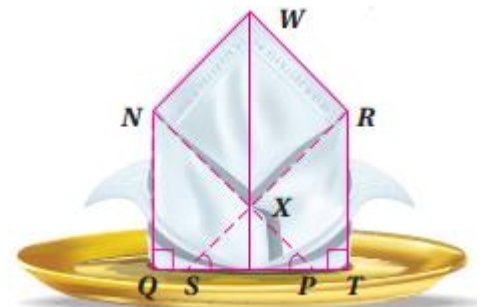
$$\angle TSV = \angle SVR = 78^\circ \quad \text{تعريف التطابق}$$

$$\angle STV = 180^\circ - (78^\circ + 90^\circ) \quad \text{نظرية مجموع زوايا المثلث}$$

$$\angle STV = 12^\circ$$



(3)



بما أن \overline{WX} منصفاً لزاوية $\angle NXR$ إذن $\angle NXW = \angle WXR = 49^\circ$
 بما أن $\triangle WNX \cong \triangle WRX$ إذن $\angle WNX = \angle WRX = 88^\circ$ تعريف التطابق

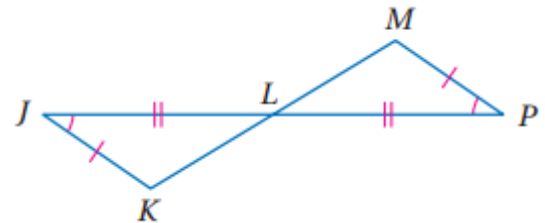
$\angle RWX = 43^\circ$ حسب نظرية مجموع زوايا المثلث

$\angle NWX = \angle RWX$ تعريف التطابق

$$m \angle NWX + m \angle RWX = m \angle NWR$$

$$86^\circ = 43^\circ + 43^\circ = m \angle NWR$$

(4)



(معطى) $\overline{JK} \cong \overline{PM}$, $\overline{JL} \cong \overline{PL}$, $\angle J \cong \angle P$

L تنصف \overline{KM} (معطى)

(تعريف التنصيف) $\overline{LM} \cong \overline{KL}$

$\angle MLP \cong \angle JLK$ (حسب نظرية الزاويتان المتقابلتان بالرأس)

$\angle M \cong \angle K$ (نظرية الزاوية الثالثة)

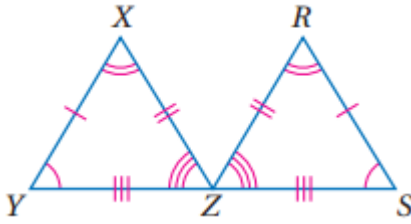
بما أن جميع زوايا المثلثين متطابقة والأضلاع متطابقة إذن

$$\triangle PLM \cong \triangle JLK$$



في كل من السؤالين الآتيين، بين أن المثلثين متطابقان بتعيين جميع العناصر المتناظرة المتطابقة، ثم اكتب عبارة التطابق: المثال ١

1)

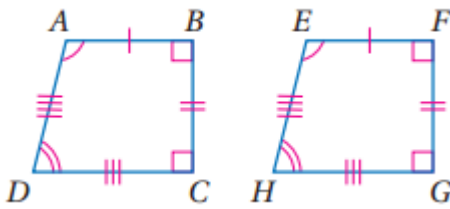


$$\angle Y \cong \angle S, \angle X \cong \angle R, \angle XZY \cong \angle RZS$$

$$\overline{YX} \cong \overline{SR}, \overline{YZ} \cong \overline{SZ}, \overline{XZ} \cong \overline{RZ}$$

$$\triangle YXZ \cong \triangle SRZ$$

1)

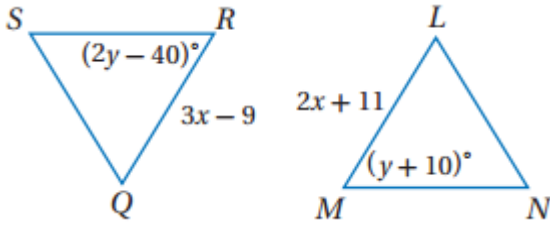


$$\angle A \cong \angle E, \angle B \cong \angle F, \angle C \cong \angle G, \angle D \cong \angle H$$

$$\overline{AB} \cong \overline{EF}, \overline{CD} \cong \overline{GH}, \overline{AD} \cong \overline{EH}, \overline{BC} \cong \overline{FG}$$

$$EFGH \cong ABCD$$

في الشكلين المجاورين، فأوجد: المثال ٢



3)

$$\therefore \triangle LMN \cong \triangle QRS$$

$$\therefore \angle M \cong \angle R$$

$$2x + 11 = 3x - 9$$

$$-x = -9 - 11 = -20$$

$$x = 20$$

4)

$$\therefore \triangle LMN \cong \triangle QRS$$

$$\therefore \angle M = \angle R$$

$$(y + 10)^\circ = (2y - 40)^\circ$$

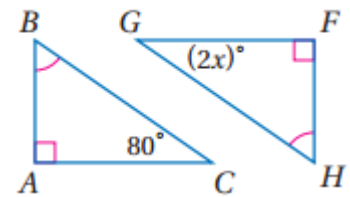
$$-y = -40 - 10$$

$$-y = -50$$

$$y = 50$$

في كل من السؤالين الآتيين، أوجد قيمة x ، وفسر إجابتك: المثال ٣

(5)



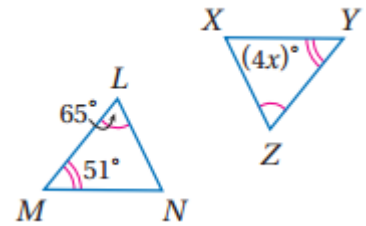
بما أن كل من $\triangle GFH$, $\triangle BAC$ يحتويان على زاويتان متطابقتان في كل منهما
إذن قياس الزاوية الثالثة في كل منهما متطابقتان حسب نظرية الزاوية الثالثة

$$\angle G \cong \angle C$$

$$2x = 80$$

$$x = 40$$

(6)



بما أن كل من $\triangle XYZ$, $\triangle MLN$ يحتويان على زاويتان متطابقتان في كل منهما
إذن قياس الزاوية الثالثة في كل منهما متطابقتان حسب نظرية الزاوية الثالثة

$$\angle X \cong \angle N$$

$$4x = \angle N$$

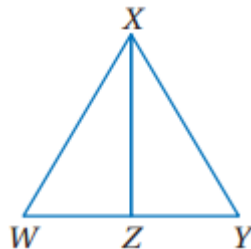
$$\angle N = 180 - (65 + 51)$$

$$\angle N = 64^\circ$$

$$4x = 64^\circ$$

$$x = 16$$

(7) برهان: اكتب برهانا حرا.



نعلم أن $\overline{WX} \cong \overline{YX}$, $\overline{WZ} \cong \overline{YZ}$, $\overline{XZ} \cong \overline{XZ}$

$$\angle WXZ \cong \angle YXZ$$

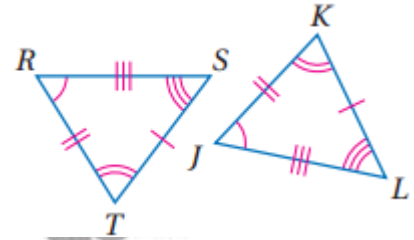
وحسب نظرية الزاوية الثالثة تكون $\angle W = \angle Y$

إذن $\triangle WXZ \cong \triangle YXZ$

تدرب وحل المسائل

في كل من السؤالين الآتيين، بين أن المضلع ين متطابقان بتعيين جميع العناصر المتناظرة، ثم اكتب عبارة التطابق:

(8)

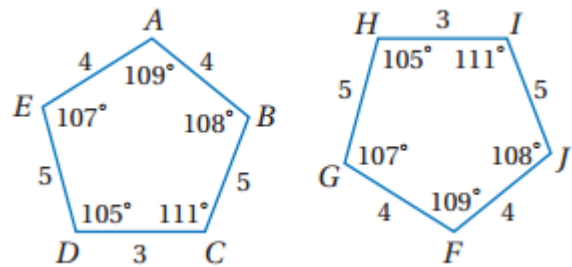


$$\angle R \cong \angle J, \angle T \cong \angle K, \angle S \cong \angle L$$

$$\overline{RT} \cong \overline{JK}, \overline{TS} \cong \overline{KL}, \overline{RS} \cong \overline{JL}$$

$$\triangle RTS \cong \triangle JKL \text{ إذن}$$

(9)

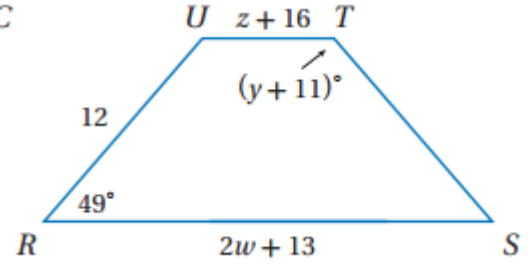
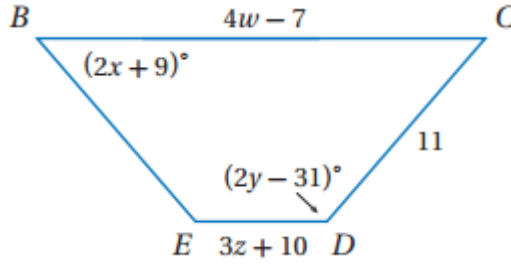


$$\angle A \cong \angle F, \angle B \cong \angle J, \angle C \cong \angle I, \angle D \cong \angle H, \angle E \cong \angle G$$

$$\overline{AB} \cong \overline{FJ}, \overline{BC} \cong \overline{JI}, \overline{CD} \cong \overline{IH}, \overline{DE} \cong \overline{HG}, \overline{EA} \cong \overline{GF}$$

$$\text{المضلع } ABCDE = \text{المضلع } FJIHG \text{ إذن}$$

أوجد قيمة كل مما يأتي:



بما أن المضلع $BCDE \cong$ المضلع $RSTU$

10)

$$\therefore \angle R \cong \angle B$$

$$49^\circ = 2x + 9$$

$$49 - 9 = 2x$$

$$x = 20$$

11)

$$\therefore \angle D \cong \angle T$$

$$(2y - 31)^\circ = (y + 11)^\circ$$

$$y = 11 + 31$$

$$y = 42$$

12)

$$\therefore \overline{ED} \cong \overline{UT}$$

$$(3z + 10)^\circ = (z + 16)^\circ$$

$$2z = 16 - 10$$

$$z = 3$$

13)

$$\therefore \overline{BC} \cong \overline{RS}$$

$$(4w - 7)^\circ = (2w + 13)^\circ$$

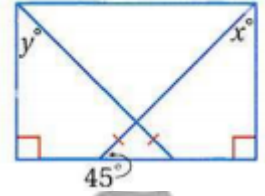
$$2w = 13 + 7$$

$$2w = 20$$

$$10 = w$$

أوجد قيمة كل من x , y في الأسئلة الآتية:

(14)

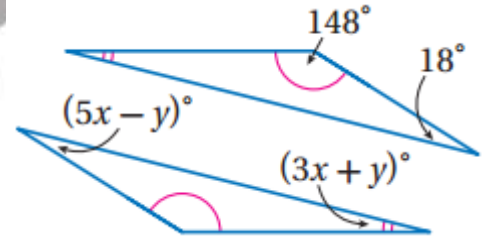


$$45^\circ = y$$

$$45^\circ = x$$

لأن المثلث المتطابق الضلعين زواياه القاعدة له متساوية وكل منها = ٤٥

(15)



$$(3x + y)^\circ = 180^\circ - (18^\circ + 148^\circ)$$

$$3x + y = 14 \rightarrow 1$$

$$5x - y = 18 \rightarrow 2$$

$$8x = 32$$

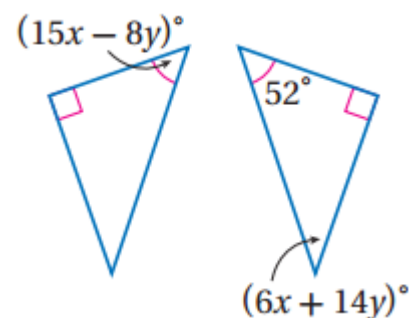
$$x = 4$$

$$5 \times 4 - y = 18$$

$$y = 20 - 18$$

$$y = 2$$

(16)



$$(15x - 8y)^\circ = 52^\circ$$

$$(6x + 14y)^\circ = 180 - (52 + 90)$$

$$6x + 14y = 38 \rightarrow \div 2$$

$$3x + 7y = 19 \rightarrow \times (-5)$$

$$-15x - 35y = -95 \rightarrow 1$$

$$15x - 8y = 52 \rightarrow 2$$

$$0 - 43y = -43$$

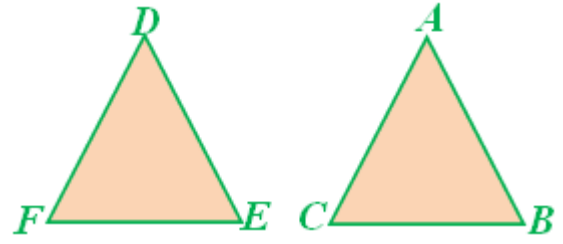
$$y = 1$$

$$15x - 8 \times 1 = 52$$

$$15x = 60$$

$$x = 4$$

(17) برهان: المثال ٤



$$(1) \angle A \cong \angle D, \angle B \cong \angle E \text{ (معطيات)}$$

$$(2) m \angle A = m \angle D, m \angle B = m \angle E \text{ (تعريف الزوايا المتطابقة)}$$

$$(3) m \angle A + m \angle B + m \angle C = 180^\circ, m \angle D + m \angle E + m \angle F = 180^\circ$$

(نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث)

$$(4) m \angle A + m \angle B + m \angle C = m \angle D + m \angle E + m \angle F \text{ (خاصية التعدي)}$$

$$(5) m \angle D + m \angle E + m \angle C = m \angle D + m \angle E + m \angle F \text{ (خاصية التعويض)}$$

$$(6) m \angle C = m \angle F \text{ (خاصية الطرح للمساواة)}$$

$$(7) \angle C \cong \angle F \text{ (تعريف تطابق الزوايا)}$$

(18) برهان:

$$\Delta RST = \Delta XYZ$$

معطى

$$\frac{\angle R}{RS} \cong \frac{\angle X}{XY}, \frac{\angle S}{ST} \cong \frac{\angle Y}{YZ}, \frac{\angle T}{RT} \cong \frac{\angle Z}{XZ},$$

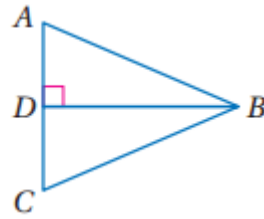
العناصر المتناظرة في المثلثين
المتطابقين متطابقة

$$\frac{\angle X}{XY} \cong \frac{\angle R}{RS}, \frac{\angle Y}{YZ} \cong \frac{\angle S}{ST}, \frac{\angle Z}{XZ} \cong \frac{\angle T}{RT},$$

تطابق الزوايا والقطع المستقيمة يحقق
خاصية التماثل

$$\Delta XYZ \cong \Delta RST$$

(19) برهان:



(1) $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ ، $\angle B$ تنصف \overline{BD} (معطيات)

(2) $\angle ABD \cong \angle DBC$ (تعريف منصف الزوايا)

(3) $\angle ADB, \angle BDC$ قائمتان (المستقيمان المتعامدان يكونان زاوية قائمة)

(4) $\angle ADB \cong \angle BDC$ (الزوايا القائمة متطابقة)

(5) $\angle A \cong \angle C$ نظرية الزاوية الثالثة

برهان:

(20)

نعلم أن $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ولأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين تكون متطابقة فإن: $\angle A \cong \angle D, \angle B \cong \angle E, \angle C \cong \angle F$,

$$AB \cong DE, BC \cong EF, AC \cong DF$$

نعلم أن $\triangle DEF \cong \triangle GHI$ ولذا فإن:

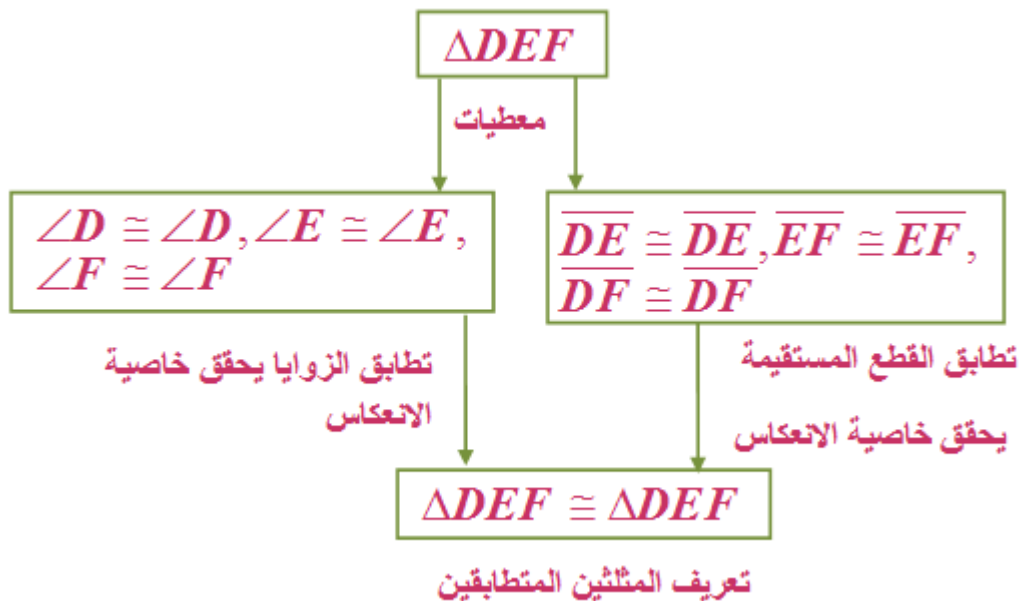
$$DE \cong GH, EF \cong HI, DF \cong GI, \angle D \cong \angle G, \angle E \cong \angle H, \angle F \cong \angle I$$

لأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين تكون متطابقة. وعليه فإن

$$\angle A \cong \angle G, \angle B \cong \angle H, \angle C \cong \angle I, AB \cong GH, BC \cong HI, AC \cong GI$$

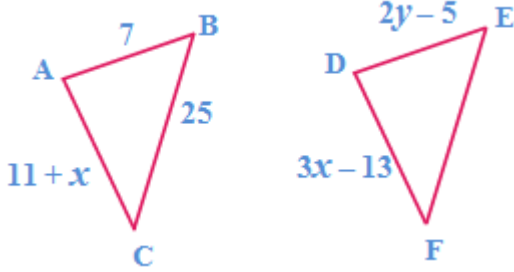
لأن تطابق الزوايا والقطع المستقيمة يحقق خاصية التعدي وبهذا يكون $\triangle ABC \cong \triangle GHI$ من تعريف المثلثين المتطابقين.

(21)



جبر: ارسم شكلاً يمثل المثلثين المتطابقين في كل من السؤالين الآتيين، وسمه وأوجد قيمة x, y :

22)



$$\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$$

$$\therefore DE = AB$$

$$2y - 5 = 7$$

$$2y = 12$$

$$y = 6$$

$$DF = AC$$

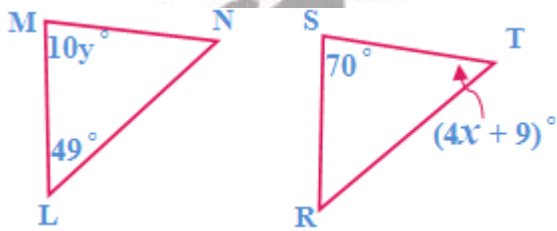
$$3x - 13 = x + 11$$

$$2x = 11 + 13$$

$$2x = 24$$

$$x = 12$$

23)



$$\because \triangle LMN \cong \triangle RST$$

$$\angle M = \angle S$$

$$10y = 70$$

$$y = 7$$

$$\angle N = 180^\circ - (49^\circ + 70^\circ)$$

$$\angle N = 61^\circ$$

$$\therefore \triangle LMN \cong \triangle RST$$

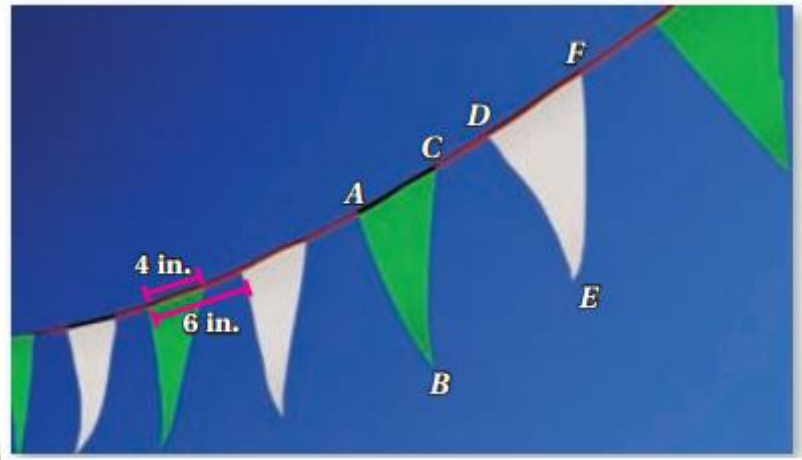
$$\therefore \angle T = \angle N$$

$$4x + 9 = 61$$

$$4x = 52$$

$$x = 13$$

(24) رايات:



a)

$$AB = CB, AB = DE, AB = FE,$$

$$CB = DE, CB = FE, DE = FE, AC = DF$$

(b) بما أن مساحة المنطقة مربعة = 100 قدم مربعة

مساحة المربع = طول الضلع في نفسه، إذن طول الضلع = 10 وبالتالي سيكون طول

$$\text{الحبل} = 10 + 10 + 10 + 10 = 40$$

(c)

يوجد 2 راية كل قدم من الحبل إذن

$$80 = 2 \times 40 \text{ راية}$$

(25) تمثيلات متعددة:

(a) لفظيا:

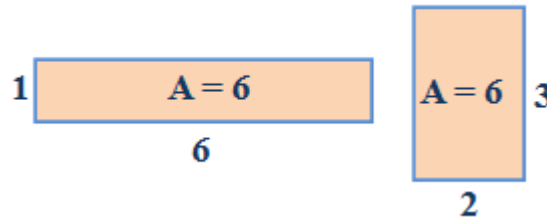
إذا تطابق مثلثان فإن مساحتهما متساويتان.

(b) لفظيا:

العبارة الشرطية: إذا تساوت مساحتا مثلثين فإن المثلثين متطابقان.

خطأ، فإذا كانت قاعدة المثلث 2 وارتفاعه 6 وكانت قاعدة مثلث آخر 3 وارتفاعه 4 فإن مساحتهما متساويتان ولكن هذين المثلثين غير متطابقين.

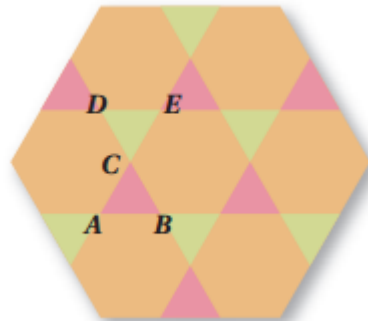
(c) هندسيا: نعم يمكن



(d) هندسيا:

لا يمكن، لأن المربعين اللذين لهما المساحة نفسها يكون لأضلاعهما الطول نفسه وهو الجذر التربيعي للمساحة فإذا كانت المساحتان متساويتين يكون المربعان متطابقين.

(26) أنماط:



(a) المضلع السداسي المنتظم والمثلث المتطابق الأضلاع

(b) $\triangle ABC \cong DEC$

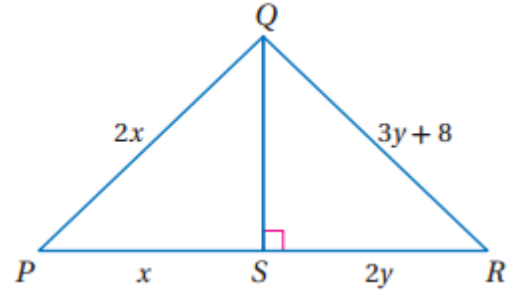
$$\angle B = \angle E \text{ (c)}$$

(d) $4in = AE$ ، لان المضلعات التي صمم منها النمط منتظمة فأطوال أضلاع المثلثات جميعها متطابقة وهذا يعني أن طول CB يساوي طول كل من AC , CE لذا فان $4 = 2 + 2 = CE + AC = AE$

(e) $\angle D = 60^\circ$ ، لان جميع مثلثات النمط منتظمة فهي مثلثات متطابقة الأضلاع ومتطابقة الزوايا، وتكون كل زاوية في أي مثلث مساوية لـ 60

مسائل مهارات التفكير العليا

(27) تحد:



$$\Delta RQS \cong \Delta PQS$$

$$RS = PS$$

$$2y = x$$

$$RQ = PQ$$

$$3y + 8 = 2x$$

$$\therefore x = 2y$$

$$3y + 8 = 2 \times (2y)$$

$$3y - 4y = -8$$

$$-y = -8$$

$$y = 8$$

$$x = 2 \times 8$$

$$x = 16$$

تبرير: حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحة أم خطأ.

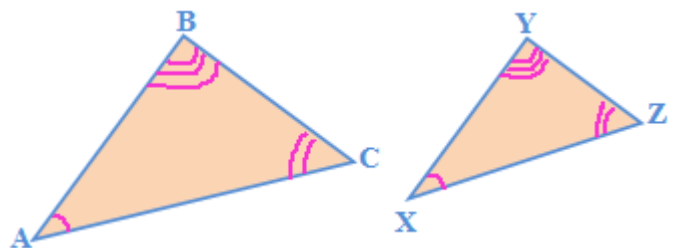
(28)

صحيحة، باستعمال نظرية الزاوية الثالثة، يكون الزوج الثالث من الزوايا متطابقتان أيضا وجميع الأضلاع المناظرة متطابقة، ولأن العناصر المتناظرة متطابقة فإن المثلثين متطابقان.

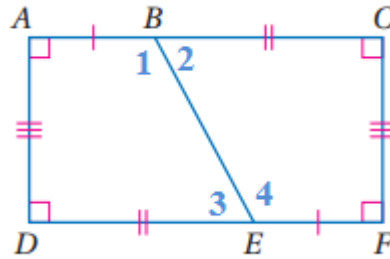
(29)

خطأ، $\angle A = \angle X, \angle B = \angle Y, \angle C = \angle Z$

لكن الأضلاع المتناظرة ليست متطابقة.



(30) تحد:



$$AB = EF, ED = BC, AD = FC$$

الزوايا المتبادلة داخليا متطابقة فإن $\angle 1 = \angle 4, \angle 2 = \angle 3$

المضلع $ABED$ = المضلع $FEBC$

(31) اكتب:

صحيحة أحيانا، يكون المثلثات المتطابقا الأضلاع متطابقين إذا تطابق زوج من الأضلاع المتناظرة فيها

تدريب على الاختبار المعياري

32) A

$$\triangle ABC \cong \triangle HIJ$$

$$AC = HJ$$

$$(-1, 2), (2, -2)$$

$$d_{(H, J)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-2 - 2)^2 + (2 - (-1))^2}$$

$$\sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

33) C

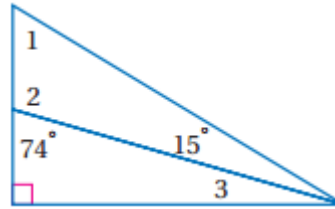
$$x^2 + 19x - 42 = 0$$

$$(x + 21)(x - 2) = 0$$

إذن $(x - 2)$ هو أحد العوامل

مراجعة تراكمية

في الشكل المجاور أوجد كلا من القياسات الآتية:



34)

$$\angle 2 = 180^\circ - 74^\circ = 106^\circ$$

زاويتان متجاورتان على مستقيم

35)

$$\angle 1 = 180^\circ - (106^\circ + 15^\circ) = 59^\circ$$

نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث

36)

$$\angle 3 = 180^\circ - (90^\circ + 74^\circ) = 16^\circ$$

نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث

37) هندسة إحداثية: مختلف الأضلاع

$$K (15,0), L (-2,-1)$$

$$d_{(K,L)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-2 - (15))^2 + (-1 - 0)^2}$$

$$\sqrt{289 + 1} = \sqrt{290}$$

$$J (-7,10), K (15,0)$$

$$d_{(J,K)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(15 - (-7))^2 + (0 - 10)^2}$$

$$\sqrt{484 + 100} = 2\sqrt{146}$$

$$J(-7,10), L(-2,-1)$$

$$d_{(J,L)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-2 - (-7))^2 + (-1 - 10)^2}$$

$$\sqrt{25 + 121} = \sqrt{146}$$

$$JK = 2\sqrt{146}, KL = \sqrt{290}, JL = \sqrt{146}$$

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحة دائماً أو أحياناً أو ليست صحيحة أبداً:

(38) صحيحة دائماً

(39) صحيحة أحياناً

استعد للدرس اللاحق

(40)

المبررات	العبارات
(a) معطيات	$\overline{PQ} \cong \overline{RS}, \overline{MN} \cong \overline{PQ}$ (a)
(b) تعريف القطع المستقيمة المتطابقة	$MN = PQ, PQ = RS$ (b)
(c) خاصية التعدي	$\overline{MN} = \overline{RS}$ (c)
(d) تعريف القطع المستقيمة المتطابقة	$\overline{MN} \cong \overline{RS}$ (c)

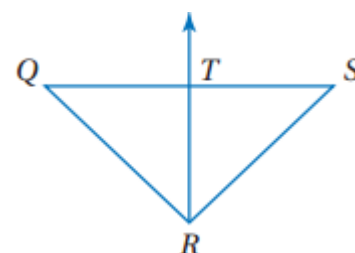
إثبات تطابق المثلثات SAS, SSS

3-4

تلق

صفحة ١٦٤

(1)



$$\overline{RT} \cong \overline{RT}$$

خاصية الانعكاس

\overline{RT} ينصف \overline{QS} في
النقطة T

معطى

T نقطة منتصف \overline{QS}

تعريف منتصف القطع
المستقيمة

$$\overline{QT} \cong \overline{ST}$$

نظرية نقطة المنتصف

$$\triangle QRT \cong \triangle SRT$$

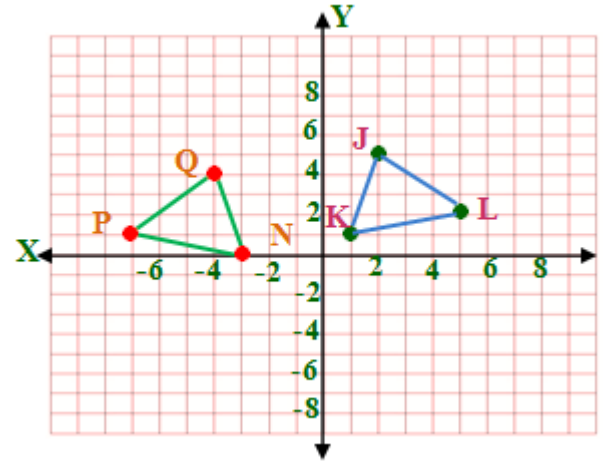
S S S

$\triangle QRS$ متطابق الضلعين
فيه $\overline{QR} \cong \overline{SR}$

معطى



(A 2)



(B) يبدو من الشكل أن للمثلثين الشكل نفسه والقياس نفسه لذلك يمكن أن نضمن أن المثلثين متطابقان.

(C)

$$K (1,1), L (5,2)$$

$$d_{(K,L)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(5-1)^2 + (2-1)^2}$$

$$\sqrt{16+1} = \sqrt{17}$$

$$J (2,5), K (1,1)$$

$$d_{(J,K)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(1-2)^2 + (1-5)^2}$$

$$\sqrt{1+16} = \sqrt{17}$$

$$J(5,2), L(2,5)$$

$$d_{(J,L)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(2-5)^2 + (5-2)^2}$$

$$\sqrt{9+9} = \sqrt{18}$$

$$JK = \sqrt{17}, KL = \sqrt{17}, JL = \sqrt{18}$$

أطوال $\triangle NPQ$

$$P(-7,1), Q(-4,4)$$

$$d_{(P,Q)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-4 - (-7))^2 + (4-1)^2}$$

$$\sqrt{9+9} = \sqrt{18}$$

$$N(-3,0), P(-7,1)$$

$$d_{(N,P)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-7 - (-3))^2 + (1-0)^2}$$

$$\sqrt{16+1} = \sqrt{17}$$

$$N(-3,0), Q(-4,4)$$

$$d_{(N,Q)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-4 - (-3))^2 + (4-0)^2}$$

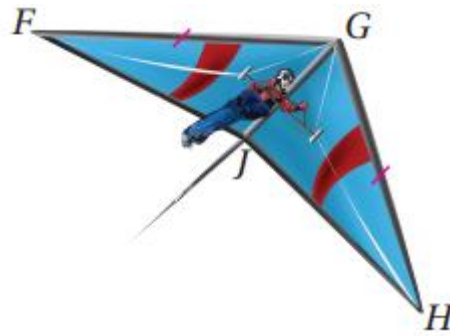
$$\sqrt{1+16} = \sqrt{17}$$

$$PQ = \sqrt{18}, NP = \sqrt{17}, NQ = \sqrt{17}$$

نلاحظ أن $NQ = KJ, LK = PN, JL = QP$ ومن تعريف التطابق القطع المستقيمة نستنتج أن القطع المتناظرة جميعها متطابقة. وعليه، فإن $\triangle JKL \cong \triangle QNP$ حسب SSS



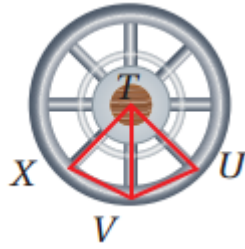
(3) طيران شرعي:



المبررات	العبارات
معطي	$\overline{JG} \text{ تنصف } \angle FGH, \overline{FG} \cong \overline{GH}$
تعريف منصف الزاوية	$\angle FGJ = \angle HGJ$
خاصية الانعكاس للتطابق	$JG = JG$
SAS	$\triangle FGJ \cong \triangle HGJ$



(4)



$$(1) \overline{TU} \cong \overline{TX} \text{ معطى } \angle XTV \cong \angle VTU$$

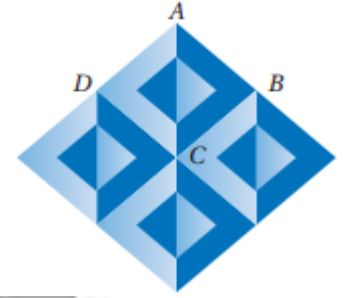
$$(2) m\angle XTV = m\angle UTV \text{ (تعريف الزوايا المتطابقة)}$$

$$(3) \overline{TV} \cong \overline{TV} \text{ (خاصية الانعكاس)}$$

$$(4) \triangle XTV \cong \triangle UTV \text{ (SAS)}$$



(1) الخداع البصري: المثال ١



(a) عدد المثلثات المختلفة = ٢

(b)

(1) $AB = CD, DA \cong BC$ (معطيات)

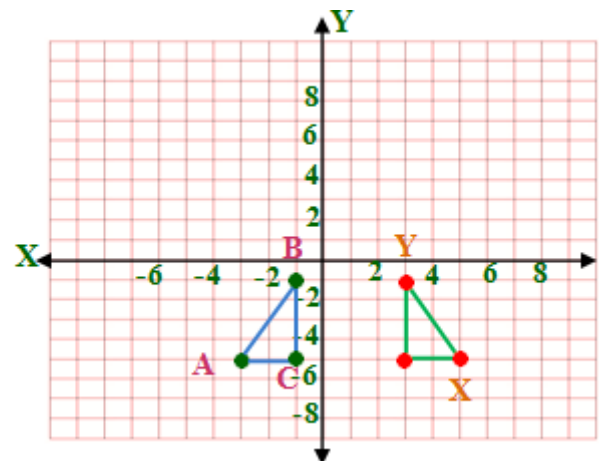
(2) $\overline{AB} \cong \overline{CD}, \overline{DA} \cong \overline{BC}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

(3) $\overline{AC} \cong \overline{CA}$ (خاصية الانعكاس في التطابق)

(4) $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ (SSS)

(2) إجابة مطولة: المثال ٢

(a)



(b) يبدو من الشكل أن للمثلثين الشكل نفسه والقياس نفسه لذلك يمكن أن نضمن أن المثلثين متطابقان

(c)

أطوال $\triangle ABC$

$$A(-3, -5), B(-1, -1)$$

$$d_{(A,B)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-1 - (-3))^2 + (-1 - (-5))^2}$$

$$\sqrt{4 + 16} = \sqrt{20}$$

$$B(-1, -1), C(-1, -5)$$

$$d_{(B,C)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-1 - (-1))^2 + (-5 - (-1))^2}$$

$$\sqrt{0 + 16} = \sqrt{16} = 4$$

$$A(-3, -5), C(-1, -5)$$

$$d_{(A,C)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-1 - (-3))^2 + (-5 - (-5))^2}$$

$$\sqrt{4 + 0} = \sqrt{4} = 2$$

$$AB = \sqrt{20}, BC = 4, AC = 2$$

أطوال $\triangle XYZ$

$$X (5,-5), Y (3,-1)$$

$$d_{(X,Y)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(3-5)^2 + (-1-(-5))^2}$$

$$\sqrt{4+16} = \sqrt{20}$$

$$Y (3,-1), Z (3,-5)$$

$$d_{(Y,Z)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(3-3)^2 + (-5-(-1))^2}$$

$$\sqrt{0+16} = \sqrt{16} = 4$$

$$X (5,-5), Z (3,-5)$$

$$d_{(X,Z)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(3-5)^2 + (-5-(-5))^2}$$

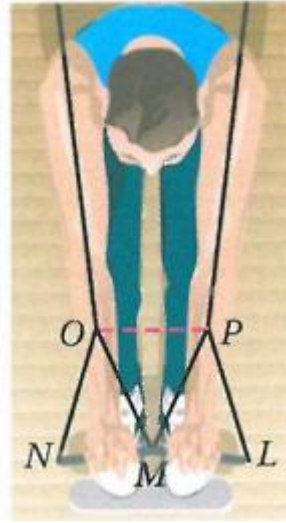
$$\sqrt{4+0} = 2$$

$$XY = \sqrt{20}, YZ = 4, XZ = 2$$

نلاحظ أن $XZ = AC$, $YZ = BC$, $XY = AB$ ومن تعريف التطابق القطع المستقيمة نستنتج أن القطع المتناظرة جميعها متطابقة. وعليه، فإن

$\triangle XYZ \cong \triangle ABC$ حسب SSS

(3) رياضة: المثال ٣



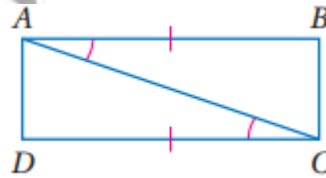
نعلم أن $\overline{LP} \cong \overline{NO}$, $\angle LPM \cong \angle NOM$

وبما أن $\triangle MOP$ متطابق الأضلاع

فإن $\overline{MO} \cong \overline{MP}$ من تعريف المثلث المتطابق الأضلاع

ولذلك فإن $\triangle LMP \cong \triangle NMO$ حسب مسطرة التطابق SAS

(4) اكتب برهان ذا عمودين: مثال ٤



(1) $\overline{BA} \cong \overline{DC}$, $\angle BAC \cong \angle DCA$ (معطيات)

(2) $\overline{AC} \cong \overline{CA}$ (خاصية الانعكاس للتطابق)

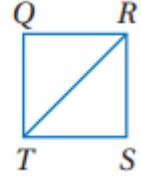
(3) $\triangle ABC \cong \triangle DAC$ (SAS)

(4) $\overline{BC} \cong \overline{DA}$ (العناصر المتناظرة في مثلثين متطابقين متطابقة)

تدرب وحل المسائل

برهان: اكتب برهاناً من النوع المذكور في كل من السؤالين الآتيين: المثال ١

(5)

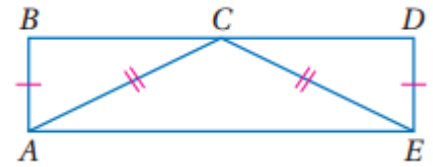


$$QR = SR, ST = QT$$

$RT = RT$ حسب خاصية الانعكاس

$\triangle QRT \cong \triangle SRT$ حسب SSS

(6)



$$AB = ED, CA = CE$$

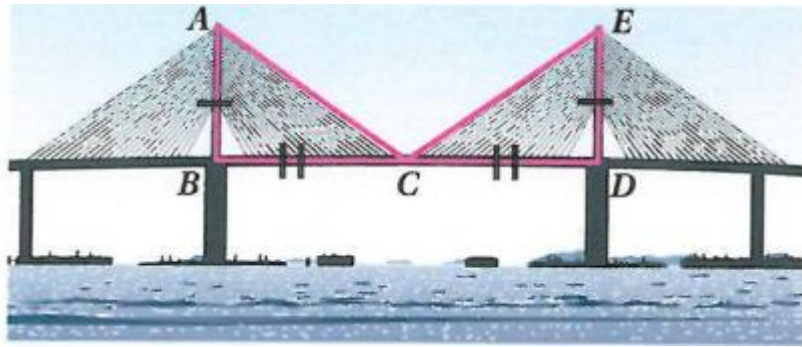
AC تنصف BD

C منتصف BD

$$BC = CD$$

$\triangle ABC \cong \triangle EDC$ حسب SSS

(7) جسر:



(1) $\overline{AB} \cong \overline{ED}$ ، $\angle ABC$ و $\angle EDC$ قائمتان، C نقطة منتصف \overline{BD} (معطيات)

(2) $\angle ABC \cong \angle EDC$ (جميع الزوايا القوائم متطابقة)

(3) $\overline{BC} \cong \overline{CD}$ (نظرية نقطة المنتصف)

(4) $\triangle CDE \cong \triangle ABC$ حسب (SAS)

حدد ما إذا كان $\triangle MNO = \triangle QRS$ في كل من السؤالين الآتيين: المثال ٢

(8)

$\triangle QRS$

$Q(-4,4), R(-7,1)$

$$d_{(Q,R)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-7 - (-4))^2 + (1 - 4)^2}$$

$$\sqrt{9 + 9} = \sqrt{18}$$

$$R(-7,1), S(-3,0)$$

$$d_{(R,S)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-3 - (-7))^2 + (0 - 1)^2}$$

$$\sqrt{16 + 1} = \sqrt{17}$$

$$Q(-4,4), S(-3,0)$$

$$d_{(Q,S)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-3 - (-4))^2 + (0 - 4)^2}$$

$$\sqrt{1 + 16} = \sqrt{17}$$

$$QR = \sqrt{18}, RS = \sqrt{17}, QS = \sqrt{17}$$

$$\Delta MNO$$

$$M(2,5), N(5,2)$$

$$d_{(M,N)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(5 - 2)^2 + (2 - 5)^2}$$

$$\sqrt{9 + 9} = \sqrt{18}$$

$$N(5,2), O(1,1)$$

$$d_{(N,O)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(1 - 5)^2 + (1 - 2)^2}$$

$$\sqrt{16 + 1} = \sqrt{17}$$

$$M (2,5), O (1,1)$$

$$d_{(M,O)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(1-2)^2 + (1-5)^2}$$

$$\sqrt{1+16} = \sqrt{17}$$

$$MN = \sqrt{18}, NO = \sqrt{17}, MO = \sqrt{17}$$

$$MN = \sqrt{18}, NO = \sqrt{17}, MO = \sqrt{17}$$

$$QR = \sqrt{18}, RS = \sqrt{17}, QS = \sqrt{17}$$

بما أن كل زوج من الأضلاع المتناظرة متساويان في الطول فإنهما متطابقان إذن

$$\Delta QRS \cong \Delta MNO \text{ حسب } SSS$$

(9)

$$\Delta QRS$$

$$Q (3,-3), R (4,-4)$$

$$d_{(Q,R)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(4-3)^2 + (-4-(-3))^2}$$

$$\sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$R (4,-4), S (3,3)$$

$$d_{(R,S)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(3-4)^2 + (3-(-4))^2}$$

$$\sqrt{1+49} = \sqrt{50}$$

$$Q(3, -3), S(3, 3)$$

$$d_{(Q,S)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(3 - 3)^2 + (3 - (-3))^2}$$

$$\sqrt{0 + 36} = 6$$

$$QR = \sqrt{2}, RS = \sqrt{50}, QS = 6$$

$$\Delta MNO$$

$$M(0, -1), N(-1, -4)$$

$$d_{(M,N)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-1 - 0)^2 + (-4 - (-1))^2}$$

$$\sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$$

$$N(-1, -4), O(-4, -3)$$

$$d_{(N,O)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-4 - (-1))^2 + (-3 - (-4))^2}$$

$$\sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}$$

$$M (0,-1), O (-4,-3)$$

$$d_{(M,O)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-4-0)^2 + (-1-(-3))^2}$$

$$\sqrt{16+4} = \sqrt{20}$$

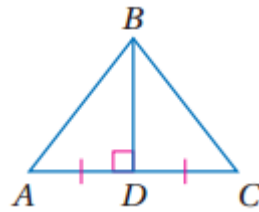
$$MN = \sqrt{10}, NO = \sqrt{10}, MO = \sqrt{20}$$

$$QR = \sqrt{2}, RS = \sqrt{50}, QS = 6$$

بما أن الأضلاع المتناظرة ليست متطابقة، فإن المثلثين ليسا متطابقين

برهان: اكتب برهاناً من النوع المحدد في كل من السؤالين الآتيين: المثال ٣

(10) برهان ذو عمودين



(1) $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ ، \overline{BD} تنصف \overline{AC} (معطيات)

(2) $\angle BDA, \angle BDC$ قائمتان (تعريف التعامد)

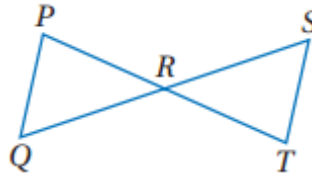
(3) $\angle BDA \cong \angle BDC$ (جميع الزوايا القوائم متطابقة)

(4) $\overline{AD} \cong \overline{DC}$ (تعريف منصف القطعة المستقيمة)

(5) $\overline{BD} \cong \overline{BD}$ (خاصية الانعكاس للتطابق)

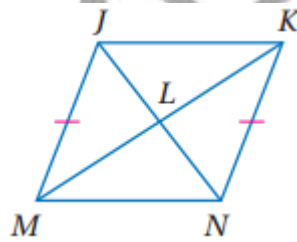
(6) $\triangle ABD \cong \triangle CBD$ حسب مسلمة (SAS)

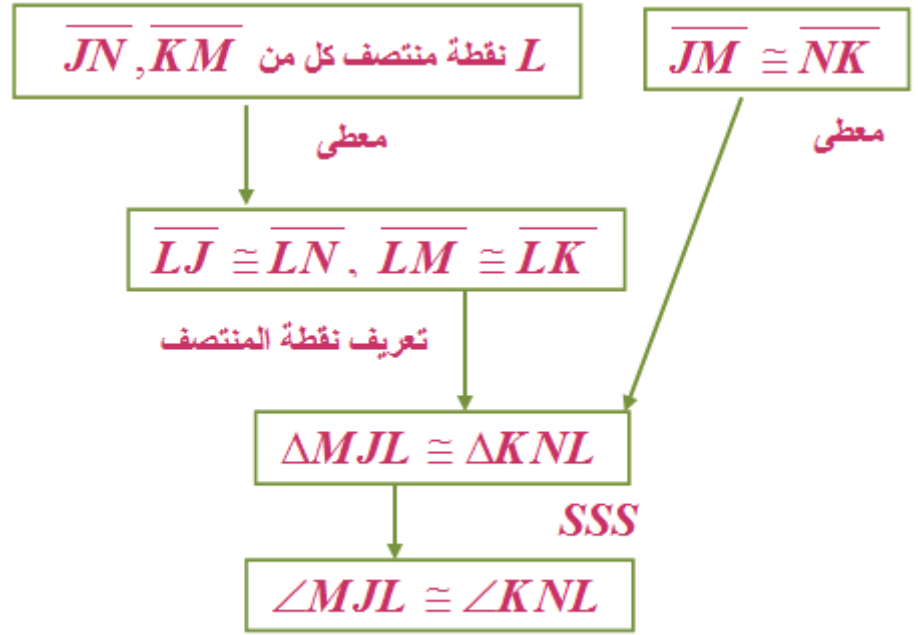
(11)



بما أن R نقطة المنتصف لكل من \overline{QS} , \overline{PT} ، فإن $\overline{PR} \cong \overline{RT}$
 و $\overline{RQ} \cong \overline{RS}$ من تعريف نقطة المنتصف، وكذلك $\angle PRQ \cong \angle TRS$ بحسب
 نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس
 إذن $\triangle PRQ \cong \triangle TRS$ حسب مسلمة (SAS)

(12) برهان: اكتب برهانا تسلسلياً المثال؛

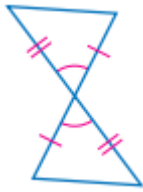




العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين

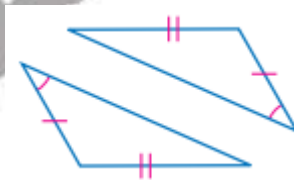
حدد ما إذا كان المثلثين في كل من الأسئلة الآتية متطابقين أم لا. وضح إجابتك.

(١٥)



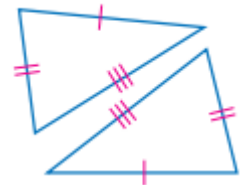
متطابقين (مسلمة): SAS

(١٤)



لا يوجد تطابق

(13)



متطابقين (مسلمة): SSS

(16) إشارة تحذيرية: استعمل الشكل المجاور.



(a) الجسم يسمى: هرم

(b)

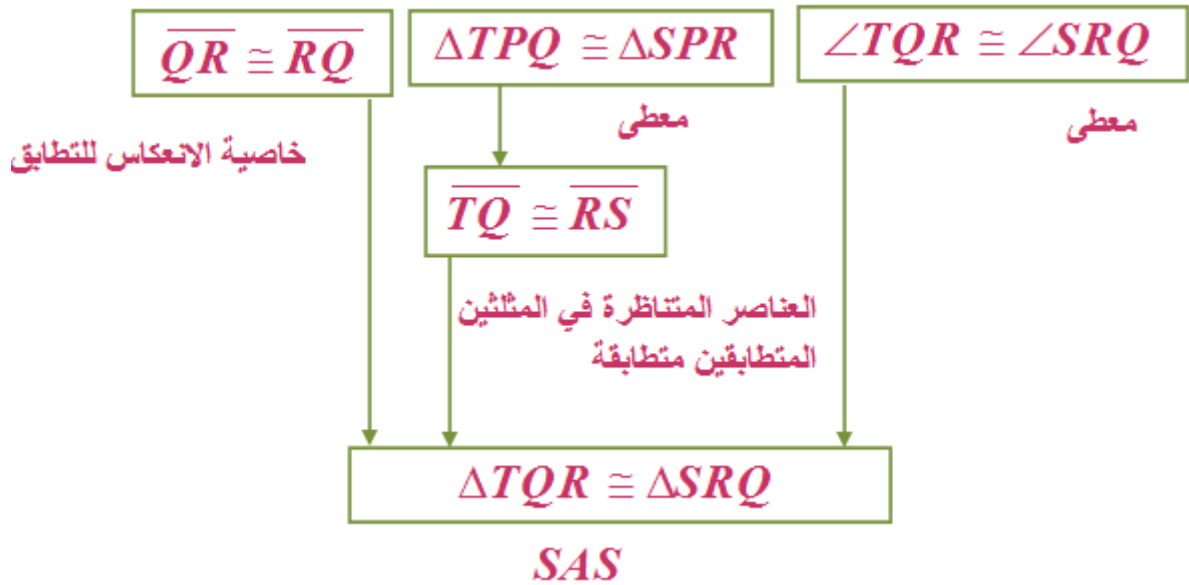
$$\overline{AB} \cong \overline{AD} \text{ و } \overline{CB} \cong \overline{DC} \text{ (معطيات)}$$

$$\overline{AC} \cong \overline{AC} \text{ (خاصية الانعكاس للتطابق)}$$

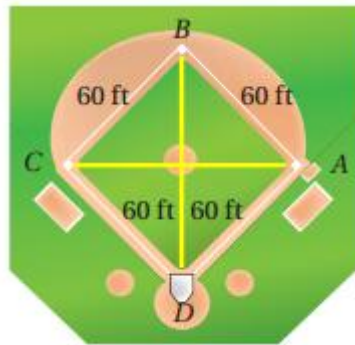
$$\triangle ACB \cong \triangle ACD \text{ حسب مسلة (SSS)}$$

(c) المجسم ثلاثي الأبعاد ولذلك عندما يتم رسمه في المستوي الثنائي الأبعاد فان الرسم المنظوري يجعله يبدو وكأن المثلثين مختلفان.

(١٧) برهان



(18) في الشكل المجاور $ABCD$ مربع:



(a)

$$(1) \overline{CB} \cong \overline{BA} \cong \overline{AD} \cong \overline{DC} \text{ (معطيات)}$$

$$(2) \angle CBA, \angle BAD, \angle ADC, \angle DCB \text{ (معطيات)}$$

$$(3) \angle BCD \cong \angle CDA \text{ (جميع الزوايا القوائم متطابقة)}$$

$$(4) \triangle BCD \cong \triangle CDA \text{ حسب مسلمة (SAS)}$$

$$(5) \overline{DB} \cong \overline{AC} \text{ (العناصر المتناظرة في مثلثين متطابقين تكون متطابقة)}$$

(b)

$$(1) \overline{CB} \cong \overline{BA} \cong \overline{AD} \cong \overline{DC} \text{ (معطيات)}$$

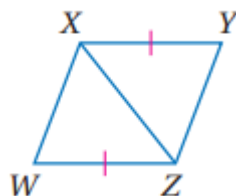
$$(2) \angle CBA, \angle BAD, \angle ADC, \angle DCB \text{ (معطيات)}$$

$$(3) \angle BCD \cong \angle BAD \text{ (جميع الزوايا القوائم متطابقة)}$$

$$(4) \triangle BCD \cong \triangle BAD \text{ حسب مسلمة (SAS)}$$

$$(5) \angle BDC \cong \angle BDA \text{ (العناصر المتناظرة في مثلثين متطابقين تكون متطابقة)}$$

(19) برهان: اكتب برهان ذا عمودين.



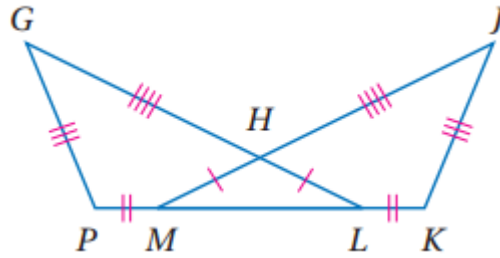
$$\overline{YX} = \overline{WZ}, \overline{YX} \perp \overline{ZW} \text{ (معطيات)}$$

$$\angle YXZ = \angle WZX \text{ (زاويتان متبادلتان داخليا)}$$

$$XZ = XZ \text{ (خاصية الانعكاس)}$$

$$\Delta YXZ = \Delta WZX \text{ حسب مسلمة (SAS)}$$

(20) برهان: اكتب برهانا حر:



$$GH = JH, PG = KJ, HL = HM, PM = KL$$

$$\text{بما أن } GH = JH \text{ و } HL = HM \text{ إذن } GL = JM$$

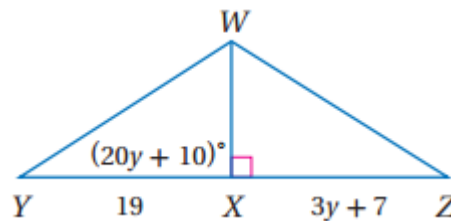
$$\text{بما أن } PM = KL, GL = JM \text{ إذن } PL = KM$$

$$\text{إذن } \Delta GPL \cong \Delta JKM$$

$$\text{إذن } \angle G \cong \angle J$$

جبر: أوجد قيمة المتغير التي تجعل المثلثين متطابقين في كل من السؤالين الآتيين:

21)



$$\therefore \triangle WXY \cong \triangle WXZ$$

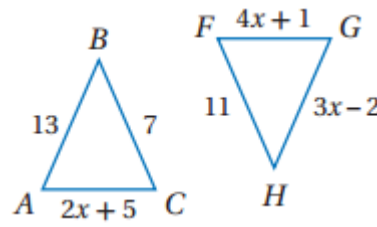
$$\therefore XZ = XY$$

$$3y + 7 = 19$$

$$3y = 12$$

$$y = 4$$

22)



$$\therefore \triangle FGH \cong \triangle ABC$$

$$\therefore GH = BC$$

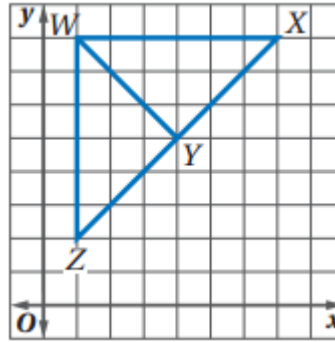
$$3x - 2 = 7$$

$$3x = 9$$

$$x = 3$$

مسائل مهارات التفكير العليا

(23) تحد:



(a)

الطريقة الأولى: تستعمل صيغة المسافة لإيجاد طول ضلع من الأضلاع، ثم تستعمل مسلمة التطابق SSS.

الطريقة الثانية: يمكن أن تجد ميل كل من \overline{ZX} , \overline{WY} وتبرهن أنهما متعامدان، وبذلك تكون $\angle WYZ$, $\angle WYX$ كلتاهما قائمتين. ويمكن استعمال صيغة المسافة لإثبات أن XY تطابق YZ . وبما أن المثلثين يشتركان في الضلع \overline{WY} ، فيمكن استعمال مسلمة SAS لإثبات تطابق المثلثين.

أعتقد أن الطريقة الثانية أفضل لأن فيها خطوتين بدل من ثلاث خطوات كما في الطريقة الأولى.

(b)

$$Y (4,5), W (1,8)$$

$$m_{(YW)} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{8 - 5}{1 - 4} = \frac{3}{-3} = -1$$

$$Z (1,2), X (7,8)$$

$$m_{(ZX)} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{8 - 2}{7 - 1} = \frac{6}{6} = 1$$

ميل \overline{WY} يساوي 1- وميل \overline{ZX} يساوي 1، وبما أن ناتج ضربهما يساوي 1-
فإن $\overline{WY} \perp \overline{ZX}$. وبما أنهما متعامدان فإن قياس كل من $\angle WYZ$ و $\angle WYX$
يساوي 90° . وباستعمال صيغة المسافة تجد أن طول \overline{ZY} يساوي

$$\overline{ZY} = \sqrt{(4-1)^2 + (5-2)^2} = 3\sqrt{2}$$

وكذلك طول \overline{XY} يساوي

$$\overline{XY} = \sqrt{(4-7)^2 + (5-8)^2} = 3\sqrt{2}$$

وبما أن $\overline{WY} \cong \overline{XY}$ ، فإن $\triangle WYZ \cong \triangle WYX$ حسب مسلمة التطابق SAS.

(24) اكتشف الخطأ:

خالد، لان الزاوية يجب أن تكون محصورة، والزاوية هنا ليست محصورة

(25) اكتب:

نعم، الحالة الأولى: إذا علمت أن الوترين متطابقان وكان أحد ضلعي القائمة في الأول يطابق الضلع المناظر له في الثاني فسيكون ضلعا القائمة الآخرين متطابقين حسب نظرية فيثاغورث، ولذلك يكون المثلثان متطابقين حسب SSS.

الحالة الثانية: إذا علمت أن ضلعي القائمة في المثلث الأول يطابقان ضلعي القائمة في المثلث الثاني، فسوف يكون المثلثان متطابقين بحسب SAS

تدريب على الاختبار المعياري

26) C

$$\overline{BC} \cong \overline{YZ}$$

27) C

$$-2a + b = -7$$

$$-2a + (-1) = -7$$

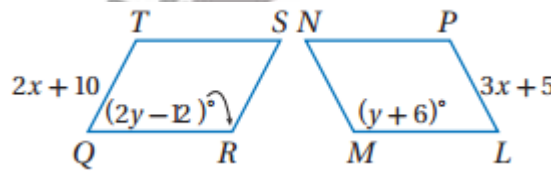
$$-2a = -7 + 1$$

$$-2a = -6$$

$$a = 3$$

مراجعة تراكمية

في الشكلين المجاورين، فأوجد:



28)

$$\therefore LMNP \cong QRST$$

$$LP = QT$$

$$3x + 5 = 2x + 10$$

$$x = 5$$

29)

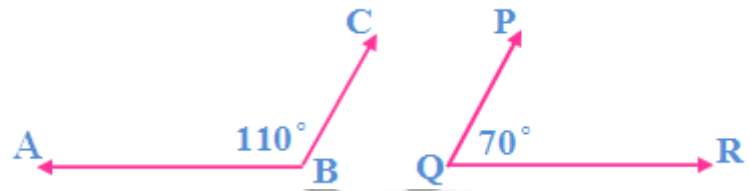
$$\angle LMN = \angle QRS$$

$$y + 6 = 2y - 12$$

$$y = 18$$

(30) اكتب العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي:

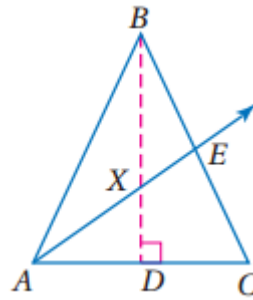
العكس: إذا كانت الزاويتان متكاملتان فإنهما متجاورتان على مستقيم، صحيحة.
عكس العبارة الشرطية: إذ لم تكن الزاويتان متجاورتان على مستقيم فإنهما غير متكاملتان، عبارة خاطئة. والمثال المضاد هو:
 $\angle PQR, \angle ABC$ زاويتان متكاملتان، ولكنهما غير متجاورتين على مستقيم.



المعاكس الإيجابي: إذ لم تكن الزاويتان متكاملتان فإنهما غير متجاورتان على مستقيم وهي عبارة صحيحة.

استعد للدرس اللاحق

إذا علمت أن BD , AE ينصفان الزاويتين والضلعين اللذين يقطعانهما، فاذكر القطع المستقيمة والزوايا المشار إليها فيما يأتي:



(31) \overline{BE}

(32) $\angle CBD$

(33) $\angle BDA$

(34) \overline{CD}

(1) هندسة إحداثية:

$$A(-2, -1), B(-1, 3)$$

$$d_{(A,B)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-1 - (-2))^2 + (3 - (-1))^2}$$

$$\sqrt{1+16} = \sqrt{17}$$

$$B(-1, 3), C(2, 0)$$

$$d_{(B,C)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(2 - (-1))^2 + (0 - 3)^2}$$

$$\sqrt{9+9} = \sqrt{18}$$

$$A(-2, -1), C(2, 0)$$

$$d_{(A,C)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(2 - (-2))^2 + (0 - (-1))^2}$$

$$\sqrt{16+1} = \sqrt{17}$$

بما أن $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ إذن المثلث متطابق الضلعين

(2) اختيار من متعدد: A

$$\overline{RS} \cong \overline{RQ}$$

$$3y - 1 = y + 11$$

$$2y = 12$$

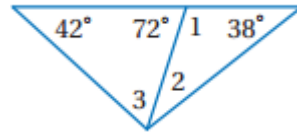
$$y = 6$$

$$\overline{RS} = y + 11 = 6 + 11 = 17$$

$$\overline{RQ} = 3y - 1 = 3 \times 6 - 1 = 17$$

$$\overline{QS} = 4y - 9 = 4 \times 6 - 9 = 15$$

أوجد كلا من قياسات الزوايا الآتية:

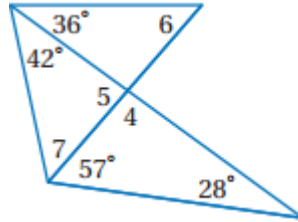


$$3) m \angle 1 = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$$

$$4) m \angle 2 = 180^\circ - (108^\circ + 38^\circ) = 34^\circ$$

$$5) m \angle 3 = 180^\circ - (72^\circ + 42^\circ) = 66^\circ$$

أوجد كلا من قياسات الزوايا الآتية:



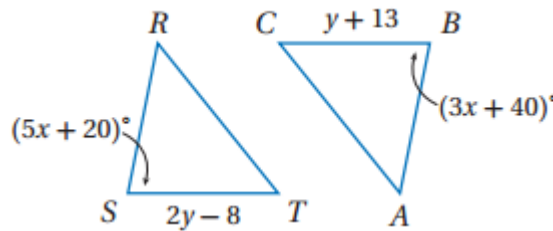
$$6) m \angle 4 = 180^\circ - (57^\circ + 28^\circ) = 95^\circ$$

$$7) m \angle 5 = 180^\circ - 95^\circ = 85^\circ$$

$$8) m \angle 6 = 180^\circ - (95^\circ + 36^\circ) = 49^\circ$$

$$9) m \angle 7 = 180^\circ - (42^\circ + 85^\circ) = 53^\circ$$

في الشكلين أدناه، إذا علمت أن $\triangle RST \cong \triangle ABC$ فأوجد:



10)

$$\triangle RST \cong \triangle ABC$$

$$\overline{RS} = \overline{AB}$$

$$5x + 20 = 3x + 40$$

$$2x = 20$$

$$x = 10$$

11)

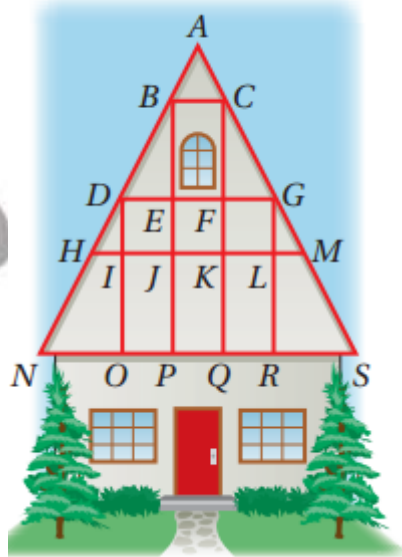
$$\triangle RST \cong \triangle ABC$$

$$\overline{ST} = \overline{BC}$$

$$2y - 8 = y + 13$$

$$y = 21$$

(12) فن العمارة:

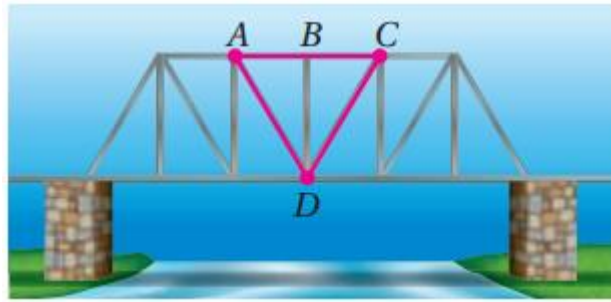


$$\triangle BED = \triangle CFG, \triangle BJH \cong \triangle CKM, \triangle BPN \cong \triangle CQS$$

$$\triangle DIH = \triangle GLM, \triangle DON = \triangle GRS$$

(13) اختيار من متعدد: $\angle XCB \cong \angle LSM$: D

(14) جسر:



$\overline{DB} \cong \overline{BD}$ ، وبما أن B نقطة في منتصف \overline{AC} إذن $\overline{AB} \cong \overline{BC}$

وبما أن $\overline{DB} \perp \overline{AC}$ إذن $\angle CBD \cong \angle ABD$

إذن يوجد ضلعين وزاوية محصورة بينهم في $\triangle ABD$ يناظرهم ضلعين وزاوية محصورة بينهم في $\triangle CBD$ وبحسب نظرية SAS يمكن إثبات أن المثلثين متطابقين.

حدد ما إذا كان $\triangle PQR \cong \triangle XYZ$ في كل من السؤالين الآتيين:

15)

$P(3, -5), Q(11, 0)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(11 - 3)^2 + (0 - (-5))^2}$$

$$\sqrt{64 + 25} = \sqrt{89}$$

$Q(11, 0), R(1, 6)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(1 - 11)^2 + (6 - 0)^2}$$

$$\sqrt{100 + 36} = 2\sqrt{34}$$

$P(3, -5), R(1, 6)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(1 - 3)^2 + (6 - (-5))^2}$$

$$\sqrt{4 + 121} = 5\sqrt{5}$$

$$X (5,1), Y (13,6)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(13-5)^2 + (6-1)^2}$$

$$\sqrt{64+25} = \sqrt{89}$$

$$Y (13,6), Z (3,12)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(3-13)^2 + (12-6)^2}$$

$$\sqrt{100+36} = 2\sqrt{34}$$

$$X (5,1), Z (3,12)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(3-5)^2 + (12-1)^2}$$

$$\sqrt{4+121} = 5\sqrt{5}$$

نعم، بما أن جميع الأطوال المتناظرة متساوية إذن $\Delta PQR \cong \Delta XYZ$

16)

$$P (-3,-3), Q (-5,1)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-5-(-3))^2 + (1-(-3))^2}$$

$$\sqrt{4+16} = \sqrt{20}$$

$$Q (-5,1), R (-2,6)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-2-(-5))^2 + (6-1)^2}$$

$$\sqrt{4+25} = \sqrt{29}$$

$$P (-3,-3), R (-2,6)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-2-(-3))^2 + (6-(-3))^2}$$

$$\sqrt{1+81} = \sqrt{82}$$

$$X (2,-6), Y (3,3)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(3-2)^2 + (3-(-6))^2}$$

$$\sqrt{1+81} = \sqrt{82}$$

$$Y (3,3), Z (5,-1)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(5-3)^2 + (-1-3)^2}$$

$$\sqrt{4+16} = \sqrt{20}$$

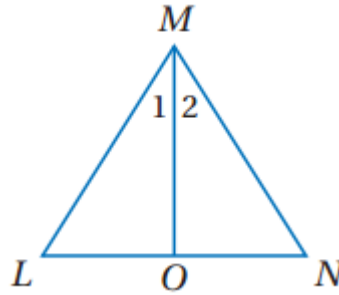
$$X (2,-6), Z (5,-1)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(5-2)^2 + (-1-(-6))^2}$$

$$\sqrt{9+25} = \sqrt{34}$$

بما أن ليس جميع الأضلاع المتناظرة متساوية إذن ΔXYZ لا يطابق ΔPQR

(17) اكتب برهانا ذا عمودين:



المبررات	العبارات
معطيات	$\triangle LMN$ متطابق الضلعين في $LM = NM$
معطي	MO تنصف $\triangle LMN$
تعريف منصف الزاوية	$\angle 1 = \angle 2$
خاصية الانعكاس	$MO = MO$
SAS	$\triangle MLO = \triangle MNO$

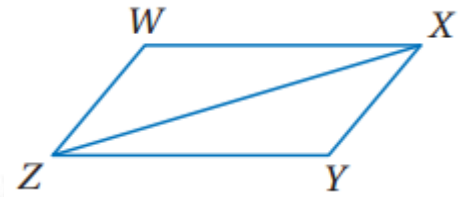
حقيبيه إنجاز المعلم والمعلمه إعداد أ. بندر الحازمي

إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS

3-5



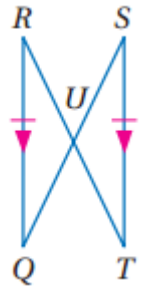
(1)

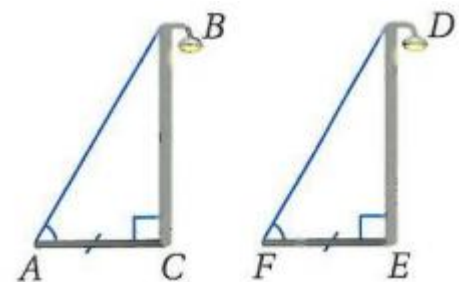
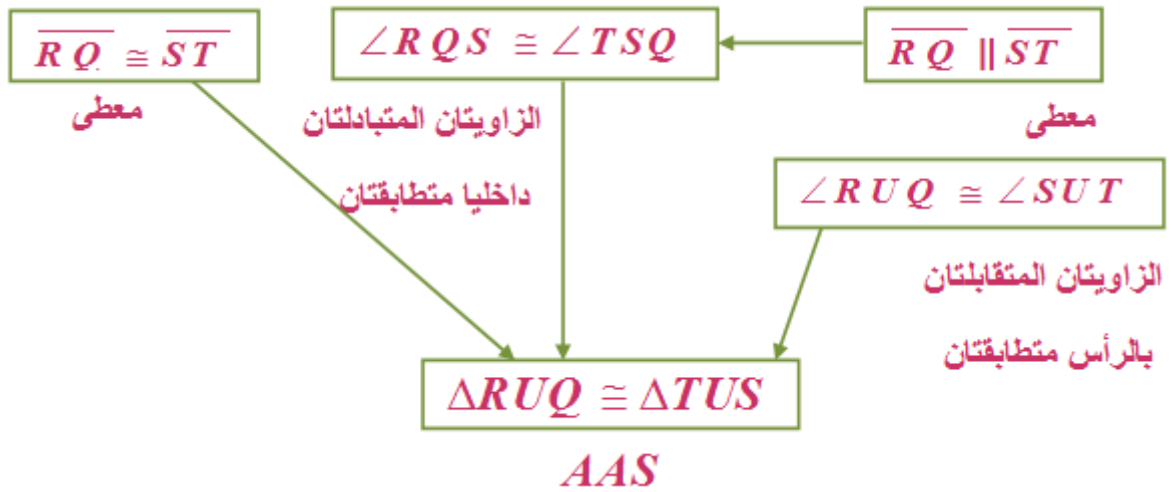


بما أن \overline{ZX} تنصف $\angle WZY$ إذن $\angle XZY = \angle WZX$
وبما أن \overline{XZ} تنصف $\angle YXW$ إذن $\angle YXZ = \angle WXZ$
وبما أن $\overline{ZX} \cong \overline{ZX}$ حسب خاصية الانعكاس للتطابق
إذن $\triangle WXZ \cong \triangle XZY$ حسب ASA



(2)





بما أن $\overline{BC} \perp \overline{AC}$, $\overline{DE} \perp \overline{FE}$ إذن $\angle BCA \cong \angle DEF$
 وبما أن $AB = DE$ معطى و $\angle BAC = \angle DFE$

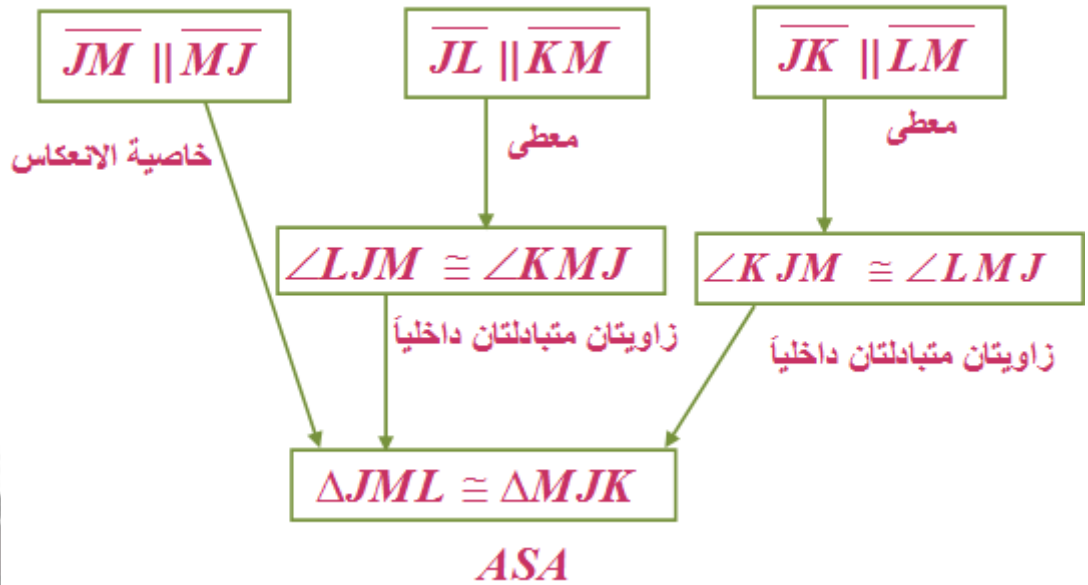
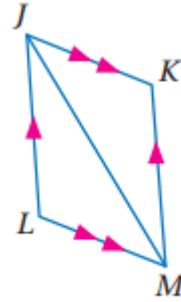
بحسب المسألة AAS فإن $\triangle BAC \cong \triangle DFE$

لذا $BC = DE$ لأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة

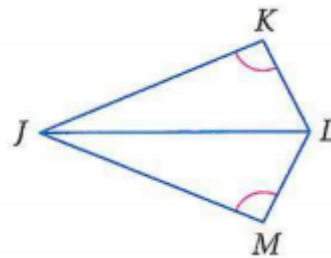


برهان:

(1)



(2)



$\angle KLM$ تنصف \overline{JL} ، $\angle K \cong \angle M$

بما أن \overline{JL} تنصف $\angle KLM$ فإن $\angle KLJ \cong \angle MLJ$. لذا

$\triangle JKL \cong \triangle JML$ حسب نظرية التطابق AAS .

(3) بناء جسر:

(a)



نعلم أن $\angle BAE, \angle DCE$ متطابقتان. لأنهما زاويتان قائمتان، \overline{AE} تطابق \overline{EC} بحسب نظرية نقطة المنتصف. ومن نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس، نعلم أن $\angle DEC \cong \angle BEA$. وبحسب ASA ، يعلم المساح أن $\triangle DCE \cong \triangle BAE$ ولأن العناصر المتناظرة في مثلثين متطابقين متطابقة فإن $\overline{DC} \cong \overline{AB}$ ، ولذا يمكن للمساح أن يقيس \overline{DC} وبذلك يعرف المسافة بين A, B

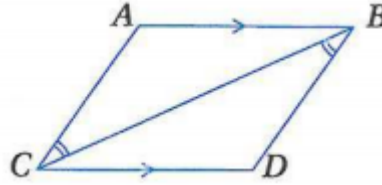
(b)

المسافة بين النقطة $A, B = 60m$ لأن $\overline{DC} \cong \overline{AB}$ بحسب تعريف تطابق القطع المستقيمة

تدرب وحل المسائل

برهان: اكتب برهانا حرا: المثال ١

(4)



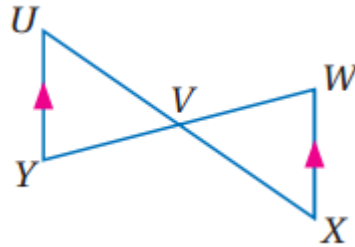
بما أن $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ إذن $\angle ABC \cong \angle BCD$

$\angle CBD \cong \angle BCA$ ضلع مشترك

$\triangle CAB \cong \triangle BDC$ بحسب مسلمة التطابق ASA

برهان: اكتب برهان ذا عمودين. المثال ٢

(5)



(1) V نقطة منتصف \overline{YW} ، $\overline{UY} \parallel \overline{XW}$ (معطيات)

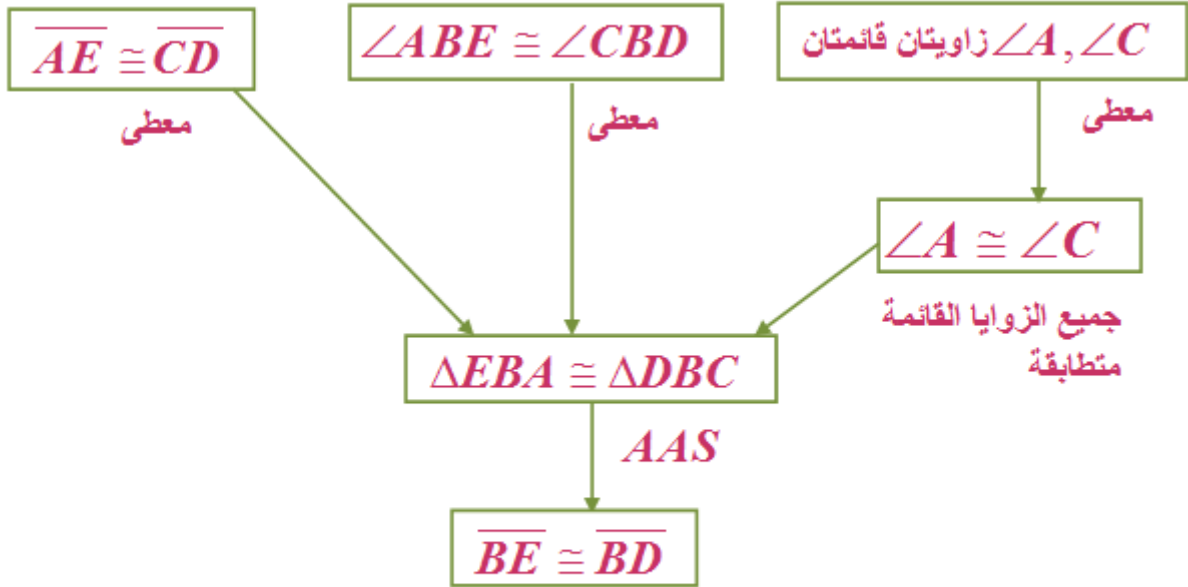
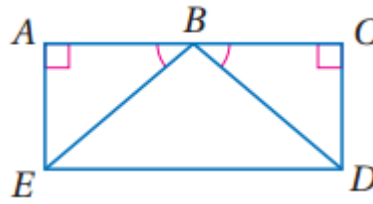
(2) $\overline{YV} \cong \overline{VW}$ (تعريف نقطة المنتصف)

(3) $\angle VWX \cong \angle VYU$ (نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليا)

(4) $\angle VUY \cong \angle VXW$ (نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليا)

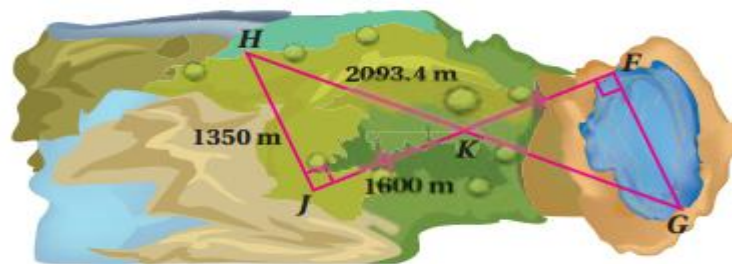
(5) $\triangle UYV \cong \triangle WVX$ (حسب نظرية AAS)

(6) برهان: اكتب برهاناً تسلسلياً.



العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة

(7) سباق زوارق: المثال ٣



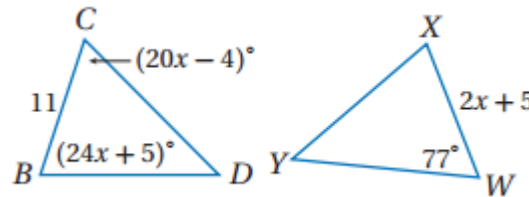
(a) $\angle HJK \cong \angle KFG$ لان جميع الزوايا القوائم متطابقة و $\overline{JK} = \overline{KF}$
و $\angle HKJ \cong \angle FKG$ متقابلتان بالرأس وبحسب ASA فإن $\triangle HKJ \cong \triangle GFK$
لذا فإن $\overline{FG} = \overline{HJ}$ لان العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة،
ولذلك يمكن قياس \overline{HJ} لتقدير المسافة \overline{FG} عبر البحيرة.

(b)

بما أن $\overline{FG} = \overline{HJ}$ إذن $\overline{FG} = 1350$ أي طول البحيرة = 1350 وهذه المسافة غير مطابقة للمسافة المطلوبة، إذن طول البحيرة غير كاف لإجراء السباق.

جبر: أوجد قيمة المتغير التي تجعل المثلثين متطابقين في كل من السؤالين الآتيين:

8)



$$\therefore \triangle BCD \cong \triangle WXY$$

$$\therefore BC = WX$$

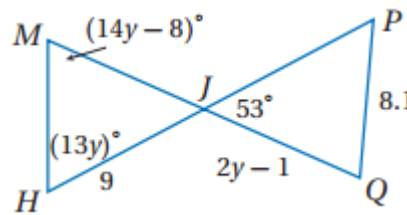
$$11 = 2x + 5$$

$$2x = 11 - 5$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

9)



$$\therefore \triangle MHJ \cong \triangle PQJ$$

$$\therefore HJ = QJ$$

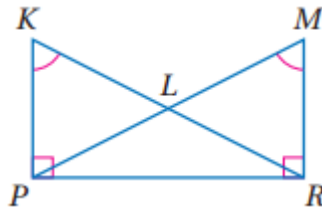
$$9 = 2y - 1$$

$$2y = 9 + 1$$

$$y = 5$$

برهان: اكتب برهانا ذا عمودين

(10)



(1) $\angle K \cong \angle M, \overline{KP} \perp \overline{PR}, \overline{MR} \perp \overline{PR}$ (معطيات)

(2) $\angle KPR, \angle MRP$ قائمتان (تعريف التعامد)

(3) $\angle KPR \cong \angle MRP$ (جميع الزوايا القوائم متطابقة)

(4) $\overline{PR} \cong \overline{PR}$ (خاصية الانعكاس للتطابق)

(5) $\triangle KPR \cong \triangle MRP$ (AAS)

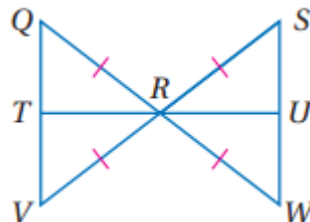
(6) $\overline{KP} \cong \overline{MR}$ (العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة)

(7) $\angle KLP \cong \angle MLR$ (الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان)

(8) $\triangle KLP \cong \triangle MLR$ (AAS)

(9) $\angle KPL \cong \angle MRL$ (العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة)

(11)



(1) $\overline{QR} \cong \overline{SR} \cong \overline{WR} \cong \overline{VR}$ (معطيات)

(2) $\angle QRV \cong \angle SRW$ (الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان)

$$(SAS) \triangle VRQ \cong \triangle SRW \quad (3)$$

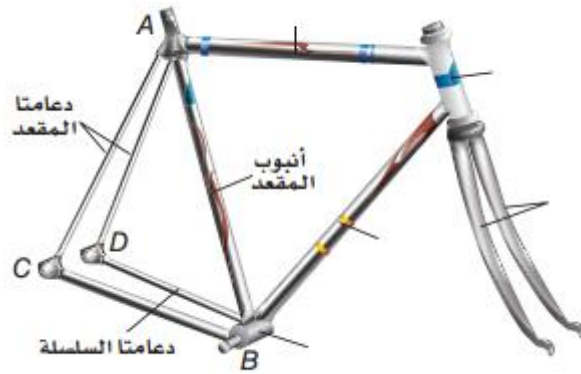
$$\angle VQR \cong \angle SWR \quad (4) \text{ (العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة)}$$

$$\angle QRT \cong \angle URW \quad (5) \text{ (الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان)}$$

$$(ASA) \triangle URW \cong \triangle TRQ \quad (6)$$

$$\overline{QT} \cong \overline{WU} \quad (7) \text{ (العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة)}$$

(12) دراجات هوائية:



$$m \angle ACB = 68^\circ, m \angle ADB = 68^\circ, m \angle CBA = 44^\circ, m \angle DBA = 44^\circ \quad (1) \text{ (معطيات)}$$

$$m \angle ACB = m \angle ADB, m \angle CBA = m \angle DBA \quad (2) \text{ (بالتعويض)}$$

$$m \angle ACB \cong m \angle ADB, m \angle CBA \cong m \angle DBA \quad (3) \text{ (تعريف تطابق الزوايا)}$$

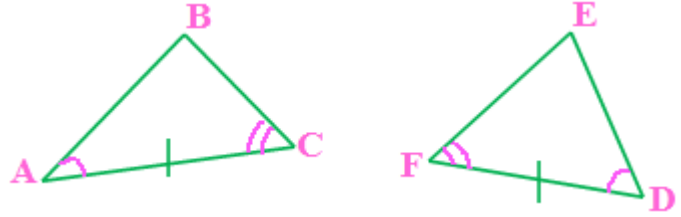
$$\overline{AB} \cong \overline{AB} \quad (4) \text{ (خاصية الانعكاس للتطابق)}$$

$$(AAS) \triangle ADB \cong \triangle ACB \quad (5)$$

$$\overline{AC} \cong \overline{AD} \quad (6) \text{ (العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين تكون متطابقة)}$$

مسائل مهارات التفكير العليا

(13) مسألة مفتوحة:



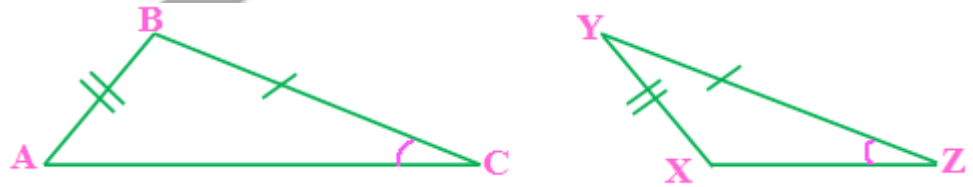
$\triangle ABC \cong \triangle DEF$ حسب مسلمة ASA

(14) اكتشاف الخطأ:

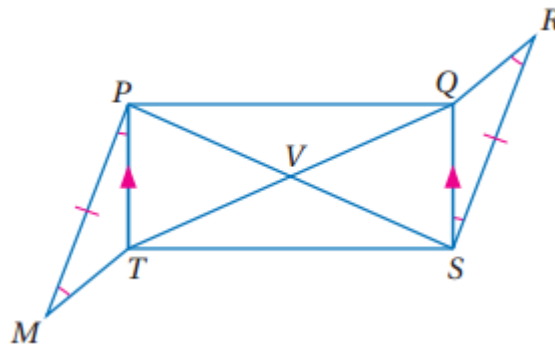
عمر إجابة صحيحة، لأن حسن حاول إثبات التطابق باستعمال AAA وهي ليست من الحالات التي تستعمل لإثبات التطابق

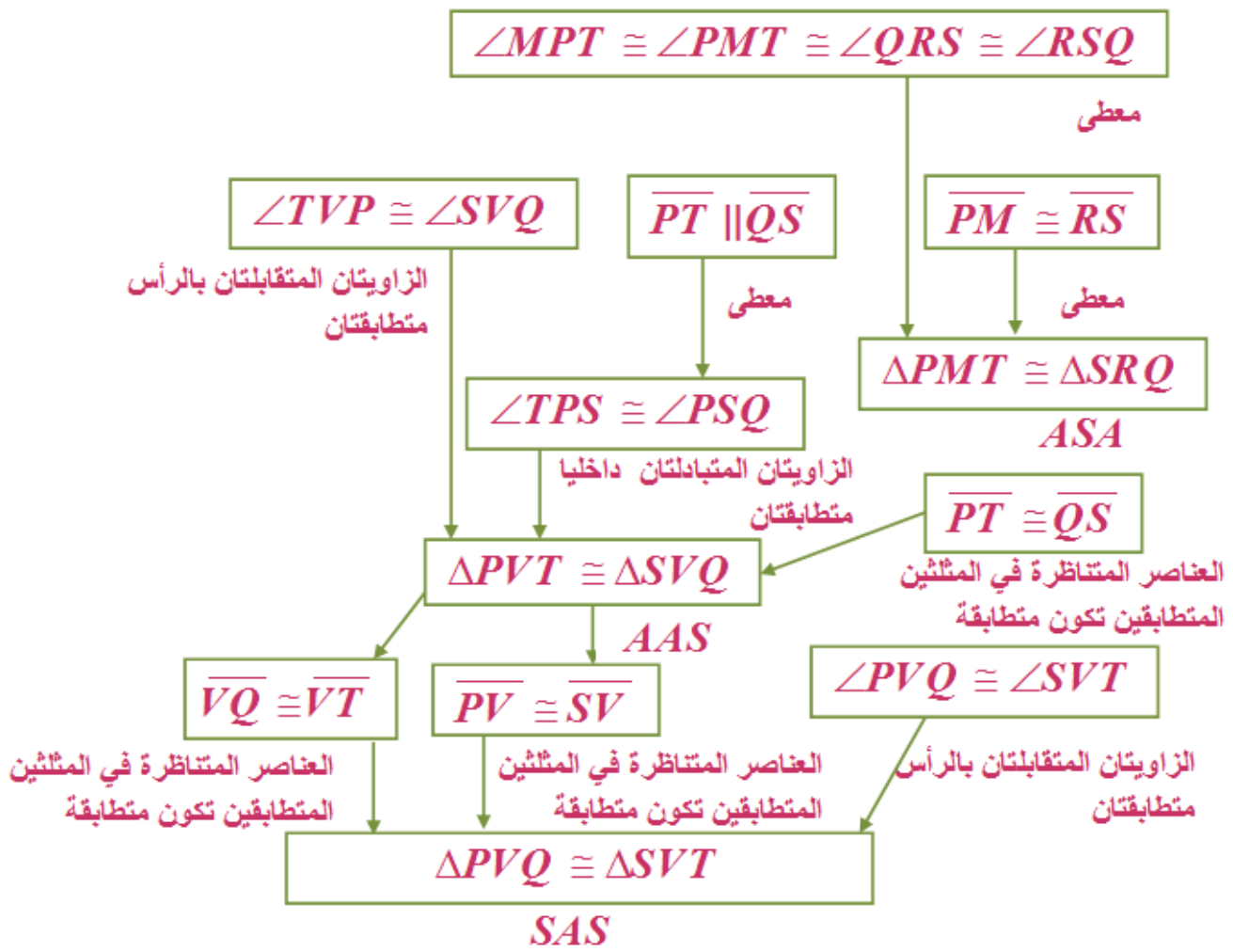
(15) تبرير:

في المثلثين أدناه. نلاحظ أن $AB \cong XY$ ، $\angle C \cong \angle Z$ ، $BC \cong YZ$ ،
لكن $\triangle ABC \not\cong \triangle XYZ$



(16) تحد:





(١٧) اكتب:

الطريقة	وقت استعمالها
تعريف المثلثين المتطابقين	عندما تكون جميع العناصر في أحد المثلثين متطابقة مع نظيراتها في المثلث الآخر
SSS	عندما تكون الأضلاع الثلاث في المثلث الأول متطابقة مع الأضلاع الثلاثة في المثلث الثاني
SAS	عندما يتطابق ضلعان والزاوية المحصورة بينهما في أحد المثلثين مع ضلعين والزاوية المحصورة بينهما في المثلث الآخر.

<p>ASA</p>	<p>عندما يتطابق زاويتان والضلع المحصور بينهما في أحد المثلثين مع زاويتين والضلع المحصور بينهما في المثلث الآخر.</p>
<p>AAS</p>	<p>عندما تتطابق زاويتان وضلع غير محصور بينهما في أحد المثلثين مع زاويتين وضلع غير محصور بينهما في المثلث الآخر.</p>

تدريب على الاختبار المعياري

(18) B

بما أن $\angle 1 \cong \angle 2$ (معطى) و $\angle BCA \cong \angle BCD$ تعريف التعامد (زاوية قائمة) ويوجد ضلع محصور بينهم إذن المسلمة ASA هي المستخدمة لإثبات تطابق المثلثين

(19) A: 15

مراجعة تراكمية

20)

$$A(6,4), B(1,-6)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(1-6)^2 + (-6-4)^2}$$

$$\sqrt{25+100} = 5\sqrt{5}$$

$$B(1,-6), C(-9,5)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-9-1)^2 + (5-(-6))^2}$$

$$\sqrt{100+121} = \sqrt{221}$$

$$A(6,4), C(-9,5)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-9-6)^2 + (5-4)^2}$$

$$\sqrt{225+1} = \sqrt{226}$$

$$X(0,7), Y(5,-3)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(5-0)^2 + (-3-7)^2}$$

$$\sqrt{25+100} = \sqrt{125}$$

$$Y(5,-3), Z(15,8)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(15-5)^2 + (8-(-3))^2}$$

$$\sqrt{100+121} = \sqrt{221}$$

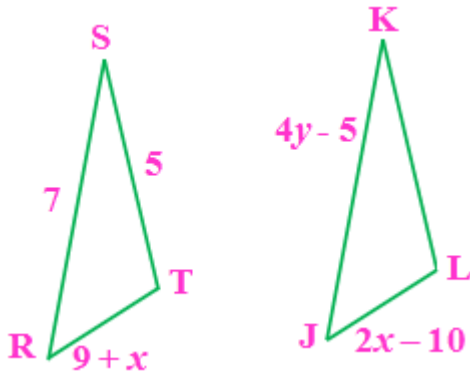
$$X(0,7), Z(15,8)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(15-0)^2 + (8-7)^2}$$

$$\sqrt{225+1} = \sqrt{226}$$

الأضلاع المتناظرة لها الطول نفسه ومتطابقة إذن $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ بحسب SSS

(21) جبر:



$$\triangle RST \cong \triangle JKL$$

$$\overline{JL} = \overline{RT}$$

$$2x - 10 = 9 + x$$

$$x = 19$$

$$\overline{JK} = \overline{SR}$$

$$4y - 5 = 7$$

$$4y = 12$$

$$y = 3$$

(22)

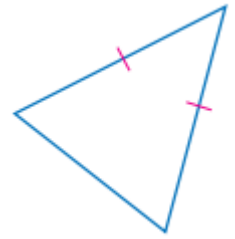
p	q	$\neg p$	$\neg p \vee q$
F	T	T	T
T	T	F	T
F	F	T	T
T	F	F	F

استعد للدرس اللاحق

صنف كلا من المثلثين الآتيين وفقا لأضلاعه:

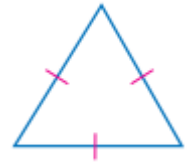
(23)

متطابق الضلعين



(24)

متطابق الأضلاع



معمل الهندسة
توبع
3-5
تطابق المثلثات القائمة

حل:

(1)

(a) نعم يتطابق حسب مسلمة SAS

(b) نعم يتطابق حسب مسلمة AAS

(c) نعم يتطابق حسب مسلمة ASA

(2)

(a) LL

(b) HA

(c) LA

(3) خمن:

لا نحتاج إلى معلومات إضافية، فتطابق الضلعين في مثلث قائم الزاوية مع نظريهما في مثلث آخر قائم الزاوية كاف لإثبات التطابق

(4) نعم

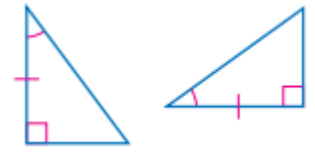
(5) نعم

(6) يمكن إثبات تطابق مثلثين قائمين باستعمال SSA



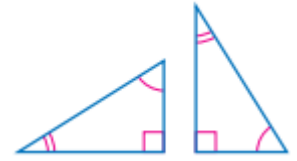
حدد ما إذا كان كل زوج من المثلثات الآتية متطابقات أم لا. وإذا كانت الإجابة (نعم) فاذكر المسلمة أو النظرية التي استعملتها:

(7)



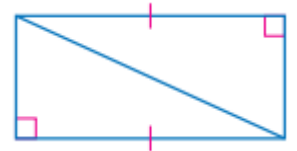
نعم متطابقين بحسب LA ضلع وزاوية حادة.

(8)



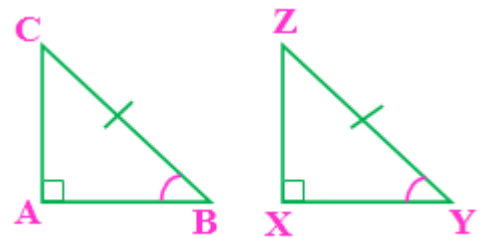
لا يمكن تطابق المثلثين.

(9)



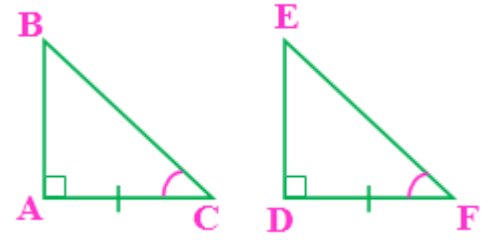
نعم متطابقين بحسب HL ضلع وزاوية حادة.

(10) النظرية ٣,٧ :



البرهان: نعلم أن $\triangle ABC, \triangle XYZ$ قائما الزاوية. وأن $\angle A, \angle X$ قائمتان،
وأن $\overline{BC} \cong \overline{YZ}, \angle B \cong \angle Y$. وبما أن جميع الزوايا القائمة متطابقة. فإن
 $\angle A \cong \angle X$. ولذلك فإن $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ بحسب AAS.

(١١) النظرية ٨، ٣:



الحالة 1: $\triangle ABC, \triangle DEF$ قائما الزاوية

$$\angle A = \angle D, AC = DF, \angle C = \angle F$$

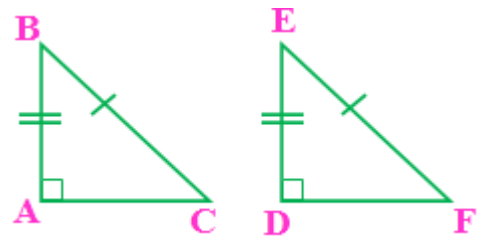
$$\triangle ABC \cong \triangle DEF \text{ بحسب ASA}$$

الحالة 2: $\triangle ABC, \triangle DEF$ قائما الزاوية

$$\angle A = \angle E, CB = DF, \angle B = \angle F$$

$$\triangle ABC \cong \triangle DEF \text{ بحسب AAS}$$

(12)



$\triangle ABC, \triangle DEF$ قائما الزاوية

$$\overline{BC} \cong \overline{EF}, \overline{AB} \cong \overline{DE} \text{ معطى}$$

$$\overline{AB} = \overline{DE}, \overline{BC} = \overline{EF} \text{ (تعريف التطابق)}$$

$$(AB)^2 + (CA)^2 = (BC)^2 \text{ نظرية فيثاغورس}$$

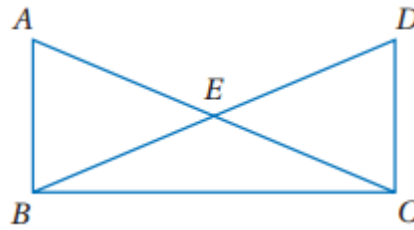
$$(DE)^2 + (FD)^2 = (EF)^2 \text{ نظرية فيثاغورس}$$

$$(AB)^2 + (CA)^2 = (DE)^2 + (FD)^2 \text{ خاصية التعويض}$$

$$\triangle ABC \cong \triangle DEF \text{ حسب SAS}$$

استعمل الشكل المجاور للإجابة عن السؤال 14:

(13)



$$(1) \overline{AB} \perp \overline{BC}, \overline{DC} \perp \overline{BC} \text{ (معطيات)}$$

$$(2) \angle ABC \text{ قائمة، } \angle DCB \text{ قائمة. (المستقيمان المتعامدان يكونان زوايا قائمة)}$$

$$(3) \triangle ABC, \triangle DCB \text{ قائما الزاوية. (تعريف المثلث القائم الزاوية)}$$

$$(4) \overline{AC} \cong \overline{BD} \text{ (معطى)}$$

$$(5) \overline{BC} \cong \overline{BC}$$

$$(6) \triangle ABC \cong \triangle DCB \text{ (HL)}$$

$$(7) \overline{AB} \cong \overline{DC} \text{ (العناصر المتناظرة في مثلثين متطابقين تكون متطابقة)}$$

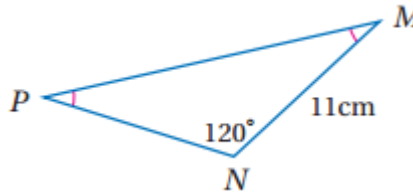
المثلثات المتطابقة الضلع: المثلثات المتطابقة الأضلاع

تلق

1A) $\angle FGJ, \angle FJG$

1B) GH, JH

تلق



2A)

$$\angle P + \angle M + \angle N = 180^\circ$$

$$\angle P = \angle M$$

$$\angle M + \angle M + 120^\circ = 180^\circ$$

$$2\angle M = 60^\circ$$

$$\angle M = 30^\circ$$

2B)

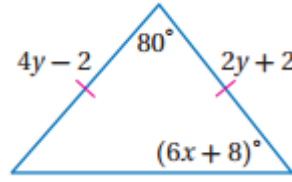
$$\therefore \angle M = \angle P$$

$$\therefore \overline{MN} = \overline{PN}$$

$$PN = 11CM$$

عكس نظرية المثلث المتطابق الضلعين

(3) أوجد قيمة كل متغيرين في الشكل المجاور.



$$4y - 2 = 2y + 2$$

$$4y - 2y = 2 + 2$$

$$2y = 4$$

$$y = 2$$

$$(6x + 8)^\circ = 4y - 2$$

$$6x + 8 = (180 - 80) \div 2$$

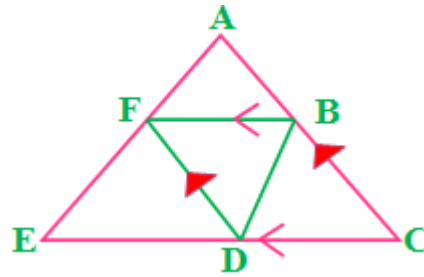
$$6x + 8 = 50$$

$$6x = 42$$

$$x = 7$$

تلق

(4)



(1) $\triangle ACE$ متطابق الأضلاع، D نقطة منتصف \overline{EC} (معطيات)

(2) $m \angle A = 60^\circ, m \angle E = 60^\circ, m \angle C = 60^\circ$ (قياس كل زاوية في المثلث)

(المتطابق الأضلاع يساوي 60°)

$$(3) \quad m \angle E = m \angle C \quad (\text{خاصية التعدي للتطابق})$$

$$(4) \quad \angle E \cong \angle C \quad (\text{تعريف التطابق})$$

$$(5) \quad \overline{ED} \cong \overline{DC} \quad (\text{نظرية نقطة المنتصف})$$

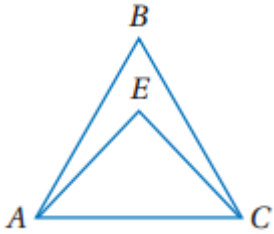
$$(6) \quad \angle CBD \cong \angle BDF, \angle EFD \cong \angle BDF \quad (\text{نظرية الزاويتي المتبادلتين داخليا})$$

$$(7) \quad \angle CBD \cong \angle EFD \quad (\text{خاصية التعدي للتطابق})$$

$$(8) \quad \triangle FED \cong \triangle BDC \quad (AAS)$$

حقيبيه إنجاز المعلم والمعلمه

انظر إلى الشكل المجاور: المثال ١

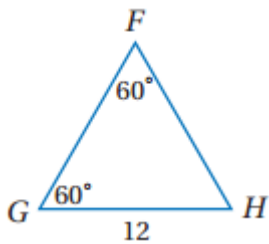


1) $\angle BAC, \angle BCA$

2) $\overline{EA}, \overline{EC}$

أوجد كلا من القياسين الآتيين: المثال ٢

3)

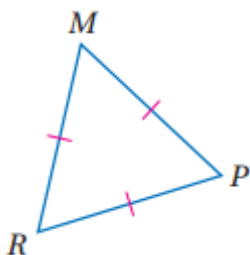


$\therefore \angle F = \angle G$

$\therefore GH = FH$

$FH = 12$

4)

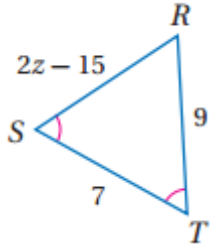


حسب نتيجة ٣, ٤ قياس كل زاوية 60° في المثلث المتطابق الأضلاع

$$\angle MRP = 60^\circ$$

جبر: أو جد قيمة المتغير في كل من السؤالين الآتيين: المثال ٣

5)



$$\therefore \angle S = \angle T$$

$$RT = RS$$

$$9 = 2z - 15$$

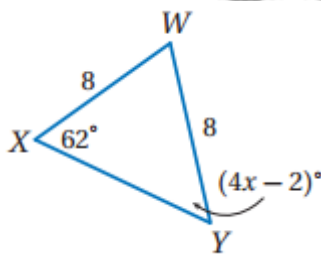
$$2z = 9 + 15$$

$$2z = 24$$

$$z = 12$$

(عكس نظرية المثلث المتطابق الضلعين)

6)



$$\therefore WY = XY$$

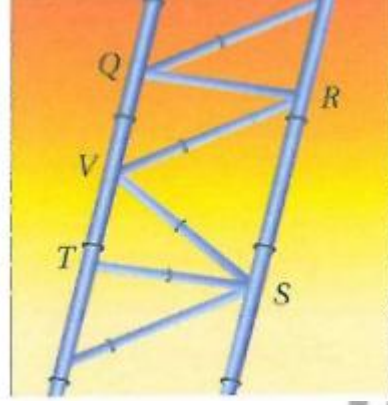
$$\angle WYX = \angle WXY$$

$$4x - 2 = 62$$

$$4x = 64$$

$$x = 16$$

(7) القاطرة السريعة: المثال ٤



(a) المعطيات: \overline{QR} و \overline{ST} عموديان على \overline{QT} ،

المطلوب: $\Delta RQV \cong \Delta STV$

البرهان:

• \overline{QR} و \overline{ST} عموديان على \overline{QT} ، و ΔVSR متطابق الضلعين وقاعدته \overline{SR} و

$\overline{QT} \perp \overline{SR}$ (معطى)

• $\angle RQV$, $\angle STV$ زوايا قائمة

• $\angle RQV \cong \angle STV$ تعريف الزاوية القائمة

• $\overline{VR} \cong \overline{VS}$ تعريف المثلث المتطابق الضلعين

• $\angle VSR \cong \angle VRS$ تعريف المثلث المتطابق الضلعين

• $\angle QVR \cong \angle VRS$, $\angle TVS \cong \angle VRS$

• $\angle TVS \cong \angle QVR$

• $\angle RQV \cong \angle STV$ حسب مسطرة AAS

(b) من نظرية فيثاغورث $QV = \sqrt{2.5^2 - 2^2} = 1.5m$

وحيث أن الاضلاع المتناظرة في المثلثين المتطابقين يكونوا متطابقين

$$VT = 1.5m \text{ إذن}$$

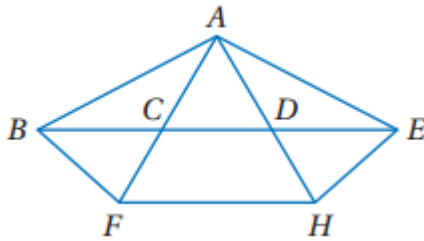
$$\therefore QV + VT = QT$$

$$1.5 + 1.5 = QT$$

$$QT = 3m$$

تدرب وحل المسائل

انظر إلى الشكل المجاور:



8)

$$\angle ABE, \angle AEB$$

9)

$$AB, AF$$

10)

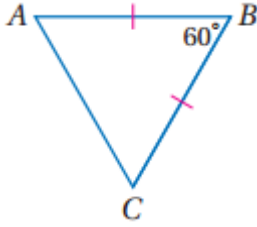
$$\angle ACD, \angle ADC$$

11)

$$AD, DE$$

أوجد كلا من القياسين الآتيين:

12)



$$\therefore AB = BC$$

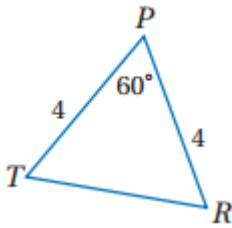
نظرية المثلث المتطابق الضلعين

$$\therefore \angle A = \angle C$$

$$\angle A = \angle C = (180^\circ - 60^\circ) \div 2 = 60^\circ$$

$$m \angle BAC = 60^\circ$$

13)



$$\therefore PR = PT$$

نظرية المثلث المتطابق الضلعين

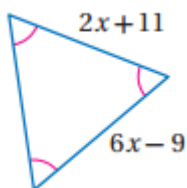
$$\therefore \angle R = \angle T$$

$$\therefore \angle R = \angle T = (180^\circ - 60^\circ) \div 2 = 60^\circ$$

$$PR = PT = TR$$

$$TR = 4cm$$

14)



بما أن جميع زوايا المثلث متطابقة إذن الأضلع متطابقة حسب عكس نظرية المثلث المتطابق الضلعين.

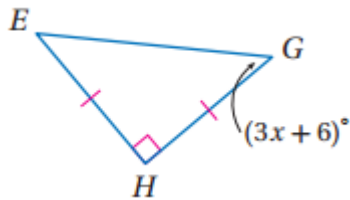
$$6x - 9 = 2x + 11$$

$$6x - 2x = 11 + 9$$

$$4x = 20$$

$$x = 5$$

15)



$$\therefore HG = HE$$

$$\therefore \angle E = \angle G = 45^\circ$$

$$3x + 6 = 45$$

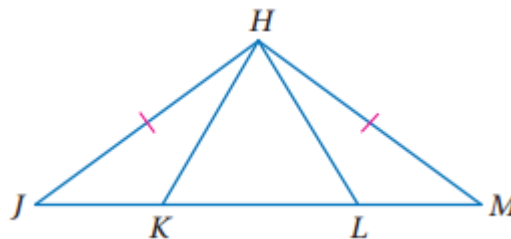
$$3x = 39$$

$$x = 13$$

نظرية المثلث المتطابق الضلعين

برهان: اكتب برهاناً حراً. المثال ٤

(16)



بما أن $HM = HJ$ إذن $\angle H MJ = \angle H JM$

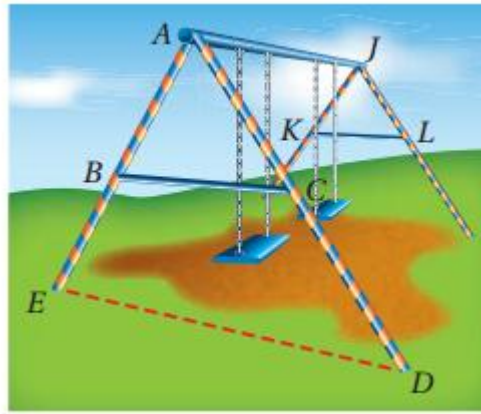
وبما أن $\triangle HKL$ متطابق الأضلاع إذن $\angle HKJ = \angle HLM$ لأن

$\angle HKL = \angle HLK$ من تطابق المثلث

إذن $\triangle HKJ \cong \triangle HLM$ حسب نظرية AAS.

ولأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة فإن $\angle JHK = \angle MHL$

(17) حدائق:



(a)

بما أن $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ إذن $\angle ABC = \angle ACB$

حسب نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث: $180^\circ - 50^\circ = \angle ABC + \angle ACB$

$130^\circ = \angle ABC + \angle ABC$ (خاصية التعويض)

$65^\circ = \angle ABC$

(b)

المبررات	العبارات
معطيات	$AB \cong AC, BE \cong CD$

تعريف تطابق القطع المستقيمة	$AB = AC, BE = CD$
مسلمة جمع القطع المستقيمة	$AB + BE = AE$
مسلمة جمع القطع المستقيمة	$AC + CD = AD$
خاصية الجمع للمساواة	$AB + BE = AC + CD$
تعريف تطابق القطع المستقيمة	$AE = AD$
تعريف المثلث المتطابق الضلعين	مثلث AED متطابق الضلعين

(c)

$$(1) \overline{AB} \cong \overline{AC}, \overline{BC} \square \overline{ED}, \overline{ED} \cong \overline{AD} \text{ (معطيات)}$$

$$(2) \angle ABC \cong \angle ACB \text{ (نظرية المثلث متطابق الضلعين)}$$

$$(3) \angle ABC = \angle ACB \text{ (تعريف تطابق الزوايا)}$$

$$(4) \angle ABC \cong \angle AED, \angle ACB \cong \angle ADE \text{ (زوايا متناظرة)}$$

$$(5) \angle ABC = \angle AED, \angle ACB = \angle ADE \text{ (تعريف تطابق الزوايا)}$$

$$(6) m \angle AED = m \angle ACB \text{ (بالتعويض)}$$

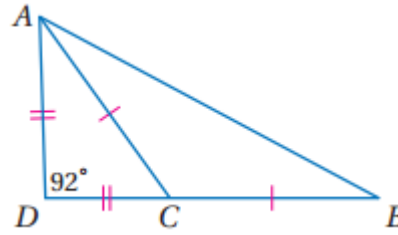
$$(7) m \angle AED = m \angle ADE \text{ (بالتعويض)}$$

$$(8) \angle AED \cong \angle ADE \text{ (تعريف تطابق الزوايا)}$$

$$(9) \overline{AD} \cong \overline{AE} \text{ (عكس نظرية المثلث المتطابق الضلعين)}$$

$$(10) \triangle AED \text{ متطابق الأضلاع (تعريف المثلث المتطابق الأضلاع)}$$

أوجد كلا من القياسات الآتية:



18)

$$\because DA = DC$$

$$\angle CAD = \angle ACD$$

$$2\angle CAD = 180^\circ - 92^\circ$$

$$\angle CAD = 44^\circ$$

19)

$$\because DA = DC$$

$$\angle CAD = \angle ACD$$

$$2\angle ACD = 180^\circ - 92^\circ$$

$$\angle ACD = 44^\circ$$

20)

$$\angle ACB = 180^\circ - \angle ACD$$

$$\angle ACB = 180^\circ - 44^\circ$$

$$\angle ACB = 136^\circ$$

21)

$$\therefore AC = CB$$

$$\angle CAB = \angle ABC$$

$$2\angle ABC = 180^\circ - \angle ACB$$

$$2\angle ABC = 180^\circ - 136^\circ$$

$$\angle ABC = 22^\circ$$

برهان: اكتب برهاناً ذا عمودي لكل نتيجة أو نظرية مما يأتي:

(22) الحالة الأولى:

$$(1) \triangle ABC \text{ متطابق الأضلاع (معطى)}$$

$$(2) \overline{AB} \cong \overline{AC} \cong \overline{BC} \text{ (تعريف المثلث المتطابق الأضلاع)}$$

$$(3) \angle A \cong \angle B \cong \angle C \text{ (تعريف المثلث المتطابق الضلعين)}$$

$$(4) \triangle ABC \text{ متطابق الزوايا (تعريف المثلث المتطابق الزوايا)}$$

الحالة الثانية:

$$(1) \triangle ABC \text{ متطابق الزوايا (معطى)}$$

$$(2) \angle A \cong \angle B \cong \angle C \text{ (تعريف المثلث المتطابق الزوايا)}$$

$$(3) \overline{AB} \cong \overline{AC} \cong \overline{BC} \text{ (إذا تطابقت زاويتان في مثلث فإن الضلعين المقابلين لهما يكونان متطابقين)}$$

$$(4) \triangle ABC \text{ متطابق الأضلاع (تعريف المثلث المتطابق الأضلاع)}$$

(23)

$$(1) \triangle ABC \text{ متطابق الأضلاع (معطى)}$$

$$(2) \overline{AB} \cong \overline{AC} \cong \overline{BC} \text{ (تعريف المثلث المتطابق الأضلاع)}$$

$$(3) \angle A \cong \angle B \cong \angle C \text{ (نظرية المثلث المتطابق الضلعين)}$$

$$(4) m \angle A = m \angle B = m \angle C \text{ (تعريف التطابق)}$$

$$(5) m \angle A + m \angle B + m \angle C = 180^\circ \text{ (نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث)}$$

$$(6) m \angle A = 60^\circ \text{ (خاصية القسمة)}$$

$$(7) m \angle A = m \angle B = m \angle C = 60^\circ \text{ (بالتعويض)}$$

(24)

$$(1) \text{ افترض أن } \overline{BD} \text{ ينصف } \angle ABC \text{ (مسلمة المنقلة)}$$

$$(2) \angle ABD \cong \angle CBD \text{ (تعريف منصف الزاوية)}$$

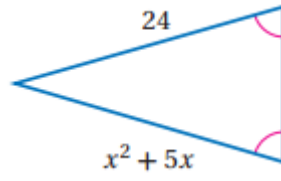
$$(3) \angle A \cong \angle C \text{ (معطى)}$$

$$(4) \overline{BD} \cong \overline{BD} \text{ (خاصية الانعكاس)}$$

$$(5) \triangle ABD \cong \triangle CBD \text{ (AAS)}$$

$$(6) \overline{AB} \cong \overline{CB} \text{ (العناصر المتناظرة في مثلثين متطابقين تكون متطابقة)}$$

أوجد قيمة المتغير في كل من السؤالين الآتيين:



25)

$$x^2 + 5x = 24$$

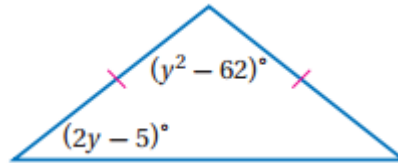
$$x^2 + 5x - 24 = 0$$

$$(x - 3)(x + 8) = 0$$

$$x = 3$$

$$x = -8 \quad \times$$

عكس نظرية المثلث المتطابق الضلعين



26)

$$(y^2 - 62) + 2(2y - 5) = 180^\circ$$

$$y^2 - 62 + 4y - 10 = 180^\circ$$

$$y^2 + 4y - 62 - 190^\circ = 0$$

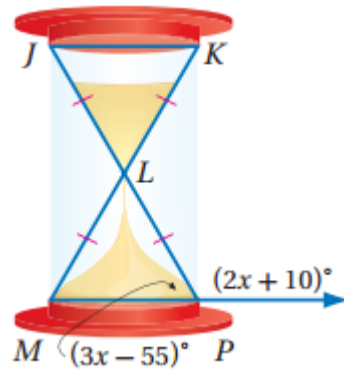
$$y^2 + 4y - 252^\circ = 0$$

$$(y + 18)(y - 14) = 0$$

$$y = 14$$

$$y = -18 \quad \times$$

الساعة الرملية: استعمل الساعة الرملية المبينة في الشكل المجاور، وأوجد كل من القياسات الآتية:



27)

$$(2x + 10) + (3x - 55) = 180^\circ$$

$$5x - 45 = 180$$

$$5x = 180 + 45$$

$$x = 45$$

$$\angle LPM = (3x - 55) = 3 \times 45 - 55$$

$$\angle LPM = 80^\circ$$

28)

$$\therefore LP = LM$$

$$\angle LPM = \angle LMP = 80^\circ$$

29)

$$\angle MLP = 180^\circ - (80^\circ + 80^\circ)$$

$$\angle MLP = 20^\circ$$

$$\angle MLP = \angle JLK = 20^\circ$$

زاويتان متجاورتان على مستقيم

نظرية المثلث المتطابق الضلعين

نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث

زاويتان متقابلتان بالرأس

30)

$$\angle JKL + \angle KJL = 180^\circ - 20^\circ$$

نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث

$$\angle JKL + \angle KJL = 160^\circ$$

$$\because LK = JL$$

$$\therefore \angle JKL = \angle KJL$$

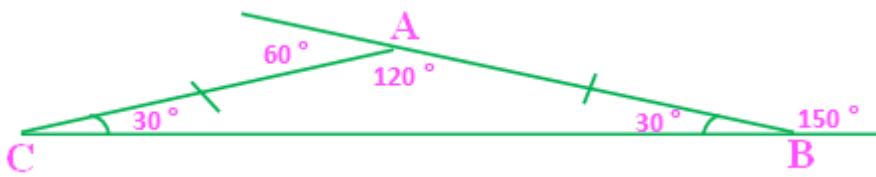
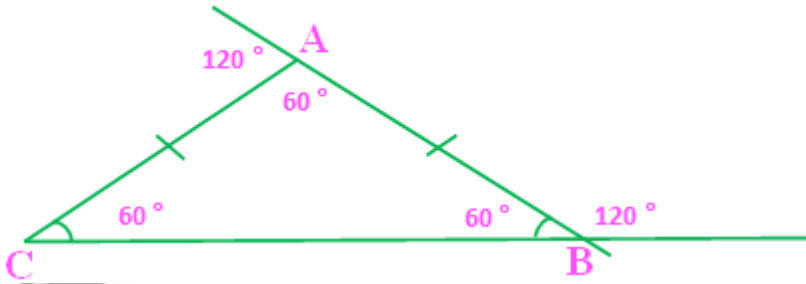
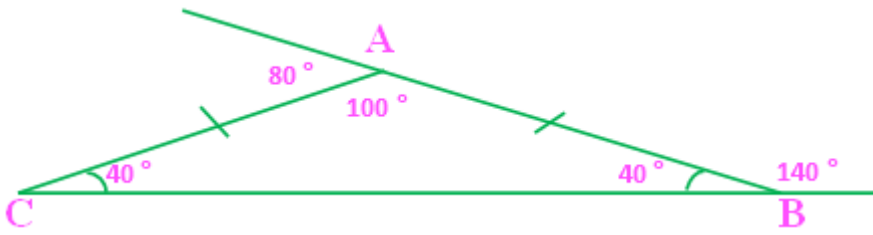
نظرية المثلث المتطابق الضلعين

$$2\angle JKL = 160^\circ$$

$$\angle JKL = 80^\circ$$

(31) تمثيلات متعددة:

(a) هندسيا:



(b) جدوليا:

$m \angle 5$	$m \angle 4$	$m \angle 3$	$m \angle 1$
٤٠	٤٠	١٠٠	١٤٠
٦٠	٦٠	٦٠	١٢٠
٣٠	٣٠	١٢٠	١٥٠

$m \angle 5$	$m \angle 4$	$m \angle 3$	$m \angle 2$
٤٠	٤٠	١٠٠	٨٠
٦٠	٦٠	٦٠	١٢٠
٣٠	٣٠	١٢٠	٦٠

(c) لفظيا:

زاويتان متجاورتان على مستقيم
نظرية المثلث المتطابق الضلعين
نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث

$$m \angle 5 = 180 - m \angle 1$$

$$m \angle 4 = m \angle 5$$

$$m \angle 3 = 180 - (m \angle 4 + m \angle 5)$$

(d) جبريا:

$$m \angle 5 = 180 - x$$

$$m \angle 4 = 180 - x$$

$$m \angle 3 = 180 - 2(180 - x) = 2x - 180$$

مسائل مهارات التفكير العليا

(32) تحد:

نعلم أن $\triangle WJZ$ متطابق الأضلاع، وبما أن المثلث المتطابق الأضلاع يكون متطابق الزوايا، فإن $\angle ZWJ \cong \angle WJZ \cong \angle JZW$ وبحسب تعريف تطابق الزوايا

$$m \angle ZWJ = m \angle WJZ = m \angle JZW$$

وبما أن $\angle ZWP \cong \angle WJM \cong \angle JZL$ فإن:

$$m \angle ZWP = m \angle WJM = m \angle JZL \text{ ومن تعريف تطابق الزوايا وباستعمال}$$

مسلمة جمع الزوايا ينتج أن:

$$m \angle ZWJ = m \angle ZWP + m \angle PWJ ,$$

$$m \angle WJZ = m \angle WJM + m \angle MJZ ,$$

$$m \angle JZW = m \angle JZL + m \angle LZW$$

وبالتعويض ينتج أن:

$$m \angle ZWP + m \angle PWJ = m \angle WJM + m \angle MJZ =$$

$$m \angle JZL + m \angle LZW$$

وبالتعويض مرة أخرى ينتج أن:

$$m \angle ZWP + m \angle PWJ = m \angle ZWP + m \angle PJZ =$$

$$m \angle ZWP + m \angle LZW$$

وبحسب خاصية الطرح للمساواة ينتج أن:

$$m \angle PWJ = m \angle PJZ = m \angle LZW \text{ ومن تعريف التطابق ينتج أن}$$

$$\angle PWJ \cong \angle PJZ \cong \angle LZW \text{ وبحسب مسلمة } ASA \text{ ينتج أن}$$

$$\triangle WZL \cong \triangle ZJM \cong \triangle JWP \text{ ولأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين}$$

$$\overline{WP} \cong \overline{ZL} \cong \overline{JM} \text{ فإن تكون متطابقة، فإن}$$

تبرير:

(33) أحيانا، تكون صحيحة فقط عندما يكون قياس زاوية الرأس عددا زوجيا.

(34) غير صحيحة أبدا، لان قياس زاوية الرأس يساوي (قياس إحدى زاويتي القاعدة) $2 - 180$ ، إذا كان قياس احدى زاويتي القاعدة عدد صحيح فان مجموع قياس زاويتي القاعدة يكون عددا زوجيا وبالتالي فان قياس زاوية الرأس سيكون زوجيا أيضا.

(35) مسألة مفتوحة:

لا يمكن أن يحوى المثلث أكثر من زاوية منفرجة، لذا لا يمكن رسم المثلث المطلوب.

(36) اكتب:

مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي 180 وزاويتا القاعدة لهما نفس القياس، لذا فان قياس زاوية رأس المثلث يساوي 180 ناقصا مثلي قياس إحدى زاويتي القاعدة

تدريب على الاختبار المعياري

37) $A : \angle A \cong \angle BCA$

38) D

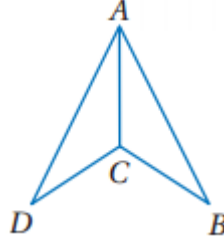
$x = -3$

$4 \times (-3)^2 - 7 \times (-3) + 5$

$36 + 21 + 5 = 62$

مراجعة تراكمية

39)



$$\therefore AB = AD = 27in$$

(معطى)

$$\therefore CB = DC = 7in$$

$$\therefore AC = AC \quad \text{حسب خاصية الانعكاس}$$

$$\therefore \triangle ADC \cong \triangle ABC \quad \text{حسب SSS}$$

اذكر الخاصية التي تبرر كلا من العبارات الآتية:

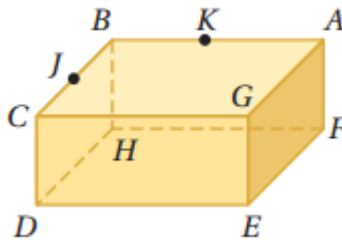
(40) خاصية التوزيع

(41) خاصية الجمع للمساواة

(42) خاصية التعويض

(43) خاصية التعدي

انظر إلى الشكل المجاور:



(44) 6 مستويات.

(45) A, K, B

استعد للدرس اللاحق

أوجد إحداثيات نقطة المنتصف للقطعة التي إحداثيات طرفيها كما يأتي:

46) $A (2,15), B (7,9)$

$$\left(\frac{2+7}{2}, \left(\frac{9+15}{2} \right) \right)$$

$(4.5,12)$

47) $C (-4,6), D (2,-12)$

$$\left(\frac{-4+2}{2}, \left(\frac{6-12}{2} \right) \right)$$

$(-1,-3)$

48) $E (3,2.5), F (7.5,4)$

$$\left(\frac{7.5+3}{2}, \left(\frac{2.5+4}{2} \right) \right)$$

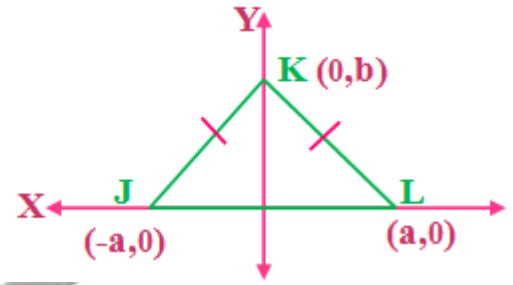
$(5.25,3.25)$

المثلثات والبرهان الإحداثي

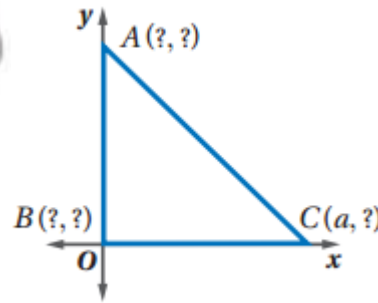
3-7



(1)



(2)



بما أن الرأس B يقع عند نقطة الأصل، فإن إحداثياته هي $(0, 0)$

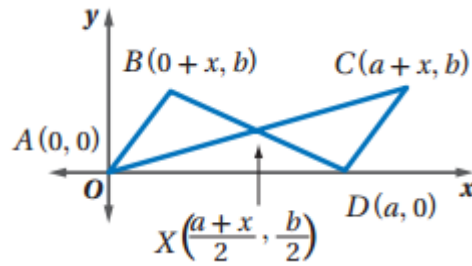
وبما أن الرأس C يقع على المحور X فإن الإحداثي $Y = 0$ وتكون الرأس $C: (a, 0)$

وبما أن المثلث متطابق الضلعين والرأس A يقع على المحور Y فإن الإحداثي $X = 0$

وتكون الرأس $A: (0, a)$



(3)



نقطة منتصف \overline{AC} هي

$$\left(\frac{0+a+x}{2}, \frac{0+b}{2} \right) = \left(\frac{a+x}{2}, \frac{b}{2} \right)$$

نقطة منتصف \overline{BD} هي $\left(\frac{0+x+a}{2}, \frac{b+0}{2} \right) = \left(\frac{a+x}{2}, \frac{b}{2} \right)$

\overline{AC} ينصف \overline{BD} و \overline{BD} ينصف \overline{AC} وذلك بتعريف المنصف.

$\overline{BX} \cong \overline{XD}$ و $\overline{AX} \cong \overline{XC}$ وذلك بتعريف المنصف.

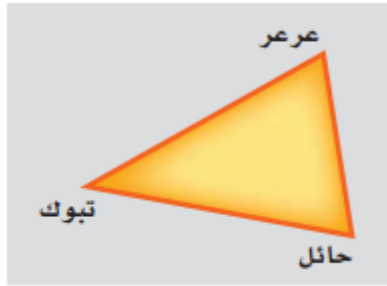
$$CD = \sqrt{((a+x)-a)^2 + (b-0)^2} = \sqrt{x^2 + b^2}$$

$$AB = \sqrt{((0+x)-0)^2 + (b-0)^2} = \sqrt{x^2 + b^2}$$

إن $\overline{CD} \cong \overline{AB}$ بتعريف تطابق القطع المستقيمة.

$\triangle ABX \cong \triangle CDX$ بحسب SSS

(4) جغرافيا:



افترض أن T ترمز لمدينة تبوك، A ترمز لمدينة عرعر، H لمدينة حائل

$$AT = \sqrt{(28.37 - 30.9)^2 + (36.6 - 41.13)^2} \approx 5.19$$

$$HT = \sqrt{(28.37 - 27.43)^2 + (36.6 - 41.68)^2} \approx 5.17$$

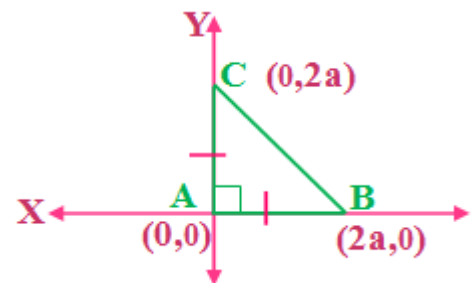
$$AH = \sqrt{(30.9 - 27.43)^2 + (41.13 - 41.68)^2} \approx 3.51$$

وبما أن $AT \cong HT$ ، فإن $\triangle ATH$ متطابق الضلعين تقريباً.

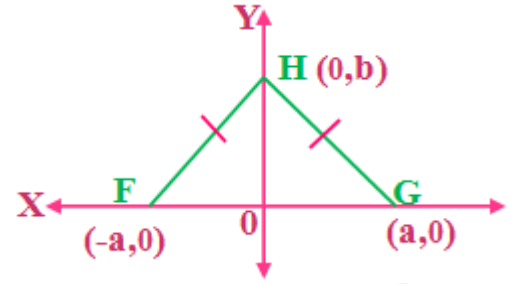


ارسم كلا من المثلثين الآتيين في المستوي الاحداثي وحدد إحداثيات رؤوسه: المثال ١

(1)

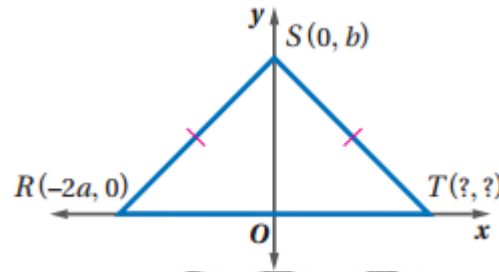


(2)



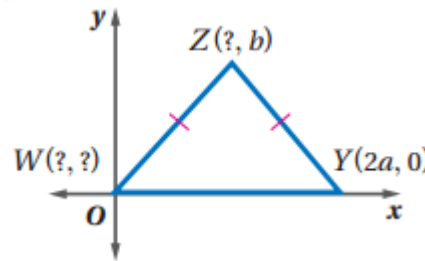
أوجد الإحداثيات المجهولة في كل من المثلثين الآتيين: المثال ٢

(3)



وبما أن الرأس T يقع على المحور X فإن الإحداثي $Y = 0$ وبما أن المثلث متطابق الضلعين فإن النقطة T تقع عند النقطة $(2a, 0)$

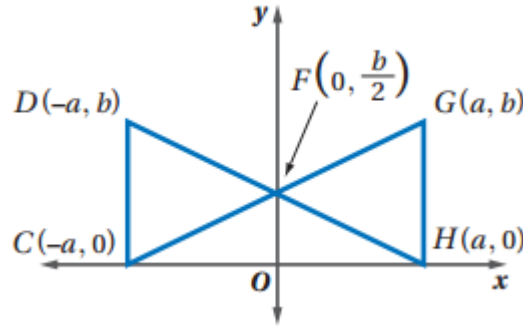
(4)



بما أن الرأس W يقع عند نقطة الأصل، فإن إحداثياته هي $(0, 0)$

وبما أن المثلث متطابق الضلعين فإن الإحداثي x للرأس Z يقع في منتصف المسافة بين $0, 2a$ ويكون a إذن الإحداثي الرأسي Z : (a, b)

(5) اكتب برهانا احداثياً لإثبات أن $\triangle FGH \cong \triangle FDC$. المثال ٣



$$DC = \sqrt{(-a - (-a))^2 + (b - 0)^2} = b$$

$$GH = \sqrt{(a - a)^2 + (b - 0)^2} = b$$

بما أن $DC = GH$ ، فإن $\overline{DC} \cong \overline{GH}$.

$$DF = \sqrt{(0 - a)^2 + \left(\frac{b}{2} - b\right)^2} = \sqrt{a^2 + \frac{b^2}{4}}$$

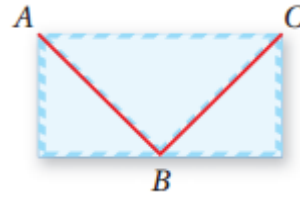
$$GF = \sqrt{(0 + a)^2 + \left(\frac{b}{2} - b\right)^2} = \sqrt{a^2 + \frac{b^2}{4}}$$

$$CF = \sqrt{(0 + a)^2 + \left(\frac{b}{2} - 0\right)^2} = \sqrt{a^2 + \frac{b^2}{4}}$$

$$HF = \sqrt{(a - 0)^2 + \left(0 - \frac{b}{2}\right)^2} = \sqrt{a^2 + \frac{b^2}{4}}$$

$\triangle FGH \cong \triangle FDC$ بحسب SSS

(6) اكتب برهانا إحدائياً لإثبات أن المثلث ABC متطابق الضلعين: المثال؛



استعمل صيغة المسافة بين نقطتين لتجد AB و BC

$$A(0,10), B(10,0), C(20,10)$$

$$AB = \sqrt{(0-10)^2 + (10-0)^2} = \sqrt{200}$$

$$BC = \sqrt{(20-10)^2 + (10-0)^2} = \sqrt{200}$$

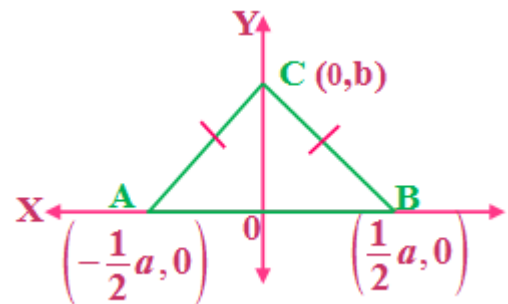
وبما أن $AB = BC$ ، فإن $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ ويكون الساقان متطابقتين، أي أن:

$\triangle ABC$ متطابق الضلعين.

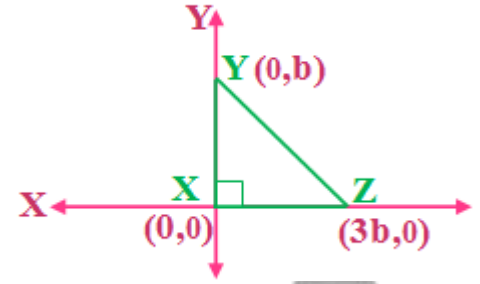
تدرب وحل المسائل

ارسم كلا من المثلثين الآتيين في المستوي الإحداثي وحدد إحداثيات رؤوسه:

(7)

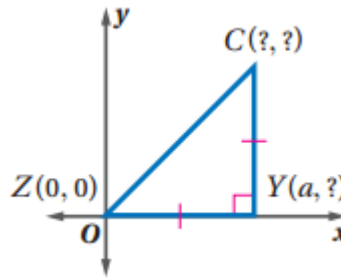


(8)



أوجد الإحداثيات المجهولة في كل مثلث مما يأتي: المثال ٢

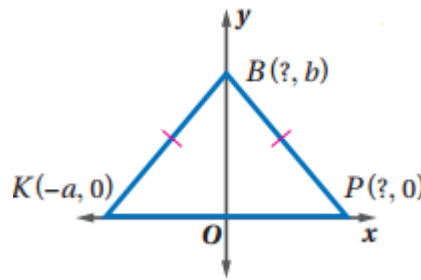
(9)



وبما أن الرأس Y يقع على المحور X فإن الإحداثي $Y = 0$ وتكون الرأس $Y: (a, 0)$

وبما أن المثلث متطابق الضلعين إذن تكون الرأس $C: (a, a)$

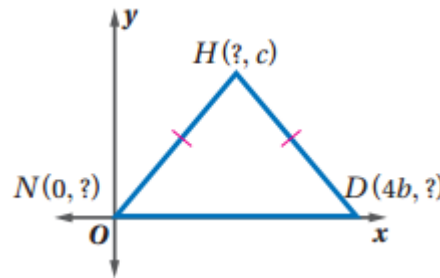
(10)



وبما أن الرأس B يقع على المحور Y فإن الإحداثي $X = 0$ وتكون الرأس $B: (0, b)$

بما أن المثلث متطابق الضلعين إذن B تقع في المنتصف إذن النقطة $P: (a, 0)$

(11)



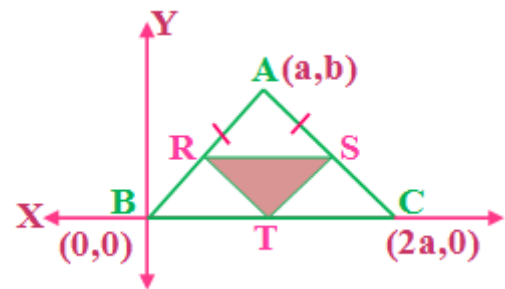
بما أن الرأس N يقع عند نقطة الأصل، فإن إحداثياته هي $(0, 0)$

وبما أن الرأس D يقع على المحور X فإن الإحداثي $Y = 0$ وتكون الرأس $D: (4b, 0)$

وبما أن المثلث متطابق الضلعين فإن الإحداثي x للرأس H يقع في منتصف المسافة بين $0, 4b$ ويكون $2b$ إذن الإحداثي الرأسي $H: (2b, c)$

برهان:

(12)



إحداثيات R هي $\left(\frac{a+0}{2}, \frac{b+0}{2}\right) = \left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$

إحداثيات S هي $\left(\frac{a+2a}{2}, \frac{b+0}{2}\right) = \left(\frac{3a}{2}, \frac{b}{2}\right)$

إحداثيات T هي $\left(\frac{2a+0}{2}, \frac{0+0}{2}\right) = (a, 0)$

$$ST = \sqrt{\left(\frac{3a}{2} - a\right)^2 + \left(\frac{b}{2} - 0\right)^2} = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{4}}$$

$$RT = \sqrt{\left(\frac{a}{2} - a\right)^2 + \left(\frac{b}{2} - 0\right)^2} = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{4}}$$

الاحظ أن $RT = ST$ ، وهذا يعني أن $RT \cong ST$ ، لذا فالمثلث $\triangle RST$ متطابق الضلعين.

(13)

إحداثيات S هي $\left(\frac{b}{2}, \frac{c}{2}\right)$

وإحداثيات T هي $\left(\frac{a+b}{2}, \frac{c}{2}\right)$

$$ST = \sqrt{\left(\frac{a+b}{2} - \frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{c}{2} - \frac{c}{2}\right)^2} = \frac{a}{2}$$

$$AB = \sqrt{(a-0)^2 + (0-0)^2} = a$$

$$ST = \frac{1}{2}AB \text{ إذن}$$

(14) جغرافيا:

$$\sqrt{(16.9 - 17.5)^2 + (42.58 - 44.16)^2} \approx 1.69 \text{ المسافة بين جيزان ونجران:}$$

$$\sqrt{(16.9 - 18.3)^2 + (42.58 - 42.8)^2} \approx 1.42 \text{ المسافة بين جيزان وخميس:}$$

$$\sqrt{(17.5 - 18.3)^2 + (44.16 - 42.8)^2} \approx 1.58 \text{ المسافة بين نجران وخميس:}$$

وبما أن هذه المسافات مختلفة، فإن المثلث الذي رؤوسه هذه المدن الثلاث مختلف الأضلاع.

أوجد ميل كل ضلع من أضلاعه ثم حدد ما إذا كان المثلث قائم الزاوية أم لا. ووضح إجابتك:

(15)

$$m_{(x,y)} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2h - 0}{2h - 0} = 1$$

$$m_{(y,z)} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 2h}{4h - 2h} = -1$$

$$m_{(z,x)} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 0}{4h - 0} = 0$$

ميل XY يساوي 1، ميل YZ يساوي -1، ميل ZX يساوي صفرا
وبما أن ناتج ضرب ميلي ضلعين في المثلث يساوي -1 فإنه قائم الزاوية.

(16)

$$m_{(x,y)} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{h - 0}{1 - 0} = h$$

$$m_{(y,z)} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - h}{2h - 1} = \frac{-h}{2h - 1}$$

$$m_{(z,x)} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 0}{2h - 0} = 0$$

ميل XY يساوي h ، ميل YZ يساوي $\frac{-h}{2h - 1}$ ، ميل ZX يساوي صفرا

ولا يوجد ميلان ناتج ضربهما يساوي -1 إذن المثلث ليس قائم الزاوية

(17) نزهة:

ميل الطريق الواصل بين الخيمتين يساوي:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9 - 25}{12 - 0} = \frac{-16}{12} = \frac{-4}{3}$$

وميل الطريق بين موقع الإدارة والخيمة الواقعة عند (12,9) يساوي:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9 - 0}{12 - 0} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

وبما أن $-1 = \frac{-4}{3} \times \frac{3}{4}$ ، فإن المثلث المتشكل من الخيمتين وإدارة المتنزة مثلث قائم الزاوية.

(18) رياضة مائية:

(a)

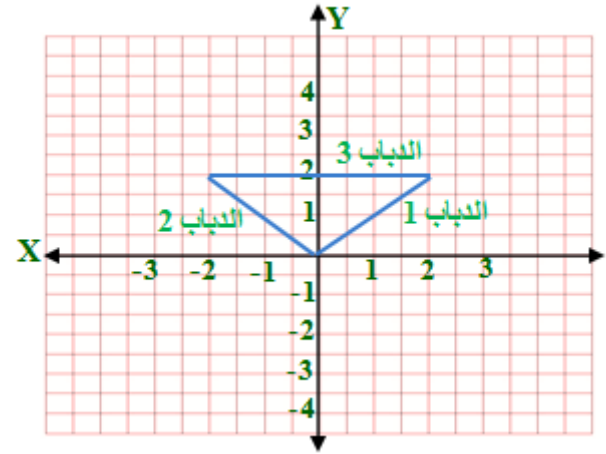
القارب الأول يسير نفس عدد الوحدات للشمال وللشرق من نقطة الأصل و الجزء المقطوع من محور الصادات = 0

لذا ميل معادلة سير القارب الأول = 1، معادلته هي $y = x$

بالمثل القارب الثاني يسير نفس عدد الوحدات للشمال وللغرب من نقطة الأصل و الجزء المقطوع من محور الصادات = 0

لذا ميل معادلة سير القارب الثاني = (-1) و معادلته هي $y = -x$

القارب الثالث يسير إلى الشمال و هذا يعني على محور الصادات، لذا معادلة المستقيم هي $x = 0$



(b)

المسافة بين الرصيف وكل من القارين الأول والثاني 300m، لذا فإن هذين الضلعين متطابقان. ويكون المثلث المتكون من الرصيف وكل من القارين الأول والثاني متطابق الضلعين بحسب تعريف المثلث المتطابق الضلعين.

(c)

الدباب الأول سار نفس الوحدات الى الشمال و الشرق من نقطة الأصل لذا مسار الدباب الاول يعتبر وتر للمثلث القائم المتطابق الأضلاع .

نفرض x طول الساقين المتطابقين للمثلث القائم و المتطابق الأضلاع .

بتطبيق نظرية فيثاغورث

$$2x^2 = 300 \times 300 = 90000$$

$$x = \sqrt{\frac{90000}{2}} = \sqrt{45000} = 150\sqrt{2}$$

بالمثل للدباب الثاني نفرض ان y طول الساقين المتطابقين للمثلث القائم و المتطابق الأضلاع.

$$2y^2 = 300 \times 300 = 90000$$

$$y = \sqrt{\frac{90000}{2}} = \sqrt{45000} = 150\sqrt{2}$$

حيث أن مسار الدباب الاول يقع في الربع الاول ، لذا فإن إحداثياته هي:
 $(150\sqrt{2}, 150\sqrt{2})$

بالمثل الدباب الثاني يقع في الربع الثاني، لذا فإن إحداثياته هي:
 $(-150\sqrt{2}, 150\sqrt{2})$

الدباب الثالث سار إلى الشمال 212 yd على محور الصادات، لذا إحداثياته هي
 $(0, 212)$

(d)

$$\therefore 150\sqrt{2} \approx 212.13$$

لذا يعتبر الثلاث دبابات لهما تقريبا نفس الإحداثي الصادي، أي تقريبا على استقامة واحدة

منتصف المسافة بين الدباب الاول و الثاني:

$$\left(\frac{150\sqrt{2} + (-150\sqrt{2})}{2}, \frac{212 + 212}{2} \right) = (0, 212)$$

و هذا هو موقع الدباب الثالث.

مسائل مهارات التفكير العليا

تحد:

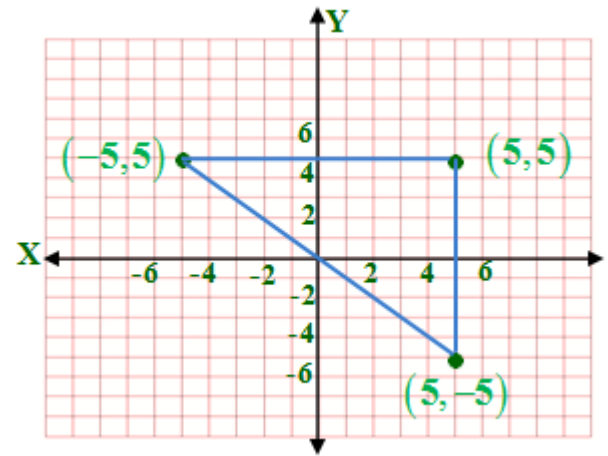
(19) $L: (a, 0)$

(20) $L: (2a, 0)$

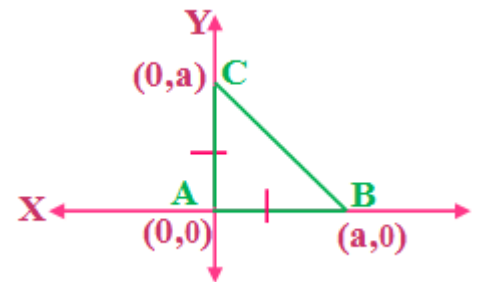
(21)

بما أن المثلث متطابق الضلعين والنقطة K تقع في منتصف المسافة بين الرأس J, L إذن النقطة $L: (4a, 0)$

(22) مسألة مفتوحة:



(23) تبرير:



بما أن الرأس الثالث يقع على محور y إذن $x = 0$ وتكون إحداثيات الرأس $(0, a)$

(24) اكتب:

(a) استعمال نقطة الأصل رأساً للمثلث يسهل العمليات الحسابية لأن إحداثيات نقطة الأصل (0,0)

(b) رسم ضلع واحد على الأقل للمثلث على المحور X أو المحور y يسهل الحسابات عند إيجاد أطوال أضلاع لأن احد الإحداثيات يكون 0

(c) رسم المثلث في الربع الأول يجعل جميع إحداثيات رؤوسه موجبة وهذا يسهل إجراء العمليات الحسابية.

تدريب على الاختبار المعياري

(25) D

$$m \angle B = 76^\circ$$

$$m \angle A = 76^\circ \div 2 = 38^\circ$$

$$m \angle C = 180 - (76^\circ + 38^\circ)$$

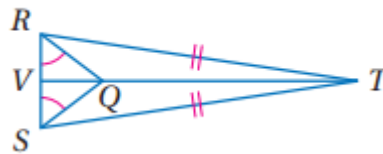
$$m \angle C = 66^\circ$$

(26) B

وبما أن المثلث متطابق الضلعين فإن الإحداثي x للرأس R يقع في منتصف المسافة بين $0, 2a$ ويكون a إذن الإحداثي الرأسي R : (a, b)

مراجعة تراكمية

انظر إلى الشكل المجاور



$$27) \angle TSR = \angle TRS$$

$$28) RQ = QS$$

$$29) \triangle RQV \cong \triangle SQV$$

$$30) m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - (-6)}{2 - (-2)} = \frac{12}{4} = 3$$

استعد للدرس اللاحق

أوجد المسافة بين كل زوج من النقاط الآتية وقرب الناتج الى اقرب عشر:

$$31) X (5,4), Y (2,1)$$

$$XY = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2} = \sqrt{(2-5)^2 + (1-4)^2}$$

$$\sqrt{9+9} = \sqrt{18} \approx 4.2$$

$$32) A (1,5), B (-2,-3)$$

$$AB = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2} = \sqrt{(-2-1)^2 + (-3-5)^2}$$

$$\sqrt{9+64} = \sqrt{73} \approx 8.5$$

$$33) J (-2,6), K (1,4)$$

$$JK = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2} = \sqrt{(1-(-2))^2 + (4-6)^2}$$

$$\sqrt{9+4} = \sqrt{13} \approx 3.6$$

دليل الدراسة والمراجعة

الفصل
3

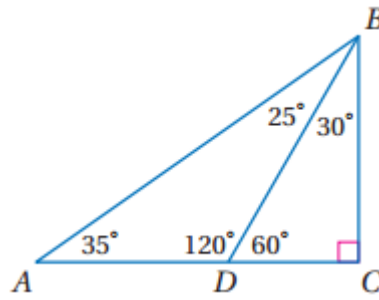
اختبر مفرداتك: حدد ما إذا كانت كل عبارة فيما يأتي صحيحة أو خاطئة. وإذا كانت خاطئة فأستبدل ماتحته خط لتصبح صحيحة:

- (١) عبارة صحيحة
- (٢) خاطئة، منفرج الزاوية
- (٣) عبارة صحيحة
- (٤) خاطئة، المتطابق الضلعين.
- (٥) عبارة صحيحة
- (٦) خاطئة، البرهان الإحداثي.
- (٧) عبارة صحيحة

تصنيف المثلثات (ص: 142-148)

3-1

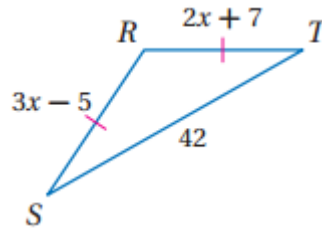
صنف كلا من المثلثات الآتية إلى حاد الزوايا أو متطابق الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية:



- (٨) $\triangle ADB$ مختلف الأضلاع لأن جميع زواياه مختلفة.
- (٩) $\triangle ADB$ قائم الزاوية لأن $\angle C = 90^\circ$.
- (١٠) $\triangle ABC$ قائم الزاوية لأن $\angle C = 90^\circ$.

جبر: أوجد قيمة x وأطوال الأضلاع المجهولة في المثلثات الآتية:

11)



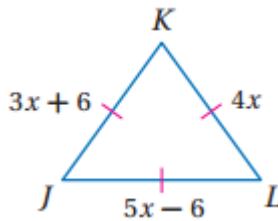
$$\therefore RT = RS$$

$$\therefore 3x - 5 = 2x + 7$$

$$3x - 2x = 7 + 5$$

$$x = 12$$

12)



$$\therefore KL = KJ$$

$$\therefore 3x + 6 = 4x$$

$$4x - 3x = 6$$

$$x = 6$$

خرايط:

المدن الثلاثة هم رؤوس مثلث

نفرض أن المسافة بين الرياض و المدينة المنورة x ، و المسافة بين المدينة المنورة و مكة المكرمة y ، المسافة بين الرياض و مكة المكرمة z .

$$x + y + z = 2092$$

$$x = y + 515$$

$$z = y + 491$$

$$(y + 515) + (y + 491) + y = 2092$$

$$3y + 1006 = 2092$$

$$3y = 1086$$

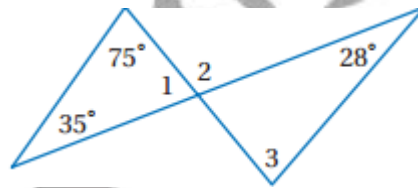
$$y = 362 \text{ km}$$

$$x = 362 + 515 = 877 \text{ km}$$

$$z = 491 + 362 = 853 \text{ km}$$

3-2 زوايا المثلثات (ص: 150-157)

أوجد قياس كل من الزوايا المرقمة في الشكل المجاور:



14)

نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث

$$\angle 1 = 180^\circ - (75 + 35)$$

15)

زاويتان متجاورتان على مستقيم

$$\angle 2 = 180^\circ - 70$$

16)

نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث

$$\angle 3 = 180^\circ - (110 + 28)$$

$$\angle 3 = 42^\circ$$

منازل: (17)



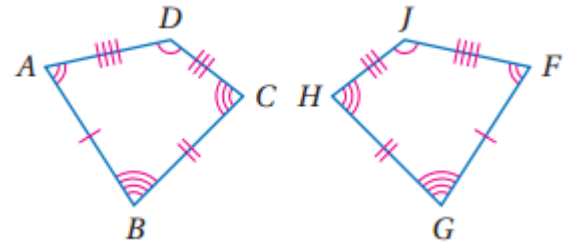
$$\angle x = 180^\circ - (38 + 38)$$

$$\angle x = 104^\circ$$

3-3 المثلثات المتطابقة (ص: 158-165)

بين أن كل مضلعين مما يأتي متطابقان، وذلك بتحديد جميع العناصر المتناظرة المتطابقة. ثم اكتب عبارة التطابق:

(١٨)

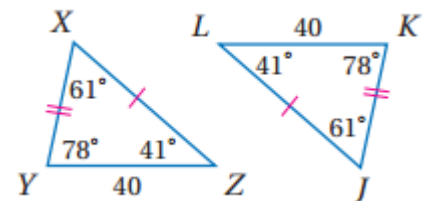


بما أن: $AB = FG, BC = GH, CD = HI, AD = IF$

$$\angle I = \angle D, \angle A = \angle F, \angle G = \angle B, \angle H = \angle C$$

إذن $ABCD \cong FGHI$ حسب SSS

(١٩)



بما أن: $\angle J = \angle X = 61^\circ, KJ = XY, LJ = XZ$

إن $\triangle XYZ \cong \triangle JKL$ حسب SAS

(٢٠) فسيفساء:



أربع مثلثات تبدو متطابقة: $\triangle FBE, \triangle GCH, \triangle EDH, \triangle FAE$

إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS 3-4

حدد ما إذا كان $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ ، ووضح إجابتك. (٢١)

$A(5,2), B(1,5)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(1-5)^2 + (5-2)^2}$$

$$\sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$

$B(1,5), C(0,0)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0-1)^2 + (0-5)^2}$$

$$\sqrt{1+25} = \sqrt{26}$$

$A(5,2), C(0,0)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0-5)^2 + (0-2)^2}$$

$$\sqrt{25+4} = \sqrt{29}$$

$$X(-3,3), Y(-7,6)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-7 + 3)^2 + (6 - 3)^2}$$

$$\sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

$$Y(-7,6), Z(-8,1)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-8 + 7)^2 + (1 - 6)^2}$$

$$\sqrt{1 + 25} = \sqrt{26}$$

$$X(-3,3), Z(-8,1)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-8 + 3)^2 + (1 - 3)^2}$$

$$\sqrt{25 + 4} = \sqrt{29}$$

الأضلاع المتناظرة لها الطول نفسه ومتطابقة إذن $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ بحسب SSS

22)

$$A(3,-1), B(3,7)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(3 - 3)^2 + (7 + 1)^2}$$

$$\sqrt{0 + 64} = \sqrt{64} = 8$$

$$B(3,7), C(7,7)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(7 - 3)^2 + (7 - 7)^2}$$

$$\sqrt{16 + 0} = 4$$

$$A(3,-1), C(7,7)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(7 - 3)^2 + (7 + 1)^2}$$

$$\sqrt{16 + 64} = \sqrt{80}$$

$$X(-7,0), Y(-7,4)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-7 + 7)^2 + (4 - 0)^2}$$

$$\sqrt{0 + 16} = 4$$

$$Y(-7,4), Z(1,4)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(1 + 7)^2 + (4 - 4)^2}$$

$$\sqrt{64 + 0} = 8$$

$$X(-7,0), Z(1,4)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(1 + 7)^2 + (4 - 0)^2}$$

$$\sqrt{64 + 16} = \sqrt{80}$$

ليس جميع الأضلاع المتناظرة لها الطول نفسه إذن $\triangle ABC \not\cong \triangle XYZ$

حدد المسلمة التي يمكن استعمالها لإثبات أن كل مثلثين فيما يأتي متطابقان.

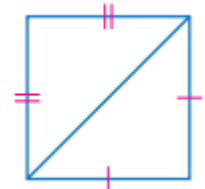
(٢٣)

مسلمة SAS ضلعين وزاوية محصورة بينهم

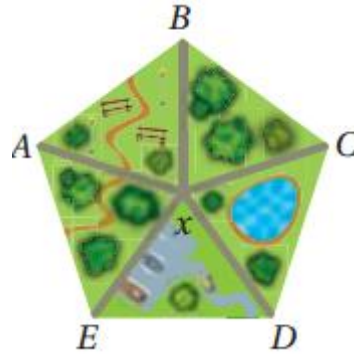


(٢٤)

مسلمة AAS



(25) متزهات:



بما أن جميع ممرات المشاة لها نفس الطول والزوايا المركزية متساوية إذن:

$$BX = CX, AX = DX$$

$$\angle BXA = \angle CXD$$

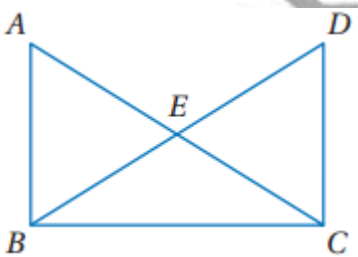
إذن $\triangle ABX \cong \triangle DCX$ حسب مسطرة SAS.

إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS

3-5

اكتب برهاناً ذا عمودين:

(٢٦)



البرهان: العبارات (المبررات)

$$\overline{AB} \cong \overline{DC}, AB \parallel DC \text{ (معطى)}$$

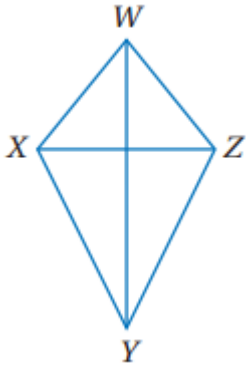
$$\overline{AB} = \overline{DC} \text{ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)}$$

$$\angle CDB = \angle ABD \text{ (زاويتان متبادلتان داخلياً)}$$

$$\angle BAC = \angle DCA \text{ (زاويتان متبادلتان داخلياً)}$$

إذن $\triangle ABE \cong \triangle CDE$ حسب مسطرة ASA.

(٢٧) الطائرة الورقية:



البرهان: العبارات (المبررات)

\overline{WY} تنصف كل من $\angle XWZ$, $\angle XYZ$ (معطى)

$\angle XWY = \angle ZWY$ (تعريف التنصيف)

$\angle XYW = \angle WYZ$ (تعريف التنصيف)

$\overline{WY} = \overline{WY}$ (حسب خاصية الانعكاس)

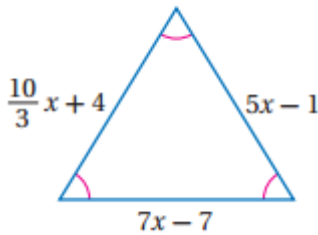
إذن $\triangle WXY \cong \triangle WZY$ حسب مسطرة ASA.

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع

3-6

أوجد قيمة كل من المتغيرين فيما يأتي:

28)



$$7x - 7 = 5x - 1$$

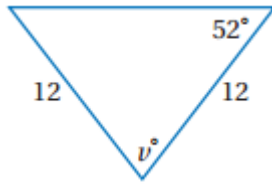
$$7x - 5x = -1 + 7$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

عكس نظرية المثلث المتطابق الضلعين

29)

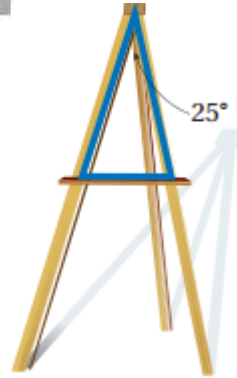


$$\angle v = 180^\circ - (52^\circ + 52^\circ)$$

$$v = 76^\circ$$

نظرية المثلث المتطابق الضلعين

(30) رسم:



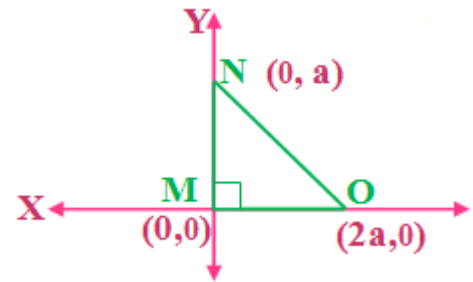
بما أن المثلث متطابق الضلعين إذن زوايا القاعدة متساوية إذن قياس كل منهما:

$$(180 - 25) \div 2 = 77.5^\circ$$

المثلثات والبرهان الإحداثي (ص: 195-190)

3-7

(31)



اجعل نقطة الأصل رأساً للزاوية القائمة في المثلث.

اجعل احد ضلعي القائمة على المحور x والضلع الآخر على المحور y .

بما أن النقطة O على المحور x إذن فإن إحداثيها $y = 0$ وإحداثيها $x = 2a$

بما أن النقطة N على المحور y إذن فإن إحداثيها $x = 0$ وإحداثيها $y = a$

(32) جغرافيا:



نفرض أن حائل $A = (3,5)$

نفرض أن بريدة $B = (6,3)$

نفرض أن المدينة المنورة $C = (0,0)$

$A (3,5), B (6,3)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(6-3)^2 + (3-5)^2}$$

$$\sqrt{9+4} = \sqrt{13}$$

$B (6,3), C (0,0)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0-6)^2 + (0-3)^2}$$

$$\sqrt{36+9} = 45$$

$A (3,5), C (0,0)$

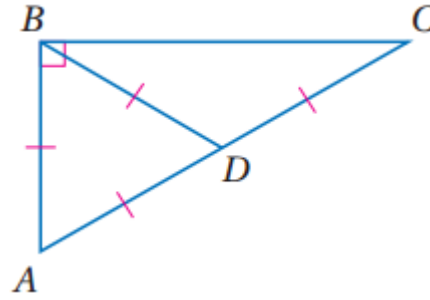
$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0-3)^2 + (0-5)^2}$$

$$\sqrt{9+25} = \sqrt{34}$$

بما أن جميع أطوال أضلاع المثلث مختلفة إذن المثلث مختلف الأضلاع.

الفصل 3 اختبار الفصل

صنف كل من المثلثات الآتية إلى حاد الزوايا أو متطابق الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية:



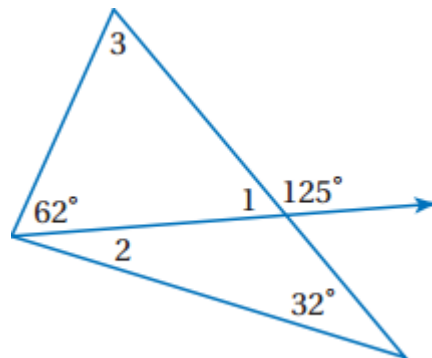
(1) $\triangle ABD$ متطابق الزوايا لأن جميع أطوال أضلاع متساوية حسب نظرية المثلث المتطابق الاضلاع.

(2) $\triangle ABC$ قائم الزاوية لأن $\angle B = 90^\circ$.

(3) $\triangle BDC$ منفرج الزاوية لأن

حسب نظرية المثلث المتطابق الضلعين. $\angle CBD = 30^\circ, \angle BCD = 30^\circ, \angle BDC = 120^\circ$

أوجد قياس كل زاوية مرقمة:



4)

زاويتان متجاورتان على مستقيم

$$\angle 1 = 180^\circ - 125^\circ$$

5)

$$\angle 1 = \angle 2 + 32^\circ$$

حسب نظرية الزاوية الخارجة عن مثلث

$$55^\circ = \angle 2 + 32^\circ$$

$$\angle 2 = 55^\circ - 32^\circ = 23^\circ$$

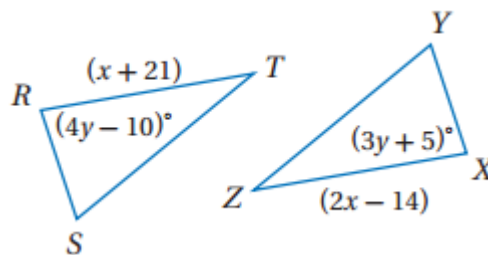
6)

$$\angle 3 = 180^\circ - (\angle 1 + 62^\circ)$$

$$\angle 3 = 180^\circ - (55^\circ + 62^\circ)$$

$$\angle 3 = 63^\circ$$

في المثلثين أدناه أوجد قيمة x, y :



7)

$$\therefore \triangle RST \cong \triangle XYZ$$

$$\therefore RT = XZ$$

$$2x - 14 = x + 21$$

$$2x - x = 21 + 14$$

$$x = 35$$

8)

$$\therefore \triangle RST \cong \triangle XYZ$$

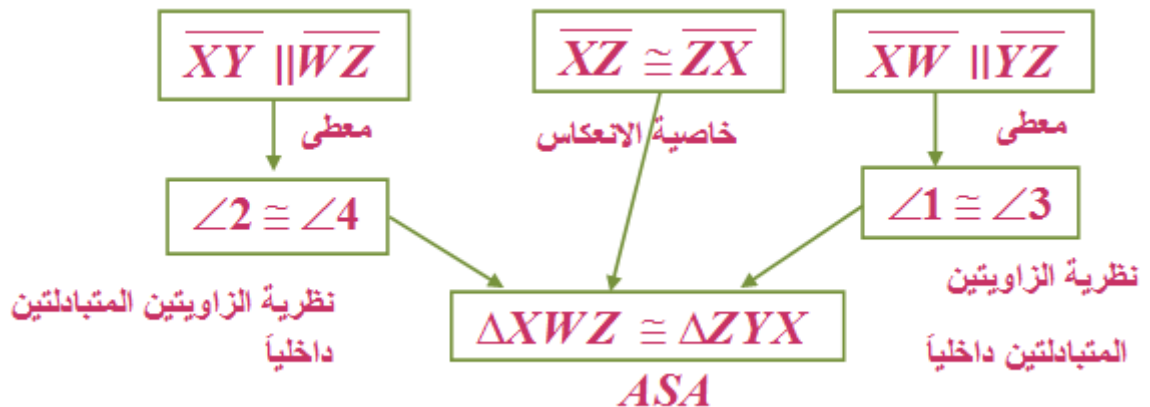
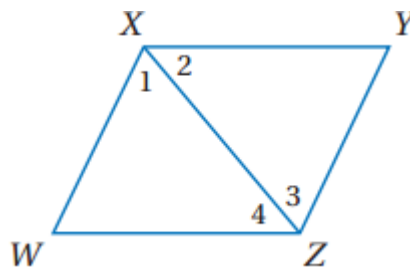
$$\therefore \angle TRS = \angle ZXY$$

$$4y - 10 = 3y + 5$$

$$4y - 3y = 5 + 10$$

$$y = 15$$

(9) برهان:



اختبار من متعدد:

(10) C

بما أن المثلث الذي رأسه 116° متطابق الأضلاع إذن زوايا قاعدته متساوية.

زاوية قاعدة المثلث الذي رأسه 116° : $116^\circ = 180^\circ - 64^\circ$

إذن كل زاوية من زوايا القاعدة $= 64^\circ \div 2 = 32^\circ$

وبذلك تكون إحدى زوايا القاعدة للمثلث الذي رأسه x :

$$180^\circ - (72^\circ + 32^\circ) = 76^\circ$$

وبما أن المثلث الذي رأسه x متطابق الضلعين إذن

$$\angle x = 180^\circ - (76 + 76)$$

$$\angle x = 28^\circ$$

(11)

نعم $\triangle TJD \cong \triangle SEK$ باستعمال مسلمة SSS

$$T(-4, -2), J(0, 5)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0 + 4)^2 + (5 + 2)^2}$$

$$\sqrt{16 + 49} = \sqrt{65}$$

$$J(0, 5), D(1, -1)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(1 - 0)^2 + (-1 - 5)^2}$$

$$\sqrt{1 + 36} = \sqrt{37}$$

$$T(-4, -2), D(1, -1)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(1 + 4)^2 + (-1 + 2)^2}$$

$$\sqrt{25 + 1} = \sqrt{26}$$

$$S(-1,3), E(3,10)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(3+1)^2 + (10-3)^2}$$

$$\sqrt{16+49} = \sqrt{65}$$

$$E(3,10), K(4,4)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(4-3)^2 + (4-10)^2}$$

$$\sqrt{1+36} = \sqrt{37}$$

$$S(-1,3), K(4,4)$$

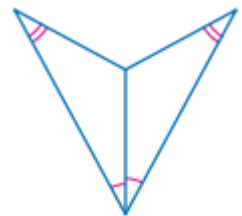
$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(4+1)^2 + (4-3)^2}$$

$$\sqrt{25+1} = \sqrt{26}$$

حدد النظرية أو المسلمة التي يمكن لإثبات أن كل زوج من أزواج المثلثات متطابق واكتب (غير ممكن) إذا تعذر إثبات التطابق:

(12)

مسلمة AAS



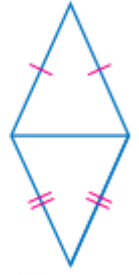
(13)

مسلمة SSS



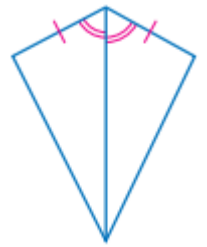
(14)

غير ممكن

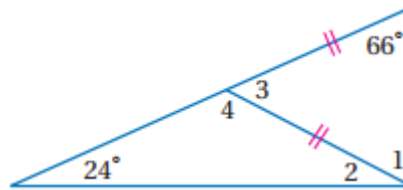


(15)

مسلمة SAS



أوجد قياس كل من الزاويتين الآتيتين:



16)

لأن المثلث متطابق الضلعين

$$\angle 1 = 66^\circ$$

17)

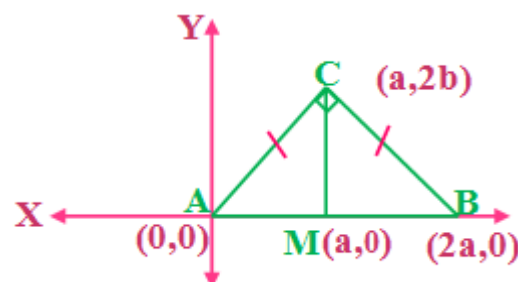
$$(\angle 1 + \angle 2) = 180 - (66 + 24)$$

$$(\angle 1 + \angle 2) = 90^\circ$$

$$\angle 2 = 90^\circ - 66^\circ$$

$$\angle 2 = 24^\circ$$

(18) برهان:



نقطة منتصف AB هي $(a,0)$

معطى

ميل AB يساوي صفرا

ميل CM غير معرف

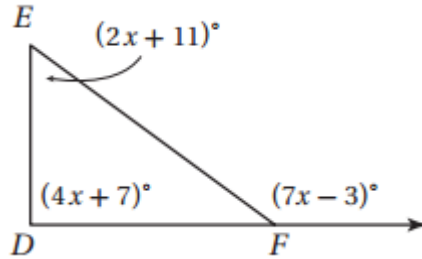
إذن فهو أفقي

إذن CM خط رأسي

$AB \perp CM$

تمارين ومسائل

(١) صنف $\triangle DEF$ حسب زواياه



زاوية $\angle F$ الخارجة عن المثلث تساوي مجموع الزاويتين الداخلتين البعديتين إذن:

$$(7x - 3)^\circ = (2x + 11)^\circ + (4x + 7)^\circ$$

$$7x - 3 = 6x + 18$$

$$7x - 6x = 18 + 3$$

$$x = 21$$

$$\angle FED = 2x + 11 = 2 \times 21 + 11$$

$$\angle FED = 53^\circ$$

$$\angle EDF = 4x + 7 = 4 \times 21 + 7$$

$$\angle EDF = 91^\circ$$

$$\angle EFD = 180^\circ - (84 + 53)$$

$$\angle EFD = 36^\circ$$

هذا المثلث منفرج الزاوية لأنه يحتوي على زاوية أكبر من 90°

(٢) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين: $(2, 4), (0, -2)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 4}{0 - 2} = \frac{-6}{-2} = 3$$

التعويض بالنقطة $(2, 4)$ في معادلة المستقيم

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 4 = 3(x - 2)$$

$$y - 4 = 3x - 6$$

$$y = 3x - 6 + 4$$

$$y = 3x - 2$$

(٣)

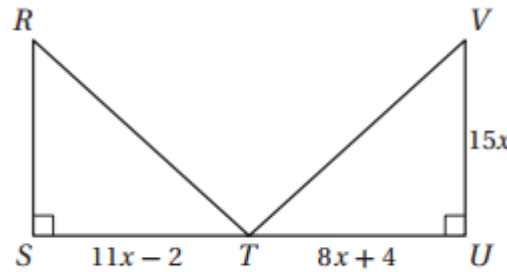
مساحة المستطيل = الطول في العرض

بفرض أن الطول س العرض ص

$$١٠٠٠ = س \times ص$$

إذن ضلعي المستطيل ٤٠ و ٢٥

(٤)



$$\therefore \triangle RST \cong \triangle VUT$$

$$\therefore ST = UT$$

$$11x - 2 = 8x + 4$$

$$11x - 8x = 4 + 2$$

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

$$ST = 11x - 2 = 11 \times 2 - 2 = 20$$

$$RS = UV$$

$$RS = 15x = 15 \times 2$$

$$RS = 30$$

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ طول القاعدة في الارتفاع

$$300 = 30 \times 20 \times \frac{1}{2} = RS \times ST \times \frac{1}{2} = \text{مساحة المثلث}$$

أسئلة الاختيار من متعدد

1) $D : \angle 1 = \angle 2 = 110^\circ$

زاويتان متبادلتان خارجياً

2) D : مختلف الأضلاع

3) $C : \triangle WXY \cong \triangle JKI$

4) A

$$\angle RTS = 180^\circ - 125^\circ$$

$$\angle RTS = 55^\circ$$

$$\angle R = 180^\circ - (55^\circ + 68^\circ)$$

$$\angle R = 57^\circ$$

5) B

$$180^\circ - 2(44^\circ) = 92^\circ$$

6) A

$$180^\circ - (70 + 47) = 63^\circ$$

حسب نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث

$$\angle 1 = 180^\circ - (63 + 32) = 85^\circ$$

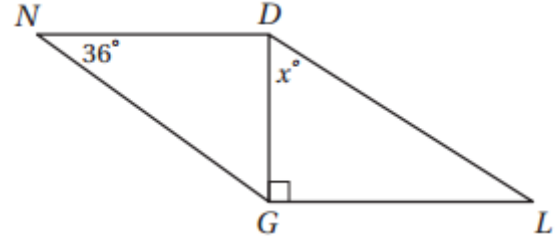
حسب نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث

وحسب نظرية الزاويتان المتقابلان بالرأس متساويتان

أسئلة ذات إجابات قصيرة

أجب عن كل مما يأتي:

(٧) إجابة شبكية:



$$\triangle NDG \cong \triangle LDG \therefore$$

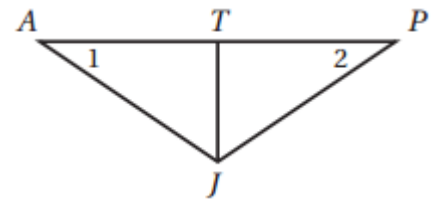
$$\angle LDG = \angle DNG \therefore$$

$$36^\circ = x^\circ$$

(٨) اكتب عكس العبارة الآتية:

إذا كنت أنا الخاسر فإنك تكون الرابع

(٩)



بما أن $\angle 1 = \angle 2$ إذن $\overline{JP} = \overline{JA}$ عكس نظرية المثلث المتطابق الضلعين

$\overline{TJ} = \overline{JT}$ خاصية الانعكاس

إذن $\triangle PTJ \cong \triangle ATJ$ حسب مسلمة AAS.

١٠) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين $(0,3)$, $(4,-5)$ بصيغة الميل والمقطع

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-5 - 3}{4 - 0} = \frac{-8}{4} = -2$$

التعويض بالنقطة $(0,3)$ في معادلة المستقيم

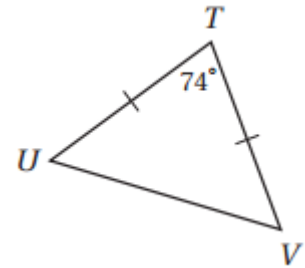
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 3 = -2(x - 0)$$

$$y - 3 = -2x + 0$$

$$y = -2x + 3$$

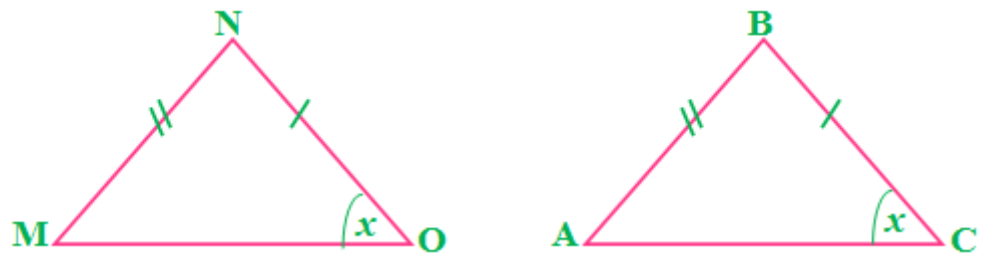
١١) أوجد $\angle TUV$ في الشكل أدناه:



بما أن $\triangle TUV$ متطابق الضلعين إذن $\angle TUV = \frac{(180^\circ - 74^\circ)}{2}$

$$53^\circ = \angle TUV$$

(١٢)



لا يمكن تطابق المثلثين لأنه لا يوجد مسلمة SSA

(١٣)

$$\triangle EFG \cong \triangle DCB$$

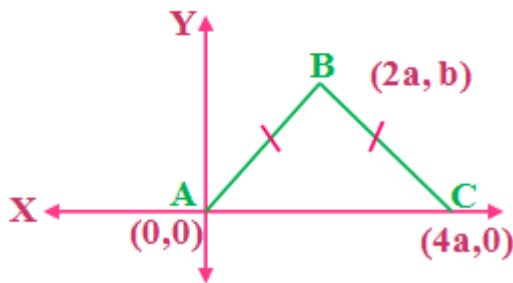
$$EF \cong DC, FG \cong CB, EG \cong DB$$

$$\angle EFG \cong \angle DCB, \angle FGE \cong \angle CBD, \angle FEG \cong \angle CDB$$

أسئلة ذات إجابات مطولة

14)

a)



b)

$$A(0,0), B(2a,b)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(2a - 0)^2 + (b - 0)^2}$$

$$\sqrt{4a^2 + b^2} = 2a + b$$

c)

$$B(2a,b), C(4a,0)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(4a - 2a)^2 + (0 - b)^2}$$

$$\sqrt{4a^2 + b^2} = 2a + b$$

d)

نستنتج من الفرعين c, b أن $\triangle ABC$ متطابق الضلعين في AB, BC .

المستوى الأول
النظام الفصلي

الفصل الثاني

التوازي

و

التعامد

Parallel

And

Perpendicular



أوجد قيمة x لقيم a, b المعطاة في كل معادلة مما يأتي:

9) $a + 8 = -4(x - b)$

$8 + 8 = -4(x - 3)$

$16 = -4(x - 3)$

$4 = -(x - 3)$

$-4 = x - 3$

$-4 + 3 = x$

$x = -1$

10) $b = 3x + 4a$

$12 = 3x + 4 \times (-9)$

$12 = 3x - 36$

$12 + 36 = 3x$

$48 = 3x$

$x = 48 \div 3$

$x = 16$

11) $\frac{a + 2}{b + 13} = 5x$

$\frac{18 + 2}{-1 + 13} = 5x$

$\frac{20}{12} = 5x$

$20 = 60x$

$x = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$

١٢) معارض:

ما دفعة أحمد + أخوة = ٨٠

$80 = 95 - 15$

ثمان بطاقة الدخول الواحدة = $80 \div 2 = 40$

المستقيمان المتوازيان والقاطع



حدد كلا مما يأتي مستعملاً الشكل المجاور:

1A) \overline{EH} , \overline{GF} , \overline{ED} , \overline{FA}

1B) \overline{AB} أو \overline{GF} أو \overline{CD}

1C) المستوى ABG



2A) متبادلتان داخلياً

2B) متناظرتان

2C) متبادلتان خارجياً

2D) متحالفتان



3A) المستقيم z ؛ متبادلتان خارجياً.

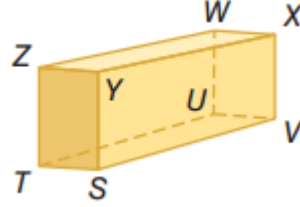
3B) المستقيم L ؛ متبادلتان داخلياً.

3C) المستقيم k ؛ متناظرتان.

3D) المستقيم L ؛ متحالفتان.



حدد كلا مما يأتي مستعملاً متوازي المستطيلات في الشكل المجاور: المثال ١



- 1) $\overline{XY}, \overline{TU}, \overline{ZW}$
- 2) \overline{TUV}
- 3) $\overline{ZW}, \overline{WU}$

(4) إنشاءات:

4a) $FGHE$ يوازي المستوى $ABCD$ المستوى

$BCHG$ يوازي المستوى $ADEF$ المستوى

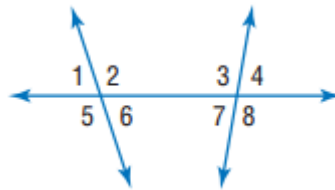
$ABGF$ يوازي المستوى $DCHE$ المستوى

4b) $\overline{CH}, \overline{BG}, \overline{AF}$

4c) \overline{AD} و \overline{BC}

4d) \overline{CH} و \overline{JK} ؛ \overline{BG} و \overline{JK}

مستعملاً الشكل المجاور، صنف كل زوج من الزوايا فيما يأتي إلي زاويتين متبادلتين خارجياً أو داخلياً أو متناظرتين أو متحالفتين: مثال ٢



(5) متبادلتان خارجياً.

(6) متناظرتين.

(7) متبادلتان داخلياً.

(8) متحالفتان.

استعن بالشكل المجاور لتحدد القاطع الذي يصل بين كل زوج من الزوايا فيما يأتي ، ثم صنف زوج الزوايا إلي زاويتين متبادلتين داخلياً أو خارجياً أو متناظرتين أو متحالفتين: مثال^٢

(9) المستقيم n؛ متناظرتين.

(10) المستقيم p؛ متبادلتان خارجياً.

(11) المستقيم m؛ متحالفتان.

(12) المستقيم p؛ متبادلتان داخلياً.

تدرب وحل المسائل

حدد كلا مما يأتي مستعملاً الشكل المجاور: مثال^١

13) \overline{CL} , \overline{EN} , \overline{BK} , \overline{AJ}

14) \overline{JLM}

15) \overline{EN}

16) \overline{DCL} , \overline{NML} , \overline{AED} , \overline{AEN}

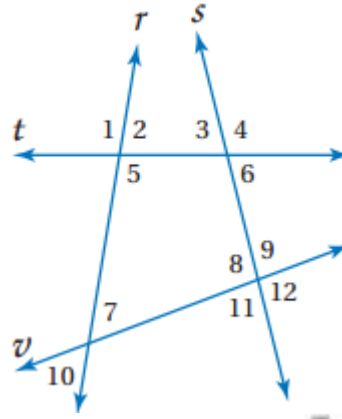
17) \overline{KL} , \overline{CL} , \overline{BK} , \overline{ML} , \overline{DM} , \overline{NM} , \overline{KJ}

18) \overline{AJ}

19) \overline{KJ}

20) \overline{AE}

مستعملاً الشكل المجاور، صنف كل زوج من الزوايا فيما يأتي إلى زاويتين متبادلتين خارجياً أو داخلياً أو متناظرتين أو متحالفتين: مثال ٢



(21) متناظرتين

(22) متحالفتين

(23) متبادلتان داخلياً

(24) متناظرتين

(25) متبادلتان خارجياً

(26) متبادلتان خارجياً

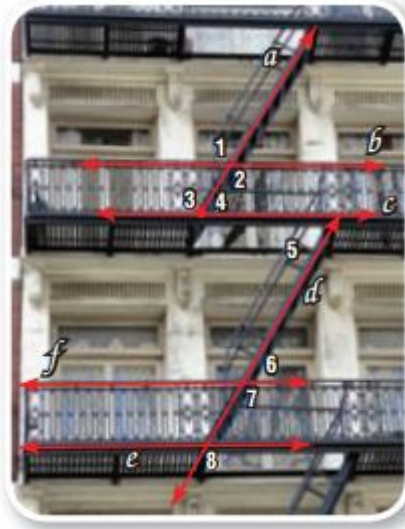
(27) متحالفتين

(28) متبادلتان خارجياً

(29) متبادلتان خارجياً

(30) متبادلتان داخلياً

سلم طوارئ: المثال ٣



(31) المستقيم a ؛ متناظرتين

(32) المستقيم a ؛ متحالفتين

(33) المستقيم c ؛ متبادلتان داخلياً

(34) المستقيم d ؛ متبادلتان داخلياً

(35) المستقيم d ؛ متناظرتان

(36) المستقيم a ؛ متبادلتان خارجياً

(37) كهرباء:

(a) بما أن المستقيمين يقعان في المستوى نفسه وغير متلاقيين فإنهما متوازيان.

(b) الخط q يمثل قاطعاً لكل من m و p .

استعن بالشكل المجاور لتصف العلاقة بين كل زوج من القطع المستقيمة الآتية بكتابة متوازيين أو متحالفتين أو متقاطعتين:

(38) متوازيين

(39) متحالفتين

(40) متقاطعتين

(41) متوازيين

(42) متخالفين

(43) متقاطعين

(44) خداع بصري:

(a) \overline{AB} توازي \overline{DC} ؛ المسافة بين القطعتين المستقيمتين هي نفسها من أي موقع على القطعة المستقيمة.

(b) \overline{MN} توازي \overline{QR} ؛ OP قاطع لكل من \overline{AB} و \overline{CD}

(45) سلم كهربائي:

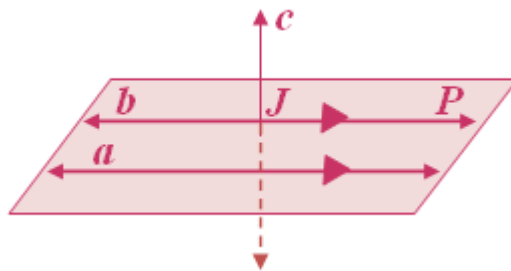
(a) متوازية

(b) تقع على استقامة واحدة

(c) متخالفة

مسائل مهارات التفكير العليا

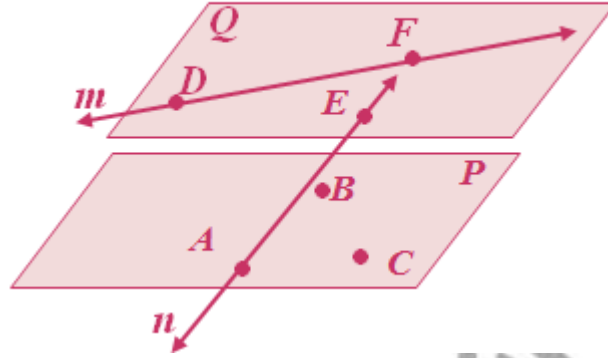
(46) مسألة مفتوحة:



(47)

- تحد:

(a)



(b) متوازيان

(c) متخالفان

- تبرير:

(48) صحيحة أحياناً؛ إما أن يكون \overrightarrow{AB} موازياً لـ \overrightarrow{CD} أو يخالفه؛ لأنهما لا يتقاطعان أبداً ولا يقعان في المستوى نفسه.

(49) صحيحة أحياناً؛ \overrightarrow{AB} يقطع المستقيم \overrightarrow{EF} اعتماداً على تقاطع المستويين X, Z .

(50) اكتب:

لا يكون المستويان متخالفين؛ لأن تعريف المستقيمين المتخالفين ينص على أن المستقيمين لا يتقاطعان ولا يقعان في المستوى نفسه.

والمستويان المتخالفان لا يقعان في المستوى نفسه، ولكنهما يكونان متوازيين أو متقاطعين.

تدريب على الاختبار المعياري

51) B

52) D

مراجعة تراكمية

$$53) (2x - 4) + (2x + 4)$$

$$2x - 4 + 2x + 4 = 180$$

$$4x = 180$$

$$x = 45$$

$$\angle 9 = (2x - 4)^\circ$$

$$\angle 9 = (2 \times 45 - 4)^\circ = 86^\circ$$

$$\angle 10 = (2x + 4)^\circ$$

$$\angle 10 = (2 \times 45 + 4)^\circ = 94^\circ$$

$$54) (4x) + (2x - 6) = 180^\circ$$

$$6x - 6 = 180$$

$$6x = 186$$

$$x = 31$$

$$\angle 11 = 4x = 4 \times 31$$

$$\angle 11 = 124^\circ$$

$$\angle 12 = 2x - 6 = 2 \times 31 - 6$$

$$\angle 12 = 56^\circ$$

$$55) (100 + 20x) + (20x) = 180^\circ$$

$$100 + 40x = 180$$

$$40x = 180 - 100 = 80$$

$$x = 80 \div 40 = 2$$

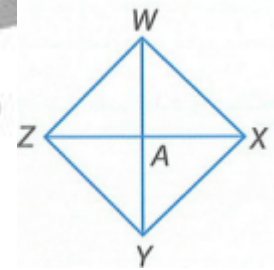
$$\angle 19 = 100 + 20x = 100 + 40$$

$$\angle 19 = 140^\circ$$

$$\angle 20 = 20x = 20 \times 2$$

$$\angle 20 = 40^\circ$$

(56) برهان:



المعطيات: $\overline{WY} \cong \overline{ZX}$ ، A منتصف \overline{WY} ، A منتصف \overline{ZX}

المطلوب: $\overline{WA} \cong \overline{ZA}$

البرهان:

$$(1) \overline{WY} \cong \overline{ZX} , A \text{ منتصف } \overline{WY} , A \text{ منتصف } \overline{ZX} \text{ (معطيات)}$$

$$(2) WY = ZX \text{ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)}$$

$$(3) ZA = AX , WA = AY \text{ (تعريف نقطة المنتصف)}$$

$$(4) WY = WA + AY , ZX = ZA + AX \text{ (مسألة جمع القطع المستقيمة)}$$

$$(5) WA + AY = ZA + AX \text{ (بالتعويض)}$$

$$(6) WA + WA = ZA + AX \text{ (بالتعويض)}$$

$$(7) 2WA = 2ZA \text{ (بالتعويض)}$$

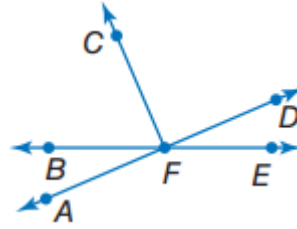
$$(8) WA = ZA \text{ (خاصية القسمة)}$$

(٩) $\overline{WA} \cong \overline{ZA}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

57) استعمل قانون الفصل المنطقي أو قانون القياس المنطقي لتحصل على نتيجة صحيحة إن أمكن من العبارتين الآتيتين؟

لا نتيجة صحيحة

جبر: في الشكل المجاور:



58)

بما أن $\overline{FC} \perp \overline{AD}$

إذن $\angle CFD = 90^\circ$

$$\angle CFD = (12a + 45)^\circ = 90^\circ$$

$$12a = 90^\circ - 45$$

$$12a = 45$$

$$a = 3.75$$

59)

$$\angle BFC + \angle AFB = 90^\circ$$

$$14x + 8 + 8x - 6 = 90$$

$$22x + 2 = 90$$

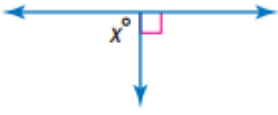
$$22x = 88$$

$$x = 4.05 \approx 4$$

استعد للدرس اللاحق

أوجد قيمة x في كل مما يأتي:

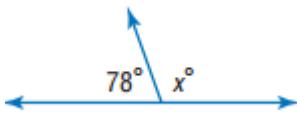
60)



$$x = 90^\circ$$

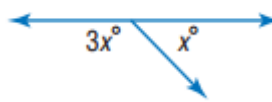
لأنهم زاويتان متجاورتان على مستقيم مجموعهم 180

61)



$$x = 180 - 78 = 102^\circ$$

62)



$$3x + x = 180$$

$$4x = 180$$

$$x = 45$$

معمل برمجيات الهندسة
استكشاف
2-2
الزوايا والمستقيمات المتوازية

حلّ النتائج:

(1) $\angle FAC, \angle GAB, \angle JBA, \angle KBD$ لها القياس نفسه.

$\angle CAG, \angle FAB, \angle ABK, \angle JBD$ لها القياس نفسه.

(2)

الزاوية	$\angle FAC$	$\angle CAG$	$\angle GAB$	$\angle FAB$	$\angle JBA$	$\angle ABK$	$\angle KBD$	$\angle JBD$
القياس الأول	114°	66°	114°	66°	114°	66°	114°	66°
القياس الثاني	87°	93°	87°	93°	87°	93°	87°	93°
القياس الثالث	45°	135°	45°	135°	45°	135°	45°	135°
القياس الرابع	122°	58°	122°	58°	122°	58°	122°	58°
القياس الخامس	150°	30°	150°	30°	150°	30°	150°	30°

(3) عيّن أزواج الزوايا التي لها الأسماء الخاصة الآتية:

(3a) المتناظرة: $\angle FAC$ و $\angle JBA$ ، $\angle CAG$ و $\angle ABK$ ، $\angle GAB$ و $\angle KBD$ ، $\angle FAB$ و $\angle JBD$ ؛ إذا قاطع مستقيمين متوازيين، فإن أزواج الزوايا المتناظرة متطابقة.

(3b) المتبادلة داخلياً: $\angle FAB$ و $\angle ABK$ ، $\angle GAB$ و $\angle JBA$ ؛ إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإن الزوايا المتبادلة داخلياً متطابقة.

(3c) المتبادلة خارجياً: $\angle FAC$ و $\angle KBD$ ، $\angle CAG$ و $\angle JBD$ ؛ إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإن الزوايا المتبادلة خارجياً متطابقة.

(3d) المتحالفة: $\angle FAB, \angle GAB, \angle GAB, \angle ABK$ ؛ إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإن الزاويتين المتحالفتين متكاملتان.

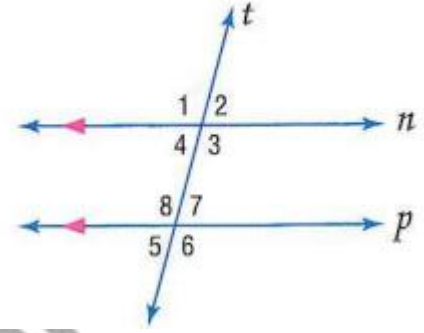
(4) اسحب النقطة C أو D بحيث يكون قياس أي من الزوايا $= 90^\circ$.

(4a) قياس جميع الزوايا 90° .

(4b) إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، وكان عمودياً على أحد المستقيمين، فإنه يعامد المستقيم الآخر.

الزوايا والمستقيمات المتوازية

تلقّق



(1A) $105^\circ = \angle 8 = \angle 1$ الزاويتين المتناظرتين.

(1B) $75^\circ = \angle 4 = \angle 2$ بالتقابل بالرأس ؛ نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس.

(1C) $105^\circ = \angle 1 = \angle 3$ نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس.

تلقّق

(2A) تخطيط المدن:

$100 = \angle 2 = \angle 1$ بالتبادل

$\angle 2, \angle 4$ علي استقامة واحدة

$80^\circ = 180 - 100 = \angle 4$ ؛ نظرية تكامل الزوايا.

(2B)

$\angle 4 \cong \angle 3$ ؛ نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً.

$\angle 4 = \angle 3$ ؛ نظرية تطابق الزوايا.

$70^\circ = \angle 3$ بالتعويض.



(3A) بما أن المستقيمين z و K متوازيان فإن $\angle 2$ و $\angle 7$ متطابقتان بحسب نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً.

$$m\angle 2 = m\angle 7 \quad (\text{تعريف التطابق})$$

$$4x + 7 = 5x - 13 \quad (\text{بالتعويض})$$

$$4x + 20 = 5x \quad (\text{بإضافة } 13 \text{ لكلا الطرفين})$$

$$20 = x \quad (\text{ب طرح } 4x \text{ من كلا الطرفين})$$

(3B)

بما أن المستقيمين z و k متوازيان فإن $\angle 3$ و $\angle 5$ متكاملتان بحسب نظرية الزاويتين المتحالفتين.

$$180^\circ = m\angle 5 + m\angle 3 \quad (\text{تعريف الزاويتين المتكاملتين})$$

$$180^\circ = 68 + 3y - 2 \quad (\text{بالتعويض})$$

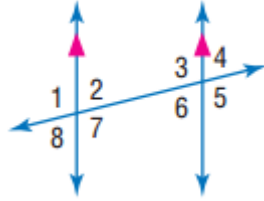
$$180^\circ = 3y + 66 \quad (\text{بالتبسيط})$$

$$114 = 3y \quad (\text{بالطرح})$$

$$38^\circ = y \quad (\text{بقسمة الطرفين على } 3)$$



في الشكل المجاور: أوجد قياس كل من الزوايا الآتية واذكر المسلمات والنظريات التي استعملتها: المثال ١



(1) $\angle 1 = \angle 3 = 94^\circ$ مسلمة الزاويتين المتناظرتين.

(2) $\angle 1 = \angle 5 = 94^\circ$ نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً.

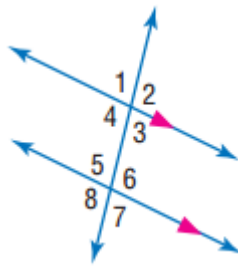
(3)

$\angle 4$ و $\angle 5$ زاويتين متجاورتين على استقامة واحدة

$$\angle 4 = 180 - 94 = 86^\circ$$

مسلمة الزاويتين المتناظرتين، ونظرية الزاويتين المتكاملتين.

في الشكل المجاور : أوجد قياس كل من الزوايا الآتية واذكر المسلمات والنظريات التي استعملتها: مثال ٢



(4)

$101^\circ = \angle 6 = \angle 4$ بالتبادل ؛ نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً.

(5)

$\angle 4$ و $\angle 5$ متحالفان إذن مجموعهم $= 180$

$$\text{إذن } \angle 5 = 180 - 101 = 79^\circ$$

و $\angle 5$ تساوي $\angle 7$ بالتقابل بالرأس .

$$\angle 7 = 79^\circ$$

نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس، ونظرية الزاويتين المتحالفتين.

(6)

$\angle 4$ و $\angle 5$ متحالفان إذن مجموعهم $= 180$

$$\text{إذن } \angle 5 = 180 - 101 = 79^\circ$$

$\angle 5 = 79^\circ$ ؛ نظرية الزاويتين المتحالفتين.

(7) طرق:



$$\angle 2 = m 93^\circ \text{ بالتبادل داخليا}$$

بما أن مكمل $\angle 3$ تساوي $\angle 2$ بالتناظر

$$\text{إذن } \angle 3 = 180 - 93$$

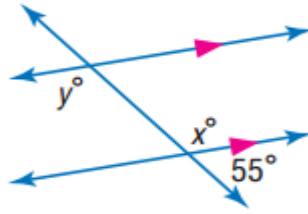
$$\angle 3 = 87^\circ$$

$\angle 4$ تساوي مكمل 93° بالتناظر

$$\angle 4 = 180 - 93 = 87^\circ$$

أوجد قيمة كل متغير في الأشكال الآتية. وضح تبريرك: المثال ٣

(8)



$x = 125$ نظرية الزاويتين المتكاملتين

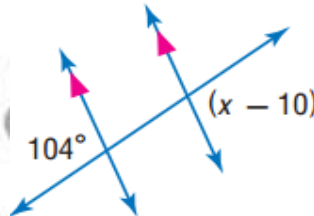
$$x + 55 = 180$$

$$x = 180 - 55$$

$$x = 125$$

$y = x = 125$ ، نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليا

(9)



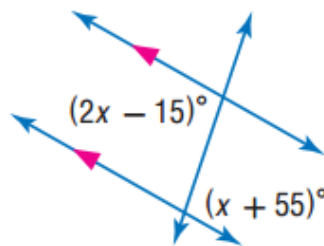
$$x - 10 = 104$$

نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً

$$x = 104 + 10$$

$$x = 114^\circ$$

(10)



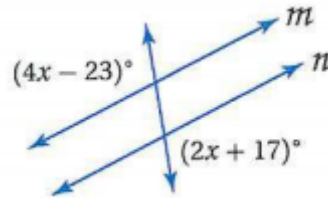
$$2x - 15 = x + 55$$

$$2x - x = 55 + 15$$

$$x = 70^\circ$$

(11)

نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً



$$4x - 23 = 2x + 17$$

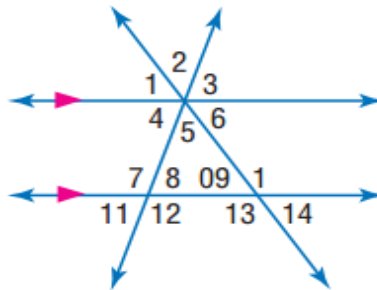
$$4x - 2x = 17 + 23$$

$$2x = 40$$

$$x = 20$$

تدرب وحل المسائل

في الشكل المجاور: المثالان ٢، ١



(12) $22^\circ = \angle 11 = \angle 4$ بالتناظر؛ مسلّمة الزاويتين المتناظرتين.

(13) $22^\circ = \angle 4 = \angle 3$ بالتقابل بالرأس

(14)

نظرية زاويتان متبادلتان خارجياً ونظرية الزاويتين المتكاملتين

$$\angle 11 = \angle 3, \angle 14 = \angle 1 \text{ بالتبادل خارجياً}$$

$$180 = \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 \text{ زوايا متجاورة على استقامة واحدة}$$

$$180 = 18 + \angle 2 + 22$$

$$180 - 40 = \angle 2$$

$$140^\circ = \angle 2$$

(15)

$$180 = \angle 14 + \angle 10$$

نظرية الزاويتين المتكاملتين. $180 = 18 + \angle 10$

$$162^\circ = \angle 10$$

(16)

نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس. $140^\circ = \angle 2 = \angle 5$

(17)

نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً $18^\circ = \angle 14 = \angle 1$

طاقة شمسية:

(18) متكاملان؛ لأنهما زاويتان متحالفتان.

(19) متطابقان؛ لأنهما زاويتان متناظرتان.

(20) متطابقان؛ لأنهما زاويتان متبادلتن خارجياً.

(21) متكاملتان؛ بما أن $\angle 3$ و $\angle 5$ متجاورتان على مستقيم فإنهما متكاملتان. $\angle 4$ و

$\angle 5$ متطابقتان لأنهما زاويتان متبادلتن خارجياً، لذا فإن $\angle 3$ تكمل $\angle 4$.

أوجد قيمة كل متغير من الأشكال الآتية. وضح تبريرك

(22)

حسب مسئلة الزاويتين المتناظرتين:

$$3x - 15 = 105$$

$$3x = 105 + 15 = 120$$

$$x = 120 \div 3$$

$$x = 40$$

حسب نظرية الزاويتين المتكاملتين:

$$3x - 15 + y + 25 = 180$$

$$3 \times 40 - 15 + y + 25 = 180$$

$$y + 130 = 180$$

$$y = 50^\circ$$

23)

$$180 - 54 = 126$$

$$126 = 2x$$

$$x = 126 \div 2 = 63$$

$$x = 63^\circ$$

24)

حسب نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً:

$$2x = 108$$

$$x = 108 \div 2$$

$$x = 54^\circ$$

$y = 12$ حسب نظرية الزاويتين المتحالفتين:

$$5y + 120 = 180$$

$$5y = 60$$

$$y = 60 \div 5$$

$$y = 12$$

25)

حسب نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً

$$3x - 14 = 2x + 25$$

$$3x - 2x = 25 + 14$$

$$x = 39$$

26)

حسب نظرية الزاويتين المتناظرتين

$$5x - 20 = 90$$

$$5x = 110$$

$$x = 22$$

27)

حسب نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً

$$21 + 2x = x + 48$$

$$2x - x = 48 - 21$$

$$x = 27$$

(28) برهان:

المبررات	العبارات
(a) معطى	(a) $m \parallel n$ ، l قاطع للمستقيمين m, n
(b) تعريف الزاويتين المتجاورتين على مستقيم	(b) $\angle 1, \angle 3$ متجاورتان على مستقيم
(c) نظرية الزاويتين المتكاملتين	$\angle 2, \angle 4$ متجاورتان على مستقيم
(d) نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً	(c) $\angle 1, \angle 3$ متكاملتان.
(e) تعريف تطابق الزوايا	$\angle 2, \angle 4$ متكاملتان.
(f) بالتعويض.	(d) $\angle 1 \cong \angle 4, \angle 2 \cong \angle 3$
	(e) $m \angle 1 = \angle 4, m \angle 2 = m \angle 3$
	(f) $\angle 1, \angle 2$ متكاملتان.
	$\angle 3, \angle 4$ متكاملتان.

تخزين:

(29) متطابقتان؛ زاويتان متبادلتان داخلياً.

(30) متطابقتان؛ زاويتان متناظرتان.

(31) متطابقتان؛ زاويتان متقابلتان بالرأس.

(32) متتامتان؛ لأن المستقيمين الرأسى والأفقي متعامدان ويشكلان زوايا قائمة.

(33) برهان:

المعطيات: $l \parallel m$

المطلوب: $\angle 1 \cong \angle 8$ ، $\angle 2 \cong \angle 7$

البرهان:

(1) $l \parallel m$ (مُعْطَى)

(2) $\angle 1 \cong \angle 5$ ، $\angle 2 \cong \angle 6$ (مسألة الزاويتين المتناظرتين)

(3) $\angle 5 \cong \angle 8$ ، $\angle 6 \cong \angle 7$ (نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

(4) $\angle 1 \cong \angle 8$ ، $\angle 2 \cong \angle 7$ (خاصية التعدي)

(34) برهان:

المعطيات: $t \perp m$ ، $m \parallel n$

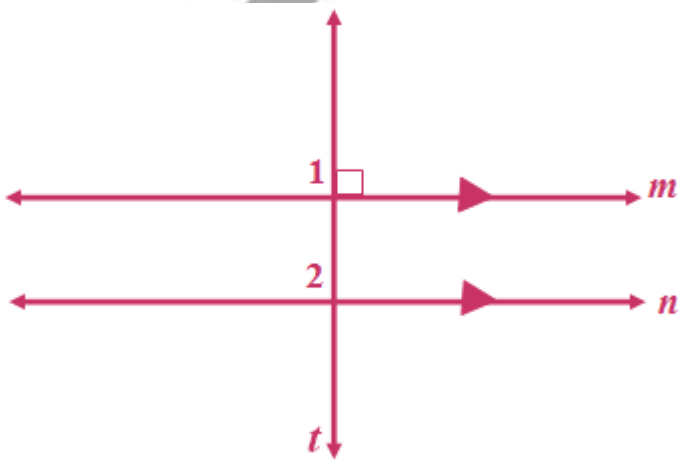
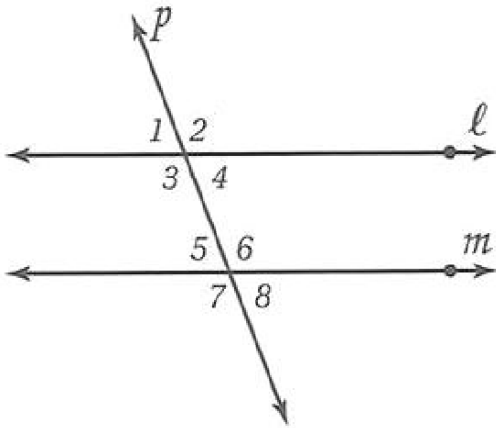
المطلوب: $t \perp n$

البرهان:

(1) $t \perp m$ ، $m \parallel n$ (معطيات)

(2) $\angle 1$ قائمة (تعريف التعامد)

(3) $90^\circ = \angle 1$ (تعريف الزاوية القائمة)



٤) $\angle 1 \cong \angle 2$ (مسألة الزاويتين المتناظرتين)

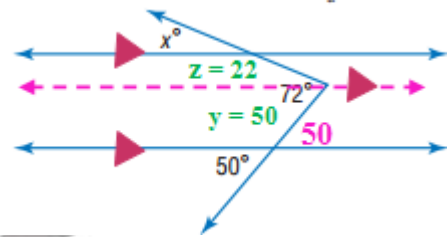
٥) $m\angle 1 = m\angle 2$ (تعريف تطابق الزوايا)

٦) $90^\circ = m\angle 2$ (بالتعويض)

٧) $\angle 2$ زاوية قائمة (تعريف الزاوية القائمة)

٨) $t \perp n$ (تعريف المستقيمين المتعامدين).

(35)



الزاوية 50° تساوي المقابلة لها حسب نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس

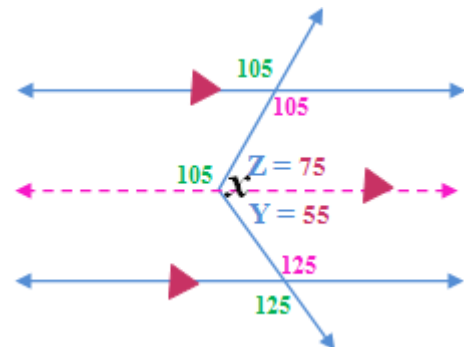
رسم مستقيم يوازي كل من المستقيم الآخرين

$50^\circ = Y$ حسب نظرية الزاويتان المتناظرتان.

$$22^\circ = 72 - 50 = Z$$

$22^\circ = X = Z$ حسب نظرية الزاويتان المتناظرتان.

(36)



الزاوية 125° تساوي المقابلة لها وكذلك زاوية 105° حسب نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس.

رسم مستقيم يوازي كل من المستقيم الآخرين.

باستخدام نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً والزاويتين المتجاورتين على مستقيم.

$$55^\circ = 180 - 125 = Y \text{ حسب نظرية الزاويتان المتناظرتان والزاويتان المتجاورتان.}$$

$$75^\circ = 180 - 105 = Z \text{ حسب نظرية الزاويتان المتجاورتان.}$$

$$Z + Y = X \text{ حسب نظرية الزاويتان المتناظرتان.}$$

$$130^\circ = 75 + 55 = X$$

(37) احتمالات:

(a) يوجد 28 زوجاً من الزوايا، حيث يمكن تشكيل سبعة أزواج من الزوايا مع الزاوية الأولى، وستة أزواج من الزوايا مع الزاوية الثانية؛ لأنها شكلت زوجاً مع الزاوية الأولى، وهكذا فإن عدد أزواج الزوايا يساوي

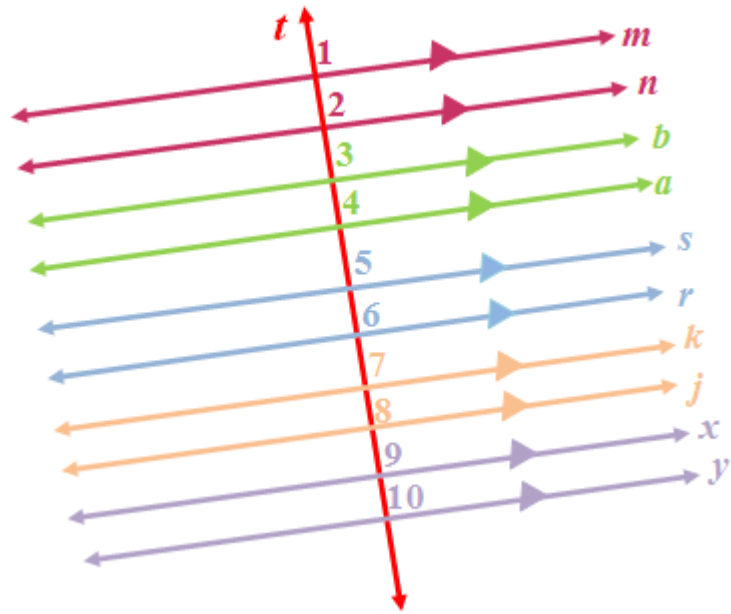
$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 \text{ أو } 28 \text{ زوجاً.}$$

(b) توجد علاقتان ممكنتان بين أزواج الزوايا، فإذا اخترنا زاويتين فإنهما إما متطابقتان أو متكاملتان.

(c) نصف أزواج الزوايا متطابقة، والنصف الآخر لأزواج الزوايا متكاملة، لذا فإن احتمال إختبار زوج متطابق من الزوايا تكون نسبة 1 إلى 2 أو 50%.

(38) تمثيلات متعددة:

(a) هندسياً: المستقيمين m و n :



(b) جدولياً:

$m\angle 1$	$m\angle 2$	$m\angle 3$	$m\angle 4$
60	120	60	120
45	135	45	135
70	110	70	110
90	90	90	90
25	155	25	155
30	150	30	150

(c) لفظياً: الزاويتان الخارجتان الواقعتان في جهة واحدة من القاطع متكاملتان.

(d) منطقياً: التبرير الاستقرائي؛ ثم استعمال نمط للوصول إلى النتيجة.

(e) برهان:

البرهان:

(١) المستقيمان m و n متوازيان ويقطعهما المستقيم t . (مُعْطَى)

(٢) $180^\circ = m\angle 1 + m\angle 2$ (نظرية الزاويتين المتكاملتين)

(٣) $\angle 2, \angle 4$ (الزاويتان المتناظرتان متطابقتان)

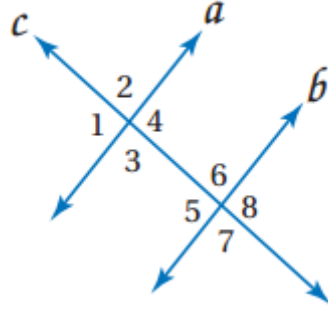
(٤) $m\angle 2 = m\angle 4$ (تعريف التطابق)

(٥) $180^\circ = m\angle 1 + m\angle 4$ (بالتعويض)

(٦) $\angle 1$ و $\angle 4$ متكاملتان (تعريف الزاويتين المتكاملتين)

مسائل مهارات التفكير العليا

(39) اكتب:

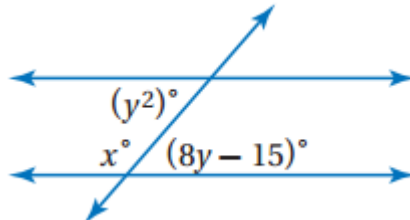


المستقيمان b و c متعامدان؛ بما أن $\angle 1$ و $\angle 2$ متجاورتان على مستقيم؛ فإن:
 $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$ ، لكن $\angle 2 \cong \angle 1$ ، لذا $m\angle 1 = m\angle 2$ ،
 بالتعويض $m\angle 1 + m\angle 1 = 180^\circ$ ، لذا $m\angle 1 = 90^\circ$ و $m\angle 2 = 90^\circ$.
 لذا فالمستقيمان a و c متعامدان. حسب النظرية 2.4،
 وبما أن c عمودي على المستقيم a والمستقيمين a و b متوازيان،
 فإن المستقيم c عمودي على المستقيم b أيضاً.

(40) اكتب:

يتكون في كلتا النظريتين زوج من الزوايا، عندما يقطع قاطع مستقيمين متوازيين. ومع ذلك ففي نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً، يكون كل زوج من الزوايا المتبادلة داخلياً متطابقاً. في حين يكون كل زوج من الزوايا المتحالفاً متكاملًا في نظرية الزاويتين المتحالفتين.

(41) تحد:



(نظرية الزاويتان المتبادلتان داخلياً متطابقتان) $y^2 = 8y - 15$

$$y^2 - 8y + 15 = 0$$

$$(y - 5)(y - 3) = 0$$

$$y = 5$$

$$y = 3$$

$$x + 8y - 15 = 180 \text{ (نظرية الزاويتان المتجاورتان متكاملتان)}$$

عندما $y = 3$

$$x + (8 \times 3) - 15 = 180$$

$$x + 24 - 15 = 180$$

$$x + 9 = 180$$

$$x = 171$$

عندما $y = 5$

$$x + (8 \times 5) - 15 = 180$$

$$x + 40 - 15 = 180$$

$$x + 25 = 180$$

$$x = 155$$

(42) تبرير:

يكفي معرفة قياس زاوية واحدة؛ لأن الزوايا الباقية إما مطابقة لها أو مكملة.

تدريب على الاختبار المعياري

(43) C

$\angle 1$ و $\angle 2$ و $\angle 3$ زاويا متجاورة علي مستقيم مجموعهم 180°

$$(x - 4) + (3x - 20) + 2x = 180$$

$$6x - 24 = 180$$

$$6x = 204$$

$$x = 34$$

$$\angle 3 = x - 4$$

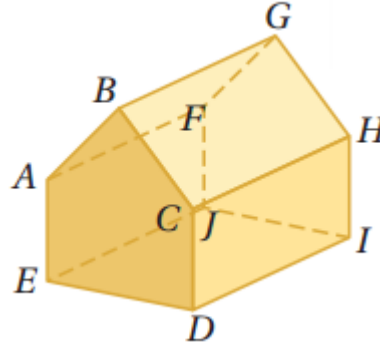
$$\angle 3 = 34 - 4$$

$$\angle 3 = 30^\circ$$

(44) إجابة قصيرة: ١ و ٢

مراجعة تراكمية

حدد كلا مما يأتي مستعملا الشكل المجاور:



45) FG

46) AB, DE, FG, IJ, AE, FJ

47) DCH

48)

$m\angle 2$ و $m\angle 1$ متجاورتين على مستقيم:

$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$$

$$m\angle 1 = 180^\circ - 67 = 113^\circ$$

49)

$\angle 8$ و $\angle 6$ زاويتين متتامتين:

$$\angle 8 + \angle 6 = 90^\circ$$

$$\angle 47 + \angle 6 = 90^\circ$$

$$\angle 6 = 90 - 47 = 43^\circ$$

$\angle 6$ و $\angle 8$ و $\angle 7$ زوايا متجاورة على مستقيم:

$$\angle 7 = 180 - 90 = 90^\circ$$

50)

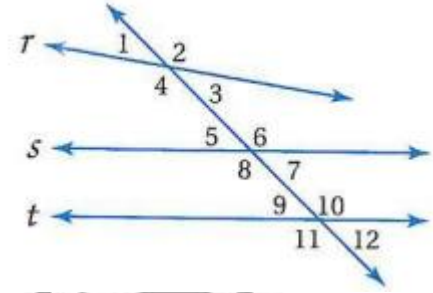
$m\angle 3 = 90^\circ$ نظرية زاويتان متجاورتان على مستقيم:

$$m\angle 5 = 90 - 32 = 58^\circ$$

قطارات: قطعة مستقيمة 15 51)

استعد للدرس اللاحق

حدد العلاقة بين كل زوج من الزوايا:

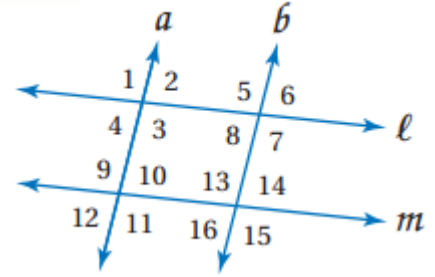


- ٥٢ متبادلتان خارجياً
- ٥٣ متحالفتان
- ٥٤ متناظرتان
- ٥٥ متبادلتان خارجياً

إثبات توازي مستقيمين

2-3

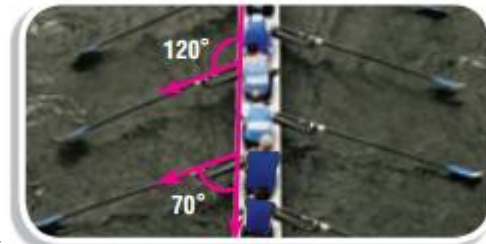
تلق



- (1A) $a \parallel b$ ؛ عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليا.
 (1B) $l \parallel m$ ؛ عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين.
 (1C) $a \parallel b$ ؛ عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجيا.
 (1D) لا يمكن.
 (1E) $l \parallel m$ ؛ عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين.
 (1F) لا يمكن.

تلق

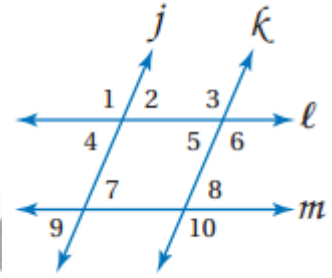
(3) تجديف:



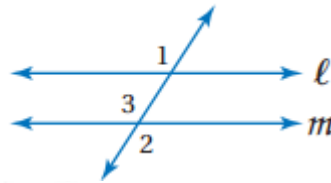
غير ممكن؛ الزاويتان المتبادلتان خارجياً، أو الزاويتان المتبادلتان داخلياً أو الزاويتان المتناظرتان ليستا متطابقتين. وكذلك الزاويتان المتحالفتان غير متكاملتين، لذا فالمستقيمان غير متوازيين.



هل يمكن إثبات أن أيّاً من مستقيمتي الشكل متوازية اعتماداً على المعطيات في كل مما يأتي؟ وإذا كان أيها متوازيّاً، فأذكر المسألة أو النظرية التي تبرر إجابتك. المثال ١



- (1) $\angle 1 \cong \angle 3$ إذن $j \parallel k$ ؛ عكس مسّمة الزاويتين المتناظرتين.
- (2) $\angle 2 \cong \angle 5$ إذن $j \parallel k$ ؛ عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليّاً.
- (3) $\angle 3 \cong \angle 10$ إذن $l \parallel m$ ؛ عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجيّاً.
- (4) $m \angle 6 + m \angle 8 = 180^\circ$ إذن $l \parallel m$ ؛ عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين.
- (5) برهان: مثال ٣



المبررات	العبارات
(a) معطى	(a) $\angle 1 \cong \angle 2$
(b) الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان.	(b) $\angle 2 \cong \angle 3$
(c) خاصية التعدي للتطابق	(c) $\angle 1 \cong \angle 3$
(d) إذا كانت الزوايا المتناظرة متطابقة فإن المستقيمين متوازيان.	(d) $l \parallel m$

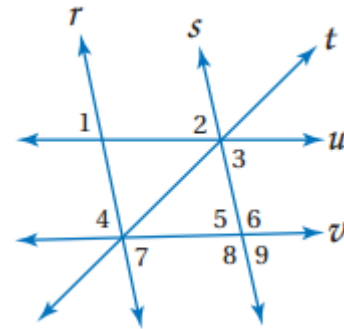
(6) كرسي:



نعم؛ بما أن الزاويتين المتبادلتين داخلياً متطابقتان فإن مسندي الظهر والقدمين متوازيان.

تدرب وحل المسائل

هل يمكن إثبات أن أيّاً من مستقيمتي الشكل متوازية اعتماداً على المعطيات في كل مما يأتي؟ وإذا كان أيها متوازيًا، فأذكر المسلمة أو النظرية التي تبرر إجابتك. المثال ١



(7) $\angle 2, \angle 1$ زاويتان متناظرتان للمستقيم \overleftrightarrow{rs} ؛

و $\angle 1 \cong \angle 2$ إذن $r \parallel s$ عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين.

(8) $\angle 2, \angle 9$ زاويتان متبادلتان خارجياً للمستقيم \overleftrightarrow{uv}

و $\angle 2 \cong \angle 9$ ؛ إذن $u \parallel v$ عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً.

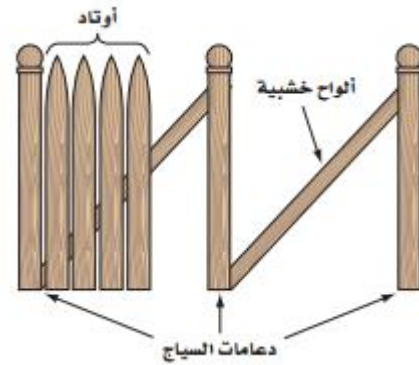
(9) $r \parallel s$ ؛ عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين.

(10) $u \parallel v$ ؛ عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين.

(11) لا توجد مستقيمتان متوازيان.

(12) $r \parallel s$ ؛ عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين.

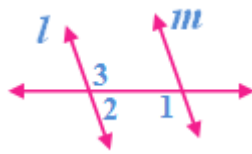
(13) حقائق



عندما يقيس سعود الزاوية التي يصنعها كل وتر في السياج مع لوح الخشب، فإنه يقيس زوايا متناظرة، وعندما تكون جميع الزوايا المتناظرة متطابقة، فإن الأوتاد يجب أن تكون متوازية.

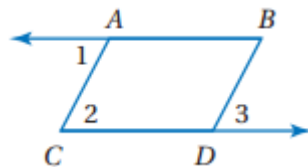
(14)

برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين للنظرية ٦، ٢. المثال ٣



$m\angle 2$ و $m\angle 1$ متحالفان (مُعْطَى).
 $m\angle 2$ و $m\angle 3$ متجاورتان على مستقيم (تعريف الزاويتين المتجاورتين على مستقيم).
 $m\angle 2$ و $m\angle 3$ متكاملتان (تعريف الزاويتان المتكاملتان).
 $\angle 3 \cong \angle 1$ (خاصية التعدي).
 $l \parallel m$ (عكس مسلّمة الزاويتين المتناظرتين).

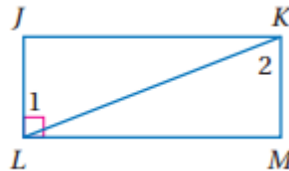
برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين لكل مما يأتي:
 (15) البرهان:



$\angle 1 \cong \angle 3$, $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$ (مُعْطَى)
 $\angle 2 \cong \angle 3$ (مسلّمة الزاويتين المتناظرتين)
 $\angle 2 \cong \angle 1$ (خاصية التعدي)

(إذا كانت الزاويتان المتبادلتان متطابقتين، فإن المستقيمين متوازيان). $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

(16)



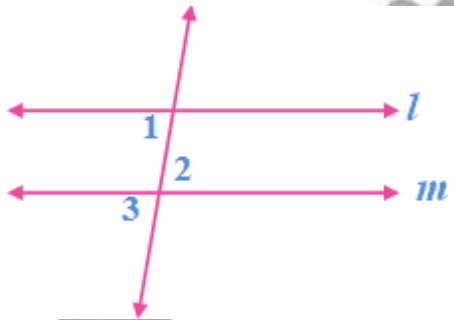
البرهان:

(مُعْطَى) $\angle 1 \cong \angle 2, \overline{LJ} \perp \overline{ML}$

(إذا كانت الزاويتان المتبادلتان داخلياً متطابقتين، فإن المستقيمين متوازيان).

(نظرية القاطع العمودي) $\overline{KM} \perp \overline{ML}$

برهان: اكتب برهاناً حراً لكل من النظريتين الآتيتين:
(17) النظرية ٧، ٢:



المعطيات: $\angle 1 \cong \angle 2$

المطلوب: $l \parallel m$

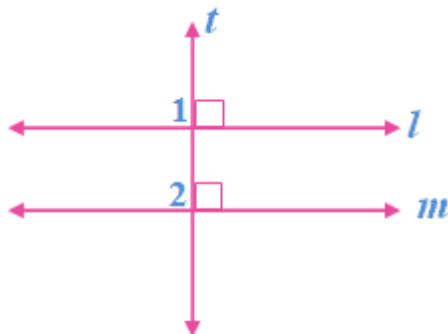
البرهان:

$\angle 2 \cong \angle 3$ لأنهما متقابلتان بالرأس،

ومن ذلك $\angle 1 \cong \angle 3$ باستعمال خاصية

التعدي. وبما أن $\angle 1$ و $\angle 3$ زاويتان متناظرتان ومتطابقتان، فإن $l \parallel m$

(18) النظرية ٨، ٢:



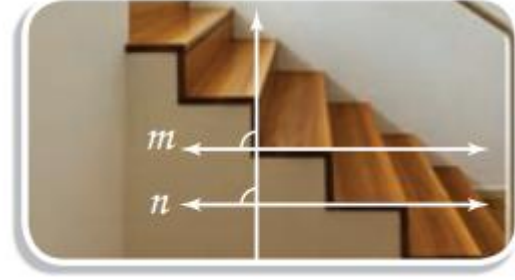
المعطيات: $l \perp t, m \perp t$

المطلوب: $l \parallel m$

البرهان:

بما أن $l \perp t$ و $m \perp t$ ، فإن قياس كل من $\angle 1$ و $\angle 2$ يساوي 90° . وبما أن $\angle 1$ و $\angle 2$ لهما القياس نفسه، فإنهما متطابقتان، وبحسب عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين يكون $l \parallel m$

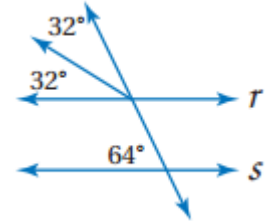
(19) درج:



حواف أسطح الدرجات متوازية؛ لأن الزاويتين المتناظرتين متطابقتين.

حدد ما إذا كان المستقيمان R, S متوازيين أم لا في كل مما يأتي:

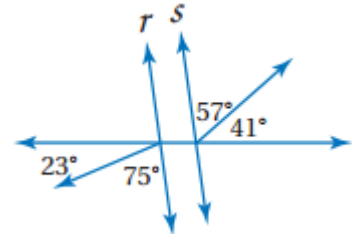
(20)



$$32 + 32 = 64$$

الزاويتان المتناظرتان متطابقتان؛ لذا فإن المستقيمين متوازيان.

(21)

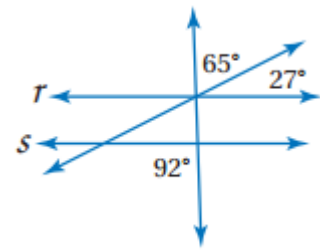


$$57^\circ + 41^\circ = 98^\circ$$

$$75^\circ + 23^\circ = 98^\circ$$

الزاويتان المتبادلتان خارجياً متطابقتان؛ لذا فإن المستقيمين متوازيان.

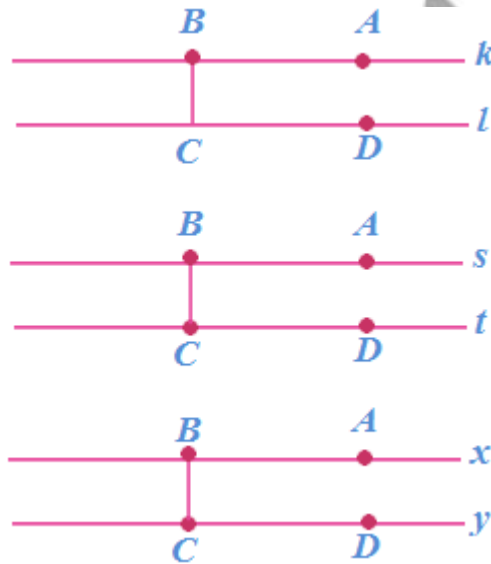
(22)



$$65^\circ + 27^\circ = 92^\circ$$

الزاويتان المتبادلتان خارجياً متطابقتان؛ لذا فإن المستقيمين متوازيان. $r \parallel s$

(23) تمثيلات متعددة:
(a) هندسياً:



(b) جدولياً:

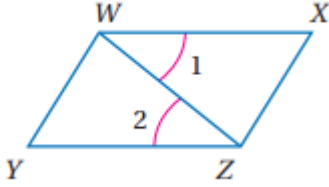
$m \angle BCD$	$m \angle ABC$	زوج المستقيمتان المتوازيتان
90°	90°	k و l
90°	90°	s و t
90°	90°	x و y

(c) لفظياً:

قياس الزاوية التي تكونها القطعة المستقيمة مع المستقيمين المتوازيين 90° .

مسائل مهارات التفكير العليا

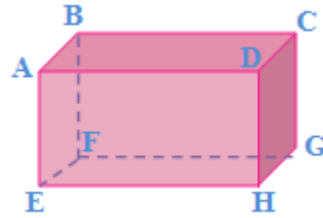
(24) اكتشف الخطأ:



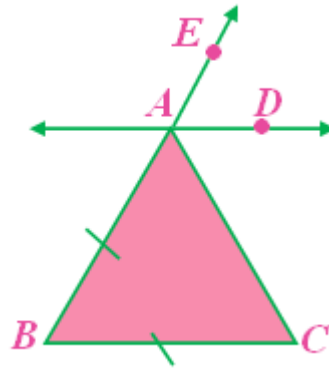
إجابة منصور صحيحة ؛ بما أن $\angle 1, \angle 2$ متبادلتان داخلياً،
فإن $\overline{YZ} \parallel \overline{WX}$

(25) تبرير:

لا؛ في الشكل أدناه $\overline{AB} \perp \overline{BC}$, $\overline{GC} \perp \overline{BC}$ لكن \overline{AB} ليس موازياً على \overline{GC} .



(26) مسألة مفتوحة:
(a)

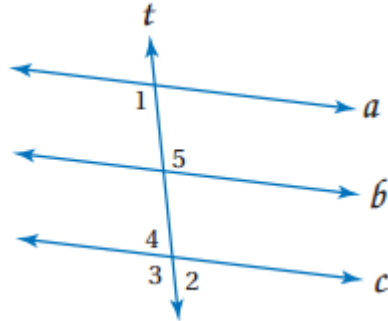


(b) باستعمال المسطرة نجد أن البعد بين المستقيمين ثابت، لذا فهما متوازيان.

(c) \overline{AB} قاطع لكل من \overline{BC} و \overline{AD} .
ونُسخت $\angle ABC$ لإنشاء $\angle EAD$ ؛ لذا $\angle ABC \cong \angle EAD$ ،

$\angle ABC$ و $\angle EAD$ متناظران، وحسب عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين فإن $\overrightarrow{AD} \parallel \overrightarrow{BC}$.

(27) تحد:



(a)

نعلم أن $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$. بما أن $\angle 2$ و $\angle 3$ متجاورتان على مستقيم، فإن $\angle 3 + \angle 2 = 180^\circ$ وبالتعويض $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 2$ وبطرح $m \angle 2$ من كلا الطرفين نحصل على $m \angle 1 = m \angle 3$. أي أن $\angle 1 \cong \angle 3$ حسب تعريف الزوايا المتطابقة، لذلك فإن $a \parallel c$ ؛ لأن الزاويتين المتناظرتين متطابقتان.

(b)

نعلم أن $a \parallel c$ و $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$. بما أن $\angle 1$ و $\angle 3$ متناظران، فإنهما متطابقتان وقياساهما متساويان. وبالتعويض: $m \angle 3 + m \angle 3 = 180$ أو $2m \angle 3 = 180^\circ$ وبقسمة كل الطرفين على 2 نحصل على $m \angle 3 = 90^\circ$ لذلك $t \perp c$ لأنهما يشكلان زاوية قائمة.

(28) اكتب:

استعمل زاويتين متبادلتين خارجياً ناتجتين عن مستقيمين وقاطع، وبين أنهما متطابقتان.

أو بين أن زاويتين متحالفتين متكاملتان
أو بين أن زاويتين متبادلتين داخلياً متطابقتان
أو بين أن مستقيماً يقع في نفس المستوى عمودياً على كلا المستقيمين
أو بين أن الزوايا المتناظرة متطابقة.

تدريب على الاختبار المعيارى

B (29

C (30

مراجعة تراكمية

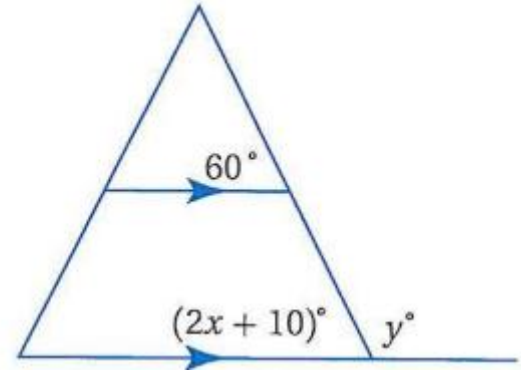
(31



(32



احسب قيمة x , y على الشكل التالي:



$$2x + 10 = 60$$

$$2x = 50$$

$$x = 25$$

$$2x + 10 = y$$

$$2 \times 25 + 10 = y$$

$$y = 60$$

استعد للدرس اللاحق

بسط كل من العبارات الآتية:

$$33) \frac{6-5}{4-2} = \frac{1}{2}$$

$$34) \frac{-11-4}{12-(-9)} = \frac{-15^5}{21^7} = \frac{-5}{7}$$

$$35) \frac{16-12}{15-11} = \frac{4^1}{4^1} = 1$$

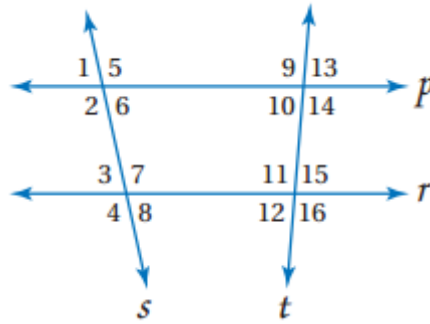
اختبار منتصف الفصل

الفصل

2

الدروس 2-1 إلى 2-3

استعن بالشكل أدناه لتحديد القاطع الذي يصل كل زوج من الزوايا فيما يأتي، ثم صنف زوج الزوايا إلي زاويتين متبادلتين داخلياً أو خارجياً أو متناظرتين أو متحالفتين:



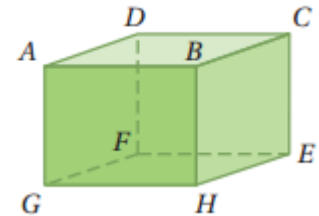
(1) المستقيم s؛ متبادلتان داخلياً.

(2) المستقيم p؛ متبادلتان خارجياً.

(3) المستقيم t؛ متحالفتان.

(4) المستقيم s؛ متناظرتان.

حدد كل مما يأتي مستعملاً الشكل المجاور:



5) \overline{GF} , \overline{AD} , \overline{BC}

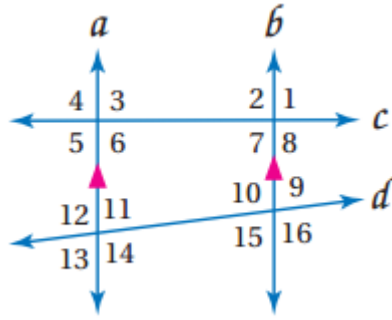
6) \overline{AD} , \overline{DF}

7) GHE

اختيار من متعدد:

(8) A: متناظرتان

في الشكل المجاور: أوجد قياس كل من الزوايا الآتية:



(9) $\angle 4 = \angle 2 = 104^\circ$ مسلّمة الزاويتين المتناظرتين.
(10)

حسب نظرية الزاويتين المتقابلين بالرأس $\angle 2 = \angle 8 = 104^\circ$

حسب نظرية الزاويتين المتحالفتين $\angle 8 + \angle 9 = 180^\circ$

$$104 + \angle 9 = 180$$

$$\angle 9 = 180 - 104$$

$$\angle 9 = 76^\circ$$

(11) $\angle 10 = \angle 14 = 118^\circ$ ؛ حسب نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليا.

(12) $\angle 7 = 180 - 104 = 76^\circ$ حسب نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس، و $\angle 6$ مكمل لـ $\angle 7$ حسب نظرية الزاويتين المتحالفتين.

(13) أوجد قيمة x في الشكل الآتي:



$$(3x - 9) = (2.5x + 15)$$

$$3x - 9 - 2.5x = 15$$

$$.5x = 15 + 9$$

$$.5x = 24$$

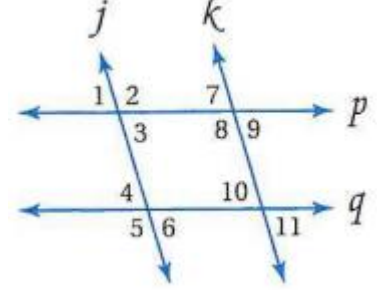
$$x = 24 \div .5$$

$$x = 48$$

(14) نجارة:

$$40^\circ = x \text{ بالتبادل داخليا}$$

هل يمكن إثبات أن أيًا من مستقيمتي الشكل الآتية متوازية:



(15)

بما أن $\angle 4 \cong \angle 10$ حسب نظرية الزاويتين المتناظرتين إذن المستقيم k يوازي المستقيم j

(16)

لا يوجد

(17)

بما أن $\angle 7 \cong \angle 11$ حسب نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً إذن المستقيم p يوازي المستقيم q

ميل المستقيم

2-4

تلق

$$1A) \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - (-5)}{6 - (-3)} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$1B) \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3 - (-2)}{8 - (-6)} = \frac{-1}{14}$$

ميل المستقيم: غير معرف

$$1C) \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - (-3)}{4 - 4} = \frac{5}{0}$$

$$1D) \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 3}{-3 - 4} = \frac{0}{-7} = 0$$

تلق

(2) مبيعات:

تعيين النقطتين: (٢٠٠٣, ٢٠), (٢٠٠٨, ٢٠٠)

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2008 - 2003}{200 - 20} = \frac{5}{180} = \frac{1}{36} = \text{ميل المستقيم}$$

استعمل ميل المستقيم وإحدى النقطتين لإيجاد عدد العلب في ٢٠١٢
(٢٠٠٨, ٢٠٠), (٢٠١٢, x)

$$\begin{aligned}\frac{1}{36} &= \frac{2008 - 2012}{200 - x} \\ 200 - x &= (2008 - 2012) \times 36 \\ 200 - x &= -4 \times 36 \\ 200 - x &= -144 \\ x &= 344\end{aligned}$$

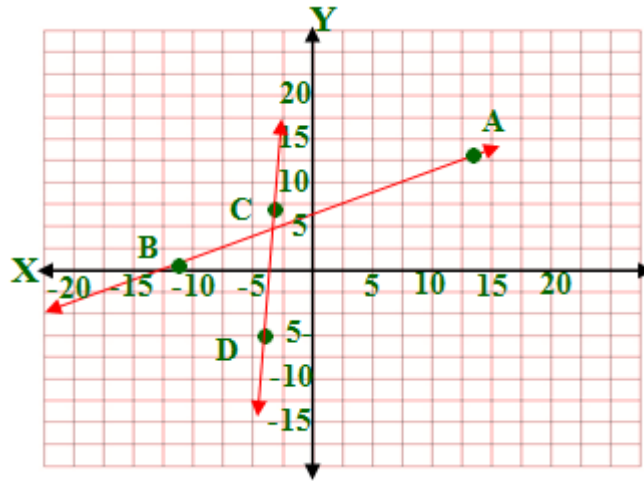
إذن عدد مبيعات اللعب عام ٢٠١٢ = ٣٤٤ مليون



3A) غير ذلك

$$\overrightarrow{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 13}{-11 - 14} = \frac{-13}{-25} = \frac{13}{25}$$

$$\overrightarrow{CD} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-5 - 7}{-4 - (-3)} = \frac{-12}{-1} = 12$$

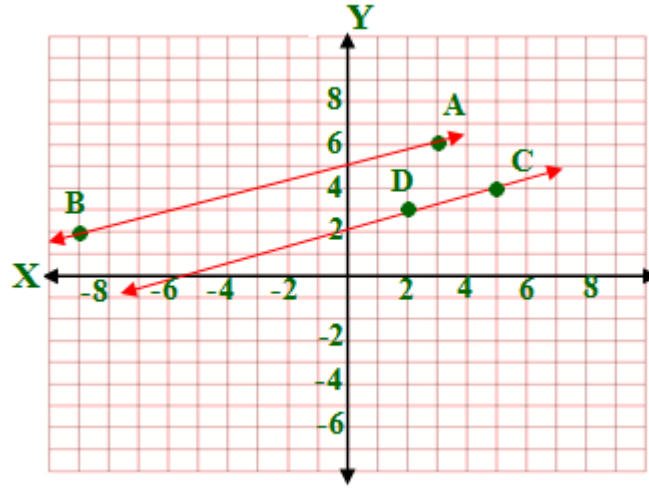


3B) متوازيان

$$\overrightarrow{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 6}{-9 - 3} = \frac{-4}{-12} = \frac{1}{3}$$

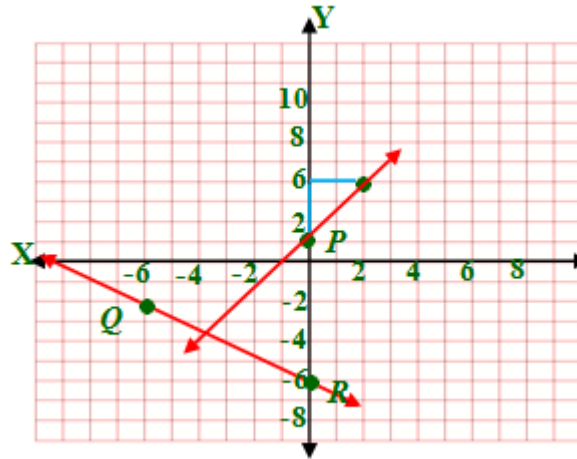
$$\overrightarrow{CD} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 4}{2 - 5} = \frac{1}{3}$$

ميل المستقيم الأول يساوي ميل المستقيم الثاني إذن المستقيمان متوازيان.



$$\overrightarrow{QR} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6 - (-2)}{0 - (-6)} = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3} \quad (4)$$

بما أن $-1 = \frac{-2}{3} \left(\frac{3}{2} \right)$ فإن ميل المستقيم العمودي على \overrightarrow{QR} يساوي $\frac{3}{2}$





أوجد ميل كل مستقيم فيما يأتي: المثال ١

(1)

النقطة $J = (-2, 3)$ والنقطة $K = (3, -2)$

$$m = \overrightarrow{KJ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - (-2)}{-2 - 3} = \frac{5}{-5} = -1$$

(2)

النقطة $T = (-2, 2)$ والنقطة $U = (-2, -2)$

$$\overrightarrow{UT} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - (-2)}{-2 - (-2)} = \frac{4}{0}$$

ميل المستقيم غير معرف

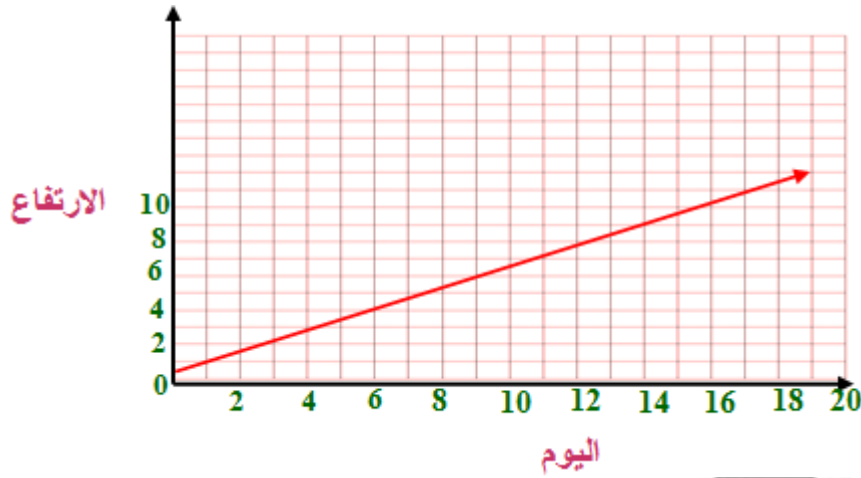
(3)

النقطة $A = (1, 1.5)$ والنقطة $B = (-1.5, -1.5)$

$$m = \overrightarrow{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1.5 - 1.5}{-1.5 - 1} = \frac{-3}{-2.5} = \frac{6}{5}$$

(4) علم النبات: المثال ٢

(a)



(b) $\frac{1}{2}$ ؛ يزيد طول النبتة $0.5m$ كل يوم.

(c) $8m$

حدد ما إذا كان \vec{YZ} , \vec{WX} متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك، ومثل كل مستقيم بيانياً لتتحقق من إجابتك. المثال ٣

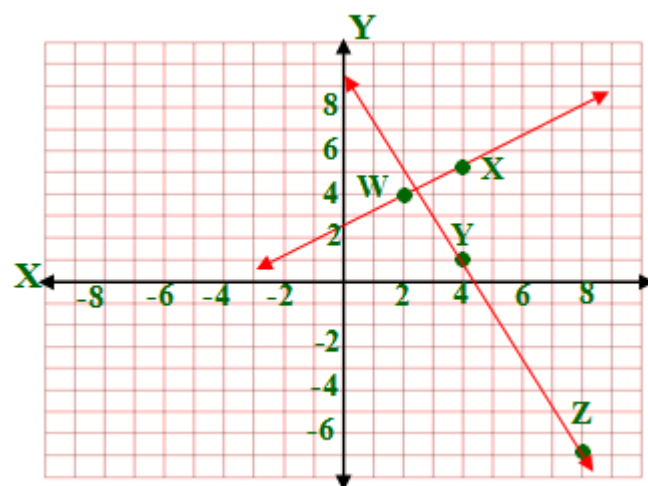
(5)

$$\vec{YZ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-7 - 1}{8 - 4} = \frac{-8}{4} = -2$$

$$\vec{WX} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 4}{4 - 2} = \frac{1}{2}$$

$$-2 \times \frac{1}{2} = -1$$

بما أن حاصل ضرب ميل كلا من المستقيمين $= -1$ إذن هما متعامدان

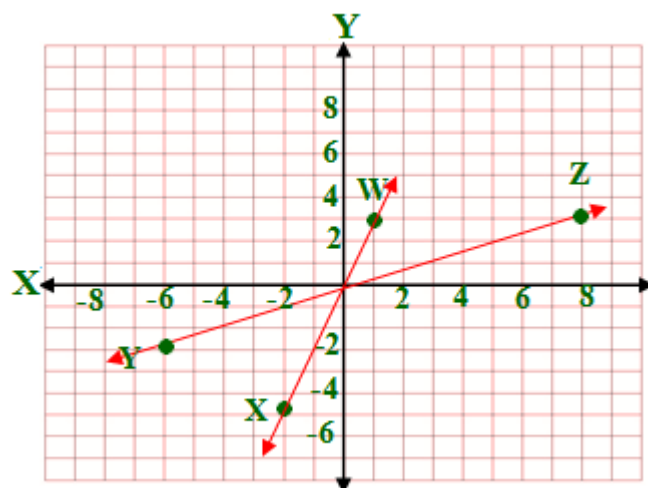


(6)

$$\overrightarrow{YZ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - (-2)}{8 - (-6)} = \frac{5}{14}$$

$$\overrightarrow{WX} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-5 - 3}{-2 - 1} = \frac{-8}{-3} = \frac{8}{3}$$

بما أن حاصل ضرب ميل كلا من المستقيمين $\neq -1$ - ولا هما متساويان إذن هما غير ذلك

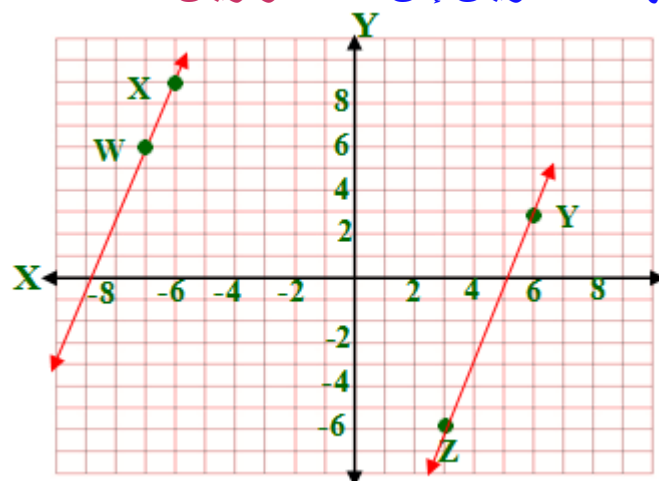


(7)

$$\overrightarrow{YZ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6 - 3}{3 - 6} = \frac{9}{3} = 3$$

$$\overrightarrow{WX} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9 - 6}{-6 - (-7)} = \frac{3}{1} = 3$$

بما أن ميل كلا منهما متساويان إذن هما متوازيان .

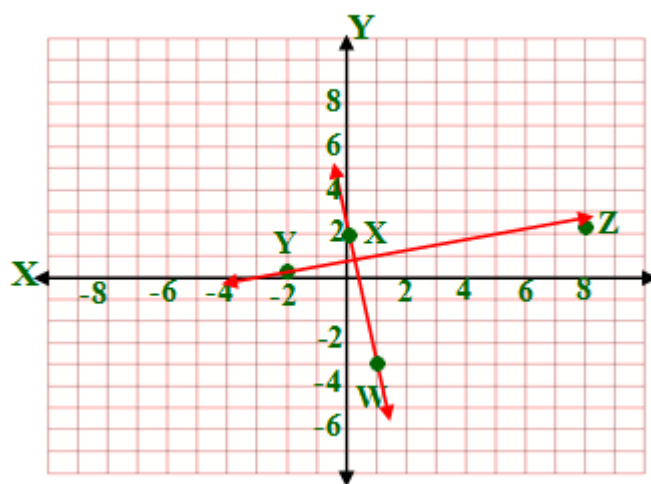


(8)

$$\overrightarrow{YZ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 0}{8 - (-2)} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$\overrightarrow{WX} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - (-3)}{0 - 1} = \frac{5}{-1} = -5$$

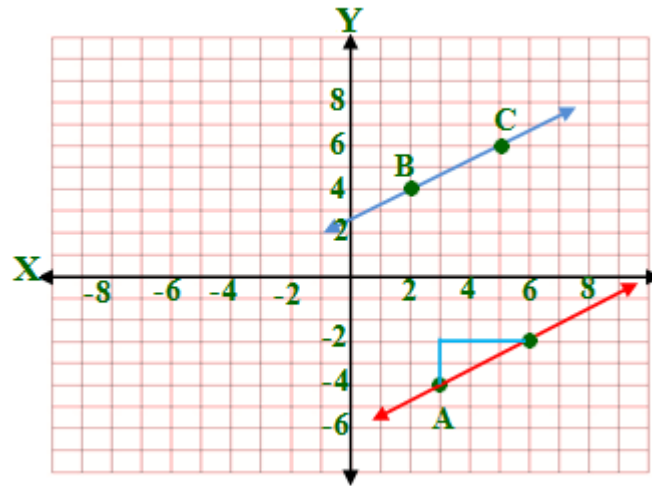
بما أن حاصل ضرب ميل كلا منهما يساوي ١- إذن هما متعامدان .



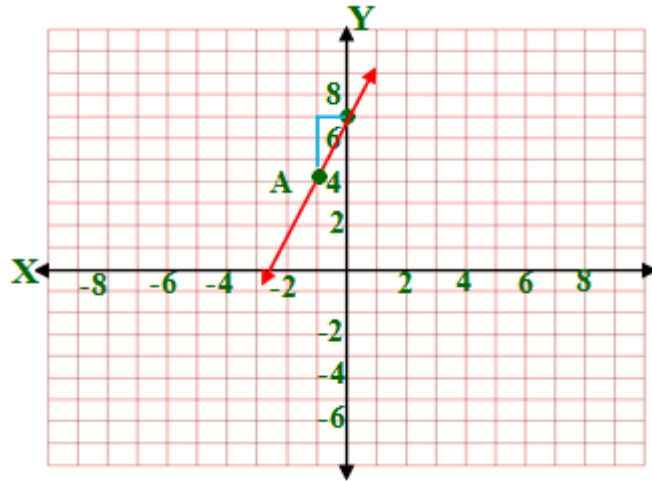
مثّل بيانياً المستقيم الذي يحقق الشروط في كل مما يأتي: المثال ٤ (9)

$$\overrightarrow{BC} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 4}{5 - 2} = \frac{2}{3}$$

بما أن المستقيم الذي يمر بالنقطة (4, -3) يوازي \overrightarrow{BC} إذن ميله يساوي ميل \overrightarrow{BC}



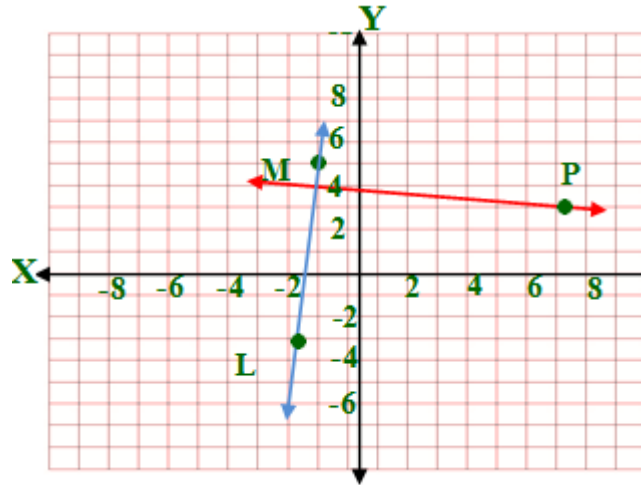
(10)



(11)

$$\overrightarrow{LM} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - (-3)}{-1 - (-2)} = 8$$

بما أن المستقيم الذي يمر بالنقطة (7, 3) يعامد \overrightarrow{LM} إذن ميله يساوي $-\frac{1}{8}$



تدرب وحل المسائل

أوجد ميل كل مستقيم فيما يأتي: المثال ١

12) $\frac{6}{7}$

13) $-\frac{4}{5}$

14) غير معرّف

أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين المحددتين في كل مما يأتي: المثال ٢

15)

$$m = \overrightarrow{CD} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 1}{-2 - 3} = \frac{0}{-5} = 0$$

16)

$$m = \overrightarrow{EF} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - (-1)}{2 - 5} = \frac{-3}{-3} = 1$$

17)

$$m = \overrightarrow{GH} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - 3}{-4 - (-4)} = \frac{4}{0}$$

الميل غير معرّف

18)

$$m = \overrightarrow{JK} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3 - (-3)}{-8 - 7} = \frac{0}{-15} = 0$$

19)

$$m = \overrightarrow{PQ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - (-5)}{-3 - (-3)} = \frac{4}{0}$$

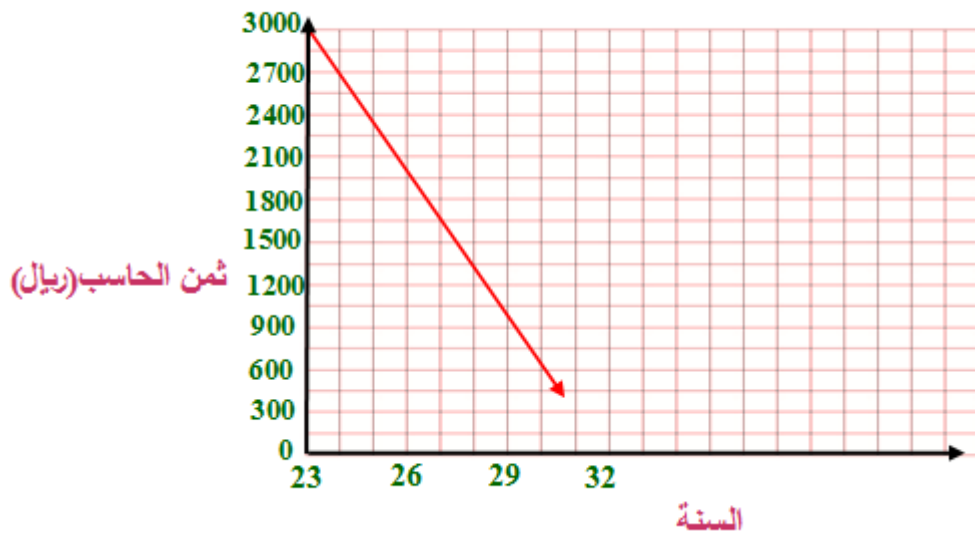
الميل غير معرّف

20)

$$m = \overrightarrow{RS} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - (-6)}{-6 - 2} = \frac{11}{-8}$$

(21) حواسيب:

a)



b) ريال ٣٠٠

c)

$$١٨٠٠ - ٣٠٠ - ٣٠٠ - ٣٠٠ = ٩٠٠ \text{ ريال}$$

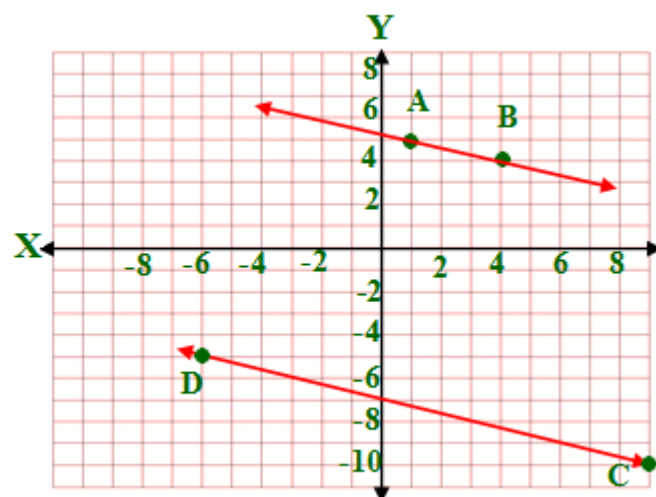
حدد ما إذا كان \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{CD} متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك في كل مما يأتي، ومثل كل مستقيم بياناً لتتحقق من إجابتك. المثال ٣

22)

$$\overrightarrow{CD} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-5 - (-10)}{-6 - 9} = \frac{5}{-15} = -\frac{1}{3}$$

$$\overrightarrow{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 5}{4 - 1} = -\frac{1}{3}$$

بما أن ميل كلا منهما متساويان إذن هما متوازيان .

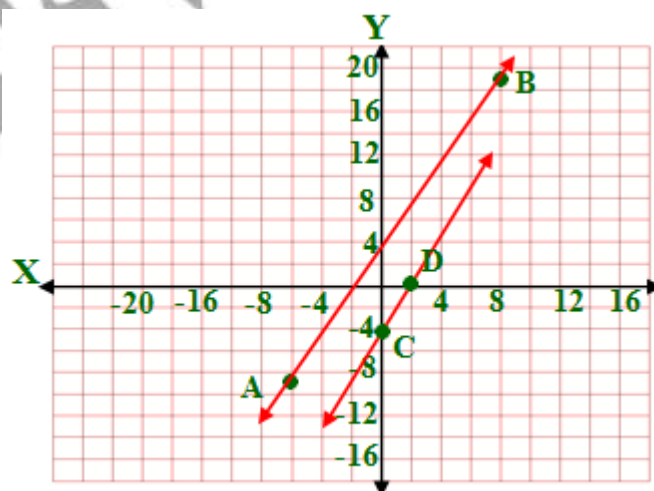


23)

$$\overrightarrow{CD} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - (-4)}{2 - 0} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\overrightarrow{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{19 - (-9)}{8 - (-6)} = \frac{28}{14} = 2$$

بما أن ميل كلا منهما متساويان إذن هما متوازيان .

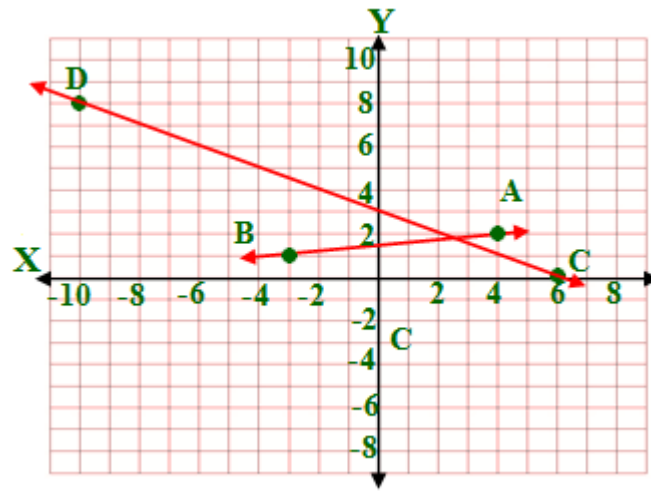


24)

$$\overrightarrow{CD} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{8 - 0}{-10 - 6} = \frac{8}{-16} = -\frac{1}{2}$$

$$\overrightarrow{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 2}{-3 - 4} = \frac{-1}{-7} = \frac{1}{7}$$

بما أن ميل كلا منهما ليسو متساويان ولا حاصل ضربهم -1 إذن هما غير ذلك .

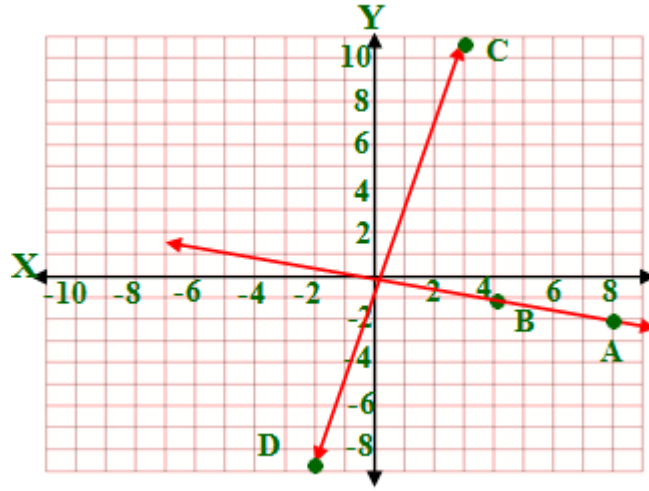


25)

$$\overrightarrow{CD} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-9 - 11}{-2 - 3} = \frac{-20}{-5} = 4$$

$$\overrightarrow{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - (-2)}{4 - 8} = \frac{1}{-4}$$

بما أن حاصل ضرب ميل كلا منهم -1 إذن هما متعامدان.

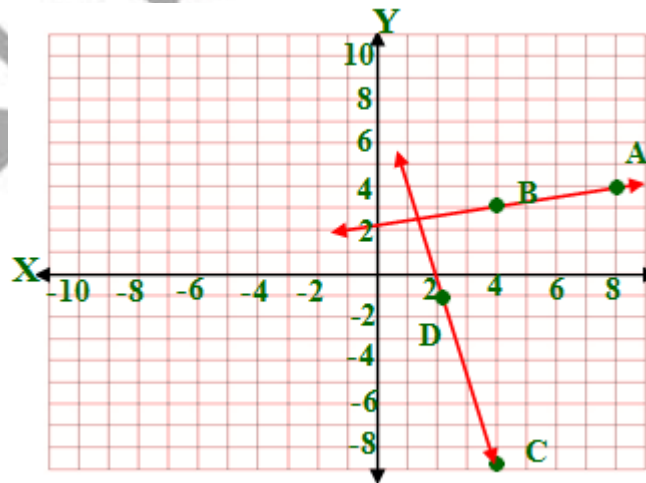


26)

$$\overrightarrow{CD} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - (-9)}{2 - 4} = \frac{8}{-2} = -4$$

$$\overrightarrow{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 4}{4 - 8} = \frac{1}{4}$$

بما أن حاصل ضرب ميل كلا منهما -1 إذن هما متعامدان.

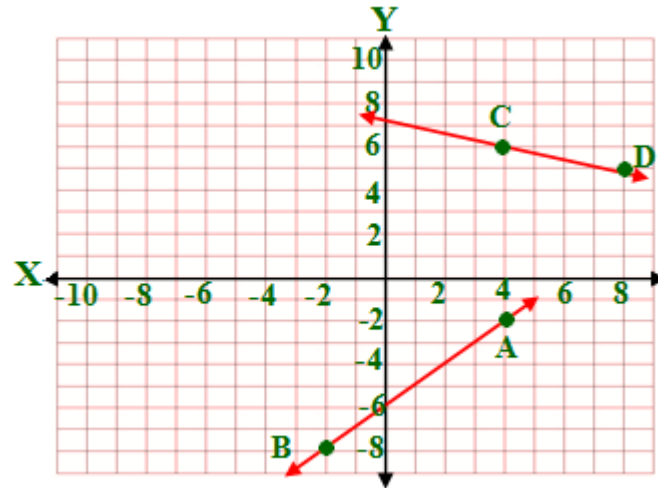


27)

$$\overrightarrow{CD} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 6}{8 - 4} = \frac{-1}{4}$$

$$\overrightarrow{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-8 - (-2)}{-2 - 4} = \frac{-6}{-6} = 1$$

بما أن ميل كلا منهما ليسو متساويان ولا حاصل ضربهم -1 إذن هما غير ذلك.

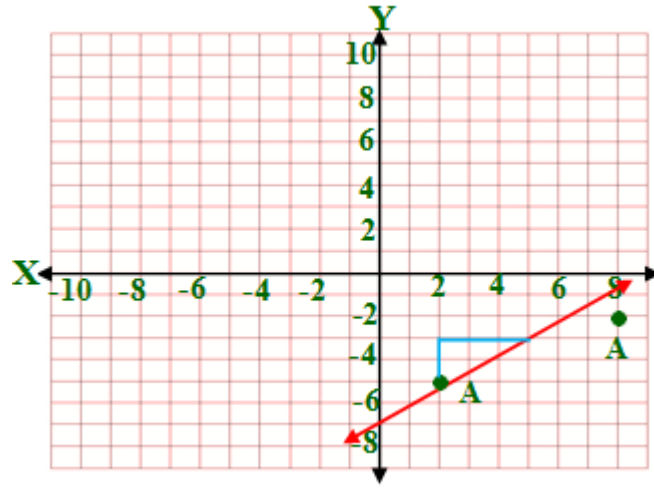


مثّل بيانياً المستقيم الذي يحقق الشروط في كل مما يأتي: المثال ٤

28)

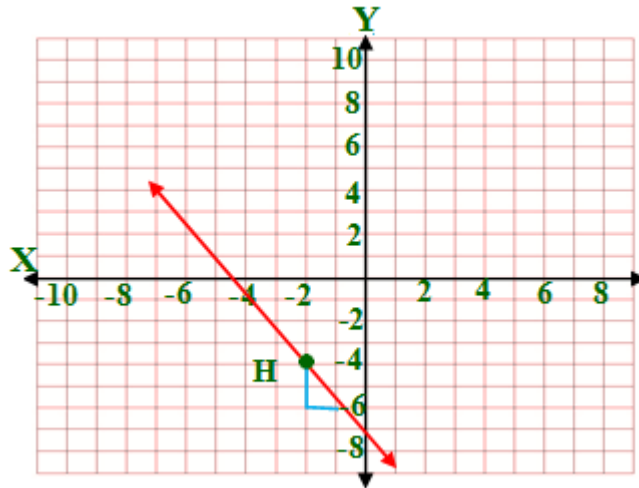
$$\overrightarrow{BC} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 3}{4 - 1} = \frac{2}{3}$$

ابدأ من النقطة A وتحرك وحدتين لأعلى ثم تحرك ٣ وحدات ناحية اليمين.



(29)

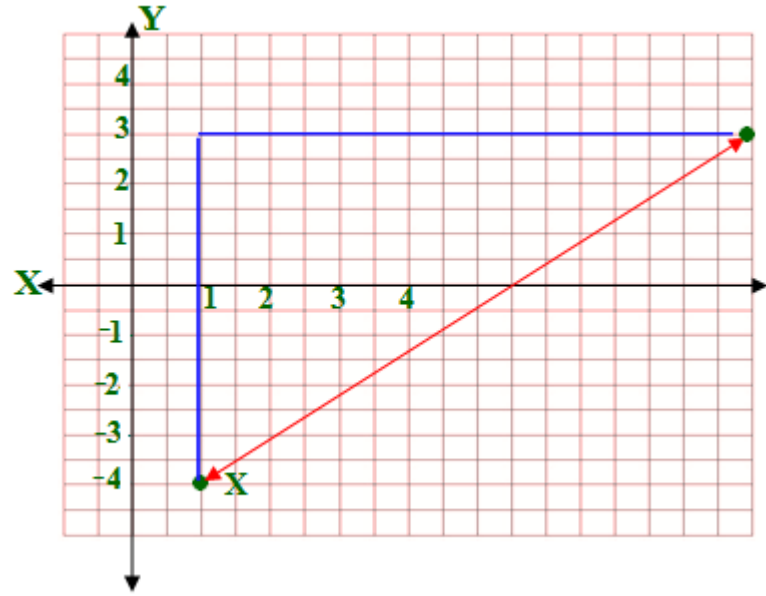
ابدأ من النقطة H وتحرك وحدتين لأسفل ثم تحرك وحدة واحدة فقط ناحية اليمين.



30)

$$\vec{YZ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-5 - 2}{-3 - 5} = \frac{-7}{-8} = \frac{7}{8}$$

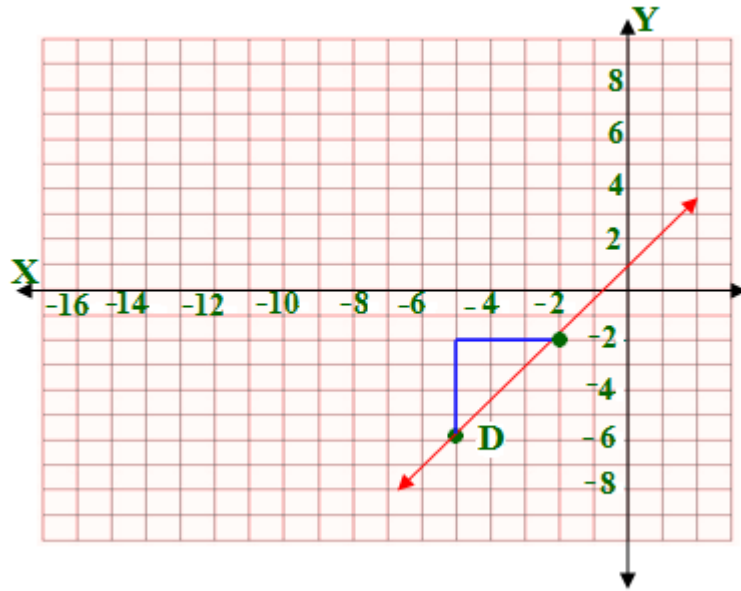
ابدأ من النقطة X وتحرك ٧ وحدات لأعلى ثم تحرك ٨ وحدات ناحية اليمين.



31)

$$\overrightarrow{FG} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-5 - (-9)}{1 - (-2)} = \frac{4}{3}$$

ابدأ من النقطة D وتحرك 4 وحدات لأعلى ثم تحرك 3 وحدات ناحية اليمين.



(32) سكان:

(a) المعدل التقريبي = ٨٧٦٣ نسمة.

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{521273 - 416121}{2004 - 1992} = \frac{105152}{12} = 8762.66$$

(b) عدد السكان في ١٤٣٢ = ٥٩١٣٧٧

$$8 \times 8763 = 70104$$

$$70104 + 521273 = 591377$$

حدد أي المستقيمين أي المستقيمين في السؤالين الآتيين له أكبر ميل:

(33) المستقيم ٢ هو الأكبر لأن $\frac{2}{-3} < \frac{5}{4}$

$$\vec{1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 1}{0 - 6} = \frac{4}{-6} = \frac{2}{-3}$$

$$\vec{2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{10 - (-5)}{-4 - (-8)} = \frac{15}{4} = \frac{5}{4}$$

(34) المستقيم 1 هو الأكبر لأن $\frac{9}{4} < 3$

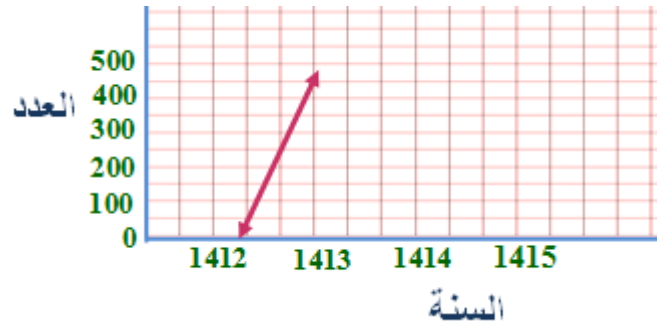
$$\vec{1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - 2}{0 - 2} = \frac{-6}{-2} = 3$$

$$\vec{2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - 5}{0 - 4} = \frac{-9}{-4} = \frac{9}{4}$$

(35) محمية طبيعية:

$$(a) \text{ معدل تغير المها العربي} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{400 - 72}{1415 - 1412} = \frac{328}{3} = 109.33$$

(b)



(c)

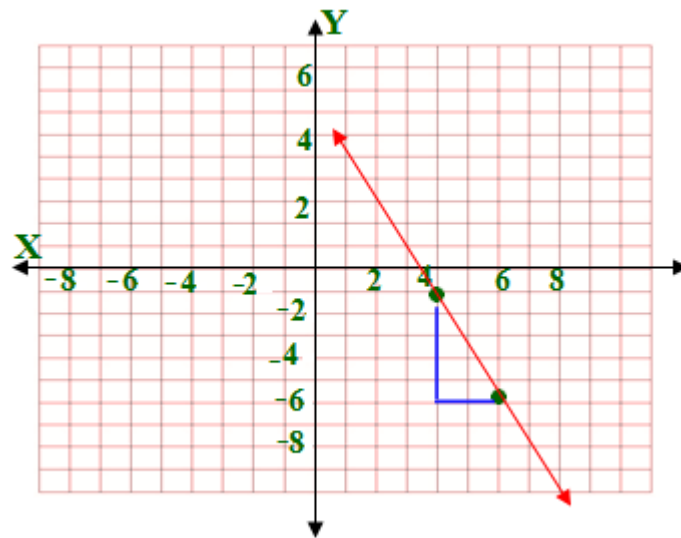
عدد المها العربي عام ١٤٣٦ :

$$3024 \approx 3023.9992 = 400 + 109.333 \times 24$$

أوجد قيمة x أو y اعتماداً على المعطيات في كل مما يأتي: ثم مثل المستقيم بيانياً:

(36)

$$\begin{aligned} \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} &= \frac{-6 - (-1)}{x - 4} \\ \frac{-5}{2} &= \frac{-6 - (-1)}{x - 4} \\ 2 \times (-6 - (-1)) &= -5 \times (x - 4) \\ 2 \times -5 &= -5 \times x + 20 \\ -10 - 20 &= -5x \\ -30 &= -5x \\ x &= \frac{30}{5} = 6 \end{aligned}$$



(37)

ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(4, 3)$ و $(-4, 9)$

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 9}{4 - (-4)} = \frac{-6}{8} = \frac{-3}{4}$$

ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(4, y)$ و $(-8, 1)$ لانهما متوازيان.

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - 1}{4 - (-8)}$$

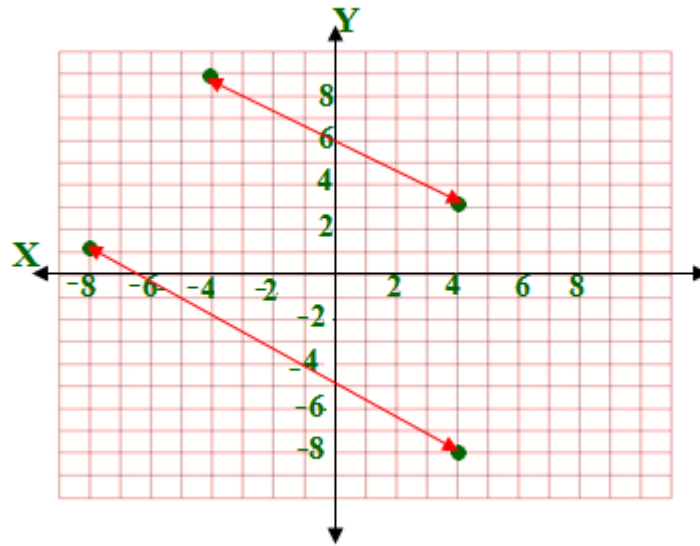
$$\frac{y - 1}{12} = \frac{-3}{4}$$

$$4y - 4 = -36$$

$$4y = -36 + 4$$

$$4y = -32$$

$$y = -8$$



(38)

بما أن المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(1, -3)$ و $(3, y)$ يوازي المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(5, -6)$ و $(9, y)$ إذن ميل كل منهما متساويان

$$\frac{y - (-3)}{3 - 1} = \frac{y - (-6)}{9 - 5}$$

$$\frac{y + 3}{2} = \frac{y + 6}{4}$$

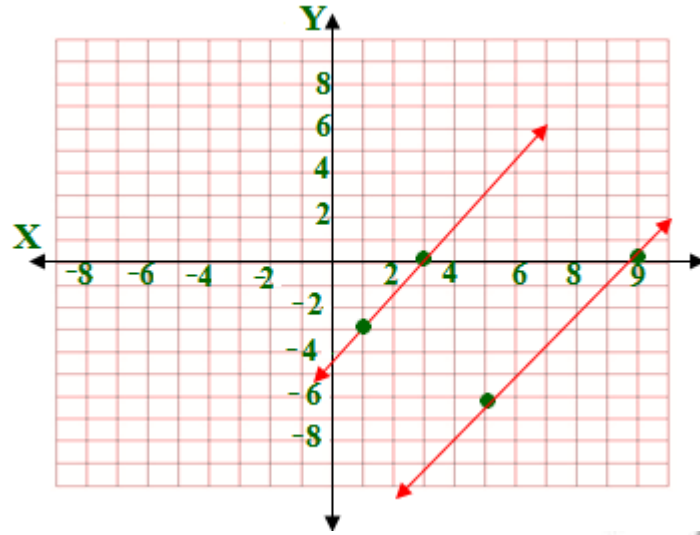
$$2y + 12 = 4y + 12$$

$$2y = 4y$$

$$2y - 4y = 0$$

$$-2y = 0$$

$$y = 0$$



(39) مدارس:

مدرسة الفتح ١١٢٥ طالب سنة ١٤٢١
مدرسة الفتح ١٤٢٥ طالب سنة ١٤٢٧

مدرسة الأندلس ١٢٧٥ طالب سنة ١٤٢٢
مدرسة الفتح X طالب سنة ١٤٢٧

$$\text{معدل التغير لمدرسة الأندلس} \quad 50 = \frac{-300}{-6} = \frac{1125 - 1425}{1421 - 1427}$$

$$\frac{1275 - x}{-5} = \frac{1275 - x}{1422 - 1427} = 50$$

$$50 \times -5 = 1275 - x$$

$$-250 - 1275 = -x$$

$$1525 = x$$

إذن عدد طلاب مدرسة الأندلس عام ١٤٢٧ = ١٥٢٥ طالباً

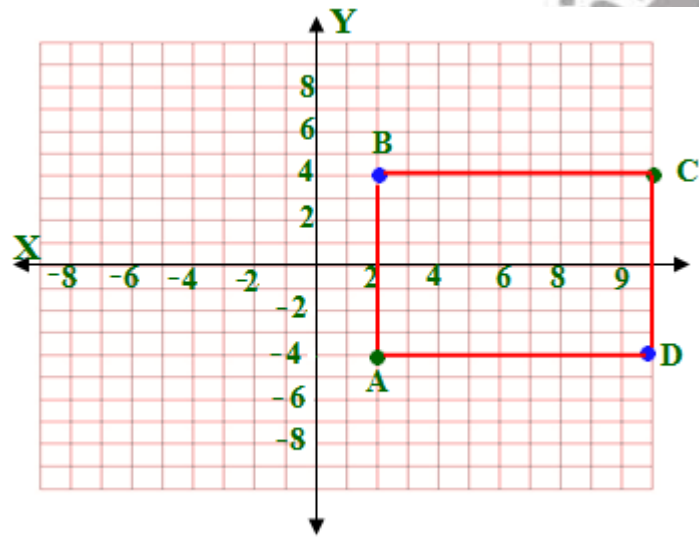
مسائل مهارات التفكير العليا

(40) اكتشف الخطأ:

إجابة طارق صحيحة. فقط طرح خالد إحداثي x بالترتيب الخطأ.

(41) تبرير:

(a) $B(2, 4)$, $D(10, -4)$



(b)

كلٌّ من ميلي \overline{AB} و \overline{DC} غير معرّف، لذا فهما متوازيان.
وميل كلٍّ من \overline{AD} و \overline{BC} يساوي صفراً، لذا فهما متوازيان.

(c) بما أن ميل \overline{AB} غير معرّف، وميل \overline{BC} يساوي صفراً، فإن القطعتين متعامدان وتشكلان زاوية قياسها 90° . وهكذا لبقية الزوايا.

(42) اكتب:

بما أن برج المملكة رأسي فإن ميله برج بيزا فميله إما أن يكون سالباً أو موجباً؛ بحسب موقع النظر إليه.

(43) تحد:

المعطيات: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

المطلوب: $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

البرهان:

(١) $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ (مُعْطَى)

(٢) $m = \frac{-(y_2 - y_1)}{-(x_2 - x_1)}$ (خاصية الضرب)

(٣) $m = \frac{-y_2 + y_1}{-x_2 + x_1}$ (خاصية التوزيع)

(٤) $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ (خاصية الإبدال في الجمع)

تدريب على الاختبار المعياري

44) A

$$Y = -\frac{4}{3}x - 6$$

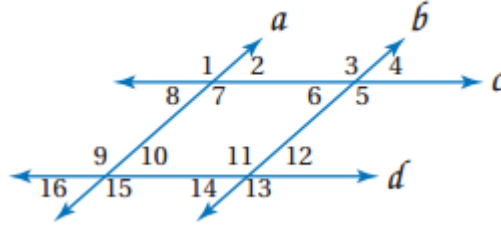
45) D

(2,4), (0,-2)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 4}{0 - 2} = \frac{-6}{-2} = 3$$

مراجعة تراكمية

في الشكل المجاور:



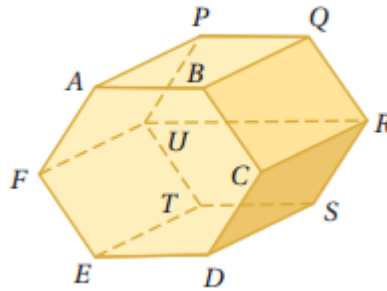
(46) $123^\circ = 57^\circ - 180^\circ = \angle 5$ ، زاويتان متجاورتان ومتكاملتان.

(47) 123° ، $\angle 3 = \angle 5$ ، بالتقابل بالرأس ، $\angle 1 = \angle 3$ ، بالتناظر لذا $\angle 1 = 123^\circ$

(48) $57^\circ = 123^\circ - 180^\circ = \angle 8$ ، زاويتان متجاورتان ومتكاملتان.

(49) $57^\circ = \angle 8 = \angle 10$ بالتبادل داخلياً

حدد كلاً مما يأتي مستعملاً الشكل المجاور:



50) \overline{BC} , \overline{EF} , \overline{QR}

51) ABC , ABQ , PQR , CDS

52) \overline{BQ} , \overline{CR} , \overline{FU} , \overline{PU} , \overline{QR} , \overline{RS} , \overline{TU}

معتمداً على المعطيات، حدد ما إذا كانت النتيجة صحيحة أم لا في كل مما يأتي. فسر تبريرك.

(53) صحيحة

(54) غير صحيحة؛ ليس بالضرورة أن تكون الزاويتان المتطابقتان متقابلتين بالرأس.

استعد للدرس اللاحق

حل كل معادلة مما يأتي بالنسبة لـ y :

55) $3x + y = 5$
 $y = -3x + 5$

56) $4x + 2y = 6$
 $2x + y = 3$
 $y = -2x + 3$

بالقسمة على ٢

57) $4y - 3x = 5$
 $y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$

بالقسمة على ٤

صيغ معادلة المستقيم

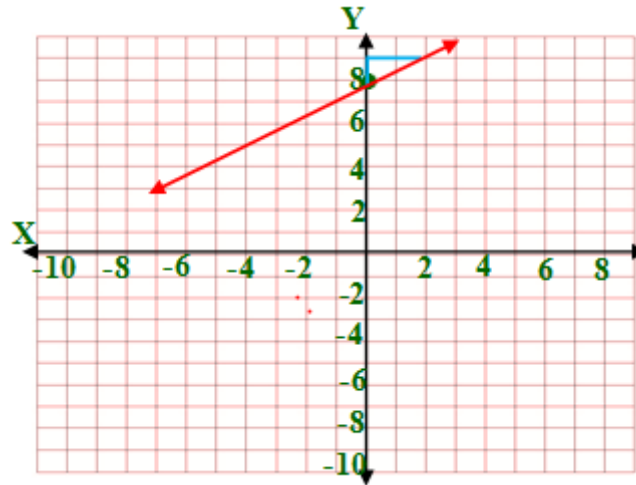
2-5

تلق

1)

$$y = mx + b$$

$$y = \frac{1}{2}x + 8$$



تلق

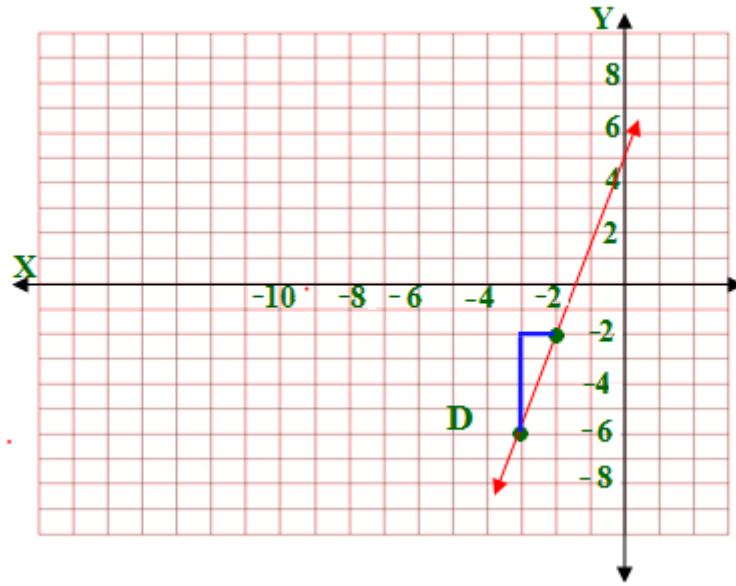
2)

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - (-6) = 4m(x - (-3))$$

$$y + 6 = 4(x + 3)$$

استعمل قيمة الميل ؛ لتحديد نقطة أخرى وذلك بالانتقال ؛ وحدات لأعلى ثم وحدة واحدة تجاة اليمين.



(3A) $(-2, 4)$, $(8, 10)$

ميل المستقيم المار بنقطتين:

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{10 - 4}{8 - (-2)} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = m$$

معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع: $y = mx + b$

$y = \frac{3}{5}x + 4$ والنقطة $(-2, 4)$ هي مقطع المحور y

(3B) $(0, 0)$, $(2, 6)$

ميل المستقيم المار بنقطتين

$$3 = \frac{6}{2} = \frac{6 - 0}{2 - 0} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = m$$

معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع : $y = mx + b$

والنقطة $(0, 0)$ هي مقطع المحور y

$$y = 3x + 0$$



$$(5,0), (3,0) \quad (4)$$

$$0 = \frac{0}{-2} = \frac{0-0}{3-5} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = m$$

صيغة الميل ونقطة. $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$(x-5) \times 0 = y - 0 \leftarrow y - 0 = m(x-5)$$

$$0 = y \quad (5)$$

ميل المستقيم $y = -\frac{3}{4}x + 3$ هو $-\frac{3}{4}$ لذا فإن المستقيم الذي يوازيه $-\frac{3}{4}$

$$y = mx + b \quad \text{و النقطة } (-3,6)$$

$$6 = \left(-\frac{3}{4} \times -3\right) + b$$

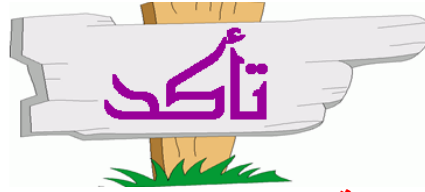
$$b = 6 - \frac{9}{4} = \frac{15}{4}$$

إن معادلة المستقيم الموازي هي: $y = -\frac{3}{4}x + \frac{15}{4}$



(6)

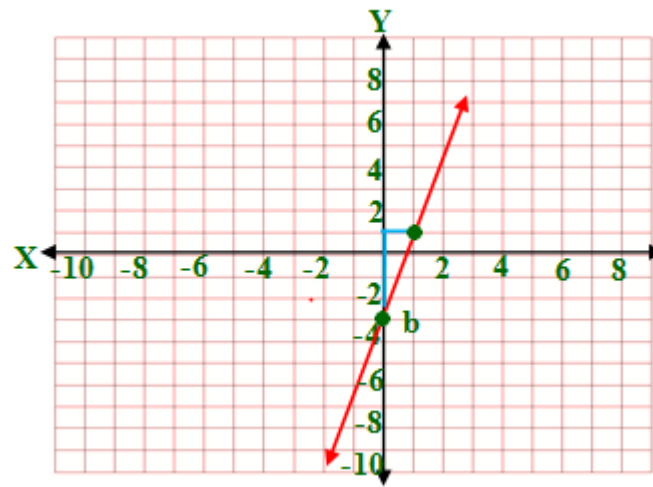
العرض y أفضل.



اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المعطى ميله ومقطع المحور y له في كل مما يأتي، ثم مثله بيانياً: المثال ١

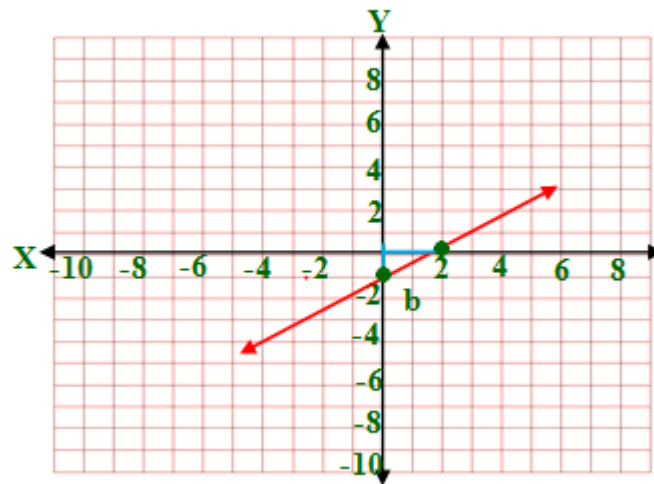
(1) $m = 4, b = -3$

معادلة المستقيم $y = mx + b \leftarrow y = 4x - 3$



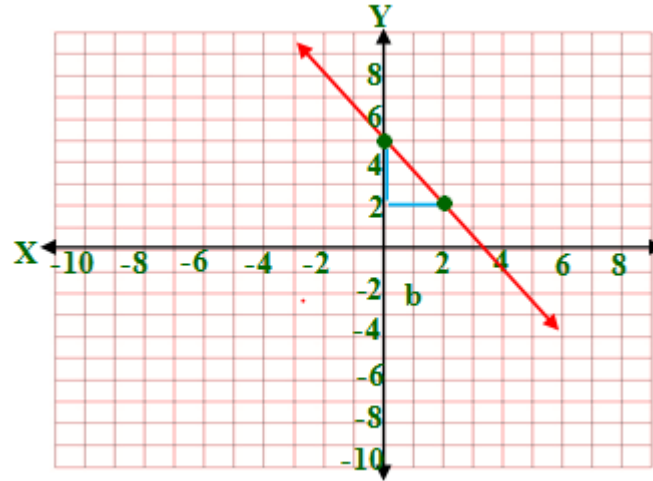
(2) $m = \frac{1}{2}, b = -1$

معادلة المستقيم $y = mx + b \leftarrow y = \frac{1}{2}x - 1$



$$m = \frac{-3}{2}, b = 5 \quad (3)$$

$$y = \frac{-3}{2}x + 5 \leftarrow y = mx + b = \text{معادلة المستقيم}$$

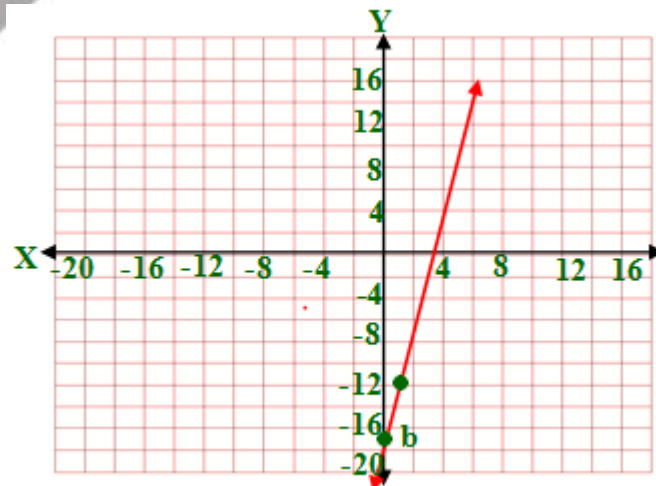


اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم المعطى ميله ونقطة يمر بها في كل مما يأتي ، ثم مثله بيانياً: المثال ٢

$$4) m = 5, b = (3, -2)$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - (-2) = 5(x - 3) \rightarrow y + 2 = 5x - 15$$

$$y = 5x - 17 = \text{معادلة المستقيم}$$

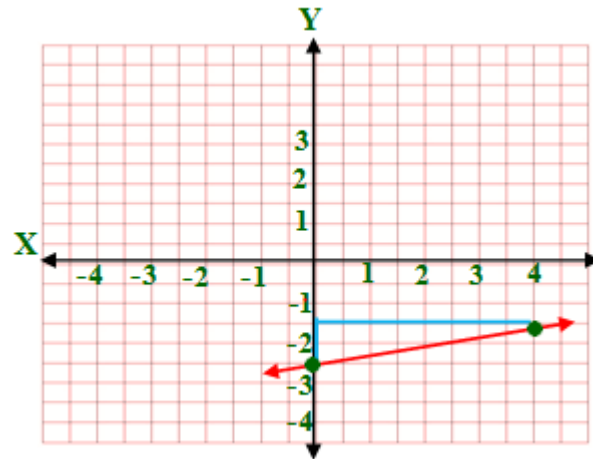


5) $m = \frac{1}{4}$, $b = (-2, -3)$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - (-3) = \frac{1}{4}(x - (-2))$$

$$y + 3 = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2} \rightarrow y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2} - 3$$

$$y = \frac{1}{4}x - \frac{5}{2} = \text{معادلة المستقيم}$$

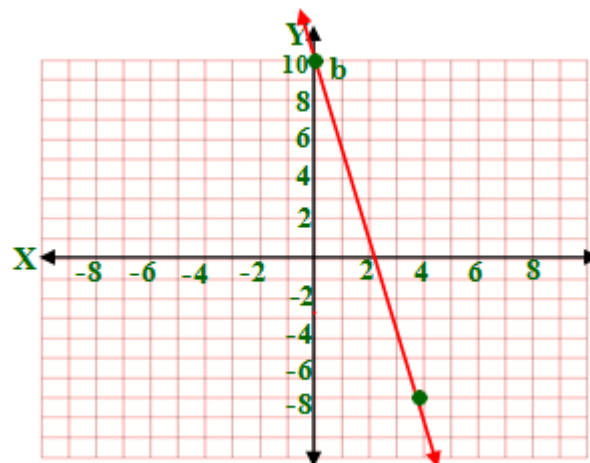


6) $m = -4.25$, $b = (-4, 6)$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 6 = -4.25(x - (-4))$$

$$y - 6 = -4.25x + 4 \rightarrow y = -4.25x + 6 + 4$$

$$y = -4.25x + 10 = \text{معادلة المستقيم}$$



اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي أعطيت نقطتان يمر بهما في كل مما يأتي: المثالان 3,4

7) $(0, -1), (4, 4)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - (-1)}{4 - 0} = \frac{5}{4}$$

$$y = mx + b \rightarrow -1 = \frac{5}{4} \times 0 + b$$

$$b = -1$$

$$y = mx + b \rightarrow y = \frac{5}{4}x - 1$$

8) $(4, 3), (1, -6)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6 - 3}{1 - 4} = \frac{-9}{-3} = 3$$

$$y = mx + b \rightarrow 3 = 3 \times 4 + b$$

$$b = -9$$

$$y = mx + b \rightarrow y = 3x - 9$$

9) $(6, 5), (-1, -4)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - 5}{-1 - 6} = \frac{-9}{-7} = \frac{9}{7}$$

$$y = mx + b \rightarrow -4 = \frac{9}{7} \times -1 + b$$

$$b = -4 + \frac{9}{7} = \frac{-19}{7}$$

$$y = mx + b \rightarrow y = \frac{9}{7}x - \frac{19}{7}$$

(10) اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم العمودي على $Y = -2x + 6$ والمار بنقطة (3, 2): المثال ٥

ميل المستقيم $Y = -2x + 6$ لذا ميل المستقيم العمودي عليه $\frac{1}{2}$

$$y = mx + b \rightarrow 2 = \frac{1}{2} \times 3 + b$$

$$b = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} = \text{معادلة المستقيم العمودي}$$

(11) اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (-1, 5) ويوزاي المستقيم الذي معادلته $y = 4x - 5$

ميل المستقيم $y = 4x - 5$ لذا ميل المستقيم الذي يوازيه 4

$$5 = -1 \times 4 + b \leftarrow y = mx + b$$

$$9 = b$$

$$y = 4x + 9 = \text{معادلة المستقيم العمودي}$$

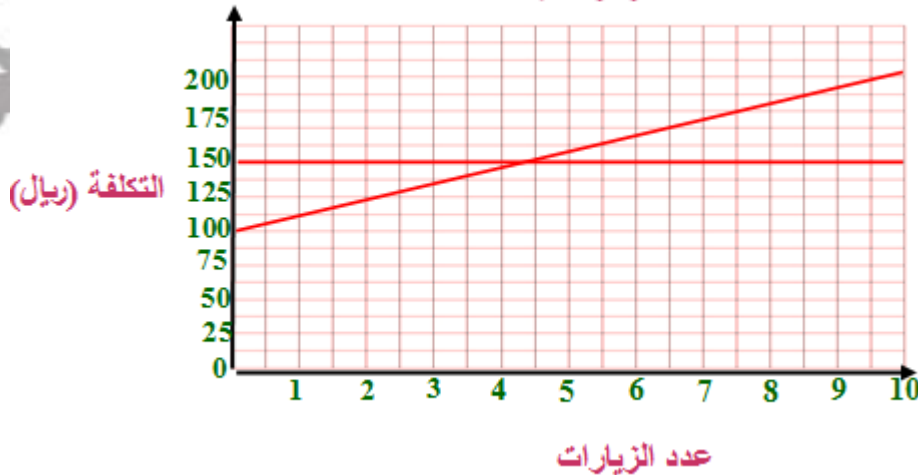
(12) عروض: المثال ٦

(a) معادلة العرض الأول: $10x + 150 = y$

معادلة العرض الثاني: $150 = y$

(b)

تكلفة مركز اللياقة



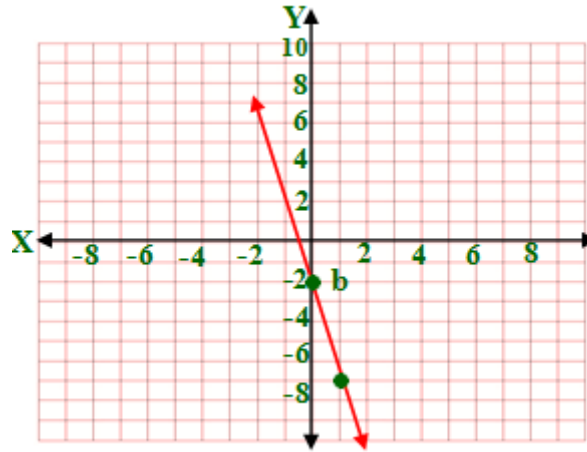
(c) العرض الثاني أفضل ، حيث التكلفة 150 ريالاً، على حين أن تكلفة العرض الأول $170 = 100 + 10 \times 7$ ريالاً.

تدرب وحل المسائل

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المعطى ميله ومقطع المحور y له في كل مما يأتي ، ثم مثله بيانياً: المثال ١

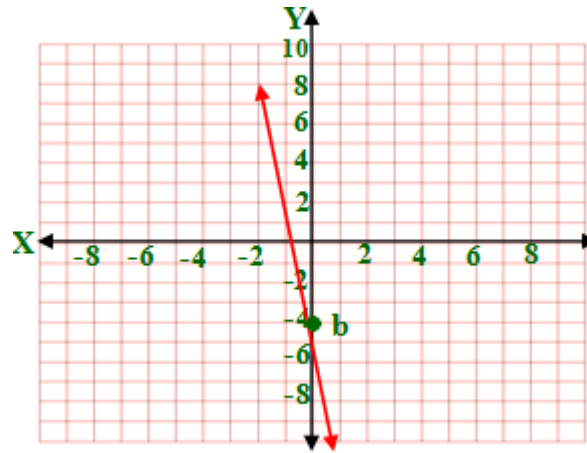
13) $m = -5$, $b = -2$

$y = mx + b \rightarrow y = -5x - 2$



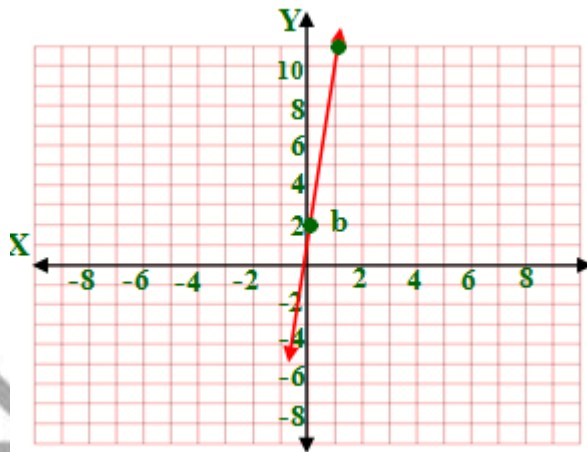
14) $m = -7$, $b = -4$

$y = mx + b \rightarrow y = -7x - 4$



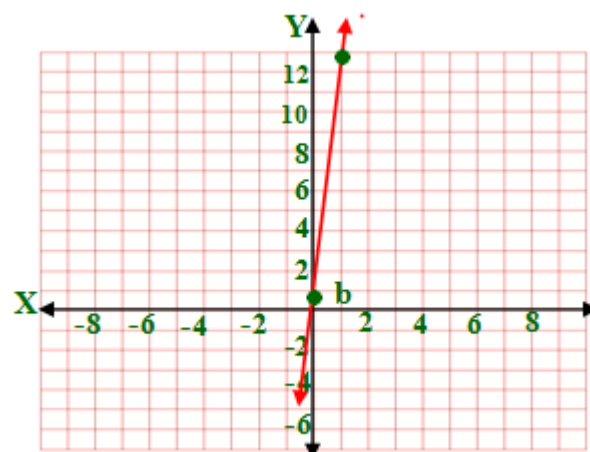
15) $m = 9, b = 2$

$y = mx + b \rightarrow y = 9x + 2$



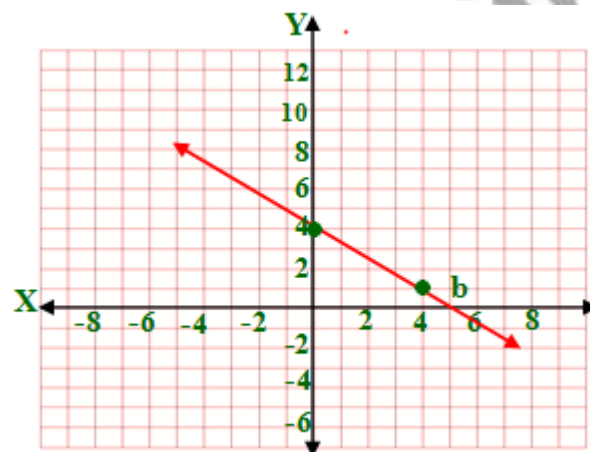
16) $m = 12, b = \frac{4}{5}$

$y = mx + b \rightarrow y = 12x + \frac{4}{5}$



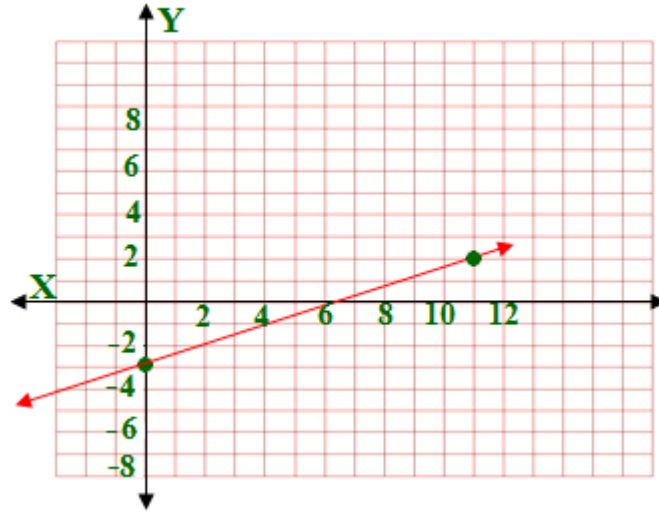
17) $m = \frac{-3}{4}, (0, 4)$

$y = mx + b \rightarrow y = \frac{-3}{4}x + 4$



18) $m = \frac{5}{11}, (0, -3)$

$y = mx + b \rightarrow y = \frac{5}{11}x - 3$



اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم المعطى ميله ونقطة يمر بها في كل مما يأتي ، ثم مثله بيانياً: المثال ٢

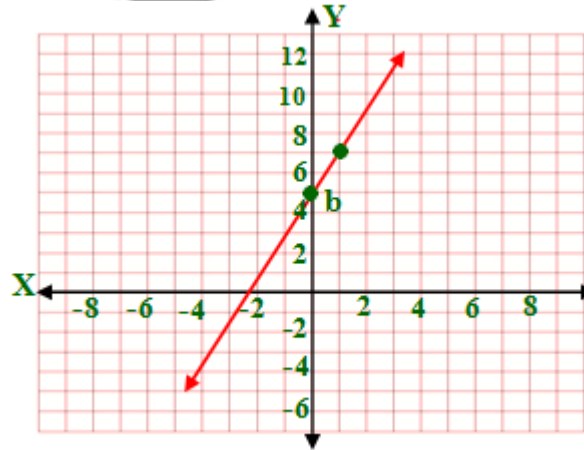
19) $m = 2$, $(3, 11)$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 11 = 2(x - 3)$$

$$y - 11 = 2x - 6$$

$$y = 2x - 6 + 11$$

معادلة المستقيم $y = 2x + 5$

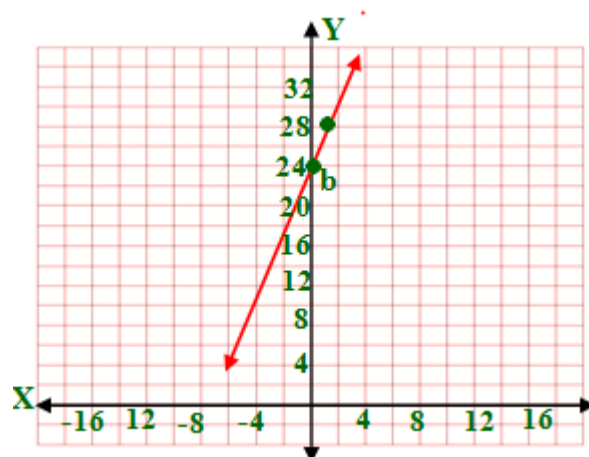


20) $m = 4$, $(-4, 8)$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 8 = 4(x - (-4))$$

$$y - 8 = 4x + 16$$

معادلة المستقيم $y = 4x + 24$



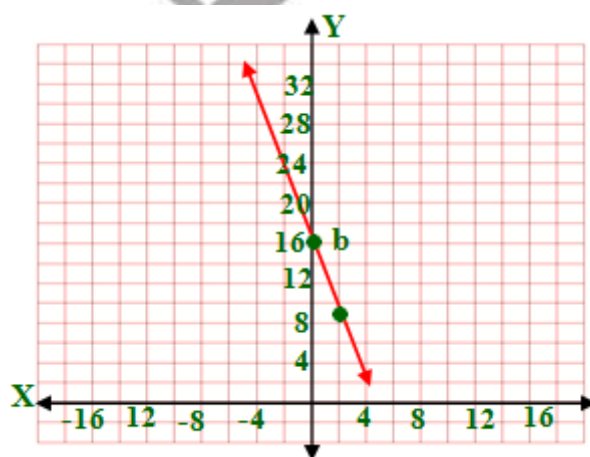
21) $m = -7$, $(1, 9)$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 9 = -7(x - 1)$$

$$y - 9 = -7x + 7$$

$$y = -7x + 7 + 9$$

معادلة المستقيم $y = -7x + 16$



22) $m = \frac{5}{7}$, $(-2, -5)$

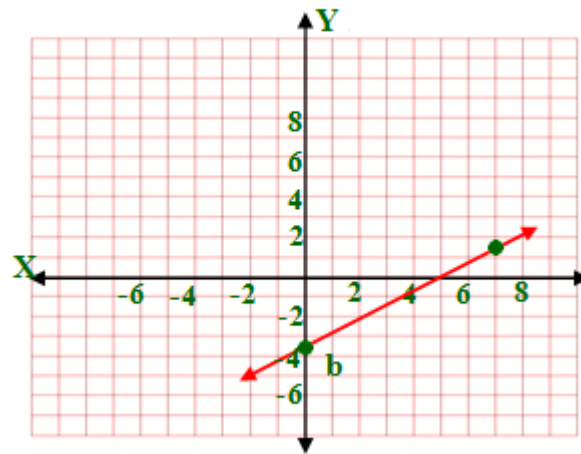
$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - (-5) = \frac{5}{7}(x - (-2))$$

$$y + 5 = \frac{5}{7}(x + 2)$$

$$y = \frac{5}{7}(x + 2) - 5$$

$$y = \frac{5}{7}x + \frac{10}{7} - 5$$

$$y = \frac{5}{7}x - 3.75 = \text{معادلة المستقيم}$$



$$23) m = \frac{-4}{5}, (-3, -6)$$

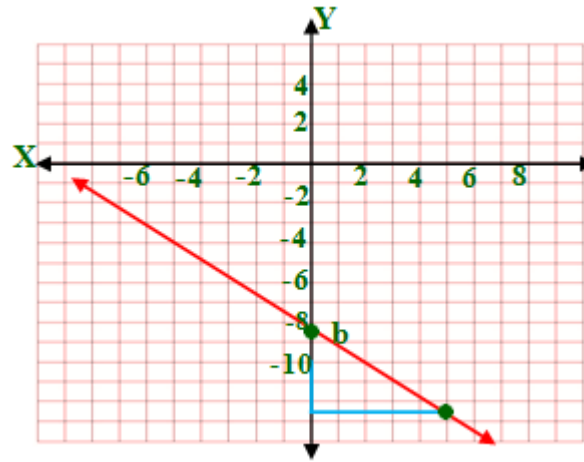
$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - (-6) = \frac{-4}{5}(x - (-3))$$

$$y + 6 = \frac{-4}{5}(x + 3)$$

$$y = \frac{-4}{5}(x + 3) - 6$$

$$y = \frac{-4}{5}x - \frac{12}{5} - 6$$

$$y = \frac{-4}{5}x - 8.4 = \text{معادلة المستقيم}$$



$$24) m = -2.4, (14, -12)$$

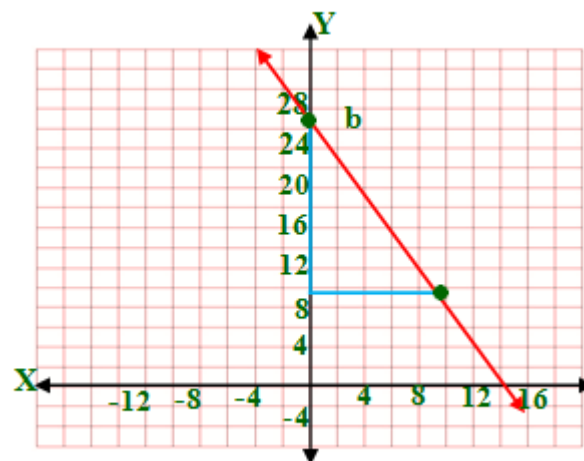
$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - (-12) = -2.4(x - 14)$$

$$y + 12 = -2.4(x - 14)$$

$$y = -2.4(x - 14) - 12$$

$$y = -2.4x + 33.6 - 12$$

$$y = -2.4x + 27.6 = \text{معادلة المستقيم}$$



اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي أعطيت نقطتان يمر بهما في كل مما يأتي: المثالان 3,4

25) $(-1, -4), (3, -4)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - (-4)}{3 - (-1)} = \frac{0}{4} = 0$$

$$y = mx + b \rightarrow y = 0 \times x - 4 \rightarrow y = -4$$

26) $(2, -1), (2, 6)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - (-1)}{2 - 2} = \frac{7}{0} = \text{غير معرف}$$

$$x = 2$$

27) $(-3, -2), (-3, 4)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - (-2)}{-3 - (-3)} = \frac{6}{0} = \text{غير معرف}$$

$$x = -3$$

28) $(0, 5), (3, 3)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 5}{3 - 0} = \frac{-2}{3}$$

$$y = mx + b \rightarrow y = \frac{-2}{3} \times x + 5$$

29) $(-12, -6), (8, 9)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9 - (-6)}{8 - (-12)} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

$$y = mx + b \rightarrow y = \frac{3}{4}x - 6$$

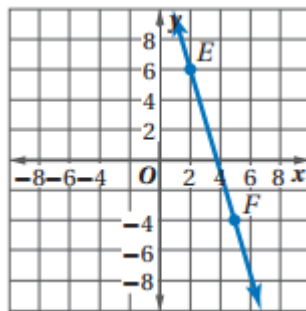
30) $(2,4), (-4,-11)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-11 - 4}{-4 - 2} = \frac{-15}{-6} = \frac{5}{2}$$

$$y = mx + b \rightarrow y = \frac{5}{2}x + 4$$

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الممثل بيانياً وصفه في كل مما يأتي:

31) \overrightarrow{EF}



$(2,6), (5,-4)$

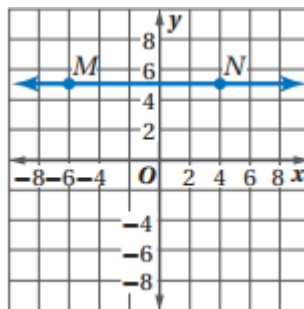
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - 6}{5 - 2} = \frac{-10}{3}$$

$$y = mx + b \rightarrow 6 = \frac{-10}{3} \times 2 + b$$

$$b = 6 + \frac{20}{3} = \frac{38}{3}$$

$$y = mx + b \rightarrow y = \frac{-10}{3}x + \frac{38}{3}$$

32) \overrightarrow{MN}



$$(4,5), (-6,5)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 5}{-6 - 4} = \frac{0}{-10} = 0$$

$$y = mx + b \rightarrow 5 = 0 \times 4 + b$$

$$b = 5$$

$$y = mx + b \rightarrow y = 0x + 5 \rightarrow y = 5$$

33)

$$(-1, -2), (3, 4)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - (-2)}{3 - (-1)} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$y = mx + b \rightarrow -2 = \frac{3}{2} \times -1 + b$$

$$b = -2 + \frac{3}{2} = \frac{-1}{2}$$

$$y = mx + b \rightarrow y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$$

34)

$$(-4, -5), (-8, -13)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-13 - (-5)}{-8 - (-4)} = \frac{-8}{-4} = 2$$

$$y = mx + b \rightarrow -5 = 2 \times -4 + b$$

$$b = -5 + 8 = 3$$

$$y = mx + b \rightarrow y = 2x + 3$$

35)

$(3,0), (0,-2)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 0}{0 - 3} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$$

$$y = mx + b \rightarrow y = \frac{2}{3}x - 2$$

36)

$(-\frac{1}{2}, 0), (0, 4)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 4}{-\frac{1}{2} - 0} = \frac{-4}{-\frac{1}{2}} = 8$$

$$y = mx + b \rightarrow y = 8x + 4$$

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي يحقق المعطيات في كل مما يأتي:

المثال ٥

(37)

الميل $-2 =$ لأنه يعامد المستقيم $y = \frac{1}{2}x + 9$ ، النقطة $(-7, -4)$

$$y = mx + b \rightarrow -4 = -2x + b$$

$$b = -4 + 2 \times -7$$

$$b = -4 - 14 = -18$$

$$y = mx + b \rightarrow y = -2x - 18$$

(38)

الميل $0 =$ لأنه يوازي المستقيم $y = 7$ ، النقطة $(-1, -10)$

$$y = mx + b \rightarrow -10 = 0x + b$$

$$-10 = b$$

$$y = mx + b \rightarrow y = -10$$

(39)

الميل $\frac{-2}{3} =$ لأنه يوازي المستقيم $y = \frac{-2}{3}x + 1$ ، النقطة $(6, 2)$

$$y = mx + b \rightarrow 2 = \frac{-2}{3}x + b$$

$$2 = \frac{-2}{3} \times 6 + b$$

$$2 = \frac{-12}{3} + b$$

$$b = 2 + 4 = 6$$

$$y = mx + b \rightarrow y = \frac{-2}{3}x + 6$$

(40)

الميل $\frac{1}{5}$ لأنه يعامد المستقيم $y = -5x - 8$ ، النقطة $(-2, 2)$

$$y = mx + b \rightarrow 2 = \frac{1}{5} \times -2 + b$$

$$2 = \frac{-2}{5} + b$$

$$2 + \frac{2}{5} = b$$

$$b = 2.4$$

$$y = mx + b \rightarrow y = \frac{1}{5}x + 2.4$$

(41) جمعية خيرية: المثال ٦

$$a) y = 15.5x + 1500$$

b)

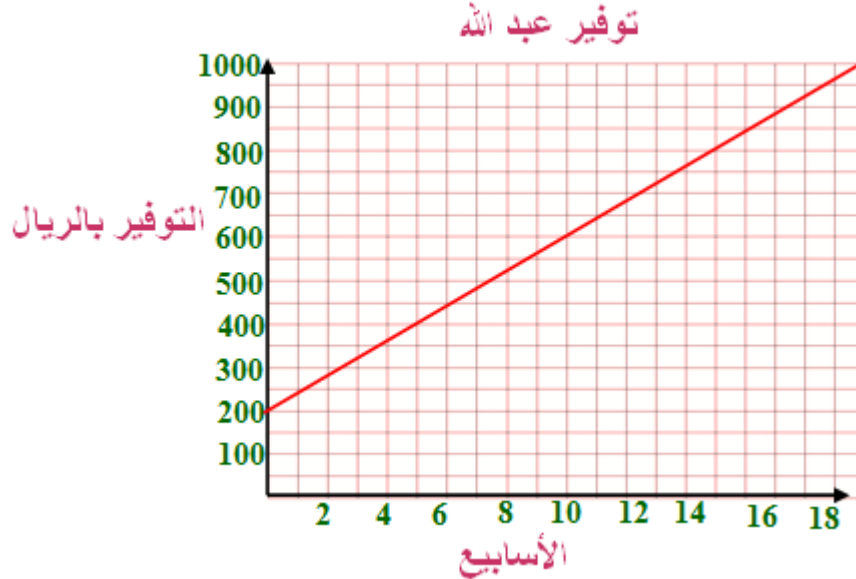


c) $y = 15.5x + 1500$
 $y = 15.5 \times 285 + 1500$
 $y = 5917.5$ ريالاً

d) 290
 $y = 15.5x + 1500$
 $6000 = 15.5 \times x + 1500$
 $15.5x = 6000 - 1500$
 $15.5x = 4500$
 $x = 290$ شخص

(42) توفير:

a) $y = 40x + 200$
 b)



c)
 $y = 40x + 200$
 $500 = 40x + 200$
 $40x = 500 - 200$
 $40x = 300$
 $x = 7.5 \approx 8$

بعد ٨ أسابيع يستطيع أن يوفر ٥٠٠ ريال

(d) 21 أسبوع ؛ إذا بدأ عبد الله التوفير قبل أسبوعين، فسيكون لديه 200 ريال + 40 ريال + 40 ريال أو 280 ريالاً. وبما أنه يحتاج إلى توفير 420 + 700 أو 1120 ريالاً، فهو ما زال في حاجة إلى 1120 - 280 أو 840 ريالاً، وبقسمة 840 ريالاً على 40 ريالاً، سيحتاج سلطان إلى 21 أسبوعاً زيادة حتى يوفر نقوداً كافية.

استعن بالشكل المجاور لتسمي أي مستقيم يحقق الوصف في كل مما يأتي:

43) p

44) l

45) r أو p أو n

حدد ما إذا كان المستقيمان متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك في كل مما يأتي:

46) متوازيان لأن ميل كل منهما متساوي ويساوي ٢

47) متعامدان لأن حاصل ضرب ميل كل منهما يساوي -1

48) متعامدان لأن حاصل ضرب ميل كل منهما يساوي -1

49) غير ذلك لأن ميل كل منهما غير متساوي وليس حاصل ضربهما = -1

50) اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (2, 4) ويوازي

المستقيم $y - 2 = 3(x + 7)$

ميل المستقيم = ٣ لأنه يوازي المستقيم $y - 2 = 3(x + 7)$

التعويض بالنقطة (2, 4)

$$y = mx + b \rightarrow 2 = 3 \times 4 + b$$

$$b = 2 - 12 = -10$$

$$y = mx + b \rightarrow y = 3x - 10$$

51) اكتب معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (12, -8) ويعامد المستقيم الذي يمر

بالنقطتين (2, -7) , (2, 3).

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 2}{-7 - 3} = \frac{0}{-10} = 0$$

النقطتين $(-7, 2)$, $(3, 2)$ لهما نفس الإحداثي الصادي ٢ لذا فالميل = صفر وهذا يعني ان المستقيم افقي يوازي محور السينات والمستقيم المتعامد عليه الذي يمر بالنقطة $(-8, 2)$ يكون رأسي إن معادلته هي $x = -8$

(52) صناعة الفخار:

$$C = 4x + 110 \text{ أو } C = 40(x - 1) + 150$$

(53) تمثيلات متعددة:

(a) جدولياً:

العرض 1	
عدد السيارات	المبلغ
20	80
50	200
100	400

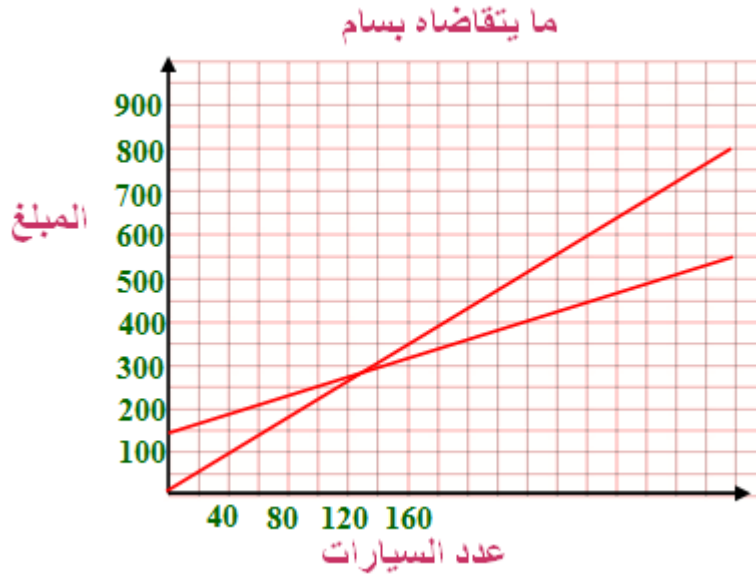
العرض 2	
عدد السيارات	المبلغ
20	190
50	250
100	350

(b) عددياً:

$$y = 4x$$

$$y = 2x + 150$$

(c) بيانياً:



(d) تحليلياً:

إذا كان عدد السيارات 35، فإنه يكسب 140 ريالاً من العرض الأول و $2(35) + 150 = 220$ ريالاً من العرض الثاني، إذن فالعرض الثاني أفضل.
إذا كان عدد السيارات 80، فإنه يكسب 320 ريالاً مع العرض الأول، ويكسب 310 ريالاً من العرض الثاني، إذن العرض الأول هو الأفضل.

(e) لفظياً:

إذا كان عدد السيارات أقل من 75 سيارة فإن العرض الثاني أكثر كسباً، وإذا كان عدد السيارات أكثر من 75 سيارة فإن العرض الأول أكثر كسباً.

(f) منطقياً:

إذا كان عدد السيارات 75 سيارة:
 $300 = 150 + 150 = 2(75) + 150$ العرض الأول
 $300 = 4(75)$ العرض الثاني
العرض الأول والثاني متساويان.

مسائل مهارات التفكير العليا

(54) تحد:

$$\begin{aligned} -2y &= 6x + 8 - 4 \\ -2y &= 6x + 4 \\ \cancel{-2} y &= \frac{6}{\cancel{-2}} x + \frac{4}{\cancel{-2}} \\ y &= -3x - 2 \\ m &= -3 \end{aligned}$$

ميل المستقيم $-3 \leftarrow -2y + 4 = 6x + 8$

ميل المستقيم المار بالنقطتين $(n, -4), (2, -8)$ لأنه عمودي على $\frac{1}{3}$

المستقيم $-2y + 4 = 6x + 8$

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-8 + 4}{2 - n} \\ 3(-8 + 4) &= 2 - n \\ -24 + 12 &= 2 - n \\ -12 &= 2 - n \\ n &= 14 \end{aligned}$$

(55) تبرير:

نعم على استقامة واحدة؛ ميل المستقيم المار بالنقطتين $(2, 5)$ و $(-2, 2)$ يساوي

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 5}{-2 - 2} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$$

وميل المستقيم المار بالنقطتين $(2, 5)$ و $(6, 8)$ يساوي

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 8}{2 - 6} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$$

وبما أن للمستقيمين الميل نفسه، ولهما نقطة مشتركة، فإن لهما المعادلة نفسها. لذلك فإن جميع النقاط تقع على استقامة واحدة.

(56) مسألة مفتوحة:

$$-3 = x$$

$$-7 = y$$

(57) اكتشاف الخطأ:

الحلان صحيحان، كتب فيصل المعادلة بصيغة الميل والمقطع، على حين كتبها راكان بصيغة الميل ونقطة.

(58) اكتب:

إذا أعطيت الميل ومقطع المحور y يكون استعمال صيغة الميل والمقطع أسهل، وعندما تُعطى نقطتين أو الميل ونقطة يكون استعمال صيغة الميل ونقطة أسهل.

تدريب على الاختبار المعياري

59) C

60) C

الميل $= -3$ لانه عمودي على المستقيم المعطاة
النقطة $(-2, 1)$

$$b + -2 \times -3 = 1 \leftarrow mx + b = y$$

$$1 = 6 + b$$

$$b = -5$$

$$y = mx + b \rightarrow y = -3x - 5$$

مراجعة تراكمية

أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين المحددتين في كل مما يأتي:

61) $A(4, 3), B(5, -2)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 3}{5 - 4} = \frac{-5}{1} = -5$$

62) $A(0, 2), B(-3, -4)$

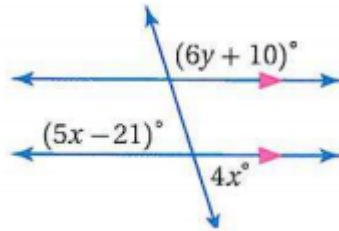
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - 2}{-3 - 0} = \frac{-6}{-3} = 2$$

63) $A(2,5), B(5,1)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 5}{5 - 2} = \frac{-4}{3} = \frac{-4}{3}$$

أوجد قيمة x, y في كل من الشكلين الآتيين:

64)



$$5x - 21 = 4x$$

$$5x - 4x = 21 \quad \text{نظرية الزاويتين المتقابلين بالرأس متساويتان:}$$

$$x = 21$$

نظرية الزاويتان المتجاورتان على مستقيم متكاملتان:

$$180 - 4x =$$

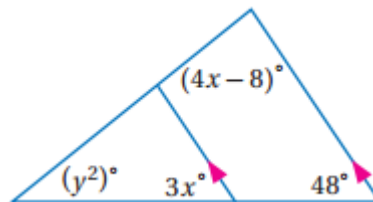
$$180 - 4 \times 21 = 84$$

$$6y + 10 = 84$$

$$6y = 74$$

$$y = 12.33$$

65)



$$3x = 48$$

$$x = 48 \div 3$$

$$x = 16$$

نظرية الزاويتان المتناظرتان متساويتان:

$$(4x - 8)^\circ = (4 \times 16) - 8$$

$$(4x - 8)^\circ = 56^\circ$$

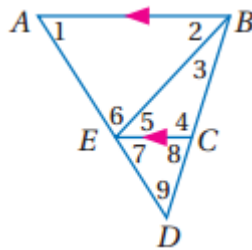
$$56 + 48 + y^2 = 180$$

$$y^2 = 180 - (56 + 48)$$

$$y^2 = 78^\circ$$

$$y = \sqrt{78} \approx 8.8$$

في الشكل المجاور:



(66) $58^\circ = \angle 1 = \angle 7$ نظريتان الزاويتان المتناظرتان متساويتان

(67) $47^\circ = \angle 2 = \angle 5$ نظريتان الزاويتان المتبادلتان متساويتان

(68) $75^\circ = 180 - \angle 2 + \angle 1 = \angle 6$ لأن مجموع زوايا المثلث الداخلة ١٨٠

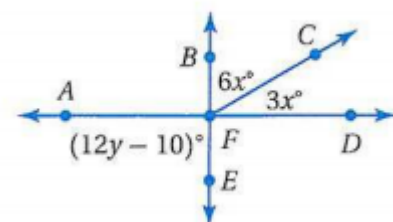
(69) $107^\circ = 180 - \angle 5 + \angle 3 = \angle 4$ لأن مجموع زوايا المثلث الداخلة ١٨٠

(70) $73^\circ = 47 + 26 = \angle 2 + \angle 3 = \angle 8$ نظريتان الزاويتان المتناظرتان متساويتان

(71) $49^\circ = 180 - 58 + 73 = 180 - \angle 7 + \angle 8 = \angle 9$ لأن مجموع زوايا المثلث الداخلة ١٨٠

استعد للدرس اللاحق

أوجد قيمة كل من x و y :
(72) متبادلتان خارجياً



$$6x + 3x = 90$$

$$9x = 90$$

$$x = 10$$

$$12y - 10 = 90$$

$$12y = 100$$

$$y = 8.333$$

حقیبہ انجاز المعلم والمعلمة



أوجد معادلة العمود المنصف للقطعة المستقيمة \overline{PQ} في كل مما يأتي:

1) $P(5,2), Q(7,4)$

$$M\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right) = M\left(\frac{5+7}{2}, \frac{2+4}{2}\right)$$

نقطة منتصف \overline{PQ} : $M(6,3)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-2}{7-5} = \frac{2}{2} = 1 \quad \text{ميل } \overline{PQ} :$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 3 = -1(x - 6) \quad \text{ميل العمود المنصف} = -1 :$$

$$y - 3 = -x + 6 \rightarrow y = -x + 6 + 3 \rightarrow y = 9 - x$$

2) $P(-3,9), Q(-1,5)$

$$M\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right) = M\left(\frac{-1-3}{2}, \frac{5+9}{2}\right)$$

نقطة منتصف \overline{PQ} : $M(-2,7)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-9}{-1-(-3)} = \frac{-4}{2} = -2 \quad \text{ميل } \overline{PQ} :$$

$$\frac{1}{2} = \text{ميل العمود المنصف}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 7 = \frac{1}{2}(x - (-2))$$

$$y - 7 = \frac{1}{2}(x + 2) \rightarrow y - 7 = \frac{1}{2}x + 1 \rightarrow y = \frac{1}{2}x + 8$$

$$3) P(-2, 1), Q(0, -3)$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) = M\left(\frac{-2 + 0}{2}, \frac{1 - 3}{2}\right)$$

نقطة منتصف \overline{PQ} : $M(-1, -1)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3 - 1}{0 - (-2)} = \frac{-4}{2} = -2 \quad \text{ميل } \overline{PQ}$$

ميل العمود المنصف $= \frac{1}{2}$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - (-1) = \frac{1}{2}(x - (-1))$$

$$y + 1 = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \rightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$

$$4) P(0, 1.6), Q(0.5, 2.1)$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) = M\left(\frac{0.5 + 0}{2}, \frac{1.6 + 2.1}{2}\right)$$

نقطة منتصف \overline{PQ} : $M(0.25, 1.85)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2.1 - 1.6}{0.5 - 0} = \frac{0.5}{0.5} = 1 \quad \text{ميل } \overline{PQ}$$

ميل العمود المنصف $= -1$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 1.85 = -1(x - 0.25)$$

$$y = -x + 0.25 + 1.85 \rightarrow y = -x + 2.1$$

استعمل ماتعلمته لإيجاد معادلات المستقيمات التي تحوي أضلاع المثلث XYZ
 $Z (3,-1), Y (1,3) X (-2,0)$

$Y (1,3), X (-2,0)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 3}{-2 - 1} = \frac{-3}{-3} = 1 \quad \text{ميل } \overline{YX}$$

$$y = mx + b \rightarrow y = 1x + 3 \rightarrow y = x + 3 \quad \text{معادلة } \overline{YX}$$

$Z (3,-1), Y (1,3)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - (-1)}{1 - 3} = \frac{4}{-2} = -2 \quad \text{ميل } \overline{ZY}$$

$$y = mx + b \rightarrow y = -2x - 1 \quad \text{معادلة } \overline{ZY}$$

$Z (3,-1), X (-2,0)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - (-1)}{-2 - 3} = \frac{1}{-5} \quad \text{ميل } \overline{ZX}$$

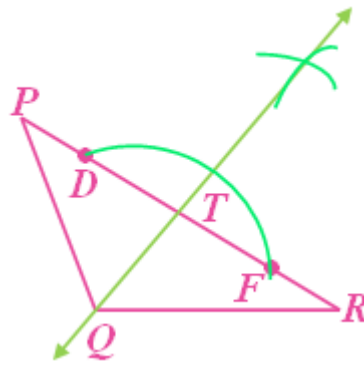
$$y = mx + b \rightarrow y = -\frac{1}{5}x - 1 \quad \text{معادلة } \overline{ZX}$$

الأعمدة والمسافة

2-6

تلق

(١) \overline{QT} تمثل البعد بين Q و \overline{PR} .



تلق

2)

$(1,2), (5,4)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 2}{5 - 1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$(5,4) \rightarrow$

$$y = mx + b \rightarrow 4 = \frac{1}{2} \times 5 + b$$

$$b = 4 - \frac{5}{2} = 1.5$$

$$y = \frac{1}{2}x + 1.5 \quad \text{معادلة المستقيم } l:$$

ميل المستقيم العمودي على $l = -2$ لأن $-2 = \frac{1}{2} \times -2$ ، $P(1,7)$

$$y = mx + b \rightarrow 7 = -2 \times 1 + b$$

$$b = 7 + 2$$

$$b = 9$$

معادلة المستقيم العمودي على المستقيم l والمار بالنقطة $P(1,7)$ هي:

$$y = -2x + 9$$

بضرب المعادلة $y = -2x + 9$ في -1 ← $-y = 2x - 9$

$$y = \frac{1}{2}x + 1.5$$

$$+ -y = 2x - 9$$

$$0 = 2.5x - 7.5$$

$$2.5x = 7.5$$

$$x = 3$$

$$-y = 2 \times 3 - 9$$

$$-y = -3$$

$$y = 3$$

$$P(1,7), (3,3)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(3-1)^2 + (3-7)^2}$$

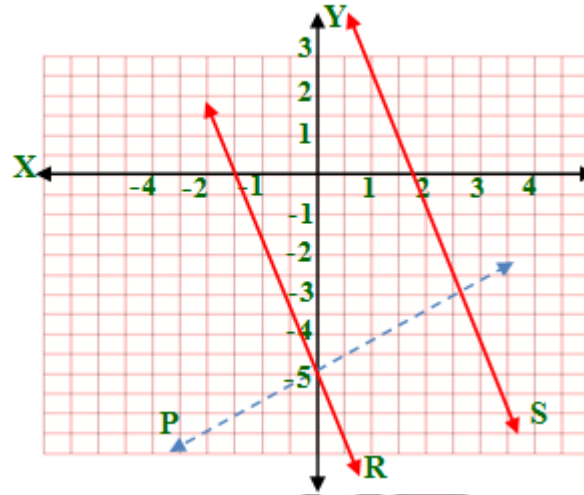
$$\sqrt{(2)^2 + (-4)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} \approx 4.47$$

البعد بين $l, p \approx 4.47$



(3A)

رسم النقطة $P(0, -5)$



المستقيمان متوازيان ميل كل منهما -3 وميل المستقيم \vec{P} العمودي عليهما $\frac{1}{3}$

$$(y - y_1) = m(x - x_1) \rightarrow (y - (-5)) = \frac{1}{3}(x - 0) \rightarrow y = \frac{1}{3}x - 5$$

$$-3x + 6 = \frac{1}{3}x - 5$$

$$-3x - \frac{1}{3}x = -5 - 6$$

$$-3\frac{1}{3}x = -11$$

$$x = 3.3$$

$$y = -3x + 6$$

$$y = -3 \times 3.3 + 6$$

$$y = -3.9$$

إذن نقطة تقاطع المستقيمين s, p : $(0, -5), (3.3, -3.9)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0 - 3.3)^2 + (-5 - (-3.9))^2}$$

$$\sqrt{10.89 + 1.21} = \sqrt{12.1} \approx 3.47$$

البعد بين المستقيمين ≈ 3.47

(3B)

$$\vec{a} = x + 3y = 6 \rightarrow 3y = -x + 6 \rightarrow y = -\frac{1}{3}x + 2$$

$$\vec{b} = x + 3y = -14 \rightarrow 3y = -x - 14 \rightarrow y = -\frac{1}{3}x - \frac{14}{3}$$

النقطة $P(0, 2)$

المستقيمان متوازيان ميل كل منهما $-\frac{1}{3}$ وميل المستقيم \vec{P} العمودي عليهما 3

$$(y - y_1) = m(x - x_1) \rightarrow (y - 2) = 3(x - 0) \rightarrow$$

$$y - 2 = 3x \rightarrow y = 3x + 2$$

$$y = 3x + 2$$

$$y = -\frac{1}{3}x - \frac{14}{3}$$

$$3x + 2 = -\frac{1}{3}x - \frac{14}{3}$$

$$3x + \frac{1}{3}x = -\frac{14}{3} - 2$$

$$\frac{10}{3}x = -\frac{20}{3}$$

$$x = -2$$

$$y = 3 \times -2 + 2$$

$$y = -4$$

نقطة تقاطع المستقيمين p, b : $(-2, -4), (0, 2)$

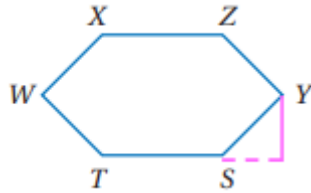
$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0 - (-2))^2 + (2 - (-4))^2}$$

$$\sqrt{4 + 36} = \sqrt{40} \approx 6.32$$

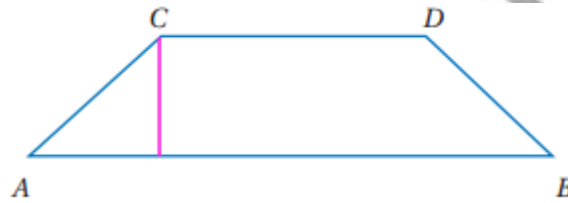
البعد بين المستقيمين ≈ 6.32

تأكد

أنشئ القطعة المستقيمة التي تمثل البعد في كل مما يأتي:
(١) البعد بين y و \overrightarrow{TS}



(٢)



(٣) أنابيب:



هندسية إحداثية: أوجد البعد بين المستقيمين l, p في كل مما يأتي: المثال ٢

4)

$$(4,3), (-2,0)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 3}{-2 - 4} = \frac{-3}{-6} = \frac{1}{2}$$

$$(-2,0) \rightarrow P$$

$$y = mx + b \rightarrow 0 = \frac{1}{2} \times -2 + b$$

$$b = 1$$

$$y = \frac{1}{2}x + 1 \quad \text{معادلة المستقيم } l:$$

$$\text{ميل المستقيم العمودي على } l = -2 \text{ لأن } -1 = \frac{1}{2} \times -2 \text{ ، } P(3,10)$$

$$y = mx + b \rightarrow 10 = -2 \times 3 + b$$

$$b = 10 + 6$$

$$b = 16$$

$$\text{معادلة المستقيم العمودي على المستقيم } l \text{ والمار بالنقطة } P(1,7) \text{ هي:}$$

$$y = -2x + 16$$

$$\text{بضرب المعادلة } y = -2x + 16 \text{ في } -1 \leftarrow -y = 2x - 16$$

$$y = \frac{1}{2}x + 1$$

$$+ (-y = 2x - 16)$$

$$\hline 0 = 2.5x - 15$$

$$2.5x = 15$$

$$x = 6$$

$$-y = 2x - 16$$

$$-y = 2 \times 6 - 16$$

$$y = 4$$

$$P(3,10), (6,4)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(6-3)^2 + (4-10)^2}$$

$$\sqrt{(3)^2 + (-6)^2} = \sqrt{9+36} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

البعد بين l, p $3\sqrt{5}$ وحدة

5)

$$(-6,1), (9,-4)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4-1}{9-(-6)} = \frac{-5}{15} = \frac{-1}{3}$$

$$(-6,1) \rightarrow P$$

$$y = mx + b \rightarrow 1 = \frac{-1}{3} \times -6 + b$$

$$1 = \frac{6}{3} + b$$

$$b = 1 - 2$$

$$b = -1$$

$$y = \frac{-1}{3}x - 1 \quad \text{معادلة المستقيم } l:$$

ميل المستقيم العمودي على l لأن $3 = l$ $-1 = \frac{-1}{3} \times 3$ ، $P(4,1)$

$$y = mx + b \rightarrow 1 = 3 \times 4 + b$$

$$b = 1 - 12$$

$$b = -11$$

معادلة المستقيم العمودي على المستقيم l والمار بالنقطة $P(4,1)$ هي:

$$y = 3x - 11$$

بضرب المعادلة $y = 3x - 11$ في $-1 \leftarrow -y = -3x + 11$

$$\begin{array}{r} y = -\frac{1}{3}x - 1 \\ + (-y = -3x + 11) \\ \hline 0 = -\frac{10}{3}x + 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \frac{10}{3}x = 10 \\ x = 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -y = -3x + 11 \\ -y = -3 \times 3 + 11 \\ y = -2 \end{array}$$

$$P(4,1), (3,-2)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(3-4)^2 + (-2-1)^2}$$

$$\sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10} \approx 3.2$$

البعد بين l, p $\sqrt{10}$ وحدة

$$6) (4,18), (-2,9)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9-18}{-2-4} = \frac{-9}{-6} = \frac{3}{2}$$

$$(4,18) \rightarrow P$$

$$y = mx + b \rightarrow 18 = \frac{3}{2} \times 4 + b$$

$$18 = 6 + b$$

$$b = 18 - 6$$

$$b = 12$$

$$y = \frac{3}{2}x + 12 \quad \text{معادلة المستقيم } l:$$

ميل المستقيم العمودي على l $\frac{-2}{3} = l$ لأن $\frac{-2}{3} \times \frac{3}{2} = -1$ ، $P(-9, 5)$

$$y = mx + b \rightarrow 5 = \frac{-2}{3} \times -9 + b$$

$$b = 5 - 6$$

$$b = -1$$

معادلة المستقيم العمودي على المستقيم l والمار بالنقطة $P(-9, 5)$ هي:

$$y = \frac{-2}{3}x - 1$$

بضرب المعادلة $y = \frac{-2}{3}x - 1$ في $-1 \leftarrow -y = \frac{2}{3}x + 1$

$$\begin{array}{r} y = \frac{3}{2}x + 12 \\ + \left(-y = \frac{2}{3}x + 1 \right) \\ \hline 0 = \frac{13}{6}x + 13 \end{array}$$

$$\frac{13}{6}x = -13$$

$$x = -6$$

$$-y = \frac{2}{3}x + 1$$

$$-y = \frac{2}{3} \times -6 + 1 = -4 + 1 = -3$$

$$y = 3$$

$$P(-9, 5), (-6, 3)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-6 - (-9))^2 + (3 - 5)^2}$$

$$\sqrt{(3)^2 + (-2)^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13} \approx 3.6$$

البعد بين l, p وحدة $\sqrt{13}$

أوجد البعد بين كل مستقيمين متوازيين فيما يأتي: المثال ٣

7)

$$y = -2x + 4$$

$$y = -2x + 14$$

النقطة $P(0, 4)$

المستقيمان متوازيان ميل كل منهما $= -2$ وميل المستقيم \vec{P} العمودي عليهما $= \frac{1}{2}$

$$(y - y_1) = m(x - x_1) \rightarrow (y - 4) = \frac{1}{2}(x - 0) \rightarrow$$

$$y - 4 = \frac{1}{2}x \rightarrow y = \frac{1}{2}x + 4$$

$$y = -2x + 14$$

$$y = \frac{1}{2}x + 4$$

$$-2x + 14 = \frac{1}{2}x + 4$$

$$-2x - \frac{1}{2}x = 4 - 14$$

$$-2.5x = -10$$

$$x = 4$$

$$y = -2x + 14$$

$$y = -2 \times 4 + 14$$

$$y = 6$$

نقطة تقاطع المستقيمين p, b : $(0, 4), (4, 6)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0 - 4)^2 + (4 - 6)^2}$$

$$\sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

البعد بين المستقيمين $\approx 2\sqrt{5}$ وحدة

8)

$$y = 7$$

$$y = -3$$

$$(0, 7), (0, -3)$$

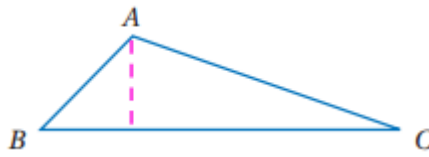
$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0 - 0)^2 + (-3 - 7)^2}$$

$$\sqrt{100} = 10$$

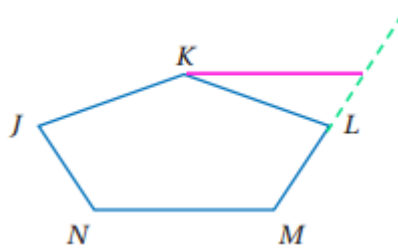
البعد بين المستقيمين ≈ 10 وحدات

تدرب وحل المسائل

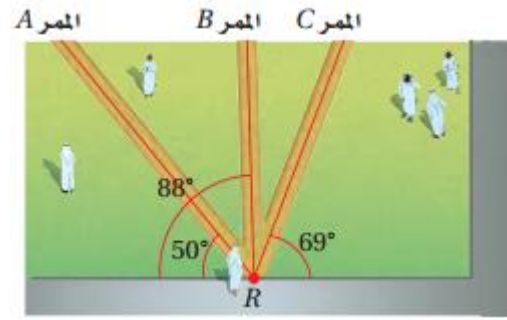
أنشئ القطعة المستقيمة التي تمثل البعد في كل مما يأتي :
(٩)



(١٠)



(١١) مدرسة:



الممر B هو أقصر هذه الممرات الثلاثة، إذ إن المسافة العمودية هي أقصر مسافة من أحد جانبي الساحة إلى الجانب الآخر. وبما أن الزاوية التي يصنعها الممر B هي الأقرب إلى 90° ، فإن الممر B هو أقصرها.

هندسية إحداثية: أوجد البعد بين المستقيمين l, p في كل مما يأتي: المثال ٢

12)

$(0, -3), (7, 4)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - (-3)}{7 - 0} = \frac{7}{7} = 1$$

$(7, 4)$

$$y = mx + b \rightarrow 4 = 1 \times 7 + b$$

$$b = -3$$

$$y = x - 3 \quad \text{معادلة المستقيم } l:$$

ميل المستقيم العمودي على l هو -1 لأن $-1 = 1 \times -1$ ، $P(4, 3)$

$$y = mx + b \rightarrow 3 = -1 \times 4 + b$$

$$b = 3 + 4$$

$$b = 7$$

معادلة المستقيم العمودي على المستقيم l والمار بالنقطة $P(1, 7)$ هي:

$$y = -x + 7$$

$$\begin{array}{r} y = x - 3 \\ + y = -x + 7 \\ \hline 2y = 0 + 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2y = 4 \\ y = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} y = x - 3 \\ 2 = x - 3 \\ x = 5 \end{array}$$

$$P(4,3), (5,2)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(5-4)^2 + (2-3)^2}$$

$$\sqrt{(1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$$

البعد بين p, l : $\sqrt{2}$ وحدة

13)

$$(-2,1), (4,1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-1}{4-(-2)} = \frac{0}{6} = 0$$

$$(4,1)$$

$$y = mx + b \rightarrow 1 = 0 \times 4 + b$$

$$b = 1$$

$$y = 1 \quad \text{معادلة المستقيم } l$$

$$P(5,7)$$

$$y = mx + b \rightarrow 7 = 0 \times 5 + b$$

$$b = 7$$

$$y = 7$$

$$P(0,1), (0,7)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0-0)^2 + (7-1)^2}$$

$$\sqrt{36} = 6$$

البعد بين p, l : ٦ وحدات

14)

$$(-8,1), (3,1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-1}{3-(-8)} = \frac{0}{11} = 0$$

$$(3,1)$$

$$y = mx + b \rightarrow 1 = 0 \times 3 + b$$

$$b = 1$$

$$y = 1 \quad \text{معادلة المستقيم } l$$

$$P(-2,4)$$

$$y = mx + b \rightarrow 4 = 0 \times -2 + b$$

$$b = 4$$

$$y = 4$$

$$P(0,1), (0,4)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0-0)^2 + (4-1)^2}$$

$$\sqrt{0+9} = 3$$

البعد بين p, l : ٣ وحدة

أوجد البعد بين كل مستقيمين متوازيين فيما يأتي:

15)

$$y = -2$$

$$y = 4$$

$$(0, -2), (0, 4)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0 - 0)^2 + (4 - (-2))^2}$$

$$\sqrt{0 + 36} = 6$$

16)

$$x = 3$$

$$x = 7$$

$$(3, 0), (7, 0)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(7 - 3)^2 + (0 - 0)^2}$$

$$\sqrt{16 + 0} = 4$$

17)

$$y = \frac{1}{3}x - 3$$

$$y = \frac{1}{3}x + 2$$

المستقيمان متوازيان ميل كل منهما $\frac{1}{3}$ وميل المستقيم \vec{P} العمودي عليهما

$$-3 = \text{والنقطة } P(0, -3)$$

$$(y - y_1) = m(x - x_1) \rightarrow (y - (-3)) = -3(x - 0) \rightarrow$$

$$y + 3 = -3x \rightarrow y = -3x - 3$$

$$y = \frac{1}{3}x + 2$$

$$y = -3x - 3$$

$$-3x - 3 = \frac{1}{3}x + 2$$

$$-3x - \frac{1}{3}x = 2 + 3$$

$$-\frac{10}{3}x = 5$$

$$x = -1.5$$

$$y = -3x - 3$$

$$y = -3 \times 1.5 - 3$$

$$y = -7.5$$

$$(0, -3), (-1.5, -7.5)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-1.5 - 0)^2 + (-7.5 - (-3))^2}$$

$$\sqrt{(-1.5)^2 + (-4.5)^2} = \frac{3}{2}\sqrt{10}$$

18)

$$y = 15$$

$$y = -4$$

$$(0, 15), (0, -4)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0 - 0)^2 + (-4 - 15)^2}$$

$$\sqrt{(19)^2} = 19$$

19)

$$3x + y = 3 \rightarrow y = -3x + 3$$

$$y + 17 = -3x \rightarrow y = -3x - 17$$

المستقيمان متوازيان ميل كل منهما = -3 وميل المستقيم \vec{P} العمودي عليهما = $\frac{1}{3}$ والنقطة $P(0,3)$

$$(y - y_1) = m(x - x_1) \rightarrow (y - 3) = \frac{1}{3}(x - 0) \rightarrow$$

$$y - 3 = \frac{1}{3}x \rightarrow y = \frac{1}{3}x + 3$$

$$y = \frac{1}{3}x + 3$$

$$y = -3x - 17$$

$$-3x - 17 = \frac{1}{3}x + 3$$

$$-3x - \frac{1}{3}x = 3 + 17$$

$$-\frac{10}{3}x = 20$$

$$x = -6$$

$$y = -3x - 17$$

$$y = -3 \times -6 - 17$$

$$y = 1$$

$$(0,3), (-6,1)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-6 - 0)^2 + (1 - 3)^2}$$

$$\sqrt{36 + 4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

20)

$$y = \frac{-5}{4}x + 3.5$$

$$4y + 10.6 = -5x \rightarrow y = \frac{-5}{4}x - \frac{10.6}{4} \rightarrow y = \frac{-5}{4}x - 2.65$$

المستقيمان متوازيان ميل كل منهما $\frac{-5}{4}$ وميل المستقيم \vec{P} العمودي عليهما =

$\frac{4}{5}$ والنقطة $P(0, 3.5)$

$$(y - y_1) = m(x - x_1) \rightarrow (y - 3.5) = \frac{4}{5}(x - 0) \rightarrow$$

$$y - 3.5 = \frac{4}{5}x \rightarrow y = \frac{4}{5}x + 3.5$$

$$y = \frac{-5}{4}x - 2.65$$

$$y = \frac{4}{5}x + 3.5$$

$$\frac{4}{5}x + 3.5 = \frac{-5}{4}x - 2.65$$

$$\frac{4}{5}x + \frac{5}{4}x = -2.65 - 3.5$$

$$2.05x = -6.15$$

$$x = -3$$

$$y = \frac{4}{5}x + 3.5$$

$$y = \frac{4}{5} \times (-3) + 3.5$$

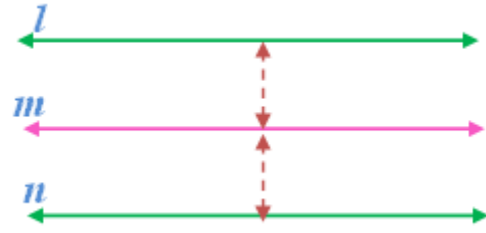
$$y = 1.1$$

$$(0, 3.5), (3, 1.1)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(3 - 0)^2 + (1.1 - 3.5)^2}$$

$$\sqrt{9 + 5.76} = \frac{3\sqrt{41}}{5} \approx 3.8$$

(٢١) برهان:



المعطيات: l متساوي البعد عن m ، و n متساوي البعد عن m .

المطلوب: $l \parallel n$

البرهان:

(١) l متساوي البعد عن m ، و n متساوي البعد عن m (معطيات)

(٢) $l \parallel m$ و $n \parallel m$ (تعريف تساوي البعد).

(٣) ميل l يساوي ميل m (تعريف توازي مستقيمين) ميل m يساوي ميل n .

(٤) ميل l يساوي ميل n (بالتعويض).

(٥) $l \parallel n$ (تعريف توازي مستقيمين).

أوجد البعد بين المستقيم والنقطة في كل مما يأتي :

22)

$$y = -3$$

$$m = 0, (5, 2)$$

$$y = mx + b \rightarrow 2 = 0 \times 5 + b$$

$$b = 2$$

$$y = 2$$

$$(0, -3), (0, 2)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0 - 0)^2 + (2 - (-3))^2}$$

$$\sqrt{0 + 25} = \sqrt{25} = 5$$

23)

$$y = \frac{1}{6}x + 6, (-6, 5)$$

$$(y - y_1) = m(x - x_1) \rightarrow y - 5 = -6(x + 6) \rightarrow$$

$$y - 5 = -6x - 36 \rightarrow y = -6x - 31$$

$$\frac{1}{6}x + 6 = -6x - 31$$

$$\frac{1}{6}x + 6x = -31 - 6$$

$$\frac{37}{6}x = -37$$

$$x = -6$$

$$y = -6x - 31$$

$$y = 36 - 31$$

$$y = 5$$

$$(-6, 5)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-6 - (-6))^2 + (5 - 5)^2}$$

$$\sqrt{0 + 0} = 0$$

24)

ميل معادلة العمودي على المستقيم $x = 4$ من النقطة $(-2, 5)$ هي $y = 5$. لذا نقطة التقاطع بين المستقيم $x = 4$ و $y = 5$ هي $(4, 5)$.

باستخدام قانون المسافة بين النقطتين $(-2, 5)$ و $(4, 5)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(-2 - 4)^2 + (5 - 5)^2}$$

$$= \sqrt{36 + 0}$$

$$= 6$$

(٢٥) ملصقات:



يمكن أن يقيس شاكر المسافة العمودية بين الملصقين في مكانين مختلفين. ويكون الملصقان متوازيين، إذا كانت المسافات بينهما متساوية.

إنشاءات هندسية:

(٢٦) المستقيمان متعامدان، وميل l يساوي -1 وميل \overrightarrow{PQ} يساوي 1 . وبما أن ناتج ضرب الميلين يساوي -1 ؛ فالمستقيمان متعامدان.

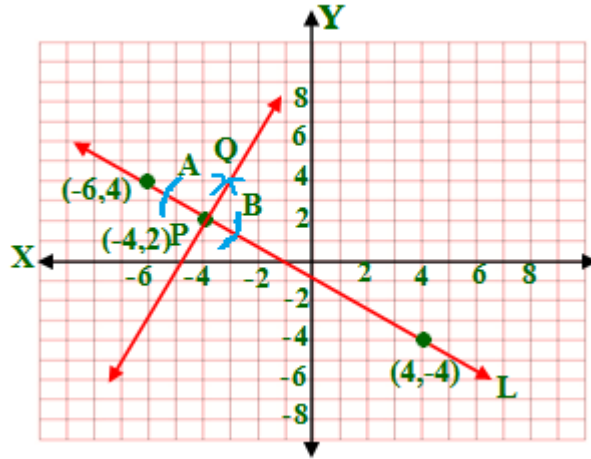
$$(-4, 3), (2, -3)$$

$$\overrightarrow{L} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3 - 3}{2 - (-4)} = \frac{-6}{6} = -1$$

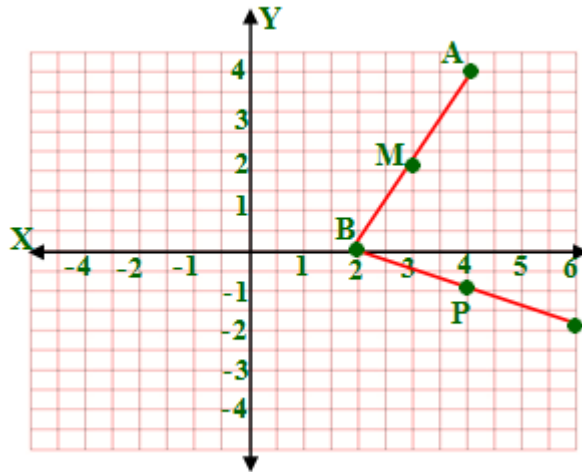
$$(-2, 1), (-1, 2)$$

$$\overrightarrow{PQ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 1}{-1 - (-2)} = \frac{1}{1} = 1$$

(٢٧) الرسمة



(٢٨) هندسية إحداثية:
(a)



(b) $A(4, 4), B(2, 0)$

(٢٩) تمثيلات متعددة:
(a) هندسياً:



(b) لفظياً:

ضع نقطة C عند أي مكان على المستقيم m . فمساحة المثلث تساوي نصف طول القاعدة مضروباً في الارتفاع. ويبقى هذان العدان ثابتين أينما كان موقع النقطة C .

(c) تحليلياً:

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ طول القاعدة \times الارتفاع

$$16.5\text{cm}^2 = 3 \times 11 \times \frac{1}{2}$$

مسائل مهارات التفكير العليا

(٣٠) اكتشف الخطأ:

ادّعاء زيد صحيح؛ إذ أن البعد بين النقطتين A و C يساوي 1.2cm تقريباً. على حين أن البعد بين B و D يساوي 1.35cm تقريباً. وبما أن البعد بين المستقيمين غير ثابت فسيلتقيان عندما يمدان على استقامتيهما.

(٣١) اكتب: ايجاد المستقيم العمودي من B إلى D و ايجاد المستقيم العمودي من A إلى C ثم ايجاد منتصف كل عمود منهما والتوصيل بين منتصفيهما لإيجاد مستقيم يوازي المستقيمين الآخرين.

(٣٢) تحدّ:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \rightarrow \sqrt{(0 - a)^2 + (6 - 4)^2} = \sqrt{5}$$

$$(0 - a)^2 + (6 - 4)^2 = 5$$

$$a^2 + 4 = 5$$

$$a^2 = 5 - 4$$

$$a = \pm 1$$

إذا كانت $a = 1$ والنقطتين (1,4), (0,6)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 4}{0 - 1} = \frac{2}{-1} = -2 \quad \text{ميل المستقيم العمودي:}$$

$$m = \frac{1}{2} \quad \text{ميل المستقيمين المتوازيين:}$$

(1,4)

$$(y - y_1) = m(x - x_1) \rightarrow y - 4 = \frac{1}{2}(x - 1) \rightarrow y - 4 = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$$

(0,6)

$$(y - y_1) = m(x - x_1) \rightarrow y - 6 = \frac{1}{2}(x - 0)$$

$$y = \frac{1}{2}x + 6$$

إذا كانت $a = -1$ والنقطتين $(-1,4)$, $(0,6)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 4}{0 + 1} = \frac{2}{1} = 2$$

ميل المستقيم العمودي:

$$m = -\frac{1}{2}$$

ميل المستقيمين المتوازيين:

(-1,4)

$$(y - y_1) = m(x - x_1) \rightarrow y - 4 = \frac{-1}{2}(x - (-1)) \rightarrow$$

$$y - 4 = \frac{-1}{2}x - \frac{1}{2} \rightarrow y = \frac{-1}{2}x + \frac{7}{2}$$

(0,6)

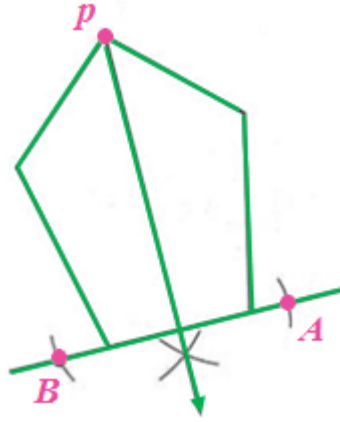
$$(y - y_1) = m(x - x_1) \rightarrow y - 6 = \frac{-1}{2}(x - 0)$$

$$y = \frac{-1}{2}x + 6$$

(٣٣) تبرير:

صحيحة أحياناً؛ إذ يمكن إيجاد هذا البعد عندما يكون المستقيم يوازي المستوى فقط.

(٣٤) مسألة مفتوحة:
(a)

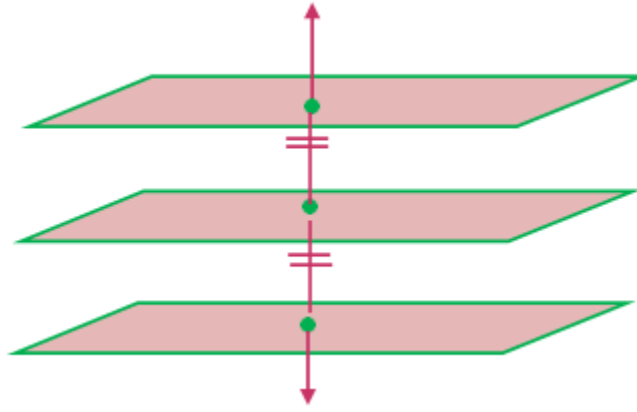


(b)

باستعمال المنقلة، نجد أن قياس الزاوية التي أنشئت يساوي 90° . لذا فالمستقيم الذي أنشئ من الرأس P عمودي على الضلع المختار غير المجاور.

(35) تحدّ:

إذا كان المستويان متساويي البعد عن مستوى ثالث، فإن المستويين متوازيان.

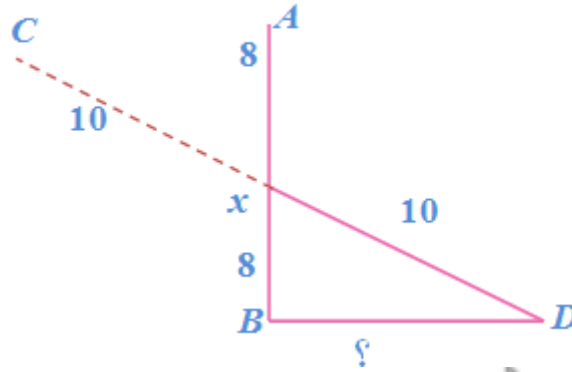


(36) اكتب:

نختار نقطة على أحد المستقيمين، ونجد معادلة المستقيم الذي يعامد المستقيمين المتوازيين ويمر في هذه النقطة، ثم نجد نقطة تقاطع هذا العمودي مع المستقيم الآخر الذي لم يستعمل في الخطوة الأولى، وبعد ذلك نستعمل صيغة المسافة بين نقطتين؛ لإيجاد المسافة بين النقطة المفروضة على المستقيم الأول، ونقطة التقاطع على المستقيم الثاني، فيكون الناتج هو البعد بين المستقيمين المتوازيين.

تدريب على الاختبار المعياري

A (37)



$$\overline{BD} = \sqrt{(10)^2 - (8)^2}$$

$$\overline{BD} = \sqrt{36} = 6$$

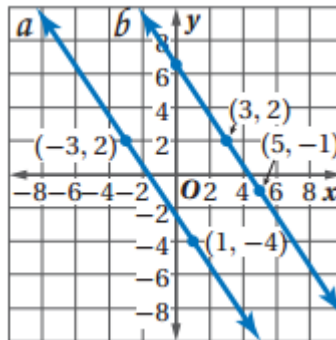
H (38)

مساحة المربع = طول الضلع \times نفسه

$$300 \approx 284.6 = \sqrt{8100}$$

مراجعة تراكمية

(39) استعن بالشكل المجاور لتحدد ما إذا كان $a \perp b$. برر إجابتك



$$m(\vec{a}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - 2}{1 + 3} = \frac{-3}{2}$$

$$m(\vec{b}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 2}{5 - 3} = \frac{-3}{2}$$

بما أن الميلين متساويان فإن $a \parallel b$.

اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم المعطى ميله ونقطة يمر بها في كل مما يأتي:

40) $m = \frac{1}{4}, (3, -1)$

$$(y - y_1) = m(x - x_1) \rightarrow y - (-1) = \frac{1}{4}(x - 3) \rightarrow y + 1 = \frac{1}{4}x - \frac{3}{4}$$

$$y = \frac{1}{4}x - \frac{7}{4}$$

41) $m = 0, (-2, 6)$

$$(y - y_1) = m(x - x_1) \rightarrow y - 6 = 0(x + 2)$$

$$y = 6$$

42) $m = -2, (-6, -7)$

$$(y - y_1) = m(x - x_1) \rightarrow y - (-7) = -2(x - (-6)) \rightarrow y + 7 = -2x - 12$$

$$y = -2x - 19$$

(43) حاسوب:

بما أن النسبة بعد عام ٢٠١٤ بسنتين أصبحت 20% هذا يعني انها زدت بنسبة 9%

خلال السنتين لأن $9 = 20 - 11$

$$9 \times \text{عدد السنين} = 81$$

$$\text{عدد السنين} \approx 9$$

إذن السنة التي تكون فيها نسبة المشتركين $50\% \approx 1428 + 6 = 1434$ هـ

استعد للدرس اللاحق

استعمل صيغة المسافة بين نقطتين لإيجاد المسافة بين كل نقطتين فيما يأتي:

44) $O(-12, 0), P(-8, 3)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \rightarrow \sqrt{(-8 - (-12))^2 + (3 - 0)^2}$$

$$\sqrt{(4)^2 + (3)^2} = \sqrt{25} = 5$$

46) $R(-2, 3), S(3, 15)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \rightarrow \sqrt{(3 - (-2))^2 + (15 - 3)^2}$$

$$\sqrt{(5)^2 + (12)^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$$

47) $Q(-12, 2), T(-9, 6)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \rightarrow \sqrt{(-9 - (-12))^2 + (6 - 2)^2}$$

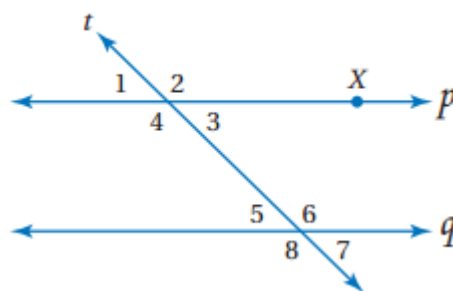
$$\sqrt{(3)^2 + (4)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

دليل الدراسة والمراجعة

2

اختبر مفرداتك:

بين ما إذا كانت كل جملة مما يأتي صحيحة أو خاطئة:



(١) خاطئة، متوازيان.

(٢) صحيحة.

(٣) صحيحة.

(٤) خاطئة، متكاملتان.

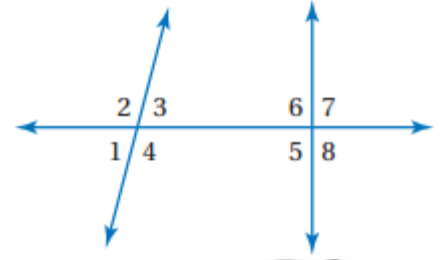
(٥) صحيحة.

(٦) صحيحة.

(٧) خاطئة، متطابقتان.

(٨) صحيحة.

2-1 المستقيمان المتوازيان والقاطع



صنف كل زوج من الزوايا إلى زاويتين متبادلتين داخلياً أو متبادلتين خارجياً أو متناظرتين أو متحالفتين مستعملاً الشكل أدناه.

(٩) متناظرتان.

(١٠) متبادلتان داخلياً.

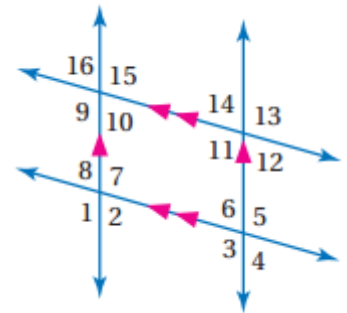
(١١) متبادلتان خارجياً.

(١٢) متحالفتان.

(١٣) جسور المشاة: مستقيمان متخالفان.

2-2 الزوايا والمستقيمات المتوازية

في الشكل أدناه أوجد قياس كل من الزوايا الآتية وأذكر المسلمات والنظريات:



14)

نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً:

$$\angle 5 = \angle 1 = 123^\circ$$

15)

$$\angle 13 = \angle 5 = 123^\circ$$

$$\angle 14 = 180 - 123$$

$$\angle 14 = 57^\circ$$

نظرية الزاويتين المتناظرتين والمتجاورتين على مستقيم:

16)

$$\angle 16 = \angle 14 = 57^\circ$$

نظرية الزاويتين المتناظرتين:

17)

$$\angle 11 = \angle 5 = 123^\circ$$

نظرية الزاويتين المتقابلتين داخلياً:

18)

$$\angle 4 = 180 - \angle 5$$

$$\angle 4 = 180 - 123 = 57^\circ$$

نظرية الزاويتان المتجاورتان على مستقيم متكاملتان:

19)

$$\angle 6 = \angle 4 = 57^\circ$$

نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس متساويتان:

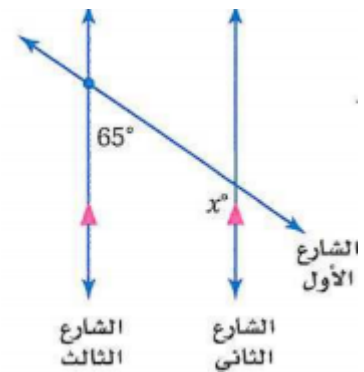
20) خرائط:

$$x + 55 = 180$$

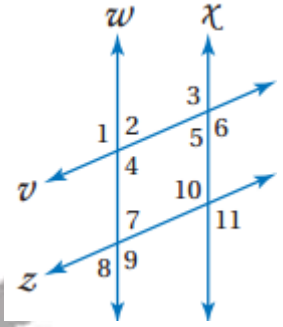
$$x = 180 - 55$$

$$x = 125$$

نظرية الزاويتان المتحالفتان:



هل يمكن إثبات أن أيّاً من مستقيمتي الشكل متوازية اعتماداً على المعطيات في كل مما يأتي:



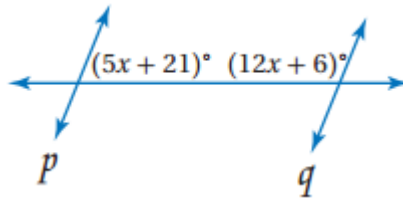
(٢١) $w \parallel x$ عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين.

(٢٢) لا يوجد مستقيمتي متوازية.

(٢٣) $w \parallel x$ عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين.

(٢٤) $v \parallel z$ عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً

(٢٥) أوجد قيمة x :



$$(5x + 21) + (12x + 6) = 180^\circ$$

$$17x + 27 = 180$$

$$17x = 180 - 27$$

$$17x = 153$$

$$x = 9$$

(٢٦) هندسة المواقع:



$$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$$

$$m \angle BAD + m \angle ADC = 180$$

$$45 + \angle ADC = 180$$

$$\angle ADC = 180 - 45$$

$$\angle ADC = 135^\circ$$

ميل المستقيم (ص. 116-109)

2-4

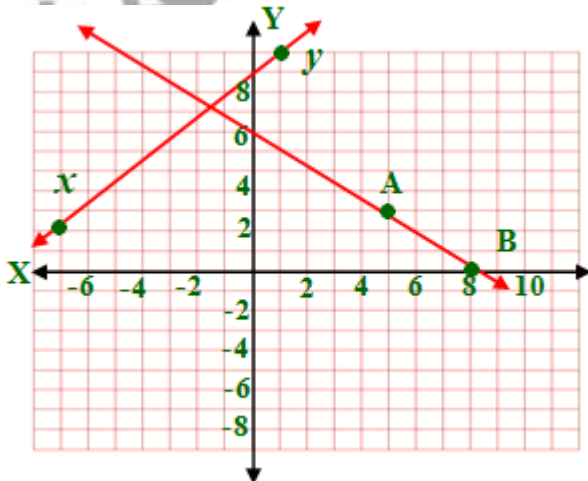
حدد ما إذا كان \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{XY} متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك في كل مما يأتي:

27)

$$m(\overrightarrow{XY}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{10 - 2}{1 - (-7)} = \frac{8}{8} = 1$$

$$m(\overrightarrow{AB}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 3}{8 - 5} = \frac{-3}{3} = -1$$

بما أن حاصل ضرب ميل كل من \overrightarrow{XY} و $\overrightarrow{AB} = -1$ إذن المستقيمان متعامدان

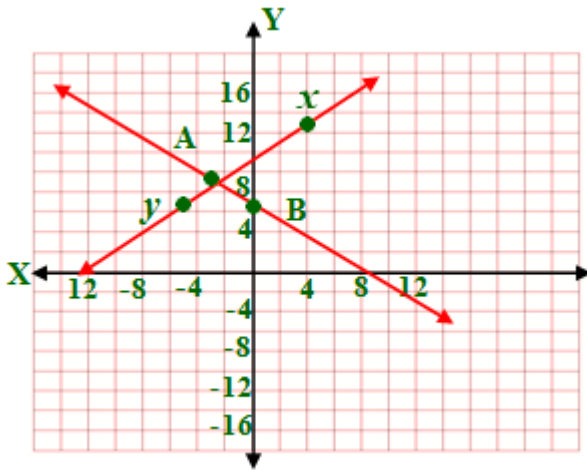


28)

$$m(\overrightarrow{XY}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - 13}{-5 - 4} = \frac{-6}{-9} = \frac{2}{3}$$

$$m(\overrightarrow{AB}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - 9}{0 - (-3)} = \frac{-2}{3}$$

المستقيمان غير ذلك لأن حاصل ضربهما $-1 \neq$ وغير متساويان.

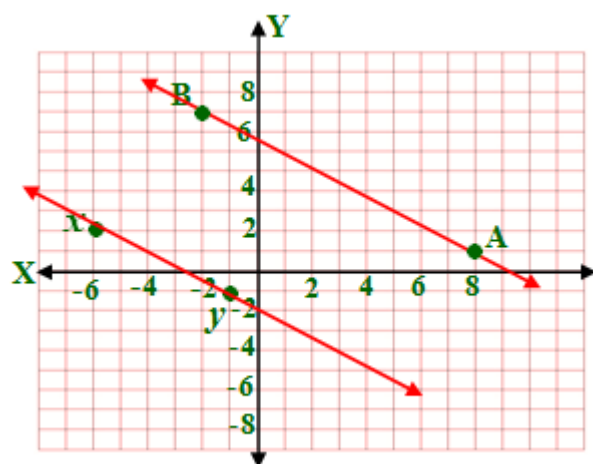


29)

$$m(\overrightarrow{XY}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 2}{-1 - (-6)} = \frac{-3}{5}$$

$$m(\overrightarrow{AB}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - 1}{-2 - 8} = \frac{6}{-10} = \frac{3}{-5}$$

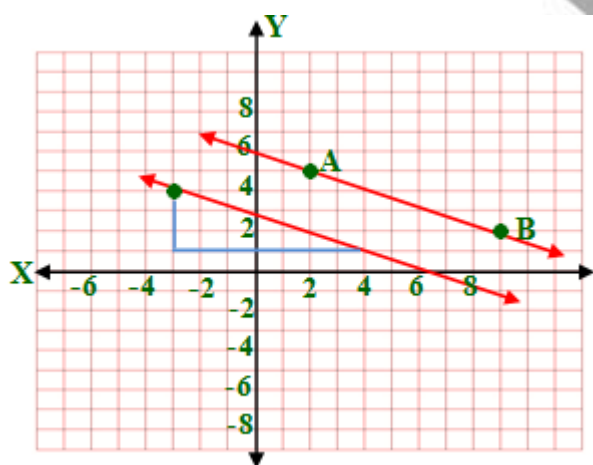
المستقيمان متوازيان لأن ميل كل منهما متساويان.



30)

$(2, 5)(9, 2)$

$$m(\overrightarrow{AB}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 5}{9 - 2} = \frac{-3}{7}$$

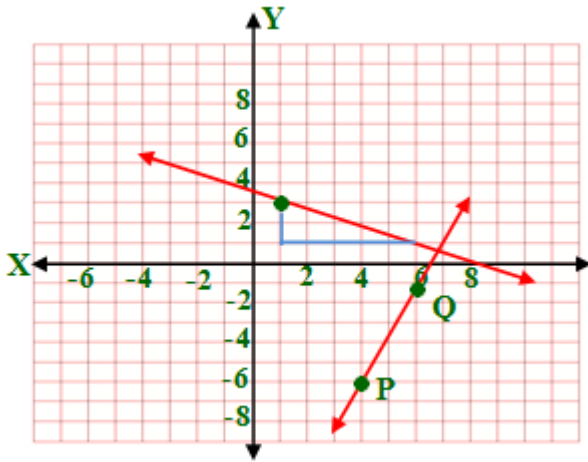


31)

$(4, -6)(6, -1)$

$$m(\overrightarrow{AB}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - (-6)}{6 - 4} = \frac{5}{2}$$

وميل العمودي $-\frac{2}{5}$



(32) طائرات:

$(23,17), (5,11)$

$$m(\overrightarrow{A}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{11 - 17}{5 - 23} = \frac{-6}{-18} = \frac{1}{3}$$

$(3,15), (9,17)$

$$m(\overrightarrow{B}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{17 - 15}{9 - 3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

بما أن ميل كل من A, B إن الطائرتين متوازيين.

2-5 صيغ معادلة المستقيم (ص. 117-124)

اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم المعطى ميله ونقطة يمر بها في كل مما يأتي:

33) $m = 2, (4, -9)$

$$(y - y_1) = m(x - x_1) \rightarrow y - (-9) = 2(x - 4) \rightarrow y + 9 = 2x - 8$$

$$y = 2x - 17$$

$$34) m = \frac{-3}{4}, (8, -1)$$

$$(y - y_1) = m(x - x_1) \rightarrow y - (-1) = \frac{-3}{4}(x - 8) \rightarrow y + 1 = \frac{-3}{4}x + \frac{24}{4}$$

$$y = \frac{-3}{4}x + 5$$

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المعطى ميله:

$$35) m = 5, b = -3$$

$$y = mx + b \rightarrow y = 5x - 3$$

$$36) m = \frac{1}{4}, b = 4$$

$$y = mx + b \rightarrow y = \frac{1}{4}x + 4$$

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المعطى ميله الذي أعطيت نقطتان يمر بهما فيما يأتي:

$$37) (-3, 12), (15, 0)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 12}{15 - (-3)} = \frac{-12}{18} = \frac{-2}{3}$$

$$y = mx + b$$

$$12 = \frac{-2}{3} \times -3 + b$$

$$12 = 2 + b$$

$$b = 12 - 2 = 10$$

$$y = mx + b \rightarrow y = \frac{-2}{3}x + 10$$

38) $(-7, 2), (5, 8)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{8 - 2}{5 - (-7)} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$y = mx + b$$

$$2 = \frac{1}{2} \times -7 + b$$

$$2 = \frac{-7}{2} + b$$

$$2 + \frac{7}{2} = b$$

$$b = 5.5$$

$$y = mx + b \rightarrow y = \frac{1}{2}x + 5.5$$

(39) فيزياء:

المعادلة: $v = 7t + 30$

$$30 = 7t$$

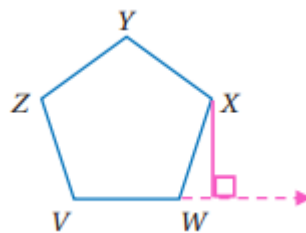
$$t = 30 \div 7$$

$$t \approx 4.3s$$

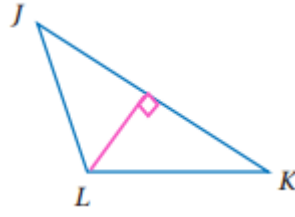
2-6 الأعمدة والمسافة (ص: 134-

أنشئ القطعة المستقيمة التي تبين البعد في كل مما يأتي:

(40)



(41)



(42) قياس:

صف المسامير الثاني متساوي البعد عند جميع نقاط الصف الأول.

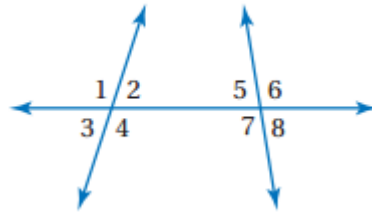
حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

اختبار الفصل

الفصل

2

صنف كل زوج من الزوايا فيما يأتي إلي زاويتين متبادلتين داخلياً، أو متبادلتين خارجياً أو متناظرتين، أو متحالفتين، مستعملاً الشكل أدناه:



(١) متبادلتان خارجياً.

(٢) متحالفتان.

(٣) متبادلتان داخلياً.

أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين المحددتين في كل مما يأتي:

4)

$(8,1), (8,-6)$

$$m(\overrightarrow{AB}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6 - 1}{8 - 8} = \frac{-7}{0}$$

الميل غير معرف

5)

$(0,6), (4,0)$

$$m(\overrightarrow{AB}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 6}{4 - 0} = \frac{-6}{4} = \frac{-3}{2}$$

6)

$(6,3), (-6,3)$

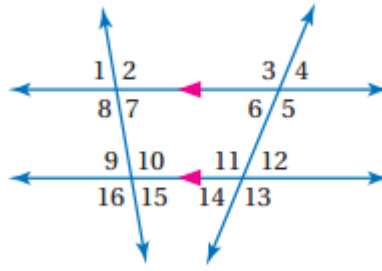
$$m(\overrightarrow{AB}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 3}{-6 - 6} = \frac{0}{-12} = 0$$

7)

$(5,4), (8,1)$

$$m(\overrightarrow{AB}) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-4}{8-5} = \frac{-3}{3} = -1$$

في الشكل أدناه أوجد قياس كل من الزوايا الآتية، واذكر المسلمات والنظريات التي استعملتها:



8)

$$\angle 8 + \angle 9 = 180$$

$$96 + \angle 9 = 180$$

$$\angle 9 = 180 - 96$$

$$\angle 9 = 84^\circ$$

نظرية الزاويتين المتحالفتين:

9)

$$\angle 11 + \angle 12 = 180$$

$$\angle 11 + 42 = 180$$

$$\angle 11 = 180 - 42$$

$$\angle 11 = 138^\circ$$

نظرية الزاويتين المتكاملتين:

10)

$$\angle 6 + \angle 11 = 180$$

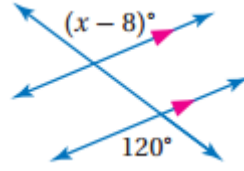
$$\angle 6 + 138 = 180$$

$$\angle 6 = 180 - 138$$

$$\angle 6 = 42^\circ$$

نظرية الزاويتين المتحالفتين:

11) أوجد قيمة x في الشكل الآتي:



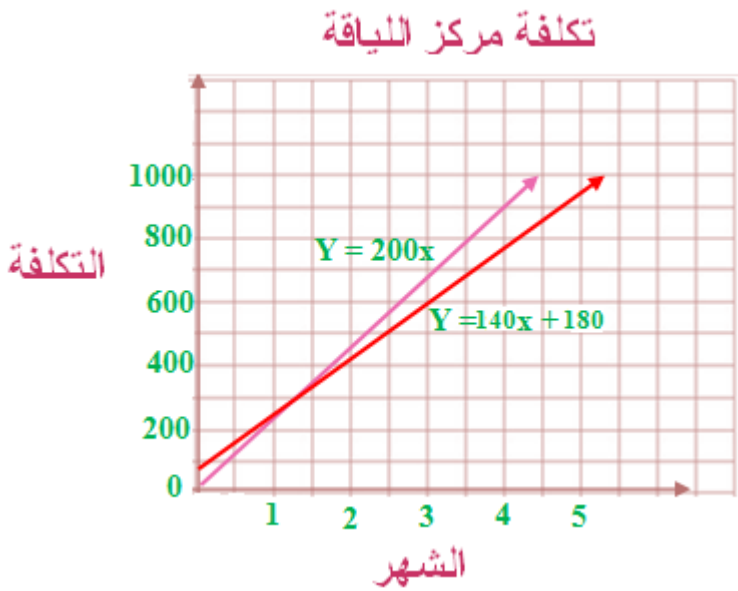
$$\begin{aligned} x - 8 &= 120 \\ x &= 120 + 8 \\ x &= 128 \end{aligned}$$

نظرية الزاويتان المتبادلتين خارجياً:

(12) ناد رياضي:

a)

$$\begin{aligned} y &= 200x \\ y &= 140x + 180 \end{aligned}$$



(b) ليسا متوازيين، يتقاطع المستقيمان لأن ميليهما غير متساويان.

(c) العرض الاول دائماً هو الأفضل، فعلى سبيل المثال إذا فرضنا أن عدد الشهور = 2

$$\begin{aligned} y &= 200 \times 2 \\ y &= 400 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 140x + 180 \\ y &= 140 \times 2 + 180 \\ y &= 460 \end{aligned}$$

نجد أن تكلفة العرض الأول أقل من الثاني وإذا افترضت أي عدد من الأشهر سيكون تكلفة العرض الأول دائماً أقل.

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم في كل من الحالات الآتية:

13)

$$\because 2 \times \frac{-1}{2} = -1$$

$$\therefore m = \frac{-1}{2}, (-8, 1)$$

$$y = mx + b$$

$$1 = \frac{-1}{2} \times -8 + b$$

$$b = -3$$

$$y = mx + b$$

$$y = \frac{-1}{2}x - 3$$

14)

$$m = 4, (0, 7)$$

$$y = mx + b$$

$$7 = 4 \times 0 + b$$

$$b = 7$$

$$y = mx + b$$

$$y = 4x + 7$$

أوجد البعد بين كل مستقيمين متوازيين فيما يأتي:

$$15) y = x - 11, y = x - 7$$

النقطة $P(0, -7)$

المستقيمان متوازيان ميل كل منهما = 1 وميل العمودي = -1

$$(y - y_1) = m(x - x_1) \rightarrow (y - (-7)) = -1(x - 0) \rightarrow$$

$$y + 7 = -x \rightarrow y = -x - 7$$

$$\begin{aligned}y &= -x - 7 \\y &= x - 11 \\-x - 7 &= x - 11 \\-2x &= -11 + 7 \\-2x &= -4 \\x &= 2 \\y &= x - 11 \\y &= 2 - 11 \\y &= -9\end{aligned}$$

نقطة تقاطع المستقيمين: $(2, -9)$, $(0, -7)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0 - 2)^2 + (-7 - (-9))^2} = \sqrt{8} \approx 2\sqrt{2}$$

البعد بين المستقيمين $= 2\sqrt{2}$ وحدة

$$16) y = -2x + 1, y = -2x + 16$$

النقطة $P(0, 1)$

المستقيمان متوازيان ميل كل منهما $= -2$ وميل العمودي $= \frac{1}{2}$

$$(y - y_1) = m(x - x_1) \rightarrow (y - 1) = \frac{1}{2}(x - 0) \rightarrow$$

$$y - 1 = \frac{1}{2}x \rightarrow y = \frac{1}{2}x + 1$$

$$y = -2x + 16$$

$$-2x + 16 = \frac{1}{2}x + 1$$

$$-2.5x = 1 - 16$$

$$-2.5x = -15$$

$$x = 6$$

$$y = -2x + 16$$

$$y = -2 \times 6 + 16$$

$$y = 4$$

نقطة تقاطع المستقيمين: $(6, 4)$, $(0, 1)$

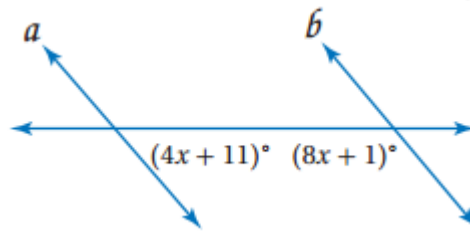
$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0 - 6)^2 + (1 - 4)^2} = \sqrt{36 + 9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

البعد بين المستقيمين $3\sqrt{5}$ وحدة

اختيار من متعدد:

١٧ : \overline{VZ}

١٨ أوجد قيمة x :



عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين.

$$\begin{aligned} (4x + 11) + (8x + 1) &= 180 \\ 12x + 12 &= 180 \\ 12x &= 180 - 12 \\ x &= 14 \end{aligned}$$

هندسة إحداثية:

$$\begin{aligned} 19) & \\ &(-4, 2), (3, -5) \\ m &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-5 - 2}{3 - (-4)} = \frac{-7}{7} = -1 \\ &(3, -5) \\ y &= mx + b \rightarrow -5 = -1 \times 3 + b \\ b &= -2 \end{aligned}$$

معادلة المستقيم l : $y = -x - 2$

ميل المستقيم العمودي على l $1 = l$ لأن $-1 = 1 \times -1$ ، $P(2,1)$

$$y = mx + b \rightarrow 1 = 1 \times 2 + b$$

$$b = 1 - 2$$

$$b = -1$$

معادلة المستقيم العمودي على المستقيم l والمار بالنقطة $P(2,1)$ هي:

$$y = x - 1$$

$$y = -x - 2$$

$$+y = x - 1$$

$$2y = -3$$

$$y = -1.5$$

$$y = -x - 2$$

$$-1.5 = -x - 2$$

$$x = 1.5 - 2$$

$$x = -0.5$$

$$P(-0.5, -1.5), (2, 1)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(2 - (-0.5))^2 + (1 - (-1.5))^2}$$

$$\sqrt{6.25 + 6.25} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

البعد بين l, p : $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ وحدة

20)

$$(6, 5), (2, 3)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 5}{2 - 6} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$$

$$(2, 3)$$

$$y = mx + b \rightarrow 3 = \frac{1}{2} \times 2 + b$$

$$b = 2$$

$$y = \frac{1}{2}x + 2 \quad \text{معادلة المستقيم } l:$$

ميل المستقيم العمودي على l لأن $-2 = l$ لأن $-1 = -2 \times \frac{1}{2}$ ، $P(2,6)$

$$y = mx + b \rightarrow 6 = 2 \times -2 + b$$

$$b = 6 + 4$$

$$b = 10$$

معادلة المستقيم العمودي على المستقيم l والمار بالنقطة $P(2,6)$ هي:

$$y = -2x + 10$$

$$y = \frac{1}{2}x + 2 \rightarrow 4y = 2x + 8 \quad \text{ضرب المعادلة } l \text{ في } 4:$$

$$\begin{array}{r} y = -2x + 10 \\ +4y = 2x + 8 \\ \hline 5y = 18 \end{array}$$

$$y = 3.6$$

$$y = -2x + 10$$

$$3.6 = -2x + 10$$

$$-2x = 3.6 - 10$$

$$-2x = -6.4$$

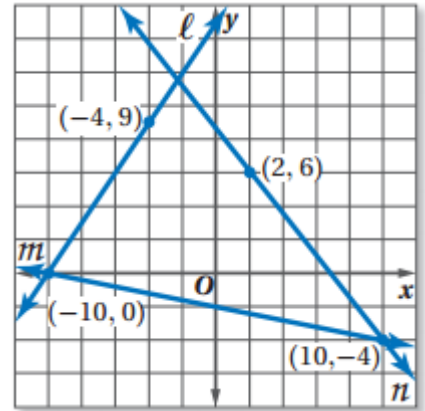
$$x = 3.2$$

$$P(3.2, 3.6), (2, 6)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(2 - (3.2))^2 + (6 - 3.6)^2}$$

$$\sqrt{1.44 + 5.76} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$$

استعمل الشكل أدناه لتجد ميل كل مستقيم:



21)

$(-10, 0), (-4, 9)$

$$\vec{L} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9 - 0}{-4 - (-10)} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

22)

$(-10, 0), (10, -4)$

$$\vec{M} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - 0}{10 - (-10)} = \frac{-4}{20} = \frac{-1}{5}$$

ميل مستقيم يوازي $m = \frac{-1}{5}$

23)

$(10, -4), (2, 6)$

$$\vec{N} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - (-4)}{2 - 10} = \frac{10}{-8} = \frac{5}{-4}$$

ميل مستقيم يعامد $n = \frac{4}{5}$

(٢٤) أعمال:

$$300 = 200 \times \frac{15}{100} = \text{مقدار العمولة الزائدة التي يتقاضاها}$$

إذن المعادلة هي: $y = 12x + 300$

حيث x عدد ساعات العمل.

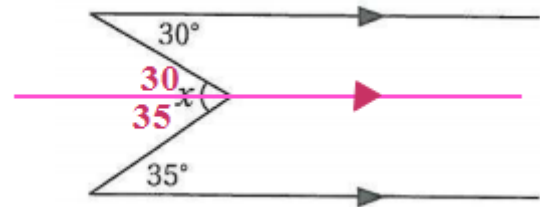
الإعداد للاختبارات المعيارية

2

تمارين ومسائل

اقرأ كل سؤال فيما يأتي، ثم اكتب الإجابة الصحيحة على نموذج الإجابة:

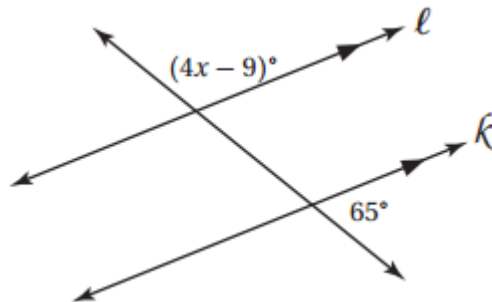
(1) ما قيمة x في الشكل أدناه:



$$x = 30 + 35$$

$$x = 75$$

(2) ما قيمة x في الشكل أدناه:



مكملة $65^\circ = (4x - 9)$ حسب نظرية الزاويتين المتناظرتين

$$(4x - 9) + 65 = 180$$

$$4x + 56 = 180$$

$$4x = 180 - 56$$

$$4x = 124$$

$$x = 31$$

أسئلة الاختيار من متعدد

$$\angle 8 \cong \angle 2 : D \quad (1)$$

$$3 + 3 = 6 : A \quad (2)$$

$$A \quad (3)$$

$$(0, 4), (6, 0)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 4}{6 - 0} = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3}$$

$$B \quad (4)$$

$$(-5, -5), (4, 1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - (-5)}{4 - (-5)} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$(4, 1)$$

$$y = mx + b \rightarrow 1 = \frac{2}{3} \times 4 + b$$

$$b = 1 - \frac{8}{3}$$

$$b = -\frac{5}{3}$$

$$y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3} \quad \text{معادلة المستقيم } l:$$

ميل المستقيم العمودي على l لأن $\frac{-3}{2} = l$ ، $-1 = \frac{-3}{2} \times \frac{2}{3}$ ، $F(-4,0)$

$$y = mx + b \rightarrow 0 = \frac{-3}{2} \times -4 + b$$

$$b = -6$$

معادلة المستقيم العمودي على المستقيم l والمار بالنقطة $F(-4,0)$ هي:

$$y = \frac{-3}{2}x - 6 \leftarrow \text{ضرب المعادلة في } -1$$

$$-y = \frac{3}{2}x + 6$$

$$-y = \frac{3}{2}x + 6$$

$$+y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$$

$$0 = \frac{13}{6}x + \frac{13}{3}$$

$$x = -2$$

$$y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$$

$$y = \frac{2}{3} \times -2 - \frac{5}{3}$$

$$y = -3$$

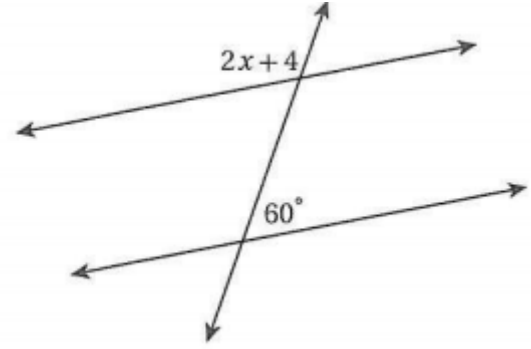
$$F(-2, -3), (-4, 0)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-4 - (-2))^2 + (0 - (-3))^2}$$

$$\sqrt{4 + 9} = \sqrt{13} \approx 3.6$$

البعد بين F, K : $3.6 \approx$ وحدة

(5) C



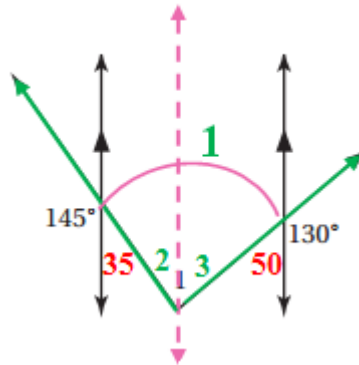
مكملة $60 = 120$

$$2x + 4 = 120$$

$$2x = 116$$

$$x = 58$$

(6) A



نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليا: $\angle 2 = 35$

نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليا: $\angle 3 = 50$

$$\angle 1 = \angle 2 + \angle 3$$

$$\angle 1 = 35 + 50$$

$$\angle 1 = 85^\circ$$

(7) B

$$580 = 140 + 40x$$

$$40x = 580 - 140$$

$$40x = 440$$

$$x = 11$$

أسئلة ذات إجابات قصيرة

(8) إجابة شبكية:

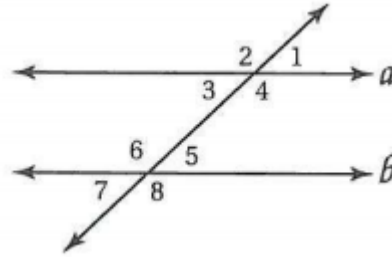
مستقيم واحد يمر بتلك النقطة ويوازي المستقيمين المعلوم.

(9) إجابة شبكية: أوجد ميل المستقيم:

$$(4, 3), (-2, -5)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-5 - 3}{-2 - 4} = \frac{-8}{-6} = \frac{4}{3}$$

(10) أكمل البرهان الآتي:



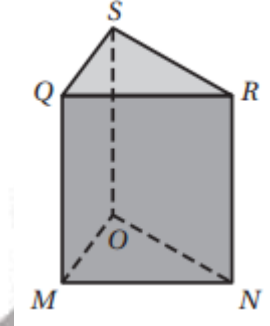
المبررات	العبارات
(1) معطى	$\angle 1 + \angle 8 = 180$ (1)
(2) خاصية الطرح للمساواة	$m \angle 1 = 180 - m \angle 8$ (2)
(3) زاويتان متجاورتان وخاصية الجمع	$\angle 5 + \angle 8 = 180$ (3)
(4) خاصية الطرح للمساواة	$m \angle 5 = 180 - m \angle 8$ (4)
(5) خاصية التعدي	$\angle 1 \cong \angle 5$ (5)
(6) عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين	$a \parallel b$ (6)

(11) أكتب المعاكس الإيجابي للعلاقة.

إذا لم يكن الشكل متوازي أضلاع، فإنه ليس مربعاً.

أسئلة ذات إجابات مطولة

(12) استعن بالشكل أدناه لتحديد كل ما يأتي:

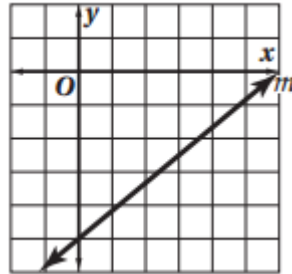


(a) القطعتان المستقيمتان: $\overline{NR}, \overline{OS}$

(b) المستويات: QMN, SOM, QRS, OMN

(c) \overline{MQ}

(13) استعن بالتمثيل البياني المجاور للإجابة عن كل من الأسئلة الآتية:



(a) $y = 0.8x - 5$

(b) 0.8

(c) -1.25

المستوى الأول
النظام الفصلي

الفصل الرابع

العلاقات

في

المثلث

Relationships

in

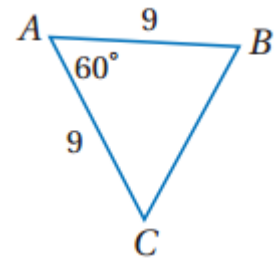
Triangle





أوجد قياس كل من الزاويتين الآتيتين:

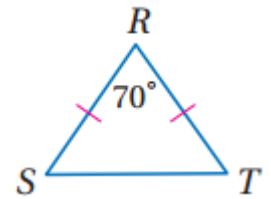
(١)



بما أن $AB = AC$ إذن المثلث متطابق الضلعين وبالتالي سيكون زوايا القاعدة متساوية $60^\circ =$ وبما أن زاوية الرأس أيضا $60^\circ =$ إذن المثلث متطابق الأضلاع

إذن $BC = 9$

(٢)



بما أن $RS = RT$ إذن المثلث متطابق الضلعين وبالتالي سيكون زوايا القاعدة

متساوية $55^\circ = (180^\circ - 70^\circ) \div 2 =$

إذن $55^\circ = m \angle RST$

(٣) حدائق: طول الضلع الثالث يساوي جزر مربع كل ضلع من ضلعي القائمة:

$$\sqrt{(7)^2 + (7)^2} = \sqrt{98} \approx 10$$

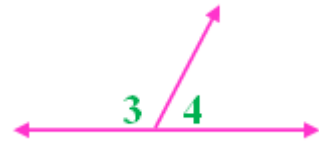
ضع تخميناً مبنياً على المعطيات في كل مما يأتي:

(٤)

المعطيات: $\angle 3, \angle 4$ زاويتان متجاورتان على خط مستقيم

التخمين: إذن مجموعهما 180° أي أنهما متكاملتان.

التحقق:

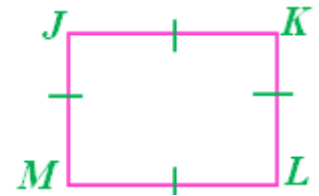


(٥)

المعطيات: $JKLM$ مربع

التخمين: $JM = ML = LK = JK$

التحقق:

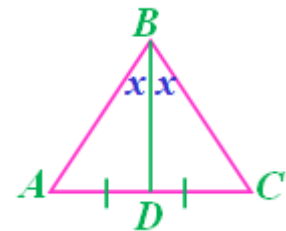


(٦)

المعطيات: \overline{BD} منصف $\angle ABC$

التخمين: $DC = DA, \angle DBC = \angle DBA$

التحقق:



حل كلا من المتباينات الآتية:

8) $x + 13 < 41$

$$x + \cancel{13} - \cancel{13} < 41 - 13$$

$$x < 28$$

9) $x - 6 < 2x$

$$-\cancel{x} + \cancel{x} - 6 < 2x - x$$

$$-6 < x$$

10) $6x + 9 < 7x$

$$-6x + 6x + 9 < 7x - 6x$$

$$9 < x$$

11) $8x + 15 < 9x - 26$

$$-\cancel{8x} + \cancel{8x} + 15 < 9x - 26 - 8x$$

$$15 < x - 26$$

$$15 + 26 < x$$

$$41 < x$$

(١٢) صور:

نفرض أن عدد الصور الألبوم x

بعد إضافة ١٥ صور أصبح عدد الصور $x + 15$

بما أن عدد الصور أكبر من ١٢٠ إذن $x + 15 > 120$

$$\cancel{-15} + x + \cancel{15} > 120 - 15$$

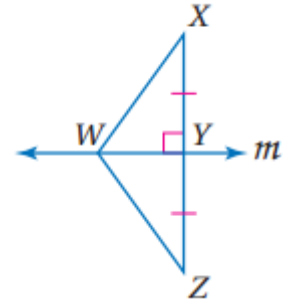
$$x > 105$$

المنصفات في المثلث

4-1

تلق

صفحة 210



(1A)

بما أن $\overline{YZ} = \overline{YX}$ (معطى)

إذن $22.4 = \overline{XY}$

(1B)

بما أن \overline{WY} عمود منصف لـ \overline{XZ} إذن $\overline{WZ} = \overline{WX}$ حسب نظرية العمود المنصف.

إذن $14.9 = \overline{WX}$ (بالتعويض)

(1C)

بما أن \overline{WY} عمود منصف لـ \overline{XZ} إذن $\overline{WZ} = \overline{WX}$ حسب نظرية العمود المنصف.

إذن:

$$4a - 15 = a + 12$$

$$4a - a = 12 + 15$$

$$3a = 27$$

$$a = 9$$

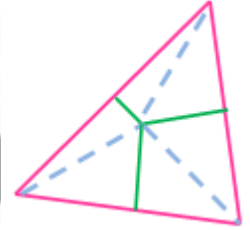
$$\overline{WX} = 4a - 15$$

$$\overline{WX} = 4 \times 9 - 15 = 21$$

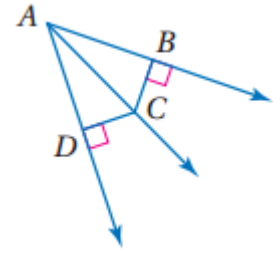


(2)

بحسب نظرية مركز الدائرة التي تمر بروؤس مثلث الحديقة يمكن تعيين النقطة التي تكون على أبعاد متساوية من النقاط الثلاث للحديقة باستعمال الأعمدة المنصفة لأضلاع المثلث المتكون من هذه النقاط كما في الشكل الآتي:



صفحة 212



(3A)

بما أن $BC = DC$ و $BC \perp AB$ و $DC \perp AD$ إذن حسب عكس نظرية منصف الزاوية $\angle BAC = \angle DAC$ إذن $\angle DAC = 38^\circ$

(3B)

بحسب نظرية منصف الزاوية. $DC = BC = 10$

(3C)

بما أن \overline{AC} ينصف $\angle DAB$ و $BC \perp AB$ و $DC \perp AD$ إذن $BC = DC$

$$4x + 8 = 9x - 7$$

$$9x - 4x = 8 + 7$$

$$5x = 15$$

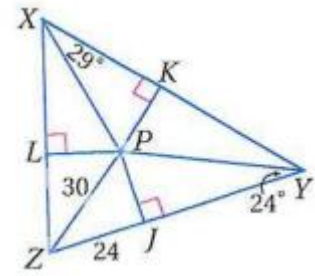
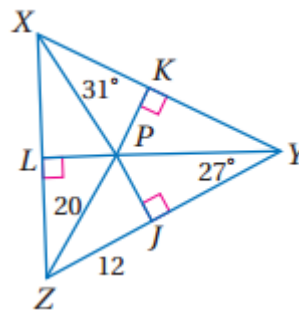
$$x = 3$$

$$\therefore BC = 4x + 8$$

$$BC = 4 \times 3 + 8$$

$$BC = 20$$

حسب نظرية منصف الزاوية.



(4A)

بما أن P على أبعاد متساوية من أضلاع $\triangle XYZ$ بحسب نظرية مركز الدائرة الداخلية للمثلث. $PK = PJ$ لذا يجب إيجاد PJ باستعمال نظرية فيثاغورس.

$$(ZP)^2 = (PJ)^2 + (JZ)^2$$

$$(20)^2 = (PJ)^2 + (24)^2$$

$$(PJ)^2 = 900 - 576 = 324$$

$$PJ = PK = 18$$

(4B)

بما أن \overline{BX} ينصف $\angle YXZ$ فإن

$$\angle ZXY = 2\angle YXJ = 2 \times 29 = 58$$

$$\angle XYZ = 2 \times 24 = 48^\circ \text{ وبالمثل}$$

$$\angle YZX = 2\angle LXP \text{ وبالمثل}$$

$$\angle YXZ + \angle XYZ + \angle XZY = 180^\circ \text{ نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث}$$

$$58^\circ + 48^\circ + \angle XZY = 180^\circ$$

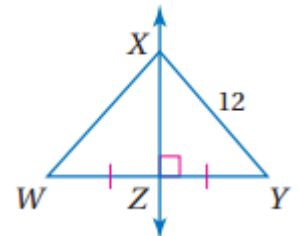
$$\angle XZY = 74^\circ$$

$$\angle LXP = 74 \div 2 = 37^\circ$$



أوجد قياس كل مما يأتي: المثال ١

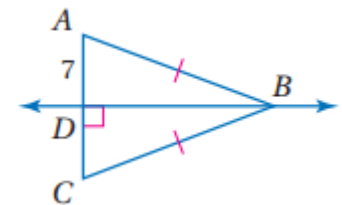
(1)



بما أن ZX عمود منصف لـ WY

إذن $12 = WX = XY$ (حسب نظرية العمود المنصف)

(2)

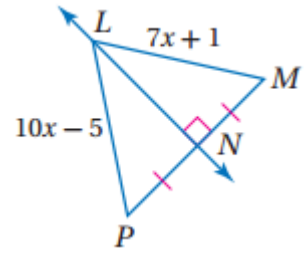


بما أن $BD \perp AC$ و $AB = BC$ إذن BD عمود منصف لـ AC

إذن $7 = AD = DC$ (حسب عكس نظرية العمود المنصف)

$$14 = 7 + 7 = AD + DC = AC$$

(3)



بما أن LN عمود منصف لـ PM إذن $LP = LM$ (نظرية العمود المنصف)

$$10x - 5 = 7x + 1$$

$$10x - 7x = 1 + 5$$

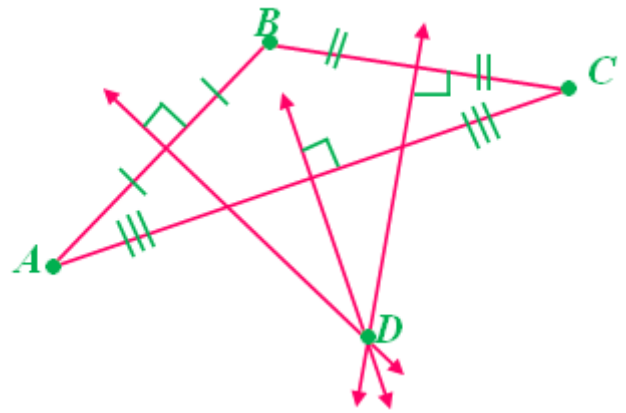
$$3x = 6$$

$$x = 2$$

$$LP = 10 \times 2 - 5$$

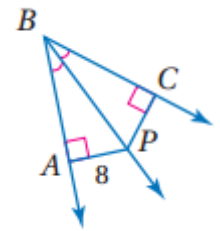
$$LP = 15$$

(4) إعلانات: المثال ٢



أوجد قياس كل مما يأتي: المثال ٣

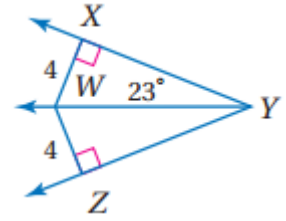
(5)



بما أن \overline{PB} منصفاً لـ $\angle CBA$ و $PA \perp BA$, $PC \perp BC$ (نظرية منصف الزاوية)

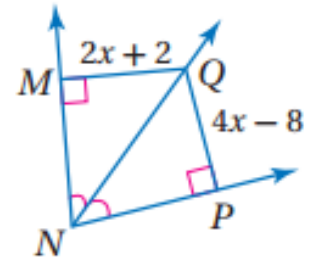
$$PA = PC = 8$$

(6)



بما أن $WX = WZ$ و $WZ \perp ZY$ و $WX \perp XY$
فإن \overrightarrow{WY} ينصف $\angle XYZ$ (حسب عكس نظرية منصف الزاوية)
إذن $\angle WYZ = 23^\circ$

(7)



بما أن \overrightarrow{NQ} منصفاً لـ $\angle MNP$ و $QM \perp MN, QP \perp PN$ (حسب نظرية
منصف الزاوية)
فإن $QP = QM$

$$4x - 8 = 2x + 2$$

$$4x - 2x = 2 + 8$$

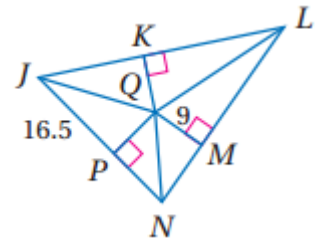
$$2x = 10$$

$$x = 5$$

$$QM = 2x + 2 = 2 \times 5 + 2$$

$$QM = 12$$

(8) المثال ٤



بما أن مركز الدائرة الداخلية لـ $\triangle JLN$ Q إذن $9 = QP = QM = QK$ وبالتالي يمكن حساب JQ بنظرية فيثاغورث.

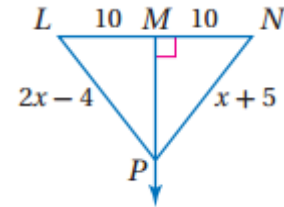
$$(QJ)^2 = (QP)^2 + (PJ)^2$$

$$(QJ)^2 = (9)^2 + (16.5)^2$$

$$QJ \approx 18.8$$

تدرب وحل المسائل

أوجد قياس كل مما يأتي: المثال ١ (9)



بما أن \overline{PM} عمود منصفاً لـ LN (حسب نظرية العمود المنصف)

$$PL = NP$$

$$2x - 4 = x + 5$$

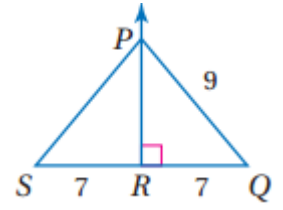
$$2x - x = 5 + 4$$

$$x = 9$$

$$NP = x + 5 = 9 + 5$$

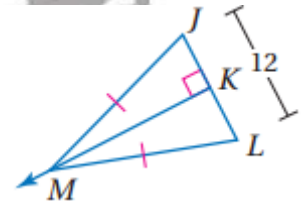
$$NP = 14$$

(10)



بما أن \overline{PR} عمود منصفاً لـ \overline{SQ} (حسب نظرية العمود المنصف)
فإن $PQ = PS = 9$

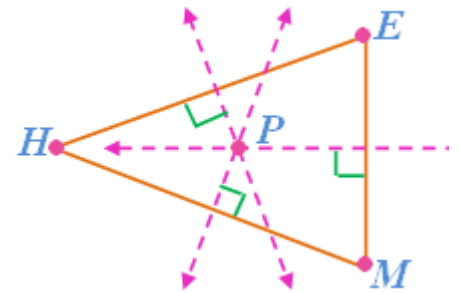
(11)



بما أن $ML = MJ$ و $MK \perp JL$ إذن MK عمود منصفاً لـ \overline{JL} (حسب عكس
نظرية العمود المنصف) إذن:

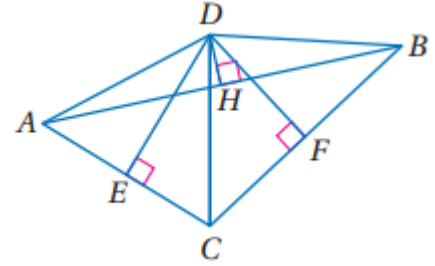
$$JK = KL = \frac{12}{2} = 6$$

(12) مدرسة: المثال ٢



وضع نقطة تعبر عن الحافلة ولتكن P مركز الدائرة الداخلية للمثلث $\triangle HEM$
(حسب نظرية مركز الدائرة الداخلية للمثلث) إذن سيكون بعد النقطة عن كل ضلع من
أضلاع المثلث متساوي

اكتب القطعة المستقيمة التي تطابق القطعة المعطاة في كل سؤال مما يأتي:

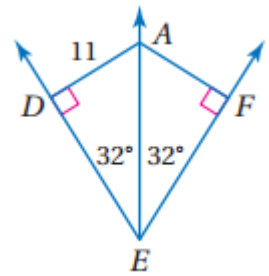


(13) بما أن D هي مركز الدائرة التي تمر بروؤس $\triangle ABC$ إذن حسب نظرية مركز الدائرة التي تمر بروؤس المثلث:

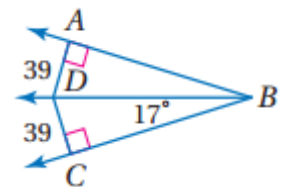
$$\overline{BD}, \overline{DC} \cong \overline{AD}$$

(14) \overline{DH} عمودي وينصف \overline{AB}
 $\overline{HB} \cong \overline{AH}$

أوجد قياس كل مما يأتي: المثال ٣
 (15)

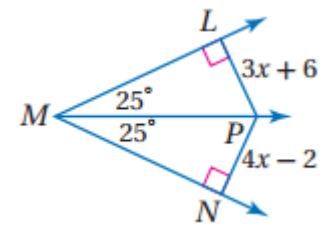


بما أن $\overline{AF} \perp \overline{EF}$ و $\angle AEF = \angle AED$ إذن $AD = AF$
 إذن $AF = 11$
 (16)



بما أن $\overline{DA} \perp \overline{AB}, \overline{DC} \perp \overline{CB}$ و $DC = AD$ إذن $\angle DBC = \angle ABD$
 حسب عكس نظرية منصف الزاوية .
 إذن $\angle ABD = 17^\circ$

(17)



بما أن $PN = LP$ إذن $\angle PMN = \angle LMP$ و $\overline{PL} \perp \overline{LM}$, $\overline{PN} \perp \overline{MN}$ حسب نظرية منصف الزاوية .

$$4x - 2 = 3x + 6$$

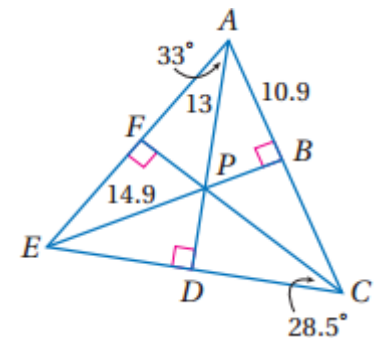
$$4x - 3x = 6 + 2$$

$$x = 8$$

$$PN = 4 \times 8 - 2$$

$$PN = 30$$

إذا كانت النقطة P مركز الدائرة الداخلية لـ $\triangle AEC$ ، فأوجد كل من القياسات الآتية:
المثال ٤



(18)

بما أن النقطة P مركز الدائرة الداخلية لـ $\triangle AEC$ ، إذن $PB = PD = PF$ يمكن إيجاد PB حسب نظرية فيثاغورث:

$$(AP)^2 = (AB)^2 + (PB)^2$$

$$(13)^2 = (10.9)^2 + (PB)^2$$

$$PB \approx 7.1$$

(19)

بما أن $PB = PD$ إذن باستعمال فيثاغورث:

$$(EP)^2 = (PD)^2 + (ED)^2$$

$$(14.9)^2 = (7.1)^2 + (ED)^2$$

$$ED \approx 13.1$$

(20)

بما أن $\overline{AD} \perp \overline{EC}$ وينصف $\angle CAE$ إذن $\angle DAC = 33^\circ$

(21)

بما أن $\overline{FC} \perp \overline{AE}$ وينصف $\angle ACE$ إذن $\angle ACE = 28.5 \times 2 = 57^\circ$

$$\angle CAE + \angle ACE + \angle AEC = 180^\circ$$

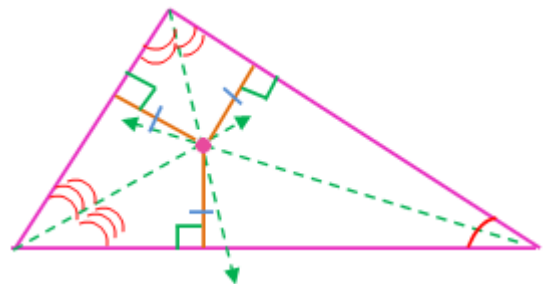
$$26 + 57 + \angle AEC = 180^\circ$$

$$\angle AEC = 97^\circ$$

بما أن $\overline{EP} \perp \overline{AC}$ وينصف $\angle AEC$ إذن $\angle DEB \frac{97}{2} = 48.5^\circ$

22: تصميم داخلي

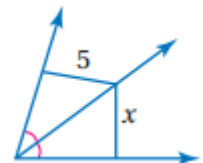
أجد نقطة تلاقي منصفات زوايا المثلث التي تمثل مركز الدائرة الداخلية للمثلث وتبعد أبعادا متساوية عن أضلاع المثلث.



حدد ما إذا كانت المعطيات في كل شكل مما يأتي كافية لإيجاد قيمة x . وضح إجابتك.

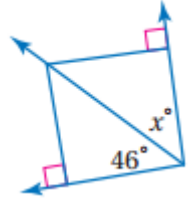
(23)

لا، يجب أن تعرف إن كانت القطعتان عموديتين على ضلعي الزاوية.



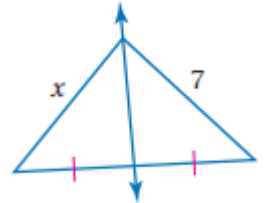
(24)

لا، يجب أن تعرف إن كانت القطعتان العموديتان على ضلعي الزاوية متساويتان أم لا.



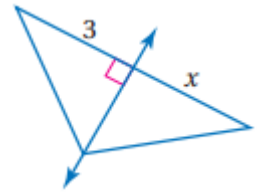
(25)

لا، يجب أن تعرف إن كان منصف القاعدة عموديا عليها.

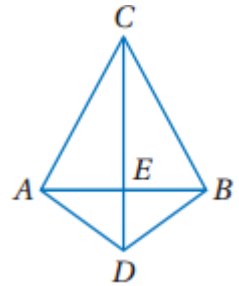


(26)

لا، يجب أن تعرف إن كان الوتران متساويين أم لا.



اكتب برهانا ذا عمودين لكل من النظريتين الآتيتين:
(27) النظرية ٢، ٤.



البرهان: العبارات (المبررات)

$$(1) \quad \overline{CA} \cong \overline{CB}, \overline{AD} \cong \overline{BD} \quad (\text{معطى})$$

$$(2) \quad \overline{CD} \cong \overline{CD} \quad (\text{خاصية الانعكاس لتطابق القطع المستقيمة}).$$

$$(3) \quad \triangle ACD \cong \triangle BCD \quad (SSS)$$

$$(4) \quad \angle ACD \cong \angle BCD \quad (\text{العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة})$$

$$(5) \quad \overline{CE} \cong \overline{CE} \quad (\text{خاصية الانعكاس لتطابق القطع المستقيمة})$$

$$(6) \triangle CEA \cong \triangle CEB \text{ (SAS)}$$

$$(7) \overline{AE} \cong \overline{BE} \text{ (العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة)}$$

$$(8) E \text{ نقطة منتصف } \overline{AB} \text{ (تعريف نقطة المنتصف)}$$

$$(9) \angle CEA \cong \angle CEB \text{ (العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة)}$$

$$(10) \angle CEB, \angle CEA \text{ متجاورتان على مستقيم}$$

$$(11) \angle CEB, \angle CEA \text{ متكاملتان (نظرية الزاويتين المتجاورتين على مستقيم)}$$

$$(12) m\angle CEA + m\angle CEB = 180^\circ \text{ (تعريف التكامل)}$$

$$(13) m\angle CEA + m\angle CEA = 180^\circ \text{ (بالتعويض)}$$

$$(14) 2m\angle CEA = 180^\circ \text{ (بالتعويض)}$$

$$(15) m\angle CEA = 90^\circ \text{ (خاصية القسمة)}$$

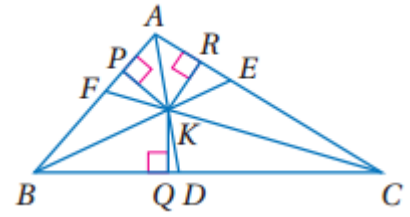
$$(16) \angle CEB, \angle CEA \text{ قائمتان (تعريف الزاوية القائمة)}$$

$$(17) \overline{CD} \perp \overline{AB} \text{ (تعريف المستقيمين المتعامدين)}$$

$$(18) \overline{CD} \text{ عمود منتصف } \overline{AB} \text{ (تعريف العمود المنتصف)}$$

$$(19) C, D \text{ واقعتان على العمود المنتصف لـ } \overline{AB} \text{ (تعريف النقطة الواقعة على مستقيم).}$$

(28) النظرية ٤, ٦



البرهان: العبارات (المبررات)

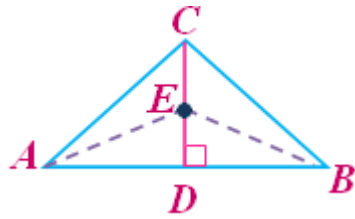
$$(1) \overline{CF}, \overline{BE}, \overline{AD} \text{ منصفات لزاويا } \triangle ABC$$

$$(2) \overline{KR} \perp \overline{AC}, \overline{KP} \perp \overline{AB}, \overline{KQ} \perp \overline{BC} \text{ (معطيات)}$$

$$(3) KP = KQ, KQ = KR, KP = KR \text{ (كل نقطة على منتصف الزاوية تكون على بعدين متساويين من ضلعي الزاوية)}$$

$$(3) KP = KQ = KR \text{ (خاصية التعدي)}$$

اكتب برهانا حر لكل من النظريتين الآتيتين:
(29)



المعطيات: \overline{CD} عمود منتصف \overline{AB} .

E نقطة على \overline{CD} .

المطلوب: $EA = EB$

البرهان: \overline{CD} عمود منتصف \overline{AB} ومن تعريف المنصف فإن D نقطة منتصف \overline{AB} لذلك $\overline{AD} \cong \overline{BD}$ حسب نظرية نقطة المنتصف.

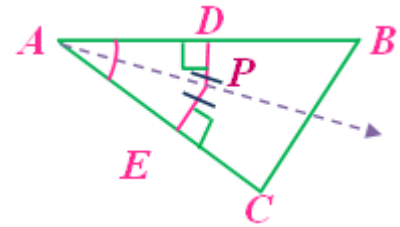
$\angle CDA, \angle CDB$ قائمتان حسب تعريف العمود. وبما أن جميع الزوايا القائمة

متطابقة فإن $\angle CDA \cong \angle CDB$. وبما أن E نقطة على \overline{CD}

فإن $\angle EDA, \angle EDB$ قائمتان ومتطابقتان. وحسب خاصية الانعكاس $\overline{ED} \cong \overline{ED}$

إن $\triangle EDA \cong \triangle EDB$ حسب SAS. وتكون $\overline{EA} \cong \overline{EB}$ لأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة ومن تعريف التطابق ينتج أن $EA = EB$.

(30)



المعطيات:

P نقطة داخل $\angle BAC$.

بعد النقطة P عن \overline{AB} يساوي بعدها عن \overline{AC} .

المطلوب: \overline{AP} منتصف $\angle BAC$.

البرهان: النقطة P تقع في داخل الزاوية $\angle BAC$ ، و $PD = PE$. ومن تعريف

التطابق $\overline{PD} \cong \overline{PE}$ ، $\overline{PD} \perp \overline{AB}$ و $\overline{PE} \perp \overline{AC}$ لأن المسافة من نقطة إلى مستقيم تقاس على القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم من النقطة.

$\angle AEP, \angle ADP$ قائمتان حسب تعريف المستقيمين المتعامدين

والمثلثان AEP, ADP قائما الزاوية حسب تعريف المثلث قائم الزاوية. وحسب

خاصية الانعكاس $\overline{AP} \cong \overline{AP}$

. إذن، $\triangle AEP, \triangle ADP$ متطابقان حسب LL.

$\angle DAP \cong \angle EAP$ لأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين تكون متطابقة و

\overline{AP} منصف $\angle BAC$ حسب تعريف منصف الزاوية.

(31) اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة العمود المنصف:

$$A(-3,1), B(4,3)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-1}{4+3} = \frac{2}{7}$$

إذن ميل القطعة المستقيمة $\frac{2}{7}$ لذلك فميل العمود المنصف $-\frac{7}{2}$

$$\left(\frac{1}{2}, 2\right) = \left(\frac{-3+4}{2}, \frac{3+1}{2}\right) = \text{نقطة المنتصف}$$

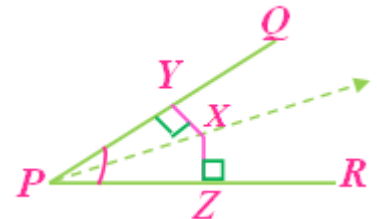
$$y = mx + b$$

$$2 = \frac{-7}{2} \times \frac{1}{2} + b$$

$$b = 2 - \frac{-7}{4} = \frac{15}{4}$$

إذن معادلة المستقيم هي: $y = -\frac{7}{2}x + \frac{15}{4}$

(32) برهان: اكتب برهانا ذا عمودين للنظرية ٤, ٤



المعطيات: PX تنصف $\angle QPR$.

$$\overline{XY} \perp \overline{PQ}, \overline{XZ} \perp \overline{PR}$$

المطلوب: إثبات أن $\overline{XY} \cong \overline{XZ}$

البرهان: العبارات (المبررات)

(1) PX تنصف $\angle QPR$ ، $\overline{XY} \perp \overline{PQ}$ ، $\overline{XZ} \perp \overline{PR}$ (معطيات)

(2) $\angle YPX \cong \angle ZPX$ (تعريف منصف الزاوية)

(3) $\angle PYX$ ، $\angle PZX$ قائمتان (تعريف التعامد)

(4) $\angle PYX \cong \angle PZX$ (الزاويا القائمة متطابقة)

(5) $\overline{PX} \cong \overline{PX}$ (خاصية الانعكاس)

(6) $\triangle PYX \cong \triangle PZX$ (AAS)

(7) $\overline{XY} \cong \overline{XZ}$ (العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة)

(33) هندسة إحداثية:

معادلة أحد الأعمدة المنصفة هي $y = 3$ ومعادلة عمود منصف آخر هي $x = 5$. ويتقاطع هذان العمودان عند النقطة $(5, 3)$ لذلك فمركز الدائرة التي تمر

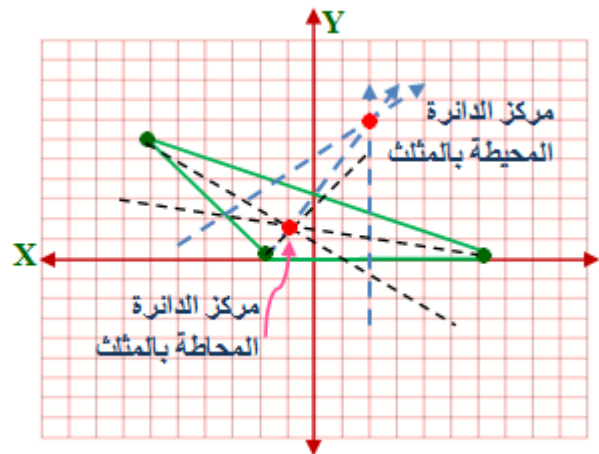
في رؤوس المثلث يقع عند النقطة $(5, 3)$

(34) المحل الهندسي:

مستوى يعامد المستوى الذي تقع فيه القطعة \overline{CD} وينصف \overline{CD} .

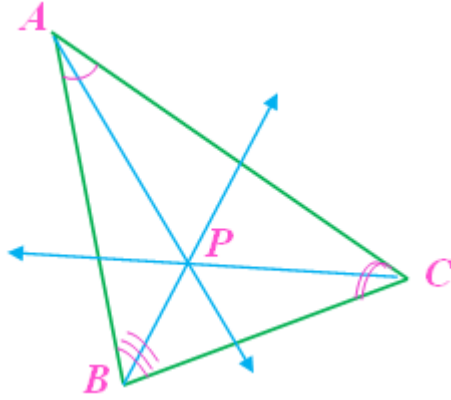
مسائل مهارات التفكير العليا

(35) مسألة مفتوحة:

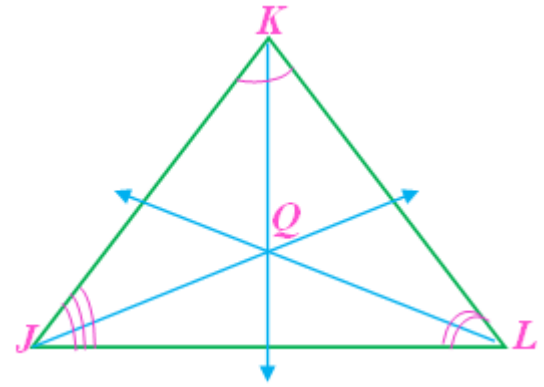


تبرير: حدد ما إذا كانت كل عبارة من العبارتين الآتيتين صحيحة دائماً أو صحيحة أحياناً أو ليست صحيحة أبداً.

(36) صحيحة أحياناً إذا كان المثلث متطابق الأضلاع فإن هذه العبارة تكون صحيحة ولكن إذا كان المثلث متطابق الضلعين أو مختلف الأضلاع فإن العبارة خاطئة.

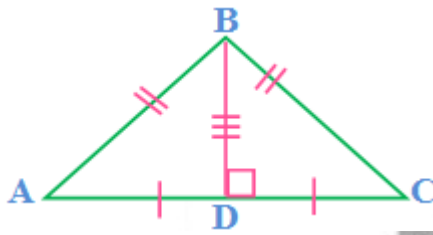


$$JQ = KQ = LQ$$



$$AP \neq BP \neq CP$$

(37) صحيحة دائماً.



المعطيات: $\triangle ABC$ متطابق الضلعين فيه

$$\overline{AB} \cong \overline{BC}$$

\overline{BD} عمود منصف لـ \overline{AC} .

المطلوب: \overline{BD} منصف $\angle ABC$

البرهان: العبارات (المبررات)

(1) $\triangle ABC$ متطابق الضلعين فيه $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ (معطى)

(2) $\overline{AB} = \overline{BC}$ (تعريف المثلث متطابق الضلعين)

(3) \overline{BD} عمود منصف لـ \overline{AC}

(4) D نقطة منتصف AC (تعريف منتصف القطعة المستقيمة)

$$\overline{AD} \cong \overline{DC} \quad (5)$$

(6) $\overline{BD} \cong \overline{BD}$ (خاصية الانعكاس)

(7) $\triangle ABD \cong \triangle CBD$ (SSS)

(8) $\angle ABD \cong \angle CBD$ (العناصر المتناظرة في مثلثين متطابقين تكون متطابقة)

(9) \overline{BD} منصف $\angle ABC$ (تعريف منتصف الزاوية)

(38) اكتب:

ينصف كل منهما شيئاً ما ولكن الأعمدة المنصفة تنصف القطع المستقيمة في حين تنصف منصفات الزوايا. وتتقاطع كل منها عند نقطة. ونقطة تلاقي الأعمدة المنصفة هي مركز الدائرة التي تمر في رؤوس المثلث. أما نقطة تلاقي منصفات الزوايا فهي مركز الدائرة الداخلية للمثلث والتي تقع دائماً داخل المثلث. أما مركز الدائرة التي تمر في رؤوس المثلث فيمكن أن يقع داخل المثلث أو خارجه أو على أحد أضلاعه.

تدريب على الاختبار المعياري

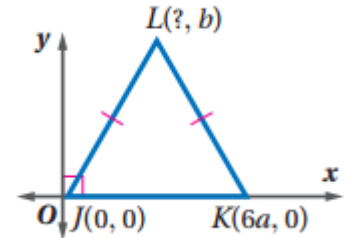
$$(39) S, K : D$$

$$(40) 3 : D$$

$$\frac{3x+9}{x+3} = \frac{3(x+3)}{x+3} = 3$$

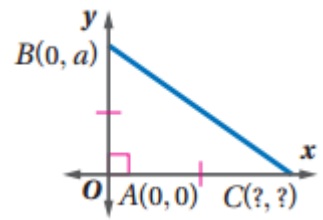
مراجعة تراكمية

عين الإحداثي المجهول في كل من المثلثات الآتية:
(٤١)



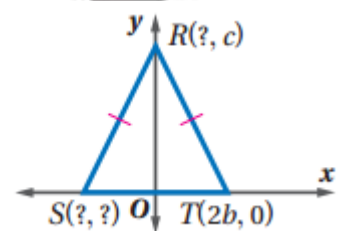
بما أن المثلث متطابق الضلعين إذن الإحداثي x للنقطة L يقع في منتصف المسافة بين 0 , K إذن إحداثي النقطة L : $(3a, b)$

(42)



وبما أن النقطة C تقع على المحور x إذن الإحداثي y لها $= 0$
و بما أن المثلث متطابق الضلعين إذن النقطة $C: (a, 0)$

(٤٣)



بما أن المثلث متطابق الضلعين والمحور y عمودي على المحور x إذن R
تنصف \overline{ST} (عكس نظرية العمود المنصف)
إذن الإحداثي للنقطة $S: (-2b, 0)$

وبما أن النقطة R تقع على المحور y إذن الإحداثي x لها $= 0$ ، $R: (0, c)$

أوجد البعد بين المستقيم ونقطة في كل مما يأتي:
(٤٤)

حيث أن المستقيم $y = 5$ يوازي محور السينات

∴ المسافة بين المستقيم و النقطة المعطاة هو الفرق بين الإحداثي الصادي

∴ المسافة $= 4 - 5 = 1$ وحدة

(٤٥)

معادلة المستقيم المعطى: $y = 2x + 2$

حاصل ضرب ميل المستقيمين المتعامدين $= -1$

ميل المستقيم المعطى $= 2$

$$2 \times \left(\frac{-1}{2} \right) = -1$$

∴ معادلة المستقيم العمودي على المستقيم المعطى $= \frac{-1}{2}$

بكتابة معادلة المستقيم المار بالنقطة $(-1, -5)$ و ميلها $\frac{-1}{2}$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y + 5 = -\frac{1}{2}(x + 1)$$

$$2y + 10 = -x - 1$$

$$y = -\frac{1}{2}x - \frac{11}{2}$$

بحل المعادلتين لإيجاد نقطة التقاطع

∴ الطرف الايسر متساوي للمعادلتين

$$-\frac{1}{2}x - \frac{11}{2} = 2x + 2$$

$$-\frac{1}{2}x - 2x = 2 + \frac{11}{2} \therefore$$

$$-\frac{5}{2}x = \frac{15}{2}$$

$$x = -3$$

بالتعويض في المعادلة المعطاه لإيجاد قيمة y

$$y = 2(-3) + 2$$

$$= -4$$

∴ نقطة التقاطع هي $(-3, -4)$

لإيجاد المسافة بين النقطة و المستقيم ، نجد المسافة بين النقطتين $(-3, -4)$ ، $(-1, -5)$ بالقانون

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(-1 + 3)^2 + (-5 + 4)^2}$$

$$d = \sqrt{4 + 1}$$

$$d = \sqrt{5}$$

∴ المسافة بين النقطة و المستقيم هي $\sqrt{5}$ وحدات

(٤٦)

بوضع معادلة المستقيم على الصورة :

$$y = mx + b$$

$$-3y = -9 - 2x$$

$$\frac{-3y}{-3} = \frac{-9}{-3} - \frac{2x}{-3}$$

$$y = \frac{2}{3}x + 3$$

حاصل ضرب ميل المستقيمين المتعامدين $= -1$

$$\frac{2}{3} = \text{ميل المستقيم المعطى}$$

$$\frac{2}{3} \times \left(\frac{-3}{2} \right) = -1$$

∴ معادلة المستقيم العمودي على المستقيم المعطى $= \frac{-3}{2}$

بكتابة معادلة المستقيم المار بالنقطة (2,0) و ميلها $\frac{-3}{2}$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 0 = \frac{-3}{2}(x - 2)$$

$$y = \frac{-3}{2}x + 3$$

بحل المعادلتين لإيجاد نقطة التقاطع

∴ الطرف الايسر متساوي للمعادلتين

$$\frac{-3}{2}x + 3 = \frac{2}{3}x + 3$$

$$\frac{-3}{2}x - \frac{2}{3}x = -3 + 3$$

$$\frac{-13}{6}x = 0$$

$$x = 0$$

$$y = \frac{2}{3}x + 3$$

$$y = \frac{2}{3} \times 0 + 3$$

$$y = 3$$

∴ نقطة التقاطع هي (0 , 3)

لإيجاد المسافة بين النقطة و المستقيم ، نجد المسافة بين النقطتين

(2 , 0) ، (0 , 3) بالقانون

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(2 - 0)^2 + (0 - 3)^2}$$

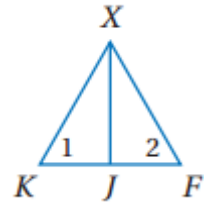
$$d = \sqrt{4 + 9}$$

$$d = \sqrt{13}$$

∴ المسافة بين النقطة و المستقيم هي $\sqrt{13}$ وحدات

استعد للدرس اللاحق

(47) برهان: اكتب برهانا ذا عمودين:



العبارات (المبررات)

(1) $\triangle XKF$ متطابق الأضلاع (معطي)

(2) $\angle 1 \cong \angle 2$ (المثلث متطابق الأضلاع يكون متطابق الزوايا)

(3) $\overline{KX} \cong \overline{FX}$ (تعريف المثلث متطابق الأضلاع)

(4) XJ تنصف $\angle X$ (معطي)

(5) $\angle KXJ \cong \angle FXJ$ (تعريف منصف الزاوية)

(6) $\triangle KXJ \cong \triangle FXJ$ (ASA)

(7) $\overline{KJ} \cong \overline{FJ}$ (العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة)

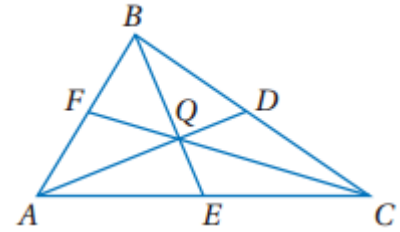
(8) J نقطة منتصف \overline{KF} (تعريف نقطة المنتصف)

صفحة 218: التمثيل والتحليل

(1) تتقاطع في نقطة واحدة.

(2) تتقاطع في نقطة واحدة.

٤- ٢ القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث



(1A) بما أن Q هي مركز $\triangle ABC$ إذن حسب نظرية مركز المثلث:

$$QC = \frac{2}{3}FC$$

$$QC = \frac{2}{3} \times 15$$

$$QC = 10$$

$$FQ = FC - QC$$

$$FQ = 15 - 10$$

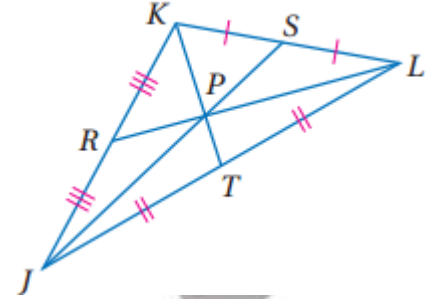
$$FQ = 5$$

(1B) بما أن Q هي مركز $\triangle ABC$ إذن حسب نظرية مركز المثلث:

$$QC = \frac{2}{3}FC$$

$$QC = \frac{2}{3} \times 15$$

$$QC = 10$$



(2A) بما أن P هي مركز $\triangle JKLS$ و $RP = 3.5$ إذن حسب نظرية مركز المثلث:

$$PL = \frac{2}{3}LR$$

$$PL = \frac{2}{3}(PL + RP)$$

$$PL = \frac{2}{3}PL + \frac{2}{3}RP$$

$$PL - \frac{2}{3}PL = \frac{2}{3} \times 3.5$$

$$\frac{1}{3}PL = \frac{7}{3}$$

$$PL = 7$$

(2B)

$$JP = \frac{2}{3}JS$$

$$9 = \frac{2}{3} \times JS$$

$$JS = 9 \div \frac{2}{3} = 9 \times \frac{3}{2}$$

$$JS = 13.5$$

$$PS = JS - JP = 13.5 - 9$$

$$PS = 4.5$$



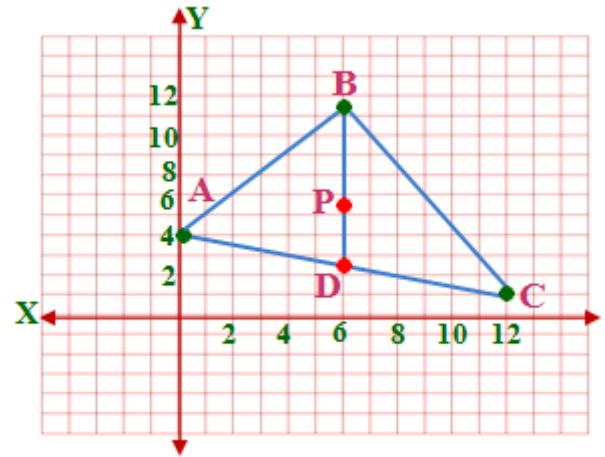
(٣)

ايجاد نقطة المنتصف للنقطة D للضلع \overline{AC}

$$A(0,4), C(12,1)$$

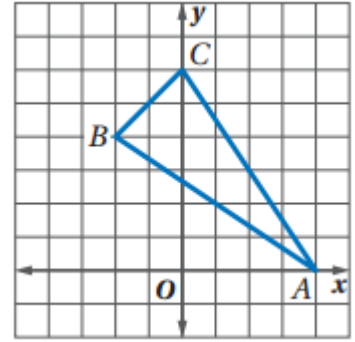
$$D\left(\frac{0+12}{2}, \frac{4+1}{2}\right) = D(6, 2.5)$$

المسافة من $D(6, 2.5)$ إلى $B(6, 11.5)$ تساوي $11.5 - 2.5$ أي ٩ وحدات
 وإذا كانت P هي مركز $\triangle ABC$ فإن $BP = \frac{2}{3}BD$ ولذلك يقع المركز على بعد
 $9 \times \frac{2}{3}$ أو ٦ وحدات لأعلى وتكون إحداثيات P هي $(6, 11.5 - 6)$ أو $(6, 5.5)$
 إذن يتوازن المثلث عند النقطة $(6, 5.5)$





(٤)



$$A(4,0), B(-2,4), C(0,6)$$

أوجد معادلة ارتفاع من C إلى \overline{AB}

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 0}{-2 - 4} = \frac{4}{-6} = -\frac{2}{3}$$

بما أن ميل \overline{AB} يساوي $-\frac{2}{3}$

فإن ميل الارتفاع العمودي على \overline{AB} يساوي $\frac{3}{2}$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad \text{صيغة الميل ونقطة}$$

$$C(0,6), m = \frac{3}{2}$$

$$y - 6 = \frac{3}{2}(x - 0)$$

$$y - 6 = \frac{3}{2}x$$

$$y = \frac{3}{2}x + 6 \rightarrow 1$$

معادلة الإرتفاع من A إلى \overline{BC}

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 4}{0 - 2} = \frac{2}{-2} = -1$$

بما أن ميل \overline{BC} يساوي -1

فإن ميل الارتفاع العمودي على \overline{BC} يساوي 1

صيغة الميل ونقطة $y - y_1 = m(x - x_1)$

$A(4,0), m = -1$

$y - 0 = -1(x - 4)$

$y = -x + 4 \rightarrow 2$

حل المعادلتين ١ و ٢

$y = \frac{3}{2}x + 6$

$y = -x + 4$

$\frac{3}{2}x + 6 = -x + 4$

$\frac{3}{2}x + x = 4 - 6$

$\frac{5}{2}x = -2$

$x = -\frac{4}{5}$

$y = -x + 4$

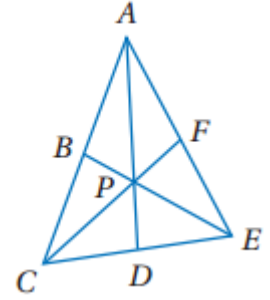
$y = \frac{4}{5} + 4$

$y = 4\frac{4}{5}$

إذن النقطة $(-\frac{4}{5}, 4\frac{4}{5})$ هي ملتي ارتفاعات المثلث.



أوجد طولي القطعتين اليتيتين: المثالان 1,2



(١) بما أن P هي مركز $\triangle ACE$ إذن حسب نظرية مركز المثلث:

$$PC = \frac{2}{3}CF$$

$$PC = \frac{2}{3}(PF + CP)$$

$$PC = \frac{2}{3}(6 + CP)$$

$$PC = 4 + \frac{2}{3}CP$$

$$PC - \frac{2}{3}CP = 4$$

$$\frac{1}{3}CP = 4$$

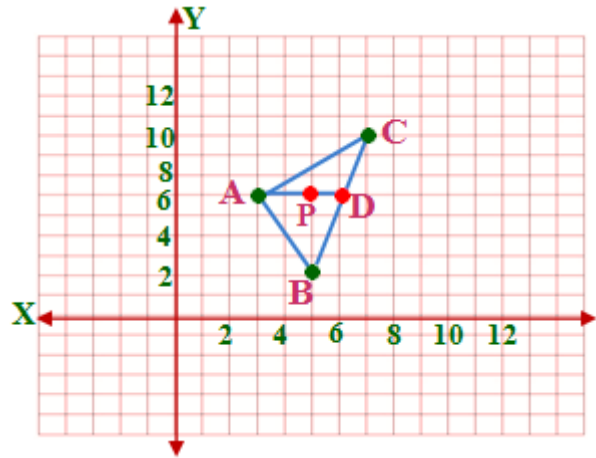
$$CP = 12$$

$$AP = \frac{2}{3}AD$$

$$AP = \frac{2}{3} \times 15$$

$$AP = 10$$

(٣) تصميم داخلي:



بفرض ان اسماء نقاط المثلث هي ABC

$$A(3,6), B(5,2), C(7,10)$$

ايجاد نقطة المنتصف للنقطة D للضلع BC

$$B(5,2), C(7,10)$$

$$D\left(\frac{5+7}{2}, \frac{2+10}{2}\right) = D(6,6)$$

المسافة من $D(6,6)$ إلى $A(3,6)$ تساوي $3 - 6$ أي ٣ وحدات.

وإذا كانت P هي مركز $\triangle ABC$ فإن $AP = \frac{2}{3}AD$ ولذلك يقع المركز على بعد

$$3 \times \frac{2}{3} \text{ أو } 2 \text{ وحدة إلى اليمين من } A \text{ وتكون إحداثيات } P \text{ هي } (5,6)$$

إذن يتوازن المثلث عند النقطة $(5,6)$

(4) هندسة احداثية:

$$A(-3,3), B(-1,7), C(3,3)$$

أوجد معادلة ارتفاع من C إلى \overline{AB}

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - 3}{-1 - (-3)} = \frac{4}{2} = 2 \text{ يساوي } \overline{AB}$$

فإن ميل الارتفاع العمودي على \overline{AB} يساوي $-\frac{1}{2}$

صيغة الميل ونقطة $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$C(3,3), m = -\frac{1}{2}$$

$$y - 3 = -\frac{1}{2}(x - 3)$$

$$y - 3 = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} + 3$$

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{9}{2} \rightarrow 1$$

معادلة الإرتفاع من A إلى \overline{BC}

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 7}{3 + 1} = \frac{-4}{4} = -1 \text{ يساوي } \overline{BC}$$

فإن ميل الإرتفاع العمودي على \overline{BC} يساوي 1

صيغة الميل ونقطة $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$A(-3,3), m = 1$$

$$y - 3 = 1(x + 3)$$

$$y - 3 = x + 3$$

$$y = x + 6 \rightarrow 2$$

ب طرح المعادلتين ١ و ٢

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$$

$$y = x + 6$$

$$0 = -\frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2}x = -\frac{3}{2}$$

$$x = -1$$

$$y = x + 6$$

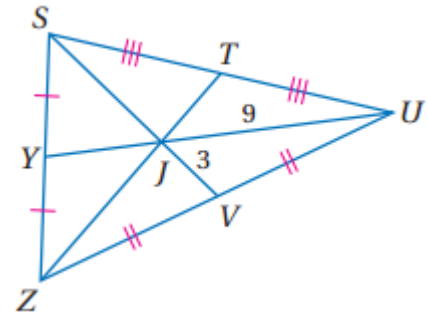
$$y = -1 + 6$$

$$y = 5$$

إن إحداثيات ملتقى ارتفاعات المثلث هي $(-1, 5)$

تدرب وحل المسائل

أوجد طول كل مما يأتي:



(٥)

بما أن J هي مركز ΔSZU و $JU = 9$ إذن حسب نظرية مركز المثلث:

$$JU = \frac{2}{3}YU$$

$$JU = \frac{2}{3}(JU + YJ)$$

$$9 = \frac{2}{3}JU + \frac{2}{3}YJ$$

$$9 = \frac{2}{3} \times 9 + \frac{2}{3}YJ$$

$$9 = 6 +$$

$$\frac{2}{3}YJ = 9 - 6 = 3$$

$$YJ = 3 \div \frac{2}{3} = 4.5$$

(6)

بما أن J هي مركز ΔSZU و $JV = 3$ إذن حسب نظرية مركز المثلث:

$$SJ = \frac{2}{3}SV$$

$$SJ = \frac{2}{3}(JV + SJ)$$

$$SJ = \frac{2}{3} \times 3 + \frac{2}{3}SJ$$

$$SJ - \frac{2}{3}SJ = \frac{2}{3} \times 3$$

$$\frac{1}{3}SJ = 2$$

$$SJ = 6$$

(7)

$$YU = (JU + YJ)$$

$$YU = 9 + 4.5$$

$$YU = 13.5$$

(8)

$$SV = (SJ + VJ)$$

$$SV = 6 + 3$$

$$SV = 9$$

(9)

$$ZJ = \frac{2}{3}ZT$$

$$ZJ = \frac{2}{3} \times 18 = 12$$

$$JT = ZT - ZJ$$

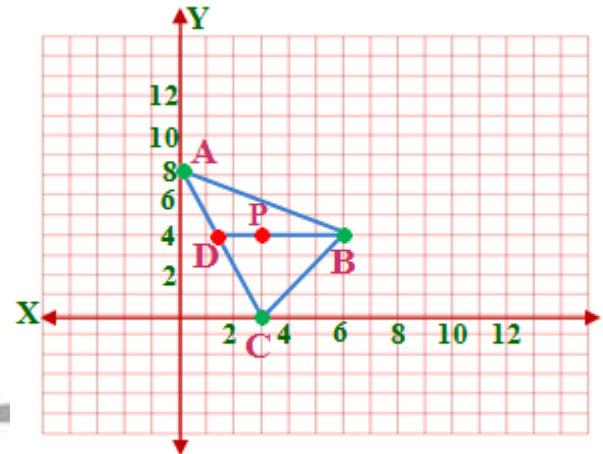
$$JT = 18 - 12 = 6$$

(10)

$$ZJ = \frac{2}{3} ZT$$

$$ZJ = \frac{2}{3} \times 18 = 12$$

(11) (3, 4) تصميم داخلي: المثال ٣



بفرض ان اسماء نقاط المثلث هي ABC

$$A(0,8), B(6,4), C(3,0)$$

ايجاد نقطة المنتصف للنقطة D للضلع AC

$$A(0,8), C(3,0)$$

$$D\left(\frac{3+0}{2}, \frac{0+8}{2}\right) = D(1.5, 4)$$

المسافة من $D(1.5, 4)$ إلى $B(6, 4)$ تساوي $6 - 1.5$ أي ٤.٥ وحدات.

وإذا كانت P هي مركز $\triangle ABC$ فإن $BP = \frac{2}{3} BD$ ولذلك يقع المركز على بعد

$AD = DC$ أو ٣ وحدة إلى اليسار من B وتكون إحداثيات P هي $(6-3, 4)$

إذن يتوازن المثلث عند النقطة $(3, 4)$

(12) هندسة احداثية:

$$J(3, -2), K(5, 6), L(9, -2)$$

أوجد معادلة ارتفاع من L إلى \overline{JK}

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - (-2)}{5 - 3} = \frac{8}{2} = 4$$

بما أن ميل \overline{JK} يساوي 4 فإن ميل الارتفاع العمودي على \overline{JK} يساوي $-\frac{1}{4}$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad \text{صيغة الميل ونقطة}$$

$$L(9, -2), m = -\frac{1}{4}$$

$$y + 2 = -\frac{1}{4}(x - 9)$$

$$y + 2 = -\frac{1}{4}x + \frac{9}{4}$$

$$y = -\frac{1}{4}x + \frac{9}{4} - 2$$

$$y = -\frac{1}{4}x + \frac{1}{4} \rightarrow 1$$

معادلة الإرتفاع من J إلى \overline{KL}

$$J(3, -2), K(5, 6), L(9, -2)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 6}{9 - 5} = \frac{-8}{4} = -2$$

بما أن ميل \overline{KL} يساوي -2 فإن ميل الارتفاع العمودي على \overline{KL} يساوي $\frac{1}{2}$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad \text{صيغة الميل ونقطة}$$

$$J(3, -2), m = \frac{1}{2}$$

$$y + 2 = \frac{1}{2}(x - 3)$$

$$y + 2 = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \times 3$$

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} - 2$$

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{7}{2} \rightarrow 2$$

بطرح المعادلتين ١ و ٢

$$y = -\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$$

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{7}{2}$$

$$0 = \frac{1}{4}x - 3.25$$

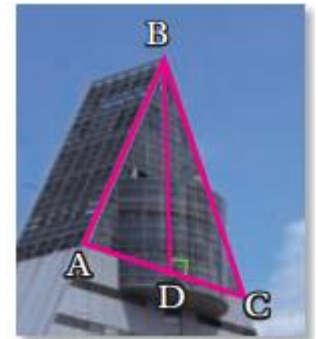
$$x = 13$$

$$y = \frac{1}{2} \times 13 - \frac{7}{2}$$

$$y = 3$$

إن إحداثيات ملتقى ارتفاعات المثلث هي (13, 3)

صنف \overline{BD} في كل من الأسئلة الآتية إلى ارتفاع أو عمود منصف أو قطعة متوسطة:
(13)



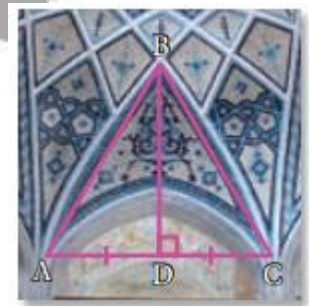
بما أن $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ ولا ينصف \overline{AC} إذن \overline{BD} ارتفاع المثلث $\triangle ABC$

(14



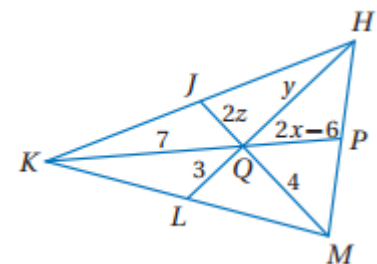
بما أن \overline{BD} ليست عمودية و $AD = DC$ إذن \overline{BD} قطعة متوسطة

(15



بما أن \overline{BD} عمودية وتتصف \overline{AC} إذن \overline{BD} عمود منتصف

16) جبر:



بما أن L, P, J نقط منتصفات $\overline{KH}, \overline{HM}, \overline{MK}$

إذن $\overline{KP}, \overline{MJ}, \overline{LH}$ قطع متوسطة في ΔKHM لذلك فالنقطة P هي مركز ΔKHM إذن:

$$KQ = \frac{2}{3}KP$$

$$7 = \frac{2}{3}(QP + KQ)$$

$$7 = \frac{2}{3}(2x - 6 + 7)$$

$$7 = \frac{2}{3}(2x + 1)$$

$$7 = \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{3}x = 7 - \frac{2}{3} = \frac{19}{3}$$

$$x = \frac{19}{3} \div \frac{4}{3}$$

$$x = 4.75$$

$$MQ = \frac{2}{3}MJ$$

$$MQ = \frac{2}{3}(JQ + QM)$$

$$4 = \frac{2}{3}(2z + 4)$$

$$4 = \frac{4}{3}z + \frac{8}{3}$$

$$\frac{4}{3}z = 4 - \frac{8}{3}$$

$$\frac{4}{3}z = \frac{4}{3}$$

$$z = 1$$

$$HQ = \frac{2}{3}HL$$

$$y = \frac{2}{3}(HQ + QL)$$

$$y = \frac{2}{3}(y + 3)$$

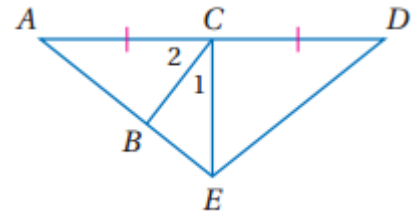
$$y = \frac{2}{3}y + 2$$

$$y - \frac{2}{3}y = 2$$

$$\frac{1}{3}y = 2$$

$$y = 6$$

(17) جبر:



بما أن $\overline{CD} = \overline{AC}$ و \overline{EC} ارتفاع $\triangle AED$ إذن $EC \perp AD$

$$\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$$

$$(2x + 7) + (3x + 13) = 90^\circ$$

$$5x + 20 = 90^\circ$$

$$5x = 90 - 20$$

$$5x = 70$$

$$x = 14$$

$$m \angle 1 = 2x + 7$$

$$m \angle 1 = 2 \times 14 + 7$$

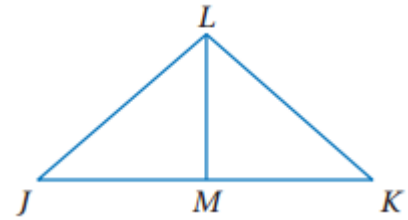
$$m \angle 1 = 35^\circ$$

$$m \angle 2 = 3x + 13$$

$$m \angle 2 = 3 \times 14 + 13$$

$$m \angle 2 = 55^\circ$$

في الشكل المجاور حدد ما إذا كانت \overline{LM} عموداً منصف أو قطعة متوسطة أو ارتفاع لـ $\triangle JKL$ في كل حالة مما يأتي:



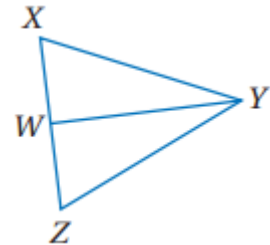
(18) بما أن $\overline{LM} \perp \overline{JK}$ ولا ينصف \overline{JK} إذن \overline{LM} ارتفاع

(19) بما أن $\triangle JLM \cong \triangle KLM$ إذن $\overline{JM} = \overline{MK}$ إذن \overline{LM} قطعة متوسطة

(20) بما أن $\overline{JM} = \overline{MK}$ إذن \overline{LM} قطعة متوسطة

(21) بما أن $\overline{LM} \perp \overline{JK}$ و $\overline{JL} \cong \overline{LK}$ إذن حسب عكس نظرية العمود المنصف \overline{LM} ينصف \overline{JK} إذن \overline{LM} عمود منصف.

(22) برهان: اكتب برهان حراً.



المعطيات: $\triangle XYZ$ متطابق الضلعين فيه $\overline{XY} \cong \overline{ZY}$ ، \overline{WY} ينصف $\angle Y$.

المطلوب: \overline{WY} قطعة متوسطة.

البرهان: بما أن $\triangle XYZ$ متطابق الضلعين فيه $\overline{XY} \cong \overline{ZY}$ ومن تعريف منصف

الزاوية تعلم أن $\angle XYW \cong \angle ZYW$ كما أن $\overline{YW} = \overline{YW}$ حسب خاصية

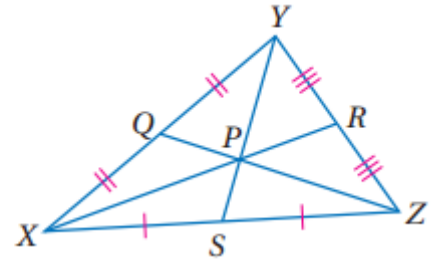
الانعكاس. لذلك وبحسب SAS يكون $\triangle XYW \cong \triangle ZYW$.

إذن $\overline{XW} \cong \overline{ZW}$ لأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين تكون متطابقة

وحسب نقطة المنتصف تكون W نقطة منتصف \overline{XZ} ومن تعريف القطعة المتوسطة

تكون \overline{WY} قطعة متوسطة.

(23) اكتب برهانا جبريا:



المعطيات: $\overline{XR}, \overline{YS}, \overline{ZQ}$ قطع متوسطة لـ $\triangle XYZ$

المطلوب: $\frac{XP}{PR} = 2$

البرهان:

العبارات (المبررات)

(1) $\overline{XR}, \overline{YS}, \overline{ZQ}$ قطع متوسطة لـ $\triangle XYZ$ (معطيات)

(2) $XP = \frac{2}{3}XR$ (نظرية مركز المثلث)

(3) $XR = XP + PR$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)

(4) $XP = \frac{2}{3}(XP + PR)$ (بالتعويض)

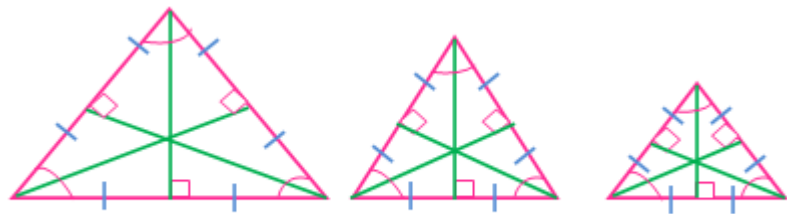
(5) $XP = \frac{2}{3}XP + \frac{2}{3}PR$ (خاصية التوزيع)

(6) $\frac{1}{3}XP = \frac{2}{3}PR$ (خاصية الطرح)

(7) $XP = 2PR$ (خاصية الضرب)

(8) $\frac{XP}{PR} = 2$ (خاصية القسمة)

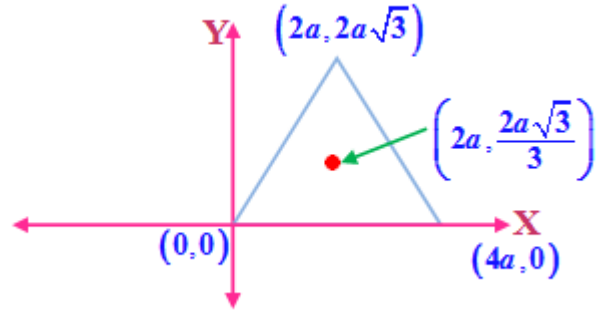
(24a) تمثيلات متعددة:



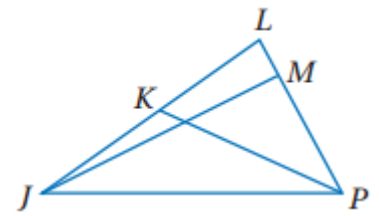
(24b) لفظياً:

نقطة التلاقي الأربع للمثلث متطابق الأضلاع هي النقطة نفسها.

(24c) بيانياً:



(25) جبر:



بما أن \overline{JM} ارتفاع $\triangle JLP$ إذن $\overline{JM} \perp \overline{LP}$ إذن $\angle JMP = 90^\circ$

$$3x - 6 = 90$$

$$3x = 96$$

$$x = 32$$

(26)

بما أن \overline{PK} قطعة متوسطة إذن $\overline{KL} = \overline{KJ}$

$$5y - 8 = 3y - 2$$

$$5y - 3y = -2 + 8$$

$$2y = 6$$

$$y = 3$$

$$LK = 5y - 8$$

$$LK = 5 \times 3 - 8$$

$$LK = 7$$

مسائل مهارات التفكير العليا

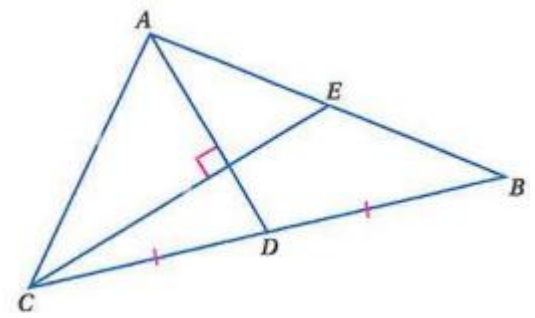
(27) اكتشاف الخطأ:

إجابة عبد الكريم هي الصحيحة فحسب نظرية مركز المثلث $AP = \frac{2}{3}AD$ وقد بدلت أطوال القطع المستقيمة.

(28) تبرير:

صحيحة؛ في المثلث قائم الزاوية يكون الارتفاعان المرسومان من رأسي الزاويتين الحادتين هما ساقى المثلث الذين يتقاطعان عند رأس الزاوية القائمة. وبما أن الارتفاع إلى وتر المثلث يبدأ من الرأس فإن الارتفاعات الثلاثة تتقاطع عند رأس الزاوية القائمة. لذلك فرأس الزاوية القائمة هو دائما ملتقى الارتفاعات.

(29) تحد:



بما أن $\overline{AD}, \overline{CE}$ قطعتين متوسطتين إذن يقعان داخل المثلث وتتلاقى القطع في نقطة واحدة P ولتكن تسمى مركز المثلث إذن حسب نظرية مركز المثلث:

$$\therefore \overline{AE} = \overline{EB}$$

$$\overline{AB} = 10$$

$$\therefore \overline{AE} = \overline{EB} = 5$$

$$CP = \frac{2}{3}CE$$

$$CP = \frac{2}{3} \times 9$$

$$CP = 6$$

$$EP = CE - CP$$

$$EP = 9 - 6 = 3$$

$$(AE)^2 = (PE)^2 + (AP)^2$$

$$(5)^2 = (3)^2 + (AP)^2$$

$$25 = 9 + (AP)^2$$

$$(AP)^2 = 25 - 9 = 16$$

$$AP = 4$$

$$(AC)^2 = (PC)^2 + (AP)^2$$

$$(AC)^2 = (6)^2 + (4)^2$$

$$AC = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

(30) اكتب:

بما أن كل قطعة متوسطة تقسم المثلثين متساويين في المساحة فيمكن أن يتزن المثلث على أي قطعة متوسطة. ولموازنة مثلث على يجب أن أجد النقطة التي تتقاطع عندها خطوط الاتزان الثلاثة. ونقطة الاتزان لمستطيل هي نقطة تقاطع القطعتين المستقيمتين اللتين تصلان بين منتصفى ضلعين متقابلين فيه لأن كل قطعة واصله بين منتصفى ضلعين متقابلين تقسم المستطيل إلى جزأين متساويين في المساحة.

تدريب على الاختبار المعياري

(31) $C: \overline{FJ}$ قطعة متوسطة في $\triangle FGH$

(32) $2:B$

$$4x - 6y = 12$$

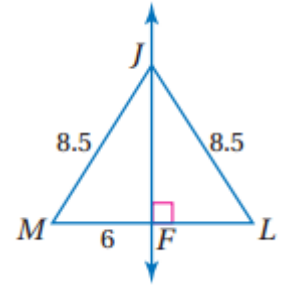
$$\frac{4x}{2} - \frac{6y}{2} = \frac{12}{2}$$

$$2x - 3y = 6$$

إذن المقطع x هو 2

مراجعة تراكمية

أوجد قياس كل مما يأتي:
(33)



بما أن $JF \perp ML$ وبحسب فيثاغورث:

$$(JM)^2 = (JF)^2 + (FM)^2$$

$$(8.5)^2 = (JF)^2 + (6)^2$$

$$(JF)^2 = 72.25 - 36$$

$$(JF)^2 = 36.25$$

$$JF \approx 6$$

$$(JL)^2 = (LF)^2 + (6)^2$$

$$(LF)^2 = (8.5)^2 - (6)^2$$

$$(LF)^2 = 72.25 - 36$$

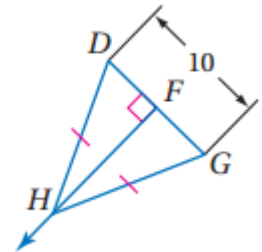
$$(LF)^2 = 36.25$$

$$LF \approx 6$$

$$ML = MF + FL$$

$$\therefore ML = 6 + 6 = 12$$

(34)



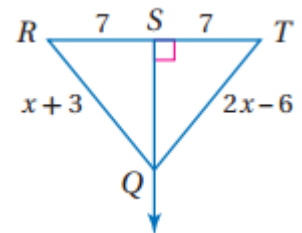
بما أن المثلث DHG متطابق الضلعين و $HF \perp DG$ إذن حسب عكس نظرية العمود المنصف:

$$DF = FG$$

$$DF = 10 \div 2$$

$$DF = 5$$

(35)



بما أن $RS = ST$ و $QS \perp RT$ إذن حسب نظرية العمود المنصف

$$QT = QR$$

$$2x - 6 = x + 3$$

$$2x - x = 3 + 6$$

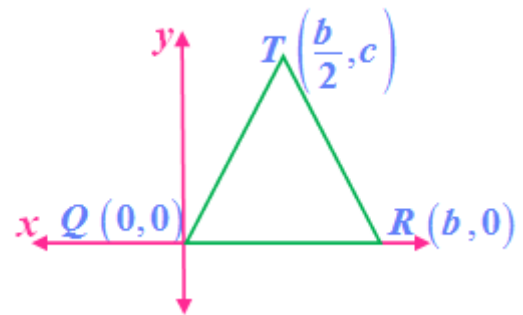
$$x = 9$$

$$TQ = 2x - 6$$

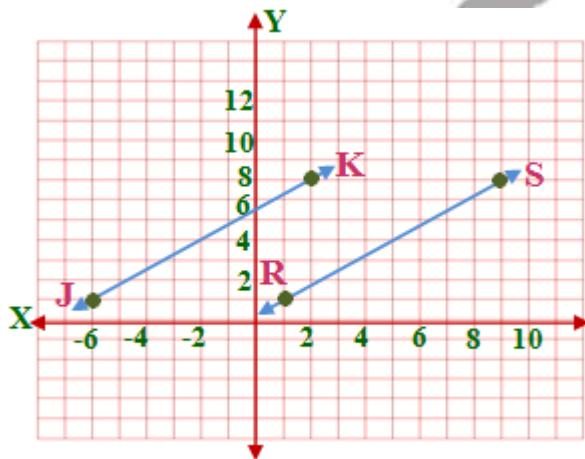
$$TQ = 2 \times 9 - 6$$

$$TQ = 12$$

(36)



(37)



$$R(1,1), S(9,8), J(-6,1), K(2,8)$$

أولا حساب ميل \overrightarrow{JK} :

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{8 - 1}{2 - (-6)} = \frac{7}{8}$$

ثانيا ميل \overrightarrow{RS} :

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{8 - 1}{9 - 1} = \frac{7}{8}$$

بما أن ميل كل من \overrightarrow{RS} و \overrightarrow{JK} متساوي إذن هما متوازيان.

استعد للدرس اللاحق

اكتب < أو > داخل ○ لتحصل على عبارة صحيحة:

(38) $-\frac{18}{25} < \frac{19}{27}$ لأن الطرف الأيمن موجب والطرف الثاني سالب

(39)

أولاً توحيد المقامات

$$\frac{6}{16} \square \frac{5}{16}$$

$$\frac{6}{16} > \frac{5}{16}$$

$$\therefore \frac{3}{8} > \frac{5}{16}$$

(40)

تحويل الكسر لرقم عشري ومقارنته بالطرف الآخر

$$2.7 \square \frac{3}{5}$$

$$2.7 \square 0.6$$

$$2.7 > 0.6$$

$$\therefore 2.7 > \frac{3}{5}$$

(41)

$$-4.25 \square -\frac{19}{4}$$

$$-4.25 \square -4.75$$

$$\therefore -4.25 > -4.75$$

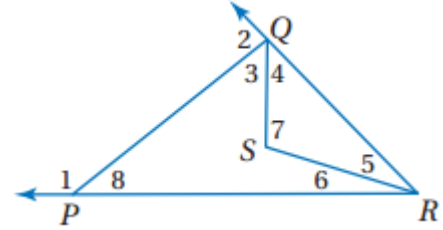
$$-4.25 > -\frac{19}{4}$$

المتباينات في المثلث

4-3

تلقّق

صفحة 228



1A) قياساتها أقل من $\angle 1$: m

حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية:

$$\angle 1 > (\angle 5 + \angle 6)$$

$$\angle 1 > (\angle 3 + \angle 4)$$

إذن $\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$ قياساتها أقل من $\angle 1$: m

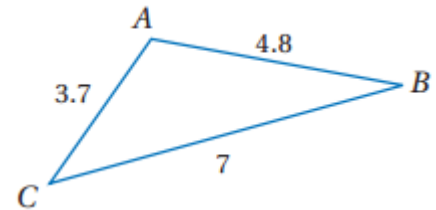
1B) قياساتها أكبر من $\angle 8$: m

نظرية الزاوية الخارجة $\angle 2 = \angle 8 + (\angle 5 + \angle 6)$

إذن حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية: $\angle 2 > \angle 8$

تلقّق

صفحة 229

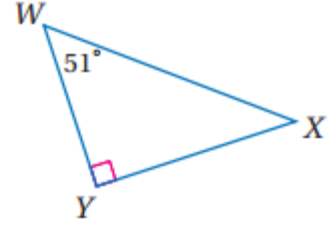


2) الأضلاع بالترتيب من الأقصر إلى الأطول هي : $\overline{AC}, \overline{AB}, \overline{CB}$

الزوايا بالترتيب من الأصغر إلى الأكبر هي : $\angle A, \angle C, \angle B$



اكتب زوايا المثلث وأضلاعه مرتبة من الأصغر إلى الأكبر:



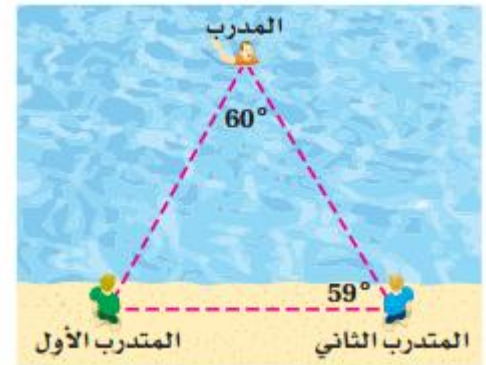
(3)

$$\angle X = 180^\circ - (51^\circ + 90^\circ) = 39^\circ$$

إذن الزوايا هي: $\angle X, \angle W, \angle Y$

الأضلاع بالترتيب هي: $\overline{WY}, \overline{YX}, \overline{WX}$ حسب نظرية ٤, ١٠

(4) سباحو الإنقاذ:

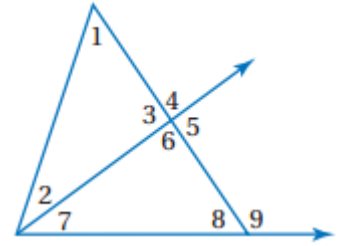


حسب نظرية ٤, ١٠:

إذن الضلع المقابل للزاوية 59 أقصر من الضلع المقابل للزاوية 61
إذن المتدرب الأول هو الأقرب للمدرّب.



استعمل نظرية متباينة الزاوية الخارجية لكتابة جميع الزوايا المرقمة التي تحقق الشرط المعطى في كل مما يأتي: المثال ١



(1)

$\angle 4 = \angle 1 + \angle 2$ نظرية الزاوية الخارجية
إذن حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية:

$$\angle 4 > \angle 1$$

$$\angle 4 > \angle 2$$

إذن $m \angle 1, m \angle 2$ أقل من $m \angle 4$

(2)

حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية:

$$\angle 9 > \angle 7$$

$$\angle 5 > \angle 7$$

$$\angle 3 > \angle 7$$

(3)

حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية:

$$\angle 9 > \angle 2$$

$$\angle 6 > \angle 2$$

$$\angle 4 > \angle 2$$

(4)

حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية:

$$\angle 6 < \angle 7$$

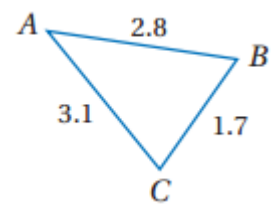
$$\angle 7 < \angle 7$$

$$\angle 2 < \angle 7$$

$$\angle 1 < \angle 7$$

(5) اكتب زوايا كل مثلث وأضلاعه مرتبة من الأصغر إلى الأكبر في السؤالين الآتيين:

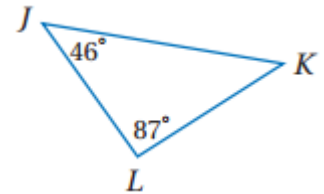
المثالان 2, 3



الأضلاع مرتبة من الأصغر إلى الأكبر: $\overline{BC}, \overline{AB}, \overline{AC}$

وحسب نظرية 9, 4 الزوايا من الأصغر إلى الأكبر: $m \angle A, m \angle C, m \angle B$

(6)



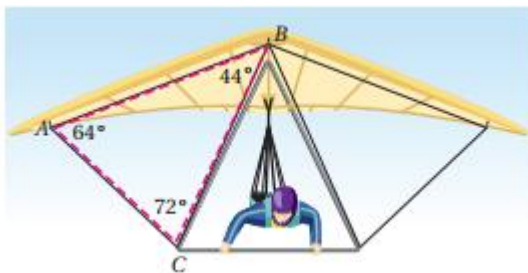
في $\triangle JKL$:

نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث $m \angle K = 180^\circ - (46^\circ + 87^\circ) = 47^\circ$

الزوايا مرتبة هي: $m \angle J, m \angle K, m \angle L$

حسب نظرية 10, 4 : الأضلاع مرتبة هي: $\overline{KL}, \overline{JL}, \overline{JK}$

(7) طيران شراعي:



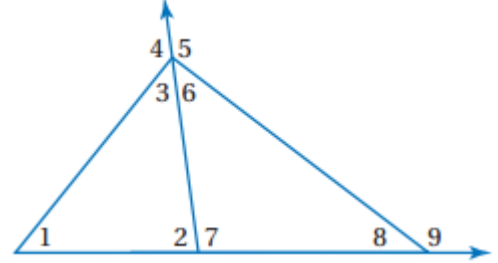
بما أن الزاوية المقابلة للضلع \overline{BC} أكبر من

الزاوية المقابلة للضلع \overline{AC}

إذن حسب نظرية 9, 4 : \overline{BC} أطول من \overline{AC}

تدرب وحل المسائل

استعمل نظرية متباينة الزاوية الخارجية لكتابة جميع الزوايا المرقمة التي تحقق الشرط المعطى في كل مما يأتي: المثال ١



(8)

$$\angle 4 = \angle 2 + \angle 1$$

حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية: $\angle 4 > \angle 2$

(9)

حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية:

$$\angle 2 < \angle 4$$

$$\angle 1 < \angle 4$$

(10)

حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية:

$$\angle 1 < \angle 9$$

$$\angle 3 < \angle 9$$

$$\angle 6 < \angle 9$$

$$\angle 7 < \angle 9$$

(11)

حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية:

$$\angle 2 > \angle 9$$

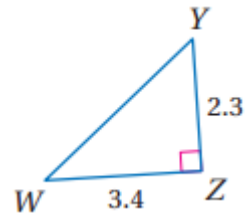
$$\angle 4 > \angle 9$$

$$\angle 5 > \angle 9$$

اكتب زوايا كل مثلث وأضلاعه مرتبة من الأصغر إلى الأكبر في السؤالين الآتيين:

المثالان 2, 3

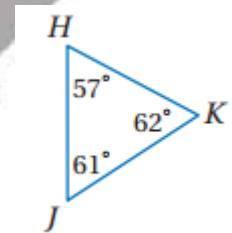
(12)



الأضلاع مرتبة: $\overline{YZ}, \overline{WZ}, \overline{WY}$

وحسب نظرية ٩, ٤: الزوايا مرتبة: $\angle W, \angle Y, \angle Z$

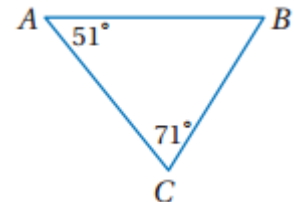
(13)



الزوايا مرتبة: $\angle H, \angle J, \angle K$

وبحسب نظرية ١٠, ٤: الأضلاع مرتبة هي: $\overline{JK}, \overline{HK}, \overline{HJ}$

(14)



$\angle B = 180^\circ - (51^\circ + 71^\circ) = 58^\circ$ نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث

الزوايا مرتبة: $\angle A, \angle B, \angle C$

وبحسب نظرية ١٠, ٤: الأضلاع مرتبة هي: $\overline{BC}, \overline{AC}, \overline{AB}$

(15) كرة قدم:



باستعمال نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث فإن قياس

الزاوية المقابلة للقطعة المستقيمة من ماهر إلى خالد

70° وبما أن $48 < 70$ فإن المسافة من ماهر إلى أحمد

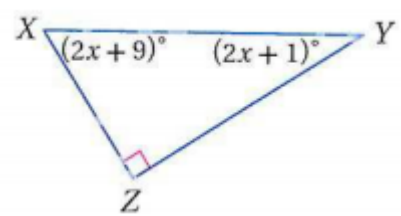
ستكون هي الأقصر وهذا يعني أن ماهر سيختار أحمد ليمرر له الكرة.

(16) منحدرات:



بما أن $m\angle X = 90^\circ$ فإن $m\angle Y + m\angle Z = 90^\circ$ إذن $m\angle Y < 90^\circ$ بحسب تعريف المتباينة لذا فإن $m\angle X > m\angle Y$ أي أن الضلع الذي يقابل $\angle X$ أطول من الضلع الذي يقابل $\angle Y$. وبما أن \overline{YZ} يقابل $\angle X$ و \overline{XZ} يقابل $\angle Y$ فإن $\overline{YZ} > \overline{XZ}$ وهذا يعني أن السطح العلوي للمنحدر أطول من طول المنحدر.

(17)



بما أن $m\angle Z = 90^\circ$ فإن $m\angle X + m\angle Y = 90^\circ$ إذن

$$(2x + 1) + (2x + 9) = 90^\circ$$

$$4x + 10 = 90$$

$$4x = 80$$

$$x = 20$$

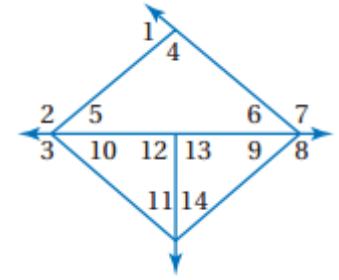
$$\angle Y = 2 \times 20 + 1 = 41^\circ$$

$$\angle X = 2 \times 20 + 9 = 49^\circ$$

إذن الزوايا مرتبة: $\angle Y, \angle X, \angle Z$

وبحسب نظرية ١٠، ٤: الأضلاع مرتبة هي: $\overline{XZ}, \overline{YZ}, \overline{XY}$

استعمل الشكل المجاور لتحديد الزاوية ذات القياس الأكبر في كل مجموعة مما يأتي:



(18) $\angle 1$ هي الأكبر حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية

(19) $\angle 2$ هي الأكبر حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية

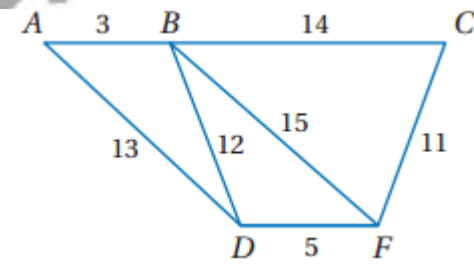
(20) $\angle 7$ هي الأكبر حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية

(21) $\angle 3$ هي الأكبر حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية

(22) $\angle 3$ هي الأكبر حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية

(23) $\angle 8$ هي الأكبر حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية

استعمل الشكل المجاور لتحديد العلاقة بين قياسات الزوايا المعطاة في كل من الأسئلة الآتية:



(24)

بما أن الضلع المقابل لـ $\angle ABD$ أكبر من الضلع المقابل لـ $\angle BDA$

إذن حسب نظرية ٩، ٤ : $m \angle ABD > m \angle BDA$

(25)

بما أن الضلع المقابل لـ $m \angle BCF$ أكبر من الضلع المقابل لـ $\angle CFB$

إذن حسب نظرية ٩، ٤ : $m \angle BCF > m \angle CFB$

(26)

بما أن الضلع المقابل لـ $\angle BFD$ أصغر من الضلع المقابل لـ $\angle BDF$

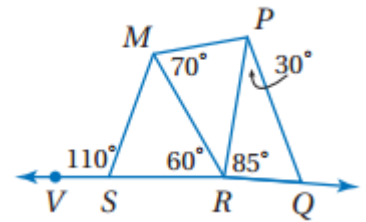
إذن حسب نظرية ٩، ٤ : $m \angle BFD < m \angle BDF$

(27)

بما أن الضلع المقابل لـ $\angle DBF$ أصغر من الضلع المقابل لـ $\angle BFD$

إذن حسب نظرية ٩، ٤ : $m \angle DBF < m \angle BFD$

استعمل الشكل المجاور لتحديد العلاقة بين قياسات الأضلاع المعطاة في كل من الأسئلة الآتية:



(28)

بما أن الزاوية المقابلة لـ \overline{MR} هي أكبر من الزاوية

المقابلة المقابل لـ \overline{SM} إذن حسب نظرية ٤,١٠ : $\overline{MR} > \overline{SM}$

(29)

بما أن الزاوية المقابلة لـ \overline{RP} هي أكبر من الزاوية المقابلة المقابل لـ \overline{MP} التي تساوي ٣٥ حسب نظرية زوايا المتجاورة على مستقيم.

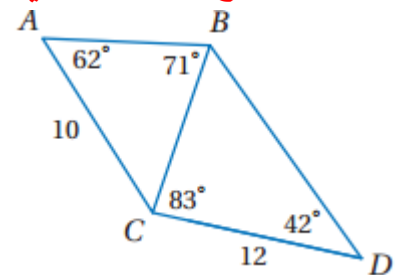
إذن حسب نظرية ٤,١٠ : $\overline{RP} > \overline{MP}$

(30)

بما أن الزاوية المقابلة لـ \overline{RQ} أصغر من الزاوية المقابلة المقابل لـ \overline{PQ}

إذن حسب نظرية ٤,١٠ : $\overline{RQ} < \overline{PQ}$

اكتب اضلاع كل مثلث في الشكل المجاور مرتبة من الأقصر إلى الأطول.



(31)

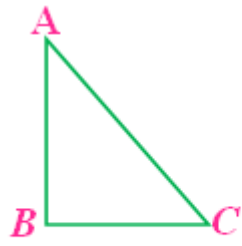
$$\angle ACB = 180^\circ - (62 + 71) = 47^\circ$$

$$\angle CBD = 180^\circ - (83 + 42) = 55^\circ$$

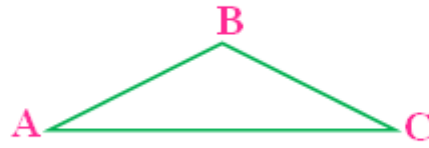
في $\triangle ABC$ يكون $\overline{AB} < \overline{BC} < \overline{AC}$ حسب نظرية ٤,١٠

وفي $\triangle BCD$ يكون $\overline{BC} < \overline{CD} < \overline{BD}$ حسب نظرية ٤,١٠

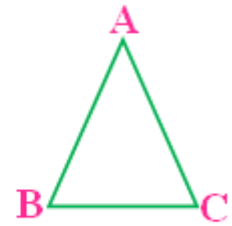
(32a) تمثيلات متعددة: هندسياً



قائم الزاوية



منفرج الزاوية



حاد الزاوية

(32b) جدولياً:

المثلث	AB	BC	AB + BC	CA
الحاد	٢	٢,٤	٤,٤	٣,٢
المنفرج	٢,٦	٣,٤	٦,٠	٥,٠
القائم	٢,٧	٢,٨	٥,٥	٣,٩

(32c) جدولياً:

المثلث	BC	CA	BC + CA	AB
الحاد	٢,٤	٣,٢	٥,٦	٢
المنفرج	٣,٤	٥,٠	٨,٤	٢,٦
القائم	٢,٨	٣,٩	٦,٦	٢,٧

المثلث	AB	CA	AB + CA	BC
الحاد	٢	٣,٢	٥,٢	٢,٤
المنفرج	٢,٦	٥,٠	٧,٦	٣,٤
القائم	٢,٧	٣,٩	٦,٥	٢,٨

(32d) جبرياً:

$$AB + BC > CA, BC + CA > AB, AB + CA > BC$$

(32e) لفظياً:

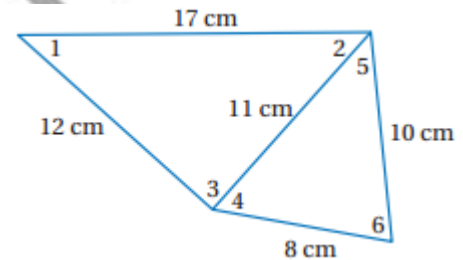
مجموع طولي أي ضلعين في أي مثلث أكبر من طول الضلع الثالث.

مسائل مهارات التفكير العليا

(33) تبرير:

أحياناً؛ إذا كان قياسا زاويتي القاعدة أقل من 60° فإن القاعدة ستكون الضلع الأطول وإذا كان قياسا زاويتي القاعدة أكبر من 60° فإن القاعدة ستكون الضلع الأقصر.

(34) تحد:



$$m \angle 4, m \angle 6, m \angle 3, m \angle 1 ; m \angle 2 = m \angle 5$$

بما أن الضلع المقابل لـ $\angle 5$ هو أقصر ضلع في المثلث الذي يحتويها و $m \angle 2 = m \angle 5$ فإن كلا من $m \angle 6, m \angle 4, m \angle 1, m \angle 3$ أكبر من

$$m \angle 5, m \angle 2$$

وبما أن الضلع المقابل لـ $\angle 4$ أقصر من الضلع المقابل لـ $\angle 6, \angle 1$ وبما أن الضلع المقابل لـ $\angle 6, \angle 1$ أقصر من الضلع المقابل لـ $\angle 3$ إذن:

$$m \angle 5, m \angle 2 < m \angle 4 < m \angle 1, m \angle 6 < m \angle 3$$

(35) اكتب:

بما أن الوتر في المثلث قائم الزاوية يقابل الزاوية القائمة وكلا من الزاويتين الأخريين حادثان دائماً فإن الوتر يقابل دائماً الزاوية الكبرى في المثلث ولذلك فإنه الضلع الأطول دائماً.

تدريب على الاختبار المعياري

(36) A منفرج الزاوية ومختلف الأضلاع

بما أن يوجد زاويتين بالمثلث إحداهما ٤٥ والآخرى ٩٢ إذن قياس الزاوية الثالثة:

$$180^\circ - (45 + 92) = 43^\circ$$

وبما أن المثلث يحتوي على زاوية أكبر من ٩٠ وهي ٩٢ إذن المثلث منفرج الزاوية ومختلف الأضلاع لأن جميع زواياه مختلفة

(37) B: |15|

مراجعة تراكمية

(38)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 4}{3 + 2} = \frac{1}{5}$$

ميل المستقيم المعطى $\frac{1}{5}$

$$-5 \times \left(\frac{1}{5}\right) = -1$$

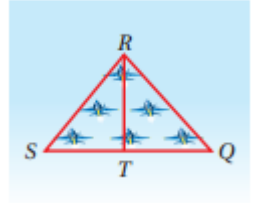
∴ ميل المستقيم العمودي = -5

$$\left(\frac{3 + (-2)}{2}, \frac{5 + 4}{2}\right) = (0.5, 4.5) \text{ نقطة المنتصف:}$$

بكتابة معادلة المستقيم المار بالنقطة (0.5, 4.5) و ميلها -5

$$\begin{aligned}y - y_1 &= m(x - x_1) \\y - 4.5 &= -5(x - 0.5) \\y - 4.5 &= -5x + 2.5 \\y &= -5x + 2.5 + 4.5 \\y &= -5x + 7\end{aligned}$$

(39) طائرات:



المعطيات: T نقطة منتصف \overline{SQ} .

$$\overline{SR} \cong \overline{QR}$$

المطلوب: $\triangle SRT \cong \triangle QRT$

البرهان: العبارات (المبررات)

(1) T نقطة منتصف \overline{SQ} (معطى).

(2) $\overline{ST} \cong \overline{TQ}$ (تعريف نقطة المنتصف)

(3) $\overline{SR} \cong \overline{QR}$ (معطى)

(4) $\overline{RT} \cong \overline{RT}$ (خاصية الانعكاس)

(5) $\triangle SRT \cong \triangle QRT$ (SSS)

استعد للدرس اللاحق

(40)

$$z(x - y) = 3(8 - 2) = 3 \times 6 = 18$$

$$z(x - y) = 13 \text{ عبارة خاطئة}$$

(41)

$$2x = 3yz$$

$$2 \times 8 = 3 \times 2 \times 3$$

$$16 = 18 \quad \times$$

إذن $2x = 3yz$ عبارة خاطئة

(42

$$x + y > z + y$$

$$8 + 2 > 3 + 2 \rightarrow 10 > 5$$

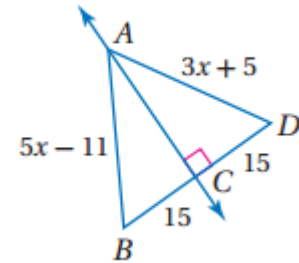
إذن $x + y > z + y$ عبارة صحيحة

حقیبہ انجاز المعلم والمعلمة

اختبار منتصف الفصل الرابع

أوجد كل من القياسين الآتيين:

AB (1)



بما أن $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ و C نقطة منتصف
إذن حسب نظرية العمود المنصف:

$$\overline{AD} = \overline{AB}$$

$$3x + 5 = 5x - 11$$

$$5x - 3x = 5 + 11$$

$$2x = 16$$

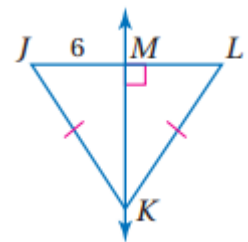
$$x = 8$$

$$AB = 5x - 11$$

$$AB = 5 \times 8 - 11$$

$$AB = 29$$

JL (2)



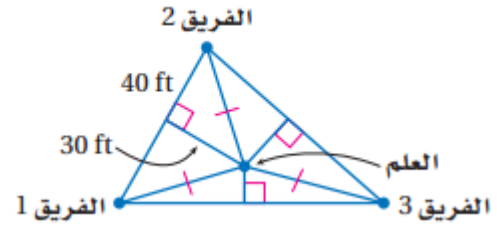
بما أن $\overline{KM} \perp \overline{JL}$ و $KL = KJ$

إذن حسب عكس نظرية العمود المنصف: $ML = MJ = 6$

$$JL = ML + MJ$$

$$JL = 6 + 6 = 12$$

(3) مخيم:



باستعمال نظرية فيثاغورث:

$$(40)^2 + (30)^2 = (D)^2$$

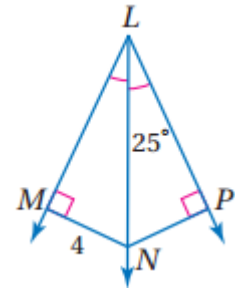
$$1600 + 900 = (D)^2$$

$$D = \sqrt{2500} = 50$$

إذن المسافة بين العلم وكل فريق = 50ft

أوجد كل من القياسين الآتيين:

(4)



$$\angle LNP = 180^\circ - (25 + 90) = 65^\circ$$

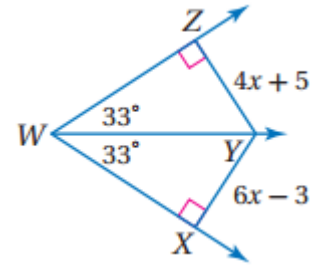
$$\therefore \angle PLN = \angle MLN$$

$$\therefore \angle MNL = 180^\circ - (25 + 90) = 65^\circ$$

$$\therefore \angle MNP = 65 + 65$$

$$\therefore \angle MNP = 130^\circ$$

(5)



بما أن $\overline{YZ} \perp \overline{WZ}$, $\overline{YX} \perp \overline{WX}$ و \overline{WY} ينصف $\angle ZWX$
 إذن حسب نظرية منتصف الزاوية:

$$\overline{YZ} = \overline{YX}$$

$$4x + 5 = 6x - 3$$

$$6x - 4x = 5 + 3$$

$$2x = 8$$

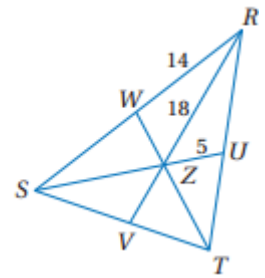
$$x = 4$$

$$\overline{XY} = 6x - 3$$

$$\overline{XY} = 6 \times 4 - 3$$

$$\overline{XY} = 21$$

أوجد كل من الأطوال الآتية:



(6) بما أن Z مركز $\triangle RST$ إذن:

$$RZ = \frac{2}{3}RV$$

$$18 = \frac{2}{3}RV$$

$$RV = 27$$

$$ZV = RV - RZ$$

$$ZV = 27 - 18$$

$$ZV = 9$$

(7)

$$SZ = \frac{2}{3}SU$$

$$SZ = \frac{2}{3}(SZ + ZU)$$

$$SZ = \frac{2}{3}SZ + \frac{2}{3}ZU$$

$$SZ - \frac{2}{3}SZ = \frac{2}{3} \times 5$$

$$\frac{1}{3}SZ = \frac{10}{3}$$

$$SZ = 10$$

(8)

حسب نظرية مركز المثلث:

$$WR = WS = 14$$

$$SR = WR + WS$$

$$SR = 14 + 14 = 28$$

(9) هندسة إحداثية:

ايجاد نقطة المنتصف للنقطة D للضلع \overline{AC}

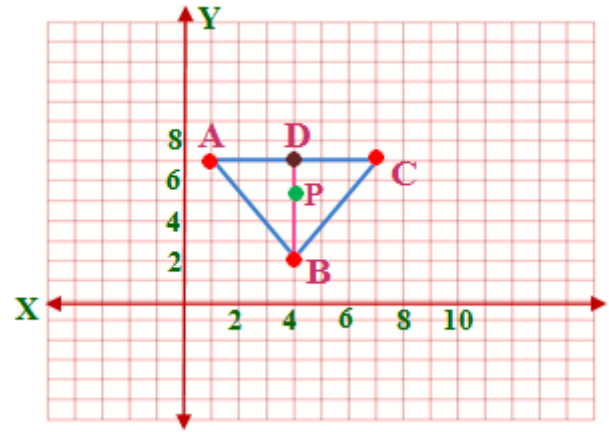
$$A(1,7), C(7,7)$$

$$D\left(\frac{7+1}{2}, \frac{7+7}{2}\right) = D(4,7)$$

المسافة من $D(4,7)$ إلى $B(4,2)$ تساوي $7-2$ أي 5 وحدات.

وإذا كانت P هي مركز $\triangle ABC$ فإن $BP = \frac{2}{3}BD$ ولذلك يقع المركز على بعد

$-5 \times \frac{2}{3}$ أو $-\frac{10}{3}$ وحدة وتكون إحداثيات مركز المثلث P هي $(4, 2 + \frac{10}{3})$ أو $(4, \frac{16}{3})$



(10)

إيجاد نقطة المنتصف للنقطة D للضلع JK

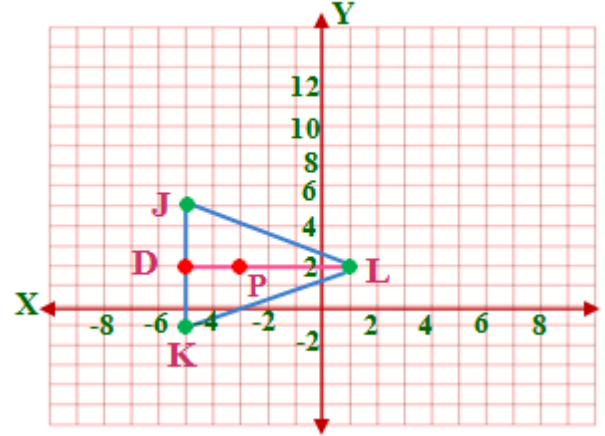
$$J(-5, 5), K(-5, -1)$$

$$D\left(\frac{-5-5}{2}, \frac{5-1}{2}\right) = D(-5, 2)$$

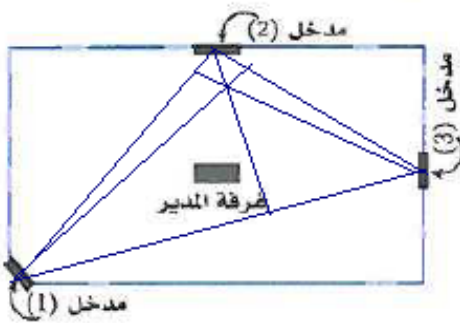
المسافة من $D(-5, 2)$ إلى $L(1, 2)$ تساوي $1 - (-5)$ أي ٦ وحدات.

وإذا كانت P هي مركز $\triangle JKL$ فإن $LP = \frac{2}{3}LD$ ولذلك يقع المركز على بعد

$6 \times \frac{2}{3}$ أو ٤ وحدة إلى اليمين من L وتكون إحداثيات مركز المثلث P هي $(1-4, 2)$ أو $(-3, 2)$



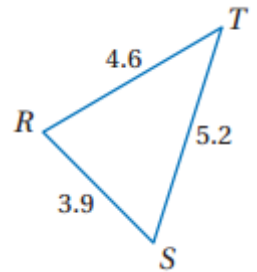
(١١) تصميم هندسي:



الثلاث مداخل يكونون مثلث ارتفاعات المثلث تتلاقى في نقطة واحدة نقطة التقاطع لا تنصف الارتفاعات اذن غرفة المدير لا تقع على نقطة التقاء ارتفاعات المثلث

اكتب زوايا كل مثلث وأضلاعه مرتبة من الأصغر إلى الأكبر في السؤالين الآتيين:

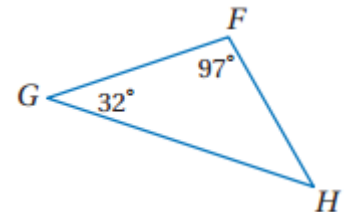
(12)



الأضلاع المرتبة: $\overline{RS}, \overline{RT}, \overline{ST}$

وحسب نظرية ٩، ٤ إذن الزوايا المرتبة هي $\angle T, \angle S, \angle R$

(13)



نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث $\angle H = 180^\circ - (32 + 97) = 51^\circ$

الزوايا مرتبة: $\angle G, \angle H, \angle F$

وحسب نظرية ١٠، ٤ إذن الأضلاع مرتبة: $\overline{FH}, \overline{GF}, \overline{GH}$

(14a) مسافات:

$$\angle C + \angle A + \angle B = 180$$

$$70 + \frac{2}{3}\angle B + \angle B = 180$$

$$70 + \frac{5}{3}\angle B = 180$$

$$\frac{5}{3}\angle B = 180 - 70$$

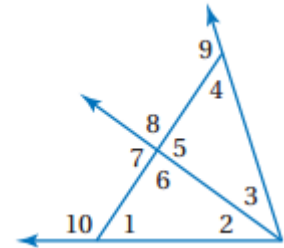
$$\frac{5}{3}\angle B = 110$$

$$\angle B = 66^\circ$$

$$\angle A = 180 - (70 + 66)$$

$$\angle A = 44^\circ$$

(14b) بحسب نظرية ١٠، ٤ إذن ترتيب الأضلاع: $\overline{BC}, \overline{AC}, \overline{AB}$



(15)

$$\angle 8 = \angle 4 + \angle 3$$

حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية: $\angle 4, \angle 3$ أقل من $\angle 8$

(16)

حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية: $\angle 9, \angle 6, \angle 8$ أكبر من $\angle 3$

(17)

حسب نظرية متباينة الزاوية الخارجية: $\angle 4, \angle 3, \angle 6, \angle 2$ أقل من $\angle 10$

٤-٤ البرهان غير المباشر



- (1A) الافتراض هو: $x \leq 5$
 (1B) الافتراض هو: النقاط J, K, L لا تقع على استقامة واحدة
 (1C) الافتراض هو: $\triangle XYZ$ ليس متطابق الأضلاع



اكتب برهانا غير مباشر لكل من العبارتين الآتيتين:
 (2A)

المعطيات: $7x > 56$
 المطلوب: $x > 8$
 برهان غير مباشر:
 الخطوة ١: افرض أن $x < 8$ أو $x = 8$
 الخطوة ٢:

x	٤	٥	٦	٧	٨
$7x$	٢٨	٣٥	٤٢	٤٩	٥٦

عندما تكون $x < 8$ فإن $7x < 56$ وعندما تكون $x = 8$ فإن $7x = 56$
 الخطوة : يؤدي الفرض في الحالتين إلى تناقض مع المعلومة المعطاة $7x > 56$. لذلك
 فالفرض بأن $x \leq 8$ خطأ والنتيجة الأصلية بأن $x > 8$ صحيحة بالتأكيد.

(2B)

المعطيات: $-c > 0$

المطلوب: إثبات أن $c < 0$

برهان غير مباشر:

الخطوة ١: افرض أن $c > 0$ أو $c = 0$

الخطوة ٢:

c	٠	١	٢	٣	٤
$-c$	٠	-1	-2	-3	-4

إذا كانت $c > 0$ فإن $-c < 0$ وإذا كانت $c = 0$ فإن $-c = 0$

الخطوة ٣: يؤدي الفرض في الحالتين إلى تناقض مع المعلومة المعطاه $-c > 0$ لذلك

فالفرض بأن $c \geq 0$ خطأ والنتيجة الأصلية بأن $c < 0$ صحيحة وبما أن $c < 0$

صحيحة فإن c عدد سالب بالتأكيد.

(3) رحلة:

افرض أن x هي المسافة المقطوعة في المرحلة الأولى من رحلته، y هي المسافة

المقطوعة في المرحلة الثانية، z هي المسافة المقطوعة في المرحلة الثالثة.

المعطيات: $x + y + z > 360$

المطلوب: $x > 120$ أو $y > 120$ أو $z > 120$.

برهان غير مباشر:

الخطوة ١: افرض أن $x \leq 120, y \leq 120, z \leq 120$.

الخطوة ٢: إذا كانت $x \leq 120, y \leq 120, z \leq 120$ فإن

$x + y + z \leq 120 + 120 + 120$ أو $x + y + z \leq 360$

الخطوة ٣: وهذا يناقض العبارة المعطاة لذلك فالفرض خطأ والنتيجة الأصلية أن

$x > 120$ أو $y > 120$ أو $z > 120$. أي أنه قطع أكثر من $120km$ في مرحلة واحدة

على الأقل من رحلته.



(4)

المعطيات: x^2 عدد صحيح فردي.

المطلوب: x عدد فردي.

برهان غير مباشر:

الخطوة ١: افرض أن x عدد زوجي. وهذا يعني أن $x = 2k$ حيث k عدد صحيح.

الخطوة ٢: $x^2 = (2k)^2$ بتعويض الفرض

$$= 4k^2 \text{ بالتبسيط}$$

$$= (2 \times 2)k^2 \text{ بالتحليل}$$

$$= 2(2k^2) \text{ خاصية التجميع للضرب}$$

وبما أن k عدد صحيح فإن $2k^2$ عدد صحيح أيضا. وليكن m يمثل العدد الصحيح

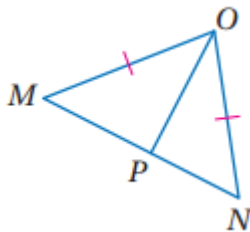
$2k^2$ فإنه يمكن تمثيل x^2 بالعدد $2m$ حيث m عدد صحيح وهذا يعني أن x^2 عدد

زوجي ولكن هذا يناقض العبارة المعطاة بأن x^2 عدد فردي.

الخطوة ٣: بما أن الفرض: x عدد زوجي أدى إلى تناقض مع المعطيات فإن النتيجة الأصلية بأن x عدد فردي صحيحة بالتأكيد.



(5)



المعطيات: $\overline{MO} \cong \overline{ON}, \overline{MP} \not\cong \overline{NP}$

المطلوب: $\angle MOP \not\cong \angle NOP$

برهان غير مباشر:

الخطوة 1: نفرض أن $\angle MOP \cong \angle NOP$

الخطوة 2: تعلم أن $\overline{MO} \cong \overline{ON}$ وأن $\overline{OP} \cong \overline{OP}$ حسب خاصية الانعكاس.

وإذا كانت $\angle MOP \cong \angle NOP$

فإن $\triangle MOP \cong \triangle NOP$ حسب SAS .

ويكون $\overline{MP} \cong \overline{NP}$ لأن العناصر المتطابقة في المثلثين المتطابقين تكون متطابقة.

الخطوة 3: $\overline{MP} \cong \overline{NP}$ تناقض المعلومة المعطاه. لذلك فالفرض خطأ إذن

$$\angle MOP \not\cong \angle NOP$$



اكتب الافتراض الذي تبدأ به برهاننا غير مباشر لكل عبارة مما يأتي: المثال ١

$$(1) \overline{AB} \not\cong \overline{CD}$$

(2) $\triangle XYZ$ متطابق الضلعين أو متطابق الأضلاع.

(3) إذا كان $4x < 24$ ، فإن $x \geq 6$

(4) $\angle A$ زاوية قائمة

اكتب برهان غير مباشر لكل من العبارتين الآتيتين: المثال ٢

(5) إذا كان $2x + 3 < 7$ ، فإن $x < 2$

المعطيات: $2x + 3 < 7$

المطلوب: $x < 2$

البرهان غير المباشر:

الخطوة ١: افرض أن $x > 2$ أو $x = 2$ صحيحة.

الخطوة ٢:

x	٢	٣	٤	٥	٦
$2x + 3$	٧	٩	١١	١٣	١٥

عندما تكون $x > 2$ فإن $2x + 3 > 7$ وعندما تكون $x = 2$ فإن $2x + 3 = 7$.

الخطوة ٣: يؤدي الفرض في الحالتين إلى تناقض مع المعلومة المعطاة بأن

$2x + 3 < 7$ لذلك فالفرض بأن $x \geq 2$ خطأ. والنتيجة الأصلية بأن $x < 2$

صحيحة بالتأكيد.

(6) إذا كان $3x - 4 > 8$ ، فإن $x > 4$

المعطيات: $3x - 4 > 8$

المطلوب: $x > 4$

برهان غير مباشر:

الخطوة ١: افرض أن $x < 4$ أو $x = 4$ صحيحة.

الخطوة ٢:

x	٠	١	٢	٣	٤
$3x - 4$	-4	-1	٢	٥	٨

عندما $x < 4$ فإن $3x - 4 < 8$ وعندما $x = 4$ فإن $3x - 4 = 8$.

الخطوة ٣: يؤدي الفرض في الحالتين إلى تناقض مع المعلومة المعطاة بأن

$3x - 4 > 8$ لذلك فالفرض بأن $x \leq 4$ خطأ. والنتيجة الأصلية بأن $x > 4$

صحيحة بالتأكيد.

(7) كرة قدم: المثال ٣

أفرض أن المتوسط يساوي a هدفا

برهان غير مباشر:

الخطوة ١: افرض أن متوسط عدد الأهداف التي سجلها فهد في كل مباراة كان أكبر

من أو يساوي ٣، أي $a \geq 3$.

الحالة ٢

$$a > 3$$

$$\frac{13}{6} > 3$$

$$2.2 \not> 3$$

الخطوة ٢: الحالة ١

$$a = 3$$

$$\frac{13}{6} \not= 3$$

$$2.2 \not= 3$$

الخطوة ٣: النتائج ليست صحيحة لذلك فالفرض خطأ. إذن فمتوسط عدد الأهداف التي

سجلها فهد في كل مباراة أقل من ٣ أهداف.

(8)

المعطيات: $5x - 2$ عدد فردي.

المطلوب: x عدد فردي.

برهان غير مباشر:

الخطوة ١: افرض أن x عددا ليس فرديا. أي افرض أن x عدد زوجي.

الخطوة ٢: ليكن $x = 2k$ حيث k عدد صحيح.

$$5x - 2 = 5(2k) - 2$$

$$= 10k - 2$$

$$= 2(5k - 1)$$

وبما أن k عدد صحيح فإن $5k - 1 =$ عدد صحيح أيضا. افرض أن p يمثل العدد

$5k - 1$ فيمكن تمثيل $5x - 2$ بـ $2p$ ، حيث p عدد صحيح وهذا يعني أن $5x - 2$

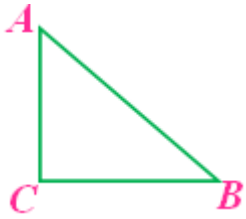
عدد صحيح زوجي ولكن هذا يناقض المعطيات بأن $5x - 2$ عدد فردي.

الخطوة ٣: بما أن الفرض بأن x عدد زوجي أدى إلى تناقض مع المعطيات فإن النتيجة

الأصلية بأن x عدد فردي نتيجة صحيحة.

اكتب برهانا غير مباشر لكل عبارة من العبارات الآتية:

(9)



المعطيات: ABC مثلث قائم الزاوية؛ $\angle C$ زاوية قائمة.

المطلوب: $AB > AC$ و $AB > BC$

برهان غير مباشر:

الخطوة ١: افرض أن وتر المثلث القائم الزاوية ليس الضلع الأطول أي أن

$$AB < AC \text{ و } AB < BC$$

الخطوة ٢: إذا كان $AB < BC$ فإن $m\angle C < m\angle A$. وبما أن

$$m\angle C = 90^\circ, \text{ فإن } m\angle A > 90^\circ \text{ إذن } m\angle C + m\angle A > 180^\circ \text{ وبالتبرير نفسه}$$

$$m\angle C + m\angle B > 180^\circ$$

الخطوة ٣: كلا العلاقتين تناقضان الحقيقة بأن مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي

180° . لذلك فالوتر هو أطول أضلاع المثلث قائم الزاوية.

(10)

المعطيات: $\angle A, \angle B$ متكاملتان

المطلوب: $\angle A, \angle B$ لا يمكن أن تكونا منفرجتين معا.

برهان غير مباشر:

الخطوة ١: افرض أن $\angle A, \angle B$ كلاهما زاوية منفرجة.

الخطوة 2: من تعريف الزاوية المنفرجة $m\angle A > 90$ و $m\angle B > 90$ لذلك

$$m\angle A + m\angle B > 180^\circ$$

الخطوة ٣: وهذا يناقض المعلومة المعطاة بأن $m\angle A + m\angle B = 180^\circ$ لذلك فالنتيجة الأصلية بأن $\angle A, \angle B$ لا يمكن أن يكونا منفرجتين معا صحيحة بالتأكيد.

تدرب وحل المسائل

اكتب الافتراض الذي تبدأ به برهاناً غير مباشر لكل عبارة مما يأتي: المثال ١

(11) إذا كان $2x > 16$ ، فإن $x \leq 8$

(12) $\angle 1, \angle 2$ زاويتان متكاملتان

(13) إذا كان ميلا مستقيمان متساويين فإنهما غير متوازيين.

(14) العدد الفردي يقبل القسمة على 2.

اكتب برهاناً غير مباشر لكل مما يأتي: المثال ٢

(15)

المعطيات: $-3x + 4 < 7$

المطلوب: $x > -1$

برهان غير مباشر: الخطوة ١: افرض أن $x \leq -1$ صحيحة.

الخطوة ٢:

x	-5	-4	-3	-2	-1
$-3x + 4$	١٩	١٦	١٣	١٠	٧

عندما تكون $x < -1$ فإن $-3x + 4 > 7$ عندما تكون $x = -1$ فإن $-3x + 4 = 7$

الخطوة ٣: يؤدي الفرض في الحالتين إلى تناقض مع المعلومة المعطاة بأن

$-3x + 4 < 7$ لذلك فالفرض بأن $x \leq -1$ خطأ والنتيجة الأصلية بأن $x > -1$

صحيحة بالتأكيد.

(16)

المعطيات: $-2x - 6 > 12$

المطلوب: $x < -9$

برهان غير مباشر:

الخطوة ١: أفرض أن $x \geq -9$ صحيحة.

خطوة ٢:

x	-9	-8	-7	-6	-5
$-2x - 6$	١٢	١٠	٨	٦	٤

عندما تكون $x > -9$ فإن $-2x - 6 < 12$ وعندما تكون $x = -9$ فإن

$$-2x - 6 = 12$$

الخطوة ٣: يؤدي الفرض في الحالتين إلى تناقض مع المعلومة المعطاة بأن

$$-2x - 6 > 12$$

$x < -9$ صحيحة بالتأكيد.

(17) العايب حاسوب: المثال ٣

أفرض أن ثمن إحدى الألعاب x والأخرى y .

الخطوة 1: المعطيات: $x + y > 400$

المطلوب: $x > 200$ أو $y > 200$

برهان غير مباشر:

افرض أن $x \leq 200$ و $y \leq 200$

الخطوة 2: إذا كانت $x \leq 200$ و $y \leq 200$ فإن:

$$x + y \leq 200 + 200 \text{ أو } x + y \leq 400 \text{ وهذا يناقض الفرض } x + y > 400.$$

الخطوة 3: بما أن الفرض $x \leq 200$ و $x \leq 200$ أدى إلى تناقض مع حقيقة معلومة

فإن هذا الفرض خطأ لذلك فالنتيجة بأن $x > 200$ أو $y > 200$ ستكون صحيحة أي

أن ثمن لعبة واحدة من اللعتين على الأقل أكبر من 200 ريال.

(18) جمع التبرعات:

الخطوة 1: أفرض أنه بيع أقل من 150 تذكرة للكبار.

الخطوة 2: إذا بيع 149 تذكرة للكبار فسيكون:

$$\text{عدد تذاكر الأطفال التي بيعت} = 375 - 149 = 226 \text{ تذكرة والتمن الكلي لبيع } 149 \text{ تذكرة للكبار و } 226 \text{ تذكرة للأطفال} = 12,5 \times 226 + 30 \times 149 = 7295$$

الخطوة 3: بما أن النتيجة خطأ فإن الفرض خطأ إذاً عدد تذاكر الكبار التي بيعت ≤ 150 تذكرة.

اكتب برهاناً غير مباشر لكل مما يأتي: المثالان ٣,٤ (١٩)

المعطيات: xy عدد صحيح فردي.

المطلوب: كلا من x و y عدد صحيح فردي.

برهان غير مباشر:

الخطوة 1: أفرض أن x و y عدنان ليسا فرديين معا. أي افرض أن x أو y عدد زوجي.

الخطوة 2: تحتاج فقط إلى بيان أن الفرض: x عدد زوجي يؤدي إلى تناقض لأن البرهان عند افتراض أن y عدد زوجي يتبع التبرير نفسه. لذلك افرض أن x عدد زوجي وأن y عدد فردي هذا يعني أن $x = 2k$ و $y = 2m + 1$ حيث k و m عدنان صحيحان.

$$xy = (2k)(2m + 1) \text{ بتعويض الفرض}$$

$$= 4km + 2k \text{ خاصية التوزيع}$$

$$= 2(2km + k) \text{ خاصية التوزيع}$$

بما أن k و m عدنان صحيحان فإن $2km + k$ عدد صحيح أيضا ليكن p يمثل العدد $2km + k$. لذا فيمكن أن يمثل العدد xy بـ $2p$ حيث p عدد صحيح. وهذا يعني أن xy عدد زوجي ولكن هذا يناقض المعطيات بأن xy عدد فردي.

بما أن الفرض: x عدد زوجي و y عدد فردي يؤدي إلى تناقض مع المعطيات فإن النتيجة الأصلية بأن كلا من x و y عدد صحيح فردي نتيجة صحيحة بالتأكيد.

(٢٠)

المعطيات: n^2 عدد زوجي.

المطلوب: n عدد زوجي

برهان غير مباشر:

المعطيات: n^2 عدد زوجي

المطلوب: n عدد زوجي أي n^2 يقبل القسمة على ٤

البرهان:

- بفرض أن n^2 لا يقبل القسمة على ٤ ، أي ان ٤ ليس عامل من عوامل n^2 .
 - إذا كان مربع عدد هو عدد زوجي ، إذن العدد هو أيضا عدد زوجي لذا اذا كان n^2 عدد زوجي ، n يجب أن تكون عدد زوجي.
 - نفرض أن $n = 2a$
 - $n^2 = (2a)^2$
 - $n^2 = 4a^2$
 - 4 عامل من عوامل n^2 و هذا يتعارض مع الفرض
- إذن n عدد زوجي

(٢١)

المعطيات: $XZ > YZ$

المطلوب: $\angle X \neq \angle Y$

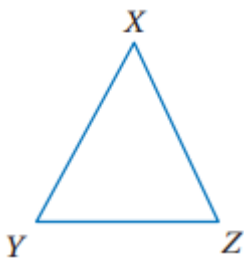
برهان غير مباشر:

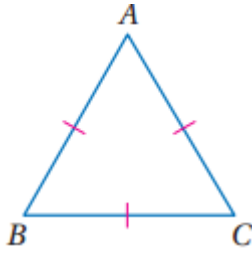
الخطوة ١: أفرض أن $\angle X \cong \angle Y$.

الخطوة ٢: $\overline{XZ} \cong \overline{YZ}$ حسب عكس نظرية المثلث متطابق الضلعين.

الخطوة ٣: وهذا يناقض المعلومة المعطاة بأن $XZ > YZ$ لذلك فالفرض بأن

$\angle X \cong \angle Y$ خطأ لذا فإن النتيجة الأصلية بأن $\angle X \neq \angle Y$ نتيجة صحيحة بالتأكيد.





(٢٢)

المعطيات: $\triangle ABC$ متطابق الأضلاع.

المطلوب: $\triangle ABC$ متطابق الزوايا.

برهان غير مباشر:

الخطوة ١: أفرض أن $\triangle ABC$ ليس متطابق الزوايا.

الخطوة ٢: $m\angle B > m\angle C$ فإن $\overline{AC} > \overline{AB}$ حسب متباينة زاوية ضلع في مثلث.

الخطوة ٣: يناقض هذا المعلومة المعطاة بأن $\triangle ABC$ متطابق الأضلاع. لذا فإن

الفرض بأن $\triangle ABC$ ليس متطابق الزوايا خطأ والنتيجة الأصلية بأن $\triangle ABC$

متطابق الزوايا نتيجة صحيحة بالتأكيد.

(٢٣)

المعطيات: $\triangle ABC$

المطلوب: $\triangle ABC$ لا يمكن أن يكون له أكثر من زاوية قائمة واحدة.

برهان غير مباشر:

الخطوة ١: أفرض أن للمثلث ABC أكثر من زاوية قائمة.

الخطوة ٢: إذا كانت $\angle C$ و $\angle B$ زاويتين قائمتين فإن

$m\angle B + m\angle C = 180^\circ$. لكن $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^\circ$ لأن مجموع

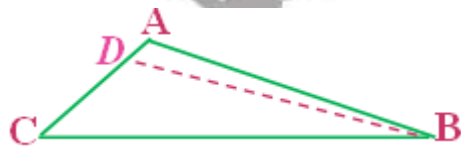
قياسات زوايا المثلث 180° . وبالتعويض $m\angle A + 180^\circ = 180^\circ$ إذن $m\angle A = 0^\circ$

الخطوة ٣: يناقض هذا المعلومة المعطاة بأن $\triangle ABC$ مثلث لذلك فالفرض بأن للمثلث

$\triangle ABC$ أكثر من زاوية قائمة خطأ والنتيجة الأصلية بأنه لا يمكن أن يكون للمثلث

$\triangle ABC$ أكثر من زاوية قائمة نتيجة صحيحة.

(٢٤)



المعطيات: $m\angle A > m\angle ABC$

المطلوب: $BC > AC$

برهان:

أفرض أن $BC < AC$. فحسب خاصية المقارنة يكون $BC = AC$

أو $BC < AC$.

الحالة ١: إذا كان $BC = AC$ فإن $\angle ABC \cong \angle A$ حسب نظرية المثلث متطابق

الضلعين (إذا كان ضلعان لمثلث متطابقين فإن الزاويتين المقابلتين لهما متطابقتان).

لكن $\angle ABC \cong \angle A$ تناقض العبارة المعطاة بأن $m\angle A > m\angle ABC$. إذن

$$.BC \neq AC$$

الحالة ٢:

إذا كان $BC < AC$ فإنه يوجد نقطة D بين A و c بحيث يكون $\overline{DC} \cong \overline{BC}$
 ارسم القطعة المستقيمة المساعدة \overline{BD} بما أن $DC = BC$ فإن $\angle BDC \cong \angle DBC$ حسب نظرية المثلث متطابق الضلعين ولأن $\angle BDC$ زاوية خارجية لـ BAD وحسب نظرية الزاوية الخارجية (قياس الزاوية الخارجية لمثلث أكبر من قياس كل من الزاويتين الداخليتين البعديتين عنها) يكون $m\angle BDC > m\angle A$ وحسب مسلمة جمع الزوايا يكون:
 $m\angle ABC = m\angle ABD + m\angle DBC$ إذن وحسب تعريف المتباينة يكون $m\angle ABC > m\angle DBC$ وبالتعويض وخاصة التعدي للمتباينة يكون $m\angle ABC > m\angle A$ ولكن هذا يناقض العبارة المعطاة بأن $m\angle A > m\angle ABC$ وفي الحالتين وصلنا إلى تناقض فالفرض خطأ لذلك $.BC > AC$

(٢٥) اكتب برهان غير مباشر:

المعطيات: $\frac{1}{b} < 0$

المطلوب: b عدد سالب.

برهان غير مباشر:

الخطوة ١: افرض أن $b > 0$ وأن $b \neq 0$ لأن ذلك سيجعل $\frac{1}{b}$ غير معرف.

الخطوة ٢: $b > 0$ فإن $\frac{1}{b} > 0$ لأن ناتج قسمة عدد موجب على عدد موجب يكون موجبا.

الخطوة ٣: لكن $\frac{1}{b} > 0$ يناقض المعطيات لذلك فالفرض خطأ إذن b عدد سالب بالتاكيد.

(٢٦) كرة سلة:

نعلم أن الفريق الآخر سجل ٣ نقاط ويعتقد أخو عدنان بأنهم ثلاث نقاط من رمية واحدة ونعلم أيضا أنه يمكن للاعب أن يسجل ٣ نقاط بتسجيل نقطتين والحصول على رمية حرة نتيجة خطأ الفريق المنافس.

الخطوة ١: افرض أن لاعبا من الفريق المنافس سجل نقطتين من رمية وحصل على رمية حرة.

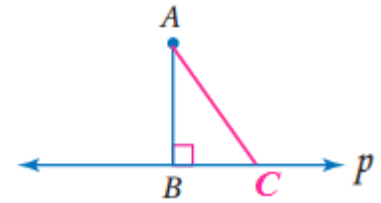
الخطوة ٢: بما أن عدد نقاط الفريق المنافس كان قبل أن يخرج عدنان من الملعب ٢٦ نقطة فإن عدد نقاطهم بعد تسجيل نقطتين وحصولهم على رمية حرة سيكون $٢٦ + ٣$ أو ٢٩.

الخطوة ٣: بما أن عدد النقاط صحيح عندما افترضنا أن الفريق المنافس سجل نقطتين من رمية وحصل على رمية حرة فإن افتراض أخو عدنان قد يكون غير صحيح. فالفريق المنافس يمكن أن يكون قد حصل على ثلاث نقاط من رمية واحدة من خارج منطقة الهدف أو على نقطتين ورمية حرة.

(٢٧) ألعاب الكترونية:

الباب الأيمن، فإذا كان الإعلان على الباب الأيسر صحيحا فإن الإعلان سيكونان صحيحين. إلا أن أحد الإعلانين خطأ لذا يجب أن يكون الإعلان المكتوب على الباب الأيسر خطأ.

(٢٨)



المعطيات: $\overline{AB} \perp \vec{P}$

المطلوب: \overline{AB} أقصر قطعة مستقيمة من A إلى P.

برهان غير مباشر:

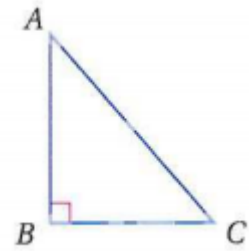
الخطوة ١: افرض أن \overline{AB} ليست أقصر قطعة مستقيمة من A إلى P.

الخطوة ٢: بما أن أن \overline{AB} ليست أقصر قطعة مستقيمة من A إلى P فإنه توجد نقطة C على P بحيث تكون \overline{AC} أقصر قطعة مستقيمة. وبما أن $\triangle ABC$ قائم الزاوية

وتره \overline{AC} فإن $\triangle ABC$ أطول ضلع $\triangle ABC$ لأنه يقابل أكبر زاوية في $\triangle ABC$ حسب متباينة زاوية – ضلع في المثلث.

الخطوة ٣: يناقض هذا الفرض بأن \overline{AC} أقصر ضلع ولذلك فالفرض خطأ والصحيح هو أن \overline{AB} أقصر بالتأكيد.

(٢٩) برهان مباشر:



المعطيات: $\triangle ABC$ قائم الزاوية

المطلوب: \overline{AC} أطول ضلع في المثلث

برهان مباشر:

المثلث قائم الزاوية في B إذن مجموع الزاويتين الأخرتين $90^\circ =$ أي كل منهما أقل من 90° وهذا يعني أن B هي أكبر زوايا المثلث وبالتالي يكون الوتر \overline{AC} هو أطول ضلع في المثلث

(٣٠) نظرية الأعداد:

$$n^3 + 3 \quad (30a)$$

$$(30b)$$

n	$n^3 + 3$
٢	١١
٣	٣٠
١٠	١٠٠٣
١١	١٣٣٤
٢٤	١٣٨٢٧
٢٥	١٥٦٢٨
١٠٠	١٠٠٠٠٣

١٠١	١٠٣٠٣٠٤
٥٢٦	١٤٥٥٣١٥٧٩
٥٢٧	١٤٦٣٦٣١٨٦

(30c) يكون n عدد فرديا عندما يكون $n^3 + 3$ عددا زوجيا.

(30d) برهان غير مباشر:

الخطوة ١: افرض أن n عدد زوجي وليكن $n = 2k$ حيث k عدد صحيح.

الخطوة ٢: $n^3 + 3 = (2k)^3 + 3$ بتعويض الفرض

$$= 8k^3 + 3$$

$$= (8k^3 + 2) + 1$$

$$= 2(4k^3 + 1) + 1$$

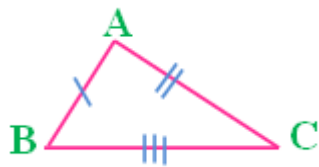
وبما أن k عدد صحيح فإن $4k^3 + 1$ عدد صحيح أيضا لذا فإن $n^3 + 3$ عدد فردي.

الخطوة ٣: وهذا يناقض الفرض بأن $n^3 + 3$ عدد زوجي لذا فإن الفرض خطأ

والنتيجة بأن n عدد فردي نتيجة صحيحة.

مسائل مهارات التفكير العليا

(٣١)



العبارة هي: $\triangle ABC$ مختلف الأضلاع.

المعطيات: $\triangle ABC$ فيه $AB \neq BC$ ؛

$$BC \neq AC, AB \neq AC$$

المطلوب: $\triangle ABC$ مختلف الأضلاع.

برهان غير مباشر:

الخطوة ١: افرض أن $\triangle ABC$ ليس مختلف الأضلاع.

الحالة ١: $\triangle ABC$ متطابق الضلعين.

الخطوة ٢: إذا كان $\triangle ABC$ متطابق الضلعين فإن $AB = BC$ أو $BC = AC$ أو

$$AB = AC$$

الخطوة ٣: يناقض هذا المعطيات إذن $\triangle ABC$ ليس متطابق الضلعين.

الحالة ٢: $\triangle ABC$ متطابق الأضلاع.

ولكي يكون المثلث متطابق الأضلاع يجب أن يكون متطابق الضلعين أيضا وفي الحالة الأولى أثبت أن $\triangle ABC$ ليس متطابق الضلعين إذن فالمثلث $\triangle ABC$ ليس متطابق الأضلاع لذلك $\triangle ABC$ مختلف الأضلاع.

(٣٢) تحد:

المعطيات: x عدد نسبي لا يساوي الصفر و y عدد غير نسبي.

المطلوب: xy عدد غير نسبي.

برهان غير مباشر:

الخطوة ١: بما أن x عدد نسبي لا يساوي الصفر فإن $x = \frac{a}{b}$ حيث a و b عدنان

صحيحان ، حيث $b \neq 0$ وبالتعويض، $xy = \frac{a}{b} \times y = \frac{ay}{b}$

أفرض أن xy عدد نسبي فيكون $xy = \frac{c}{d}$ حيث c و d عدنان صحيحان ، $d \neq 0$

الخطوة ٢: $xy = \frac{ay}{b}$ x عدد نسبي

بتعويض الفرض

$$\frac{c}{d} = \frac{ay}{b}$$

بضرب كلا الطرفين في db

$$cb = ayd$$

بقسمة كلا الطرفين على ad .

$$\frac{cb}{ad} = y$$

حيث $a \neq 0$ لأن $x = \frac{a}{b} \neq 0$.

بما أن a, b, c, d أعداد صحيحة و $d \neq 0$ ، و $a \neq 0$ فإن $\frac{cb}{ad}$ هو ناتج قسمة عددين

صحيحين. أي أن y عدد نسبي.

الخطوة ٣: بما أن الفرض: xy عدد نسبي أدى إلى تناقض مع المعطيات فإن النتيجة الأصلية بأن xy عدد غير نسبي نتيجة صحيحة.

(٣٣) اكتشف الخطأ:

كلاهما على خطأ بما أن الفرض صحيح عندما تكون النتيجة خطأ فإن العبارة خطأ.

(٣٤) اكتب:

إذا لم يكن x عدد فرديا فإن $5x - 2$ ليس عددا فرديا فإذا لم يكن x عدد فرديا فإنه زوجي وإذا كان x عددا زوجيا فإن $5x$ عدد زوجي لأن حاصل ضرب أي عدد في عدد زوجي يكون زوجيا. $5x - 2$ يكون عدد زوجي أيضا لأن ناتج طرح ٢ من أي عدد زوجي يكون زوجيا أيضا. لذلك فالعبرة " إذا لم يكن x عددا فرديا فإن $5x - 2$ ليس عددا فرديا " صحيحة البرهان المباشر للمعكس الإيجابي للعبرة والبرهان غير المباشر للعبرة نفسها يبدأ بالفرضيات نفسها ويتوصلان إلى النتائج نفسها.

تدريب على الاختبار المعياري

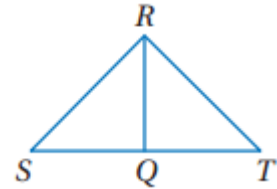
(٣٥) D: 38

مجموع أي ضلعين في مثلث أكبر من الضلع الثالث لذا ٣٨ لا يكون المحيط المثلث لان $19 = (12 + 7) - 38$

(٣٦) A: $-a > -b$

مراجعة تراكمية

(٣٧) اكتب برهانا ذا عمودين:



المعطيات: \overline{RQ} تنصف $\angle SRT$

المطلوب: إثبات أن $m\angle SQR > m\angle SRQ$

البرهان: العبارات (المبررات)

(١) \overline{RQ} تنصف $\angle SRT$ (معطى)

(٢) $\angle SRQ \cong \angle QRT$ (تعريف المنصف)

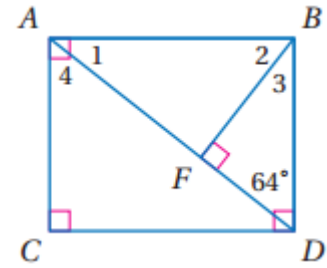
(٣) $m\angle SRQ = m\angle QRT$ (تعريف الزوايا المتطابقة)

(٤) $m\angle SQR = m\angle T + m\angle QRT$ (نظرية الزاوية الخارجية)

(٥) $m\angle SQR > m\angle QRT$ (تعريف المتباينة).

(٦) $m\angle SQR > m\angle SRQ$ (بالتعويض).

أوجد كل من القياسين الآتيين:



(٣٨)

بما أن $\angle BFD = 90^\circ$ إذن:

$$\angle 3 = 180^\circ - (90^\circ + 64^\circ)$$

$$\angle 3 = 26^\circ$$

$$\angle 2 = 90^\circ - 26^\circ = 64^\circ$$

$$\angle 1 = 180^\circ - (90^\circ + 64^\circ)$$

$$\angle 1 = 26^\circ$$

(39)

$$\angle 4 = 90^\circ - \angle 1$$

$$\angle 4 = 90^\circ - 26^\circ$$

$$\angle 4 = 64^\circ$$

(٤٠) هندسة إحداثية:

بما أن المستقيمين متوازيين إذن ميل كل منهما متساويين $= 2$

ارسم المستقيم p على أن يمر بنقطة مقطع المحور y للمستقيم $y = 2x + 2$ وهي $(0, 2)$ ويكون عمودياً على كلا المستقيمين.

ميل المستقيم $p = \frac{-1}{2}$ والمستقيم p يمر بالنقطة $(0, 2)$

إذن بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم p هي:

$$(y - y_1) = m(x - x_1)$$

$$y - 2 = \frac{-1}{2}(x - 0)$$

$$y - 2 = \frac{-1}{2}x$$

$$y = \frac{-1}{2}x + 2$$

تحديد نقطة تقاطع المستقيمين $y = 2x - 3$ والمستقيم p

$$2x - 3 = \frac{-1}{2}x + 2$$

$$2x + \frac{1}{2}x = 2 + 3$$

$$\frac{5}{2}x = 5$$

$$x = 2$$

$$y = 2x - 3$$

$$y = 2 \times 2 - 3$$

$$y = 1$$

نقطة التقاطع هي $(2, 1)$

المسافة بين $(2, 1)$ و $(0, 2)$:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(0 - 2)^2 + (2 - 1)^2}$$

$$d = \sqrt{4 + 1}$$

$$d = \sqrt{5}$$

استعد للدرس اللاحق

(41)

$$4x + 7 < 180$$

$$4x < 180 - 7$$

$$4x < 173$$

$$\frac{4x}{4} < \frac{173}{4}$$

$$x < 43.25$$

(42)

$$8x - 14 < 3x + 19$$

$$8x < 3x + 19 + 14$$

$$8x < 3x + 33$$

$$8x - 3x < -3x + 3x + 33$$

$$5x < 33$$

$$\frac{5x}{5} < \frac{33}{5}$$

$$x < 6.6$$

(43)

$$3x + 54 < 90$$

$$3x < 90 - 54$$

$$3x < 36$$

$$\frac{3x}{3} < \frac{36}{3}$$

$$x < 12$$

٤-٥ متباينة المثلث

: تحليل النتائج:

(1)

$$BC + CA > AB \quad AB + CA > BC \quad AB + BC > CA$$

(٢) مجموع طولي ضلعين في مثلث أكبر من طول الضلع الثالث.

(٣)

$$|BC - CA| < AB \quad |AB - CA| < BC \quad |AB - BC| < CA$$

(٤)

سيكون الضلع الثالث أقل من مجموع طولي الضلعين الآخرين وأكبر من القيمة المطلقة للفرق بين طوليها.



(1A)

$$30 + 15 > ? 16$$

$$30 + 16 > ? 15$$

$$15 + 16 > ? 30$$

$$✓ 45 > 16$$

$$✓ 46 > 15$$

$$✓ 31 > 30$$

بما أن طولي كل قطعتين أكبر من طول القطعة الثالثة، فإن القطع المستقيمة التي أطوالها 15, 16, 30 يمكن تكون مثلث.

(1B)

$$2 + 8 > ? 11$$

$$✗ 10 \ngtr 11$$

بما أن طولي كل قطعتين ليس أكبر من طول القطعة الثالثة، فإن القطع المستقيمة التي أطوالها 2, 8, 11 لا يمكن تكون مثلث.



(2) $22 : D$

$$13 + 9 > ? n$$

$$22 < n \text{ أو } 22 > n$$

$$13 + n > ? 9$$

$$n > -4$$

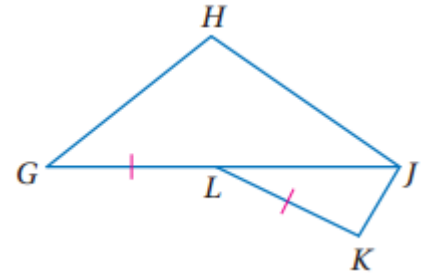
$$9 + n > ? 13$$

$$n > 4$$

$$4 < n < 22$$



(٣) اكتب برهانا ذا عمودين:



البرهان: العبارات (المبررات)

$$(١) \quad GL = LK \text{ (معطى)}$$

$$(٢) \quad JH + GH > GJ \text{ (نظرية متباينة المثلث)}$$

$$(٣) \quad GJ = GL + LJ \text{ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)}$$

$$(٤) \quad JH + GH > GL + LJ \text{ (بالتعويض)}$$

$$(٥) \quad JH + GH > LK + LJ \text{ (بالتعويض)}$$

$$(٦) \quad LK + LJ > JK \text{ (نظرية متباينة المثلث)}$$

$$(٧) \quad JH + GH > JK \text{ (خاصية التعدي)}$$



حدد ما إذا كانت القياسات المعطاة يمكن أن تمثل أطوال أضلاع مثلث في كل مما يأتي ،
وإذا لم يكن ذلك ممكنًا فوضح السبب. المثال ١

$$10 + 7 > ? 5$$

$$5 + 10 > ? 7$$

$$5 + 7 > ? 10$$

$$\checkmark 17 > 5$$

$$\checkmark 15 > 7$$

$$\checkmark 12 > 10$$

بما أن طولي كل قطعتين أكبر من طول القطعة الثالثة، فإن القطع المستقيمة التي أطوالها 5, 7, 10 يمكن تكون مثلث.

(٢)

$$3 + 4 > ? 8$$

$$\times 7 \nless 8$$

بما أن طولي كل قطعتين ليس أكبر من طول القطعة الثالثة، فإن القطع المستقيمة التي أطوالها 3, 4, 8 لا يمكن تكون مثلث.

(٣)

$$6 + 10 > ? 14$$

$$14 + 10 > ? 6$$

$$6 + 14 > ? 10$$

$$\checkmark 16 > 14$$

$$\checkmark 24 > 6$$

$$\checkmark 20 > 10$$

بما أن طولي كل قطعتين أكبر من طول القطعة الثالثة، فإن القطع المستقيمة التي أطوالها 6, 14, 10 يمكن تكون مثلث.

اختيار من متعدد:

$$5 : A \quad (4)$$

بفرض أن طول الضلع الثالث x

$$5 + 9 > ? x$$

$$14 < x \text{ أو } 14 > x$$

$$5 + x > ? 9$$

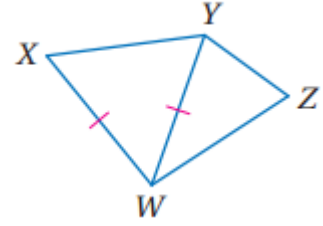
$$9 + x > ? 5$$

$$x > 4$$

$$x > -4$$

$$4 < x < 14$$

(٥) برهان: اكتب برهانا ذا عمودين:



المعطيات: $\overline{XW} \cong \overline{YW}$

المطلوب: $YZ + ZW > XW$

البرهان: العبارات والمبررات

(١) $\overline{XW} \cong \overline{YW}$ (معطى)

(٢) $XW = YW$ (تعريف القطع المستقيمة المتطابقة)

(٣) $YZ + ZW > YW$ (نظرية متباينة المثلث)

(٤) $YZ + ZW > XW$ (بالتعويض)

تدرب وحل المسائل

حدد ما إذا كانت القياسات المعطاة يمكن أن تمثل أطوال أضلاع مثلث في كل مما يأتي ،
وإذا لم يكن ذلك ممكنا فوضح السبب. المثال ١

$$9 + 4 > 15$$

$$13 \nless 15$$

بما أن طولي كل قطعتين ليس أكبر من طول القطعة الثالثة، فإن القطع المستقيمة التي أطوالها 4, 9, 15 لا يمكن تكون مثلث.

(٧)

$$16 + 21 > 11$$

$$16 + 11 > 21$$

$$11 + 21 > 16$$

$$\checkmark 37 > 11$$

$$\checkmark 27 > 21$$

$$\checkmark 32 > 16$$

بما أن طولي كل قطعتين أكبر من طول القطعة الثالثة، فإن القطع المستقيمة التي أطوالها 11, 21, 16 يمكن تكون مثلث.

(٨)

$$8.2 + 1.1 > ? 9.9$$

$$\times 9.3 \neq 9.9$$

بما أن طولي كل قطعتين ليس أكبر من طول القطعة الثالثة، فإن القطع المستقيمة التي أطوالها 8.2, 1.1, 9.9 لا يمكن تكون مثلث.

(٩)

$$2\frac{1}{2} + 1\frac{3}{4} > ? 5\frac{1}{8}$$

$$\times 4\frac{1}{4} \not> 5\frac{1}{8}$$

بما أن طولي كل قطعتين ليس أكبر من طول القطعة الثالثة، فإن القطع المستقيمة التي أطوالها $2\frac{1}{2}$, $1\frac{3}{4}$, $5\frac{1}{8}$ لا يمكن تكون مثلث.

اكتب متباينة تمثل مدى طول الضلع الثالث في مثلث علم طولاً ضلعين من أضلاعه في كل مما يأتي: المثال ٢

(١٠)

بفرض أن طول الضلع الثالث x

$$4 + 8 > ? x$$

$$12 < x \text{ أو } 12 > x$$

$$4 + x > ? 8 \quad 8 + x > ? 4$$

$$x > 4 \quad x > -4$$

$$4ft < x < 12ft$$

(١١)

بفرض أن طول الضلع الثالث x

$$11 + 5 > ? x$$

$$16 < x \text{ أو } 16 > x$$

$$5 + x > ? 11 \quad 11 + x > ? 5$$

$$x > 6 \quad x > -6$$

$$6m < x < 16m$$

(١٢)

بفرض أن طول الضلع الثالث x

$$2.7 + 4.2 > x$$

$$6.9 < x \text{ أو } 6.9 > x$$

$$4.2 + x > 2.7 \quad 2.7 + x > 4.2$$

$$x > 1.5 \quad x > -1.5$$

$$1.5\text{cm} < x < 6.9\text{cm}$$

(١٣)

بفرض أن طول الضلع الثالث x

$$\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4} > x$$

$$3\frac{3}{4} < x \text{ أو } 3\frac{3}{4} > x$$

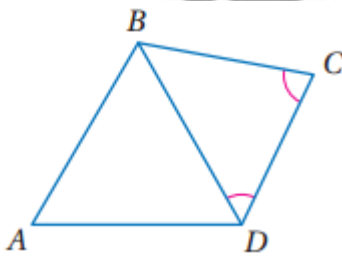
$$\frac{1}{2} + x > 3\frac{1}{4} \quad 3\frac{1}{4} + x > \frac{1}{2}$$

$$x > 2\frac{3}{4} \quad x > -2\frac{3}{4}$$

$$2\frac{3}{4}\text{km} < x < 3\frac{3}{4}\text{km}$$

برهان: اكتب برهانا ذا عمودين: مثال ٣

(١٤)



البرهان: العبارات (المبررات)

$$\angle BCD \cong \angle CDB \text{ (معطى)}$$

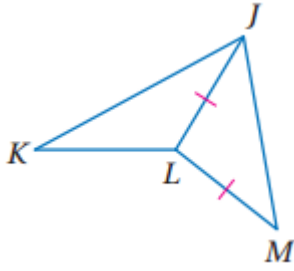
$$\overline{BC} \cong \overline{BD} \text{ (عكس نظرية المثلث متطابق الضلعين)}$$

$$BC = BD \text{ (تعريف القطع المستقيمة)}$$

$$AB + AD > BD \text{ (نظرية متباينة المثلث)}$$

$$AB + AD > BC$$

(١٥)



البرهان: العبارات (المبررات)

(١) $\overline{JL} \cong \overline{LM}$ (معطى)

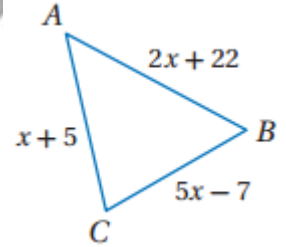
(٢) $\overline{JL} = \overline{LM}$ (تعريف القطع المستقيمة المتطابقة)

(٣) $JK + KL > JL$ (نظرية متباينة المثلث)

(٤) $JK + KL > LM$ (بالتعويض)

جبر: حدد القيم الممكنة لـ x في كل من السؤالين الآتيين:

(١٦)



$$x + 5 + 5x - 7 > 2x + 22$$

$$6x - 2 > 2x + 22$$

$$4x > 24$$

$$x > \frac{24}{4}$$

$$x > 6$$

$$2x + 22 + x + 5 > 5x - 7$$

$$3x > -27 + 5x - 7$$

$$3x - 5x > -27 - 7$$

$$-2x > -34$$

$$x > \frac{34}{2}$$

$$x > 17$$

$$2x + 22 + 5x - 7 > x + 5$$

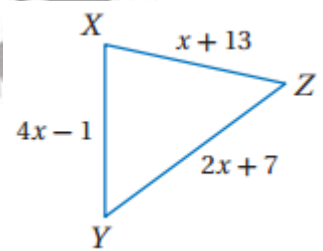
$$7x + 15 > x + 5$$

$$7x - x > 5 - 15$$

$$6x > -10$$

$$x > \frac{-10}{6}$$

إذن القيم الممكنة لـ x هي: $6 < x < 17$ (١٧)



$$x + 13 + 4x - 1 > 2x + 7$$

$$5x - 12 > 2x + 7$$

$$5x - 2x > 7 + 12$$

$$3x > 19$$

$$x > \frac{19}{3}$$

$$4x - 1 + 2x + 7 > x + 13$$

$$6x + 6 > x + 13$$

$$6x - x > 13 - 6$$

$$5x > 7$$

$$x > \frac{7}{5}$$

$$x + 13 + 2x + 7 > 4x - 1$$

$$3x + 20 > 4x - 1$$

$$3x - 4x > -1 - 20$$

$$x > 21$$

إذن القيم الممكنة لـ x هي: $21 < x < \frac{7}{5}$

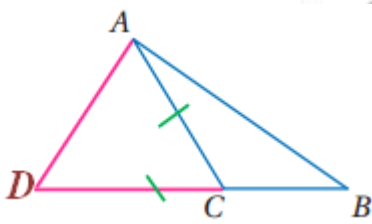
(18a) قيادة سيارة:

(18a) الطريق ١؛ في أي مثلث مجموع طولي أي ضلعين أكبر من طول الضلع الثالث لذلك فمجموع المسافتين على الطريق ٢ والطريق ٣ أكبر من المسافة على الطريق ١.

(18b)

الطريق ٢ ثم الطريق ٣؛ بما أنه يمكن لتوفيق أن يقود سيارته بسرعة 60 km/h في الساعة على الطريق ١ الذي طوله 60 km فإنه يستغرق ساعة تقريبا للوصول إلى المجمع. أو أن يقود سيارته بسرعة 100 km/h على الطريق ٢ ثم الطريق ٣ اللذين مجموع طوليها 85 km لذلك يستغرق 0.85 من الساعة أو 51 دقيقة تقريبا للوصول إلى المجمع. إذن استعمال الطريق ٢ ثم الطريق ٣ يستغرق وقتا أقل من الطريق ١.

(١٩) برهان:



البرهان: العبارات (المبررات)

(١) ارسم \overline{CD} بحيث تقع C بين D و B و $\overline{CD} \cong \overline{AC}$ (استعمل المسطرة).

(٢) $CD = AC$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

(٣) $\angle CAD \cong \angle ADC$ (نظرية المثلث متطابق الضلعين)

(٤) $m\angle CAD = m\angle ADC$ (تعريف الزاويتين المتطابقتين)

(٥) $m\angle BAC + m\angle CAD = m\angle BAD$ (مسلمة جمع الزوايا)

(٦) $m\angle BAC + m\angle ADC = m\angle BAD$ (بالتعويض)

(٧) $AB < BD$ (علاقة الزوايا والأضلاع في المثلث)

(٨) $BD = BC + CD$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)

(٩) $AB < BC + CD$ (بالتعويض)

$$(١٠) AB < BC + AC \text{ (بالتعويض)}$$

اكتب متباينة تمثل مدى القيم الممكنة لـ x في كل من الأسئلة الآتية:

(٢٠)

$$4+6 > ? x$$

$$10 < x \text{ أو } 10 > x$$

$$4+x > ? 6$$

$$6+x > ? 4$$

$$x > 2$$

$$x > -2$$

$$2 < x < 10$$

(٢١)

$$12+8 > ? x$$

$$20 < x \text{ أو } 20 > x$$

$$8+x > ? 12$$

$$12+x > ? 8$$

$$x > 4$$

$$x > -4$$

$$4 < x < 20$$

(٢٢)

$$5+7 > ? x+1$$

$$12-1 > x$$

$$11 < x \text{ أو } 11 > x$$

$$5+x+1 > ? 7$$

$$7+x+1 > ? 5$$

$$x+6 > 7$$

$$x+8 > 5$$

$$x > 1$$

$$x > -3$$

$$1 < x < 11$$

(٢٣)

$$x + 2 + x + 4 > x + 6$$

$$2x + 6 > x + 6$$

$$2x > x$$

$$2x - x > 0$$

$$x > 0$$

$$x + 4 + x + 6 > x + 2$$

$$x + 2 + x + 6 > x + 4$$

$$2x + 10 > x + 2$$

$$2x + 8 > x + 4$$

$$2x - x > 2 - 10$$

$$2x > x - 4$$

$$x > -8$$

$$x > -4$$

$$x < 0$$

(٢٤) مسرح:

نعم؛ القياسات الظاهرة على الرسم لا تشكل مثلثا. فحسب نظرية متباينة المثلث، مجموع طولي أي ضلعين لمثلث أكبر من طول أكبر من طول الضلع الثالث. والأطوال في الرسم هي $1ft, 3\frac{7}{8}ft, 6\frac{3}{4}ft$. وبما أن $1 + 3\frac{7}{8} \not> 6\frac{3}{4}$ فإن هذه الأطوال لا تمثل أضلاع مثلث. وعليهما أن يعيدا حساب القياسات في قص الخشب.

حدد ما إذا كانت القياسات المعطاة يمكن أن تمثل أطوال أضلاع مثلث في كل مما يأتي ، وإذا لم يكن ذلك ممكنا فوضح السبب.

(٢٥)

$$\text{لا؛ لأن } \sqrt{8} + \sqrt{2} \not> \sqrt{35}$$

بما أن طولي كل قطعتين ليس أكبر من طول القطعة الثالثة، فإن القطع المستقيمة التي أطوالها $\sqrt{2}, \sqrt{8}, \sqrt{35}$ لا يمكن تكون مثلث.

(٢٦)

$$\sqrt{99} \approx 9.9$$

$$\sqrt{48} \approx 6.9$$

$$\sqrt{65} \approx 8.1$$

$$9.9 + 8.1 >? 6.9$$

$$\checkmark 18 > 6.9$$

$$6.9 + 8.1 >? 9.9$$

$$\checkmark 15 > 9.9$$

$$9.9 + 6.9 >? 8.1$$

$$\checkmark 16.8 > 8.1$$

بما أن طولي كل قطعتين أكبر من طول القطعة الثالثة، فإن القطع المستقيمة التي أطوالها $\sqrt{99}$, $\sqrt{48}$, $\sqrt{65}$ يمكن تكون مثلث.

(٢٧) حدد ما إذا كانت النقاط $X(1, -3)$, $Y(6, 1)$, $Z(2, 2)$ تمثل رؤوس مثلث. وضح إجابتك.

$$d_{(X,Y)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(6 - 1)^2 + (1 + 3)^2}$$

$$d = \sqrt{25 + 16}$$

$$d = \sqrt{41} \approx 6.4$$

$$d_{(Y,Z)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(2 - 6)^2 + (2 - 1)^2}$$

$$d = \sqrt{16 + 1}$$

$$d = \sqrt{17} \approx 4.1$$

$$d_{(X,Z)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(2 - 1)^2 + (2 + 3)^2}$$

$$d = \sqrt{1 + 25}$$

$$d = \sqrt{26} \approx 5.1$$

$$4.1 + 5.1 >? 6.4$$

$$\checkmark 9.2 > 6.4$$

$$6.4 + 5.1 >? 4.1$$

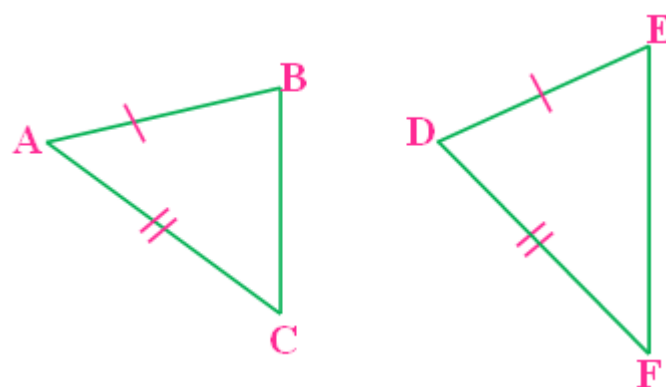
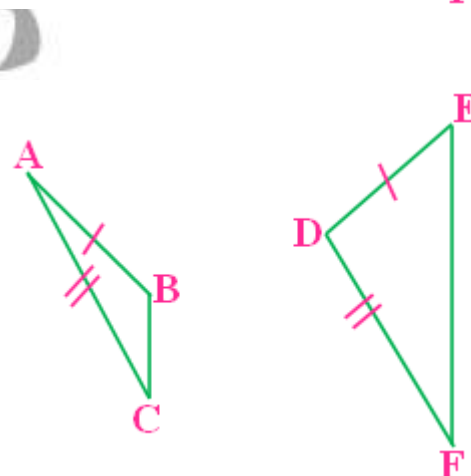
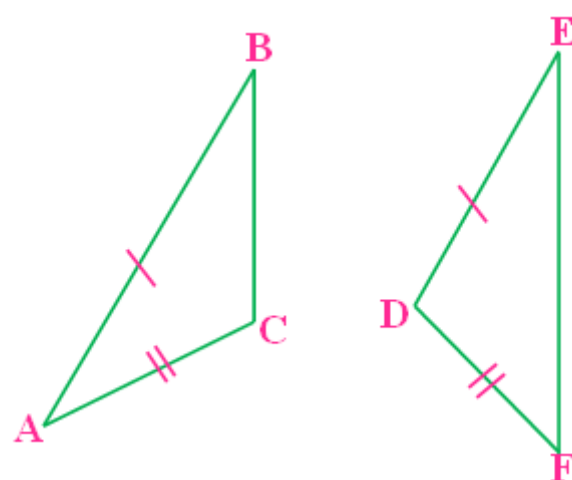
$$\checkmark 11.5 > 4.1$$

$$6.4 + 4.1 >? 5.1$$

$$\checkmark 10.5 > 5.1$$

بما أن طولي كل قطعتين أكبر من طول القطعة الثالثة، فإن النقط المعطاة يمكن تكون مثلث.

(28a) تمثيلات متعددة:
(a) هندسياً:



(28b) جدولياً:

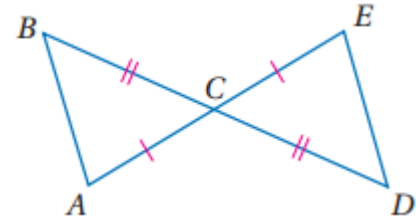
أزواج المثلثات	BC	$m \angle A$	EF	$m \angle D$
١	٠,٧٥	٢٦	٢	١٠٥
٢	٠,٣	١٥	١	٩٧
٣	٠,٨	٤٤	١,٤	١٠١

(28c) لفظياً:

قياس الزاوية التي تقابل الضلع الأطول من الضلعين غير المتطابقين أكبر من قياس الزاوية التي تقابل الضلع الأقصر منهما.

مسائل مهارات التفكير العليا

(٢٩) تحد:



بفرض أن الضلع الثالث x

بما أن $AC = 7, DC = 9$

$$7 + 9 > x$$

$$16 < x \text{ أو } 16 > x$$

$$9 + x > 7$$

$$7 + x > 9$$

$$x > -2$$

$$x > 2$$

المحيط أكبر من ٣٦ وأقل من ٦٤ نعلم من الشكل أن:

$\angle ACB \cong \angle ECD$ و $\overline{DC} \cong \overline{BC}$ و $\overline{AC} \cong \overline{EC}$ لأن الزاويتا المتقابلتان بالرأس

متطابقة إذن $\triangle ACB \cong \triangle ECD$ وباستعمال نظرية متباينة المثلث تكون قيمة كل

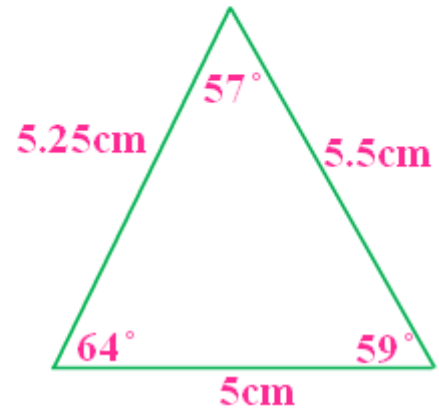
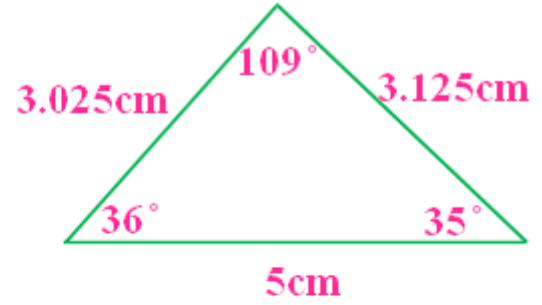
من AB, ED محصورة بين العددين 16, 2 لذلك أصغر قيمة للمحيط أكبر من

$2(2+7+9)$ أو ٣٦؛ وأكبر قيمة للمحيط أصغر من $2(16+7+9)$ أو ٦٤.

(٣٠) تبرير:

يجب أن يكون طول كل من الضلعين المتطابقين أكبر من 3cm وعند استعمالها لإيجاد أكبر قيمة لطول الساق فإن المتباينة ستكون $٦ < ٠$ وهي صحيحة دائما لذلك لا توجد قيمة عظمة للطول.

(٣١) مسألة مفتوحة:



(٣٢) اكتب:

تنص نظرية متباينة المثلث على أن مجموع طولي أي ضلعين للمثلث يكون دائما أكبر من طول الضلع الثالث للمثلث لذا يمكن كتابة ثلاث متباينات فمثلا للمثلث الذي أطوال أضلاعه a, b, c يمكن كتابة:

$$a + b > c, a + c > b, b + c > a$$

وعادة ما ينتج من إحدى المتباينات عدد سالب ولا يلزم استعمالها عند إيجاد القيمة الصغرى والقيمة العظمى للضلع غير المعروف والمتباينتان الباقيتان تعطيان القيمة التي سيكون طول الضلع أكبر منها والقيمة التي سيكون طول الضلع أصغر منها.

تدريب على الاختبار المعياري

$$m \angle ADC = m \angle BCD : B \quad (33)$$

$$z = 14w - 7 : D \quad (34)$$

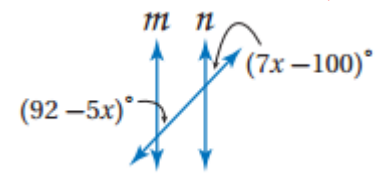
مراجعة تراكمية

اكتب الافتراض الضروري التي تبدأ به برهاناً غير مباشر لكل مما يأتي:

$$Y > 6 \text{ أو } Y < 6 \quad (35)$$

(36) إذا قطع مستقيم مستقيمين آخرين، وكانت الزاويتان المتبادلتان داخلياً متطابقتان، فإن المستقيمين غير متوازيين.

أوجد قيمة x على أن يكون $m \perp n$ في كل مما يأتي، واذكر المسلمة أو النظرية: (37)



$$7x - 100 = 92 - 5x$$

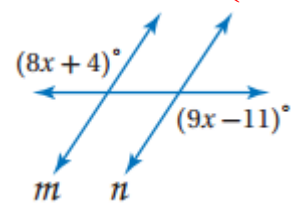
$$7x + 5x = 92 + 100$$

$$12x = 192$$

$$x = 16$$

مسلمة الزاويتين المتناظرتين.

(38)



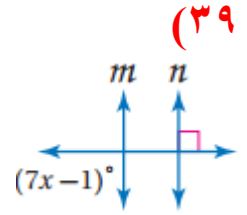
$$8x + 4 = 9x - 11$$

$$8x - 9x = -11 - 4$$

$$-x = -15$$

$$x = 15$$

نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجيا.



$$7x - 1 = 90$$

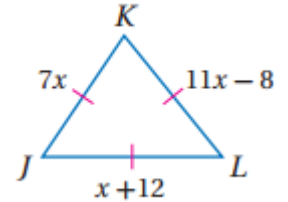
$$7x = 91$$

$$x = 13$$

نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجيا.

استعد للدرس اللاحق

أوجد قيمة x وأطوال الأضلاع المجهولة في كل مثلث مما يأتي:



$$11x - 8 = 7x$$

$$11x - 7x = 8$$

$$4x = 8$$

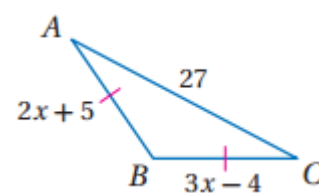
$$x = 2$$

$$KL = 11x - 8 = 11 \times 2 - 8 = 14$$

$$KJ = 7x = 7 \times 2 = 14$$

$$JL = x + 12 = 2 + 12 = 14$$

(٤١)



$$2x + 5 = 3x - 4$$

$$2x - 3x = -4 - 5$$

$$-x = -9$$

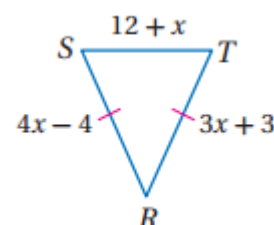
$$x = 9$$

$$BC = 3x - 4$$

$$= 3 \times 9 - 4 = 23$$

$$AB = BC = 23$$

(٤٢)



$$4x - 4 = 3x + 3$$

$$x = 3 + 4$$

$$x = 7$$

$$RT = 3 \times 7 + 3 = 24$$

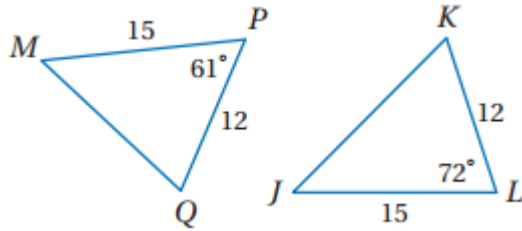
$$SR = RT = 24$$

$$ST = 12 + 7 = 19$$

٤-٦ المتباينات في مثلثين

تلقّق

(1A)

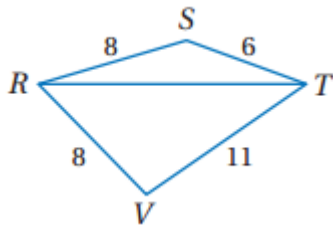


بما أن $MP \cong JL$ و $LK \cong PQ$ و

$$\angle KJL < \angle MPQ$$

إذن حسب متباينة SAS: $JK > MQ$

(1B)



بما أن $RS \cong RV$ و $RT \cong RT$ حسب خاصية

الانعكاس و $VT > ST$

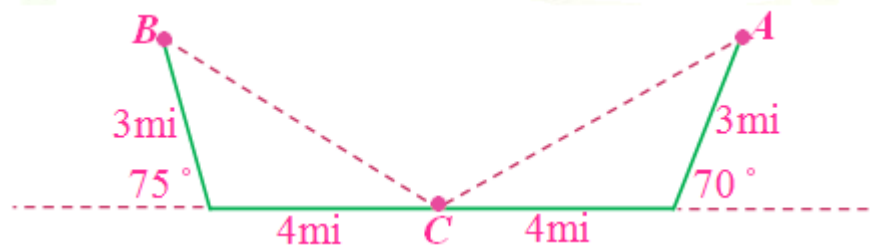
إذن عكس حسب متباينة SAS: $\angle TRV > \angle SRT$

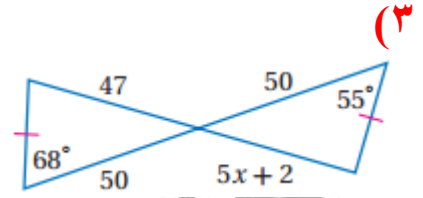
تلقّق

(2A) التزلج على الجليد:

المجموعة A ؛ قياس الزاوية المحصورة للمسار الذي سلكته المجموعة A يساوي $180^\circ - 70^\circ$ أو 110° .

وبما أن $110^\circ > 105^\circ$ ، فحسب متباينة SAS يكون $AC > BC$ أي أن المجموعة A أبعد من المجموعة B من مكان الانطلاق.





في هذا الشكل يوجد ضلعان في كل مثلث يطابقان ضلعان في المثلث الآخر
و $\angle 68^\circ > \angle 55^\circ$ إذن حسب متباينة SAS:

$$47 > 5x + 2$$

$$47 - 2 > 5x$$

$$45 > 5x$$

$$9 > x$$

وحسب نظرية متباينة المثلث وبفرض أن الضلع الثالث x :

$$5x + 2 > 0$$

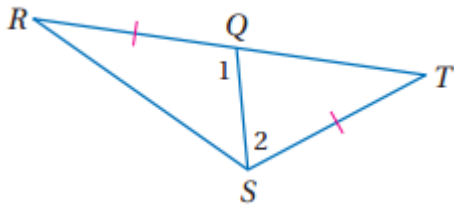
$$5x > -2$$

$$x > \frac{-2}{5}$$

$$x > -0.4$$

$$-0.4 < x < 9$$

٤) اكتب برهاناً ذا عمودين:



المعطيات: $\overline{RQ} \cong \overline{ST}$

المطلوب: $RS > TQ$

البرهان: العبارات (المبررات)

(1) $\overline{RQ} \cong \overline{ST}$ (معطى)

(2) $\overline{QS} \cong \overline{QS}$ (خاصية الانعكاس)

(3) $\angle 1$ (زاوية خارجية بالنسبة للمثلث QST تعريف الزاوية الخارجية)

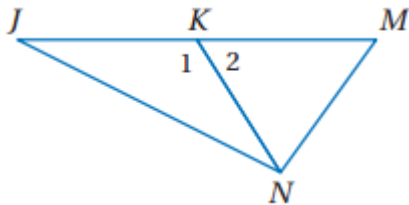
(4) $m \angle 1 > m \angle 2$ (قياس الزاوية الخارجية أكبر من قياس أي من الزاويتين

الداخلتين البعديتين)

(5) $RS > TQ$ (حسب متباينة SAS)

تلق

٥) اكتب برهاناً ذا عمودين:



المعطيات: \overline{NK} قطعة متوسطة في $\triangle JMN$.

$JN > NM$

المطلوب: $m \angle 1 > m \angle 2$

البرهان: العبارات (المبررات)

(1) \overline{NK} قطعة متوسطة في $\triangle JMN$ (معطى)

(2) K نقطة منتصف \overline{JM} (تعريف القطعة المتوسطة)

(3) $\overline{JK} \cong \overline{KM}$ (نظرية نقطة منتصف)

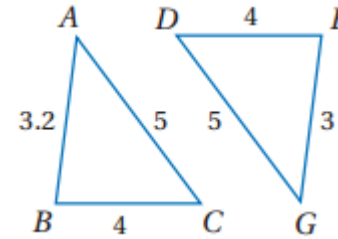
(4) $\overline{KN} \cong \overline{KN}$ (خاصية الانعكاس)

(5) $JN > NM$ (معطى)

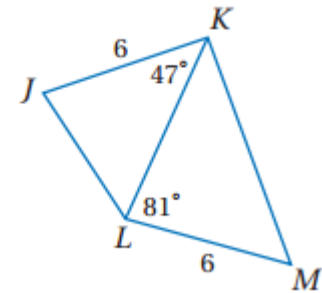
(6) $m \angle 1 > m \angle 2$ (عكس متباينة SAS)



قارن بين القياسين المحددين في كل من السؤالين الآتيين: المثال ١

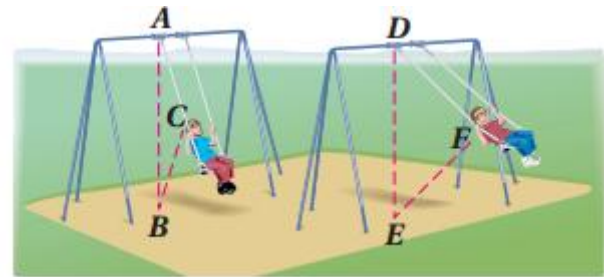


بما أن $AB > EG$ و $BC \cong DE$ و $AC \cong DG$
 إذن حسب عكس متباينة SAS: $m\angle ACB > m\angle EDG$



بما أن $JK \cong LM$ و $LK \cong LK$ حسب خاصية الانعكاس و $MLK > LKJ$
 إذن حسب متباينة SAS: $KM > JL$

(٣) أراجع:

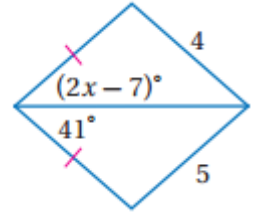


$$\overline{AB} \cong \overline{DE}, \overline{AC} \cong \overline{DF} \quad (3a)$$

$$\angle D > \angle A ; \text{ بما أن } EF > BC \text{ فإن } m\angle D > m\angle A \text{ حسب نظرية المفصلة.} \quad (3b)$$

اكتب متباينة تمثل مدى القيم الممكنة لـ x في كل مما يأتي:

(٤)



في الشكل المقابل: يوجد في كل مثلث ضلع يطابق ضلع في المثلث الآخر ويوجد ضلع مشترك بينهما متطابقا بحسب خاصية الانعكاس ويوجد طول ضلع في إحدى المثلثين أكبر من الضلع المقابل له في المثلث الآخر إذن بحسب عكس متباينة SAS زاوية 41° أكبر من $2x - 7$

$$41 > 2x - 7$$

$$41 + 7 > 2x$$

$$48 > 2x$$

$$24 > x$$

وبما أن أي زاوية في المثلث أقل من 180 إذن:

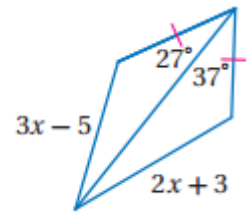
$$2x - 7 > 0$$

$$2x > 7$$

$$x > \frac{7}{2}$$

$$\frac{7}{2} < x < 24$$

(٥)



في الشكل المقابل: يوجد في كل مثلث ضلع يطابق ضلع في المثلث الآخر ويوجد ضلع مشترك بينهما متطابقا بحسب خاصية الانعكاس ويوجد زاوية في إحدى المثلثين 37° أكبر من 27° إذن حسب متباينة SAS

$$\therefore 2x + 3 > 3x - 5$$

$$2x + 3 - 2x > 3x - 5 - 2x$$

$$3 > x - 5$$

$$\therefore 8 > x$$

$$\therefore 2x + 3 > 0$$

$$3x - 5 > 0$$

$$2x > -3$$

$$3x > 5$$

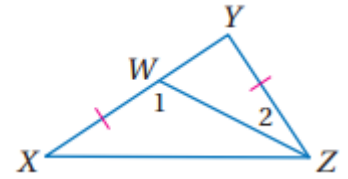
$$x > -\frac{3}{2}$$

$$x > \frac{5}{3}$$

$$\therefore x > \frac{5}{3}$$

$$\frac{5}{3} < x < 8$$

برهان: اكتب برهانا ذا عمودين في كل من السؤالين ٦, ٧: المثالان ٥, ٤ (٦)



المعطيات: $\overline{YZ} \cong \overline{XW}$ ، $\triangle YZX$

المطلوب: $ZX > YW$

البرهان: العبارات (المبررات)

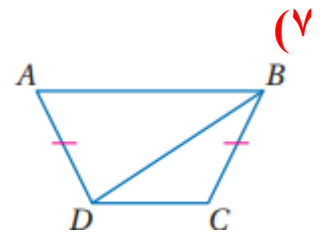
(1) $\overline{YZ} \cong \overline{XW}$ ، $\triangle YZX$ (معطى)

(2) $\overline{ZW} \cong \overline{ZW}$ (خاصية الانعكاس)

(3) $\angle 1$ زاوية خارجية لـ $\triangle YZW$ (تعريف الزاوية الخارجية)

(4) $m\angle 1 > m\angle 2$ (قياس الزاوية الخارجية لمثلث أكبر من قياس أي من الزاويتين الداخليتين البعديتين)

(5) $ZX > YW$ (المتابينة SAS)



المعطيات: $\overline{AD} \cong \overline{BC}$, $DC < AB$

المطلوب: $m\angle CBD < m\angle ADB$

البرهان: العبارات (المبررات)

(1) $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ (معطى)

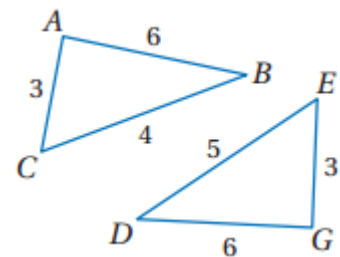
(2) $\overline{DB} \cong \overline{DB}$ (خاصية الانعكاس)

(3) $DC < AB$ (معطى)

(4) $m\angle CBD < m\angle ADB$ (المتباينة SSS)

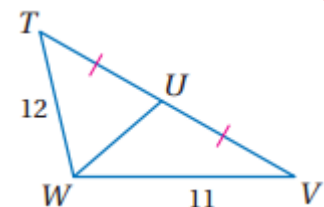
تدرب وحل المسائل

قارن بين القياسين المحددين في كل من الأسئلة الآتية: المثال ١ (٨)



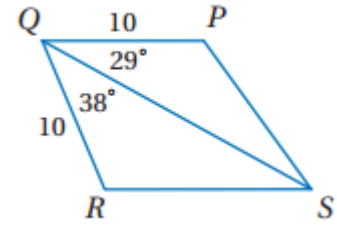
بما أن $AC \cong EG$ و $AB \cong DG$ و $DE > CB$
إذن حسب عكس متباينة SAS: $m\angle DGE > m\angle BAC$

(٩)



بما أن $TU \cong UV$ و $WU \cong WU$ حسب خاصية الانعكاس و $TW > WV$
إذن حسب عكس متباينة SAS: $TUW > WUV$

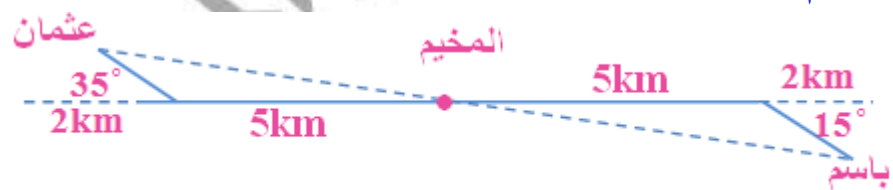
(١٠)



بما أن $QP \cong QR$ و $QS \cong QS$ حسب خاصية الانعكاس و $SQR > PQS$
إذن حسب متباينة SAS: $RS > PS$

(١١) رحلة صيد: المثال ٢

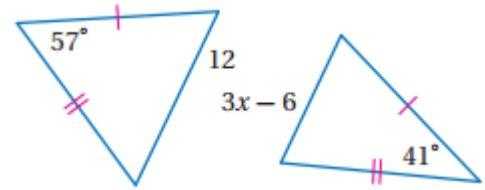
11a عثمان؛ انعطف باسم 15° جنوباً، لذلك فقياس الزاوية المقابلة للضلع الذي يمثل بعده عن المخيم يساوي $15^\circ - 180^\circ$ أو 165° . أما عثمان فقد انعطف 35° شمالاً لذلك فقياس الزاوية المقابلة للضلع الذي يمثل بعده عن المخيم يساوي $35^\circ - 180^\circ$ أو 145° . وحسب متباينة SAS: بما أن $145^\circ < 165^\circ$ فإن عثمان يكون أقرب عن المخيم.



11b عثمان؛ انعطف باسم 15° جنوباً، لذلك فقياس الزاوية المقابلة للضلع الذي يمثل بعده عن المخيم يساوي $15^\circ - 180^\circ$ أو 165° . أما عثمان فقد انعطف 10° لذلك فقياس الزاوية المقابلة للضلع الذي يمثل بعده عن المخيم يساوي $10^\circ - 180^\circ$ أو 170° . وحسب متباينة SAS: بما أن $170^\circ > 165^\circ$ فإن عثمان يكون أبعد عن المخيم.



اكتب متباينة تمثل مدى القيم الممكنة لـ x في كل مما يأتي:
(١٢)



بما أن يوجد ضلعان في المثلث الاول يطابقهما ضلعان في المثلث الأخرى يوجد زاوية بين إحدى الضلعين أكبر من الزاوية الأخرى إذن حسب متباينة SAS:

$$12 > 3x - 6$$

$$18 > 3x$$

$$6 > x$$

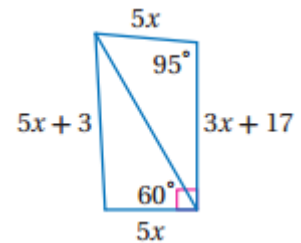
$$3x - 6 > 0$$

$$3x > 6$$

$$x > 2$$

$$2 < x < 6$$

(١٣)



بما أنه يوجد ضلعان متطابقان الذي طولهما $5x$, $5x$ ويوجد ضلع مشترك حسب

خاصية الانعكاس و $60^\circ > (180^\circ - (95^\circ + 30^\circ))$ أو $60^\circ > 55^\circ$

إذن حسب متباينة SAS:

$$5x + 3 > 3x + 17$$

$$5x - 3x > 17 - 3$$

$$2x > 14$$

$$x > 7$$

$$\therefore 5x + 3 > 0$$

$$5x > -3$$

$$\times x > -\frac{3}{5}$$

$$3x + 17 > 0$$

$$3x > -17$$

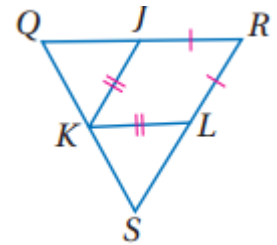
$$\times x > -\frac{17}{3}$$

إذن المتباينة هي $x > 7$
(١٤) خزائن:



خزانة سليم، بما أن عرضي البابين متساويين وفتحتا الخزانتين متساويتان أيضا وبما أن $17in > 12in$ ؛ إذن قياس الزاوية التي يكونها باب سليم أكبر من قياس الزاوية التي يكونها باب ماجد بحسب متباينة SAS.

برهان: اكتب برهان ذا عمودين: المثالان ٤، ٥
(١٥)



البرهان: العبارات (المبررات)

$$(١) \overline{LK} \cong \overline{JK}, K \text{ نقطة منتصف } \overline{QS}, m\angle SKL > m\angle QKJ \text{ (معطيات)}$$

$$(٢) SK = QK \text{ (تعريف نقطة المنتصف)}$$

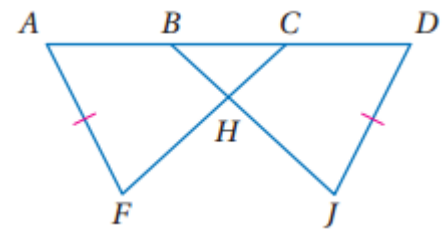
$$(٣) SL > QJ \text{ (متباينة SAS)}$$

$$(٤) \overline{RL} \cong \overline{RJ} \text{ (معطى)}$$

$$(٥) RL = RJ \text{ (تعريف القطع المستقيمة المتطابقة)}$$

$$(٦) SR > QR$$

(١٦)



البرهان: العبارات (المبررات)

$$\overline{AF} \cong \overline{DJ}, \overline{FC} \cong \overline{JB}, \overline{AB} > \overline{DC} \quad (١)$$

$$\overline{BC} \cong \overline{BC} \quad (٢) \text{ (خاصية الانعكاس)}$$

$$\overline{BC} = \overline{BC} \quad (٣) \text{ (تعريف القطع المستقيمة المتطابقة)}$$

$$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}, \overline{DC} + \overline{CB} = \overline{DB} \quad (٤) \text{ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)}$$

$$\overline{AB} + \overline{BC} > \overline{DC} + \overline{CB} \quad (٥) \text{ (خاصية الاضافة)}$$

$$\angle AFC > \angle BJD : SAS \quad (٦) \text{ (إذن حسب متباينة SAS)}$$

(17a) تمرين:

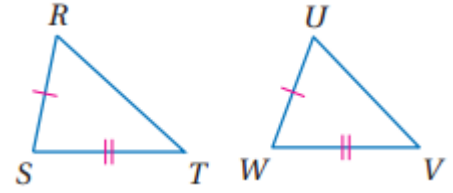


الوضع 1؛ إذا قست المسافة من المرفق إلى الكف في كلا الوضعين باستعمال المسطرة ستجدها أطول في الوضع ١.

(17b)

الوضع ١؛ باستعمال نتيجة الفرع a ومتباينة SAS، تعلم أن قياس الزاوية المقابلة للضلع الأطول هي الأكبر لذلك فالزاوية عند المرفق في الوضع ١ هي الأكبر.

(١٨) برهان غير مباشر:



الخطوة ١: أفترض أن $m\angle S \leq m\angle W$

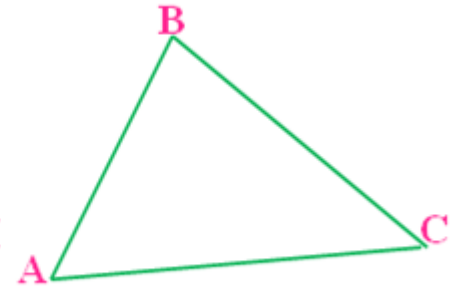
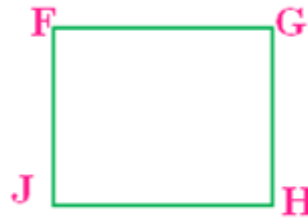
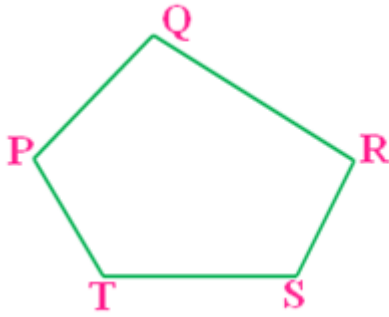
الخطوة ٢: إذا كان $m\angle S \leq m\angle W$ ، فإن $m\angle S < m\angle W$ أو $m\angle S = m\angle W$

الحالة ١: إذا كان $m\angle S < m\angle W$ فإن $RT < UV$ حسب المتباينة SAS.
الحالة ٢:

إذا كان $m\angle S = m\angle W$ ، فإن $\triangle RST \cong \triangle UVW$ حسب SAS، ويكون
 $\overline{RT} \cong \overline{UV}$ لأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين تكون متطابقة لذلك
 $\overline{RT} = \overline{UV}$

الخطوة ٣: الحالتان تؤديان إلى تناقض مع المعطى $\overline{RT} > \overline{UV}$. لذلك فالفرض يجب أن يكون خطأ والنتيجة $m\angle S > m\angle W$ ستكون صحيحة.

(19a) تمثيلات متعددة:



(19b)

عدد الأضلاع	قياسات الزوايا				مجموع قياسات الزوايا
3	$m\angle A$	59	$m\angle C$	45	180
	$m\angle B$	76			
4	$m\angle F$	90	$m\angle H$	90	360
	$m\angle G$	90	$m\angle J$	90	
5	$m\angle P$	105	$m\angle S$	116	540
	$m\angle Q$	100	$m\angle T$	123	
	$m\angle R$	96			

(19c)

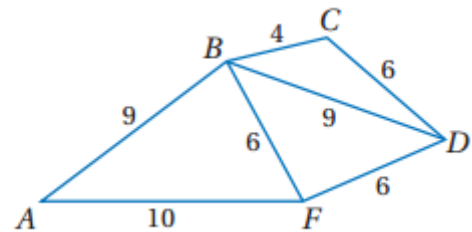
مجموع قياسات زوايا المضلع يساوي ناتج ضرب 180° في عدد أضلاع المضلع مطروحا منها ٢.

(19d)

التبرير الاستقرائي ؛ بما إنني استعملت نمطا للتوصل إلى التخمين فإن التبرير الذي استعملته هو التبرير الاستقرائي.

(19e) $180^\circ (n - 2)$

استعمل الشكل المجاور:



(٢٠)

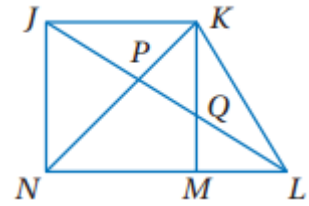
بما أن $CD \cong FD$ و $BD \cong BD$ حسب خاصية الانعكاس و $FD > BC$ إذن عكس حسب متباينة SAS : $m\angle BDC > m\angle FDB$

(٢١)

بما أن $BD \cong AB$ و $BF \cong FD$ و $AF > FB$ إذن عكس حسب متباينة SAS : $m\angle ABF > m\angle BDF$

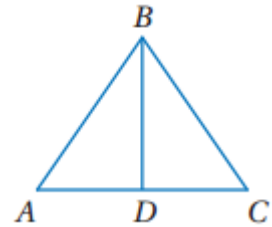
مسائل مهارات التفكير العليا

(٢٢) تحد:



في المثلثين JKL, JNL معطى أن $m\angle LJN > m\angle KJL$ وذلك، وحسب متباينة SAS يكون $LN > LK$. وفي $\triangle LKN$ ، $LN > LK$ وهذا يعني أن $m\angle LKN > m\angle LNK$.

(٢٣) تبرير:



لا تكون حادة أبداً من عكس متباينة SAS ، $\angle ADB < \angle BDC$ ، وبما أن $\angle ADB, \angle BDC$ متجاورتان على مستقيم فإن،

$$m\angle BDC > m\angle ADB \text{ ولأن } m\angle ADB + m\angle BDC = 180^\circ$$

فيجب أن يكون $m\angle BDC$ أكبر من 90° و $m\angle ADB$ سيكون أصغر من 90° ولذلك حسب تعريف الزاوية المنفرجة والزاوية الحادة تكون $\angle BDC$ منفرجة دائماً و $\angle ADB$ حادة دائماً.

(٢٥) اكتب:

تتطلب كل من المسلمة SAS والمتباينة SAS أن يكون هناك زوجان من الأضلاع المتطابقة وزوج من الزوايا المحصورة. وباستعمال المسلمة SAS لتطابق المثلثات، إذا كانت الزاويتان المحصورتان متطابقتين فإن المثلثين يكونان متطابقين. وباستعمال متباينة SAS ، إذا كانت إحدى الزاويتين المحصورتين أكبر من الأخرى فإن الضلع المقابل للزاوية الأكبر يكون أطول من الضلع المقابل للزاوية الأصغر في المثلث الآخر.

تدريب على الاختبار المعياري

(٢٦) C

بحسب عكس متباينة SAS:

$$46^\circ > 5x - 14$$

$$46 + 14 > 5x$$

$$60 > 5x$$

$$12 > x$$

استعمال حقيقة أن أي زاوية في مثلث اقل من 180° :

$$5x - 14 > 0$$

$$5x > 14$$

$$5x > 14$$

$$x > \frac{14}{5}$$

$$2.8 < x < 12$$

(٢٧) B

$$\text{طول القطر} = x\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = (x + 3)\sqrt{2}$$

مراجعة تراكمية

اكتب متباينة تمثل مدى طول الضلع الثالث:

(٢٨)

افرض أن طول الضلع الثالث x

$$3.2 + 4.4 > x$$

$$7.6 < x \text{ أو } 7.6 > x$$

$$4.4 + x > 3.2$$

$$3.2 + x > 4.4$$

$$x > -1.2$$

$$x > 1.2$$

$$1.2 < x < 7.6$$

(٢٩)

بفرض أن طول الضلع الثالث x

$$5 + 10 > x$$

$$15 < x \text{ أو } 15 > x$$

$$10 + x > 5$$

$$5 + x > 10$$

$$x > -5$$

$$x > 5$$

$$5ft < x < 15ft$$

(٣٠)

بفرض أن طول الضلع الثالث x

$$3 + 9 > x$$

$$12 < x \text{ أو } 12 > x$$

$$9 + x > 3$$

$$3 + x > 9$$

$$x > -6$$

$$x > 6$$

$$6ft < x < 12ft$$

(٣١) رحلات:

أفرض أن تكلفة رحلة ماجد x وتكلفة رحلة صديقه y .
الخطوة ١:

المعطيات: $x + y > 500$

المطلوب: $x > 250$ أو $y > 250$

برهان غير مباشر:

أفرض أن $x \leq 250$ و $y \leq 250$

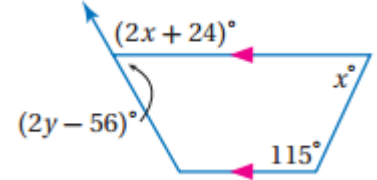
الخطوة ٢: إذا كانت $x \leq 250$ و $y \leq 250$ فإن $x + y \leq 250 + 250$

أو $x + y \leq 500$ وهذا يناقض الفرض بأن $x + y > 500$.

الخطوة ٣: بما أن الفرض $x \leq 250$ و $y \leq 250$ أدى تناقض مع حقيقة معلومة فإنه افتراض خطأ. لذلك فالنتيجة بأن $x > 250$ أو $y > 250$ نتيجة صحيحة إذن فتكلفة رحلة أحدهما كانت أكبر من ٢٥٠ ريال.

استعد للدرس اللاحق

أوجد قيمة كل من x, y في الأسئلة الآتية:
(٣٢)



حسب نظرية الزاويتين المتخالفتين:

$$x + 115 = 180$$

$$x = 180 - 115$$

$$x = 65^\circ$$

حسب نظرية الزاويتين المتكاملتين:

$$(2x + 24)^\circ = 2 \times 65 + 24 = 154$$

$$154 + 2y - 56 = 180$$

$$2y - 56 = 180 - 154$$

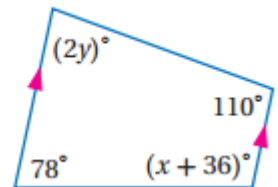
$$2y - 56 = 26$$

$$2y = 26 + 56$$

$$2y = 82$$

$$y = 41$$

(٣٣)



حسب نظرية الزاويتين المتحالفتين:

$$x + 36 + 110 = 180$$

$$x + 146 = 180$$

$$x = 180 - 146$$

$$x = 34$$

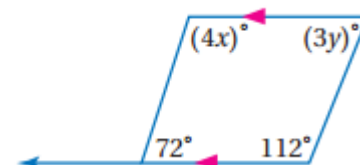
$$2y + 78 = 180$$

$$2y = 180 - 78$$

$$2y = 102$$

$$y = 51$$

(٣٤)



حسب نظرية الزاويتين المتحالفتين:

$$4x + 72 = 180$$

$$4x = 180 - 72$$

$$4x = 108$$

$$x = 27$$

$$3y + 112 = 180$$

$$3y = 68$$

$$y = 22.66$$

دليل الدراسة والمراجعة

ص ٢٥٧: اختبار المفردات:

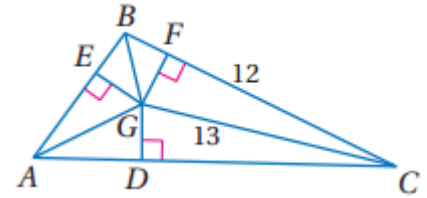
- (١) خطأ؛ ملتقى الارتفاعات
- (٢) خطأ؛ منصفات الزوايا
- (٣) صحيحة
- (٤) صحيحة
- (٥) خطأ؛ القطع المتوسطة
- (٦) خطأ؛ خطأ
- (٧) صحيحة
- (٨) خطأ؛ بالرأس المقابل لذلك الضلع
- (٩) صحيحة

دليل الدراسة والمراجعة

الخصل
4

4-1 المنصفات في المثلث (ص 217-209)

(١٠)



بما أن G هو مركز الدائرة الداخلية للمثلث $\triangle ABC$ فإن $EG = FG = GD$ وباستعمال فيثاغورث:

$$(GC)^2 = (GF)^2 + (FC)^2$$

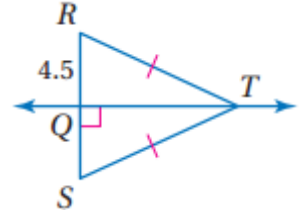
$$(13)^2 = (GF)^2 + (12)^2$$

$$(GF)^2 = (13)^2 - (12)^2$$

$$(GF)^2 = 25$$

$$GF = EG = 5$$

أوجد طول كل من القطعتين المستقيمتين الآتيتين:
(١١)



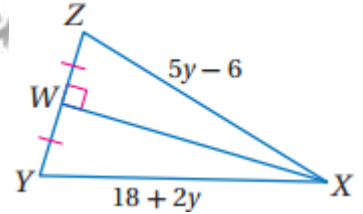
بما أن $RT = TS$ و $TQ \perp RS$ إذن حسب نظرية عكس نظرية العمود المنصف

$$RQ = QS = 4.5$$

$$RS = 4.5 + 4.5$$

$$RS = 9$$

(١٢) ٣٤



بما أن $WX \perp ZY$ و WX ينصف ZY إذن حسب نظرية نظرية العمود المنصف

$$ZX = YX$$

$$5y - 6 = 18 + 2y$$

$$5y - 2y = 18 + 6$$

$$3y = 24$$

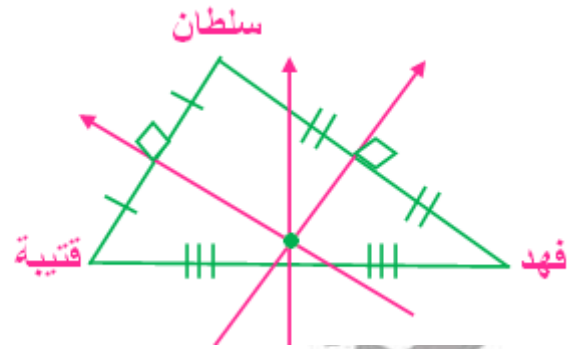
$$y = 8$$

$$ZX = 5Y - 6$$

$$ZX = 5 \times 8 - 6$$

$$RS = 34$$

(١٣) كرة قدم:



4-2 القطع المتوسط والارتفاعات في المثلث (ص 226-219)

(١٤)

$D(0,0), E(0,7), F(6,3)$

أوجد معادلة ارتفاع من D إلى \overline{EF}

بما أن ميل \overline{EF} يساوي $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 7}{6 - 0} = \frac{-4}{6} = -\frac{2}{3}$

فإن ميل الارتفاع العمودي على \overline{EF} يساوي $\frac{3}{2}$

صيغة الميل ونقطة $y - y_1 = m(x - x_1)$

$D(0,0), m = \frac{3}{2}$

$y - 0 = \frac{1}{2}(x - 0)$

$y = \frac{3}{2}x \rightarrow 1$

معادلة الإرتفاع من E إلى \overline{DF}

بما أن ميل \overline{DF} يساوي $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 0}{6 - 0} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

فإن ميل الارتفاع العمودي على \overline{DF} يساوي -2

صيغة الميل ونقطة $y - y_1 = m(x - x_1)$

$E(0,7), m = -2$

$$y - 7 = -2(x - 0)$$

$$y - 7 = -2x$$

$$y = -2x + 7 \rightarrow 2$$

حل المعادلتين ١ و ٢

$$y = -2x + 7$$

$$y = \frac{3}{2}x$$

$$\frac{3}{2}x = -2x + 7$$

$$\frac{3}{2}x + 2x = 7$$

$$3.5x = 7$$

$$x = 2$$

$$y = \frac{3}{2}x$$

$$y = \frac{3}{2} \times 2$$

$$y = 3$$

إذن إحداثيات ملتقى ارتفاعات $\triangle DEF$ هي $(2, 3)$

(١٥) احتفالات:

إيجاد نقطة المنتصف للنقطة D للضلع \overline{AC}

$$A(0, 4), C(6, 0)$$

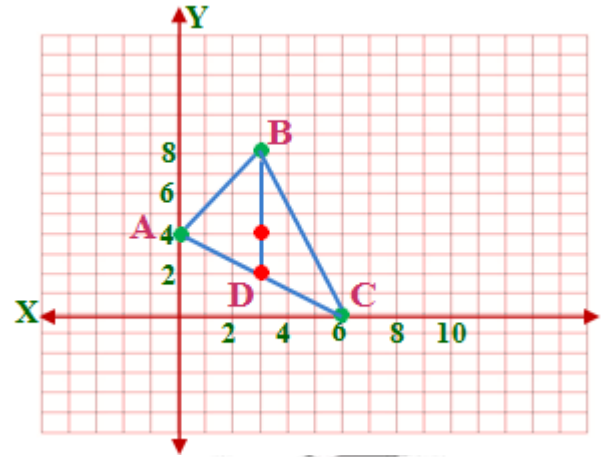
$$D\left(\frac{0+6}{2}, \frac{0+4}{2}\right) = D(3, 2)$$

المسافة من $D(3, 2)$ إلى $B(3, 8)$ تساوي $8 - 2$ أي ٦ وحدات

وإذا كانت P هي مركز $\triangle ABC$ فإن $BP = \frac{2}{3}BD$ ولذلك يقع المركز على بعد

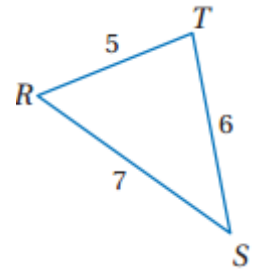
$$6 \times \frac{2}{3} \text{ أو } 4 \text{ وحدات وتكون إحداثيات } P \text{ هي } (3, 8 - 4)$$

إن يتوازن المثلث عند النقطة (3,4)



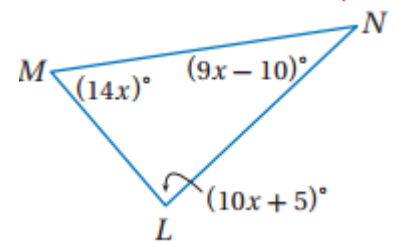
4-3 المتباينات في المثلث (ص 227-233)

(١٦)



الأضلاع بالترتيب من الأقصر إلى الأطول هي : $\overline{RT}, \overline{TS}, \overline{RS}$
الزوايا بالترتيب من الأصغر إلى الأكبر هي : $\angle S, \angle R, \angle T$

(١٧)



بما أن مجموع قياسات زوايا أي مثلث = ١٨٠ إذن:

$$14x + 9x - 10 + 10x + 5 = 180$$

$$33x - 5 = 180$$

$$33x = 185$$

$$x = 5.6$$

$$(14x)^\circ = 78.4$$

$$(9x - 10)^\circ = 40.4$$

$$(10x + 5)^\circ = 61$$

الزوايا بالترتيب من الأصغر إلى الأكبر هي: $\angle N, \angle L, \angle M$
 الأضلاع بالترتيب من الأقصر إلى الأطول هي: $\overline{ML}, \overline{MN}, \overline{LN}$
 (١٨) جيران:



الطريق الأقصر اصطحاب محمد لسامر وذهابهما معا إلى بيت سمير.

4-4 البرهان غير المباشر (ص 241-235)

$$m \angle A < m \angle B \quad (١٩)$$

$$\triangle FGH \not\cong \triangle MNO \quad (٢٠)$$

$$\triangle KLM \text{ ليس قائم الزاوية.} \quad (٢١)$$

$$y \geq 4 \quad (٢٢)$$

$$(٢٣)$$

أفرض أن قياس إحدى الزاويتين x وقياس الأخرى y ومن تعريف الزوايا المتتامة يكون $x + y = 90$.

الخطوة ١: افرض أن الزاوية التي قياسها x زاوية قائمة. فيكون $x = 90^\circ$

الخطوة ٢: بما أن $x = 90^\circ$ فإن $x + y > 90^\circ$ وهذا تناقض لأننا نعلم أن

$$x + y = 90$$

الخطوة ٣: بما أن الفرض بأن إحدى الزاويتين قائمة أدى إلى تناقض فإن هذا الفرض خطأ لذلك فالنتيجة بأن كلا من الزاويتين ليست قائمة هي نتيجة صحيحة بالتأكيد.

(٢٤) مطالعة:

أفرض أن ثمن أحد الكتابين x و ثمن الآخر y .

المعطيات: $x + y > 180$

المطلوب: إثبات أن $x > 90$ أو $y > 90$

برهان غير مباشر:

الخطوة ١: أفرض $x \leq 90$ و $y \leq 90$

الخطوة ٢: إذا كانت $x \leq 90$ و $y \leq 90$ فإن

$x + y \leq 90 + 90$ أو $x + y \leq 180$ وهذا تناقض لأننا نعلم أن $x + y > 180$.

الخطوة ٣: بما أن الفرض $x \leq 90$ و $y \leq 90$ أدى إلى تناقض مع حقيقة معطاه فإن

هذا الفرض خطأ وبذلك تكون النتيجة بأن $x > 90$ أو $y > 90$ صحيحة أي أن ثمن

كتاب واحد على الأقل يزيد عن 90 ريالاً.

4-5 متباينة المثلث (ص 243-248)

(٢٥) نعم

$$9 + 5 > 6$$

$$6 + 9 > 5$$

$$5 + 6 > 9$$

$$\checkmark 14 > 6$$

$$\checkmark 15 > 5$$

$$\checkmark 11 > 9$$

بما أن طولي كل قطعتين أكبر من طول القطعة الثالثة، فإن القطع المستقيمة التي أطوالها 5, 6, 9 يمكن تكون مثلث.

(٢٦)

$$3 + 4 > 8$$

$$\times 7 \not> 8$$

بما أن طولي كل قطعتين ليس أكبر من طول القطعة الثالثة، فإن القطع المستقيمة التي أطوالها 3, 4, 8 لا يمكن تكون مثلث.

(٢٧)

بفرض أن طول الضلع الثالث x

$$5+7 > x$$

$$12 < x \text{ أو } 12 > x$$

$$5+x > 7$$

$$7+x > 5$$

$$x > 2$$

$$x > -2$$

$$2ft < x < 12ft$$

(٢٨)

بفرض أن طول الضلع الثالث x

$$10.5+4 > x$$

$$14.5 < x \text{ أو } 14.5 > x$$

$$4+x > 10.5$$

$$10.5+x > 4$$

$$x > 6.5$$

$$x > -6.5$$

$$6.5cm < x < 14.5cm$$

(٢٩) دراجات:

بفرض أن طول الضلع الثالث x

$$2+3 > x$$

$$5 < x \text{ أو } 5 > x$$

$$3+x > 2$$

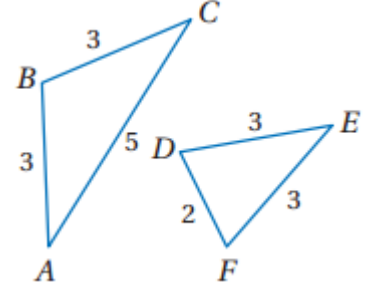
$$2+x > 3$$

$$x > -1$$

$$x > 1$$

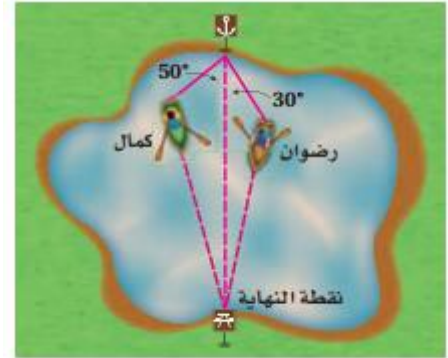
$$1km < x < 5km$$

(٣٠)



بما أن $AC > DF$ و $AB \cong EF$ و $BC \cong DE$ إذن حسب عكس متباينة SAS: $m\angle ABC > m\angle DEF$

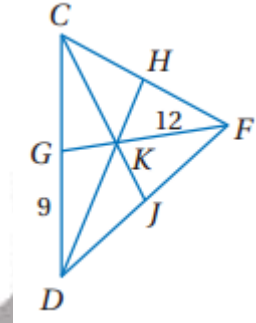
(٣١) تجديف:



حسب متباينة SAS: رضوان هو الأقرب إلى نقطة النهاية.

اختبار الفصل

(١) حدائق: مركز الدائرة الداخلية.
أوجد طول كل مما يأتي:



(٢) بما أن K مركز $\triangle CDF$ إذن:

$$DK = \frac{2}{3}DH$$

$$16 = \frac{2}{3}DH$$

$$DH = 24$$

$$DK = DH - KH$$

$$16 = 24 - KH$$

$$KH = 24 - 16$$

$$KH = 8$$

(٣)

$$CD = CG + GD$$

$$CD = 9 + 9$$

$$CD = 18$$

(٤)

$$FK = \frac{2}{3}FG$$

$$12 = \frac{2}{3}FG$$

$$FG = 18$$

(٥) برهان اكتب برهان غير مباشر:

المعطيات: $5x + 7 \geq 52$

المطلوب: $x \geq 9$

البرهان:

الخطوة ١: أفترض أن $x < 9$

الخطوة ٢: أعمل جدولاً بقيم ممكنة لـ x على فرض أن $x < 9$.

x	٨	٧	٠	-2
$5x + 7$	٤٧	٤٢	٧	-3

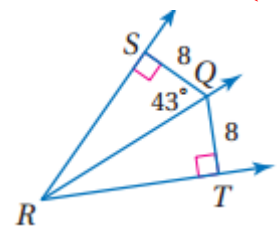
عندما تكون $x < 9$ فإن $5x + 7 < 52$.

الخطوة ٣: أدى الافتراض إلى تناقض مع المعلومة المعطاه $5x + 7 \geq 52$. لذلك فإن

الافتراض بأن $x < 9$ وتكون النتيجة الأصلية بأن $x \geq 9$ صحيحة بالتأكيد.

أوجد قياس كل مما يأتي:

(٦)

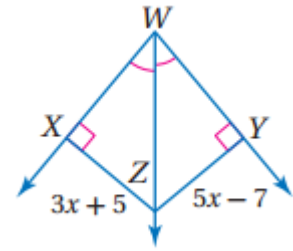


بما أن $SQ = QT$ و $QT \perp RT$ و $QS \perp RS$

إذن حسب عكس نظرية منصف الزاوية: QR ينصف $\angle SQT$

إذن $\angle SQT = 43^\circ$

(٧)



بما أن ZW ينصف $\angle XWY$ و $ZY \perp WY$ و $XZ \perp XW$
إذن حسب نظرية منصف الزاوية:

$$YZ = XZ$$

$$5x - 7 = 3x + 5$$

$$5x - 3x = 5 + 7$$

$$2x = 12$$

$$x = 6$$

$$XZ = 3x + 5$$

$$XZ = 3 \times 6 + 5$$

$$XZ = 23$$

(٨) اختيار من متعدد:

الاختيار: B

بفرض أن طول الضلع الثالث x

$$3.1 + 4.6 > x$$

$$7.7 < x \text{ أو } 7.7 > x$$

$$4.6 + x > 3.1$$

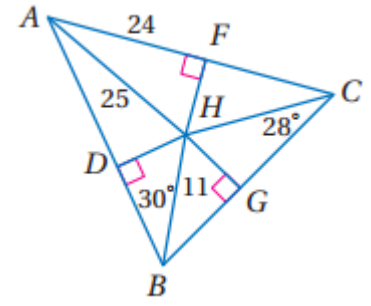
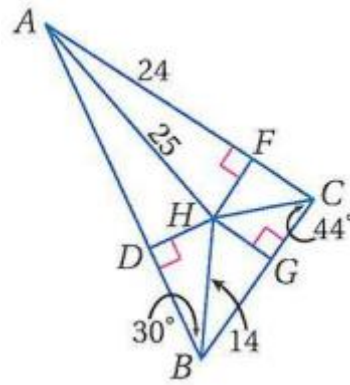
$$3.1 + x > 4.6$$

$$x > -1.5$$

$$x > 1.5$$

$$1.5 < x < 7.7$$

(٩)



بما أن H مركز الدائرة الداخلية في ΔABC :

$$(AH)^2 = (AF)^2 + (FH)^2$$

$$(25)^2 = (24)^2 + (FH)^2$$

$$625 = 576 + (FH)^2$$

$$(FH)^2 = 49$$

$$FH = DH = 7$$

(١٠)

$$(HB)^2 = (BD)^2 + (DH)^2$$

$$(14)^2 = (BD)^2 + (7)^2$$

$$196 = 49 + (BD)^2$$

$$(BD)^2 = 196 - 49$$

$$(BD)^2 = 147$$

$$BD \approx 12.12$$

(١١)

$$\angle ACH = 16^\circ \text{ بالتتصيف}$$

$$\angle BAC = 180 - (88 + 60)$$

$$\angle HAC = 32^\circ$$

(١٢)

$$\angle DHB = 180 - (30 + 90)$$

$$\angle DHB = 60^\circ$$

$$\angle DHG = \angle DHB + \angle GHB$$

$$\angle DHG = 60^\circ + 60^\circ$$

$$\angle DHG = 120^\circ$$

(١٣) اختيار من متعدد:

الاختيار: C

بفرض أن طول الضلع الثالث x

$$5 + 11 > x$$

$$16 < x \text{ أو } 16 > x$$

$$11 + x > 5$$

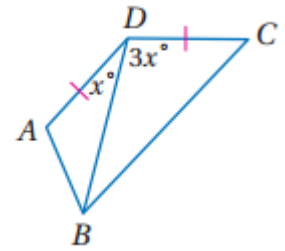
$$5 + x > 11$$

$$x > -6$$

$$x > 6$$

$$6 < x < 16$$

(١٤) قارن بين AB, BC في الشكل أدناه:



بما أن $DC = AD$ و $\overline{DB} = \overline{DB}$ حسب خاصية الانعكاس
و $\angle CDB > \angle ADB$ إذن حسب متباينة SAS: $BC > AB$

اكتب الافتراض الضروري:

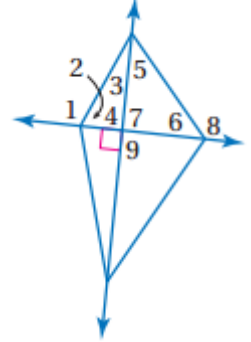
(١٥) إذا كان ٨ عاملا لعدد n ، فإن ٤ ليس عاملا للعدد n

$$\angle M < \angle N \quad (١٦)$$

(١٧) إذا كان $3a + 7 \leq 28$ فإن $a > 7$

استعمل الشكل المجاور، لتحديد أي زاوية لها أكبر قياس في كل من المجموعات الآتية:

(١٨)



(١٨) $\angle 1$ هي الزاوية الأكبر حسب متباينة الزاوية الخارجية

(١٩) $\angle 8$

(٢٠) $\angle 4$ لان المثلث قائم الزاوية وزاوية 90° فيه تكون هي أكبر زاوية

(٢١)

بفرض أن طول الضلع الثالث x

$$10 + 16 > x$$

$$26 < x \text{ أو } 26 > x$$

$$10 + x > 16$$

$$16 + x > 10$$

$$x > 6$$

$$x > -6$$

$$6 < x < 26$$

(٢٢)

بفرض أن طول الضلع الثالث x

$$23 + 39 > x$$

$$62 < x \text{ أو } 62 > x$$

$$39 + x > 23$$

$$23 + x > 39$$

$$x > -16$$

$$x > 16$$

$$16 < x < 62$$

تمارين ومسائل

(١) D

$$QP = \frac{2}{3}QT$$

$$14 = \frac{2}{3}QT$$

$$QT = 21$$

(٢) C

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ طول القاعدة في الارتفاع

$$31.5 = 9 \times 7 \times \frac{1}{2}$$

(٣) الاختيار: C

بفرض أن النقاط هي: $D(-2,4), E(4,4), F(1,-2)$

أوجد معادلة ارتفاع من D إلى \overline{EF}

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 4}{1 - 4} = \frac{-6}{-3} = 2 \text{ يساوي } \overline{EF}$$

فإن ميل الارتفاع العمودي على \overline{EF} يساوي $-\frac{1}{2}$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \text{ صيغة الميل ونقطة}$$

$$D(-2,4), m = -\frac{1}{2}$$

$$y - 4 = -\frac{1}{2}(x + 2)$$

$$y - 4 = -\frac{1}{2}x - 1$$

$$y = -\frac{1}{2}x - 1 + 4$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 3 \rightarrow 1$$

معادلة الإرتفاع من E إلى \overline{DF}

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 4}{1 + 2} = \frac{-6}{3} = -2 \text{ يساوي } \overline{DF}$$

فإن ميل الارتفاع العمودي على \overline{DF} يساوي $\frac{1}{2}$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \text{ صيغة الميل ونقطة}$$

$$E(4, 4), m = \frac{1}{2}$$

$$y - 4 = \frac{1}{2}(x - 4)$$

$$y - 4 = \frac{1}{2}x - 2$$

$$y = \frac{1}{2}x + 2 \rightarrow 2$$

حل المعادلتين ١ و ٢

$$y = -\frac{1}{2}x + 3$$

$$y = \frac{1}{2}x + 2$$

$$-\frac{1}{2}x + 3 = \frac{1}{2}x + 2$$

$$-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}x = 2 - 3$$

$$-x = -1$$

$$x = 1$$

$$y = \frac{1}{2}x + 2$$

$$Y = 2.5$$

إذن احداثيات ملتقى ارتفاعات $\triangle DEF$ هي $(1, \frac{5}{2})$

$$AB = AC : D \quad (4)$$

$$B \quad (5)$$

$$(X)^2 = (1.6)^2 + (3)^2$$

$$(X)^2 = 2.56 + 9$$

حسب نظرية فيثاغورث

$$(X)^2 = 11.56$$

$$X = 3.4$$

اختبار معياري

أسئلة الاختيار من متعدد:

(١) أوجد قيمة x :

حسب نظرية منصف الزاوية:

$$4x + 1 = 5x - 5$$

$$4x - 5x = -5 - 1$$

$$-x = -6$$

$$x = 6$$

الاختيار: D

(٢)

$$7 + 4 > x$$

$$11 < x \text{ أو } 11 > x$$

$$7 + x > 4$$

$$4 + x > 7$$

$$x > -3$$

$$x > 3$$

$$3 < x < 11$$

الاختيار: D

(٣)

الاختيار: A : ارتفاع

(٤)

الاختيار: A

بما أن $QP < PR < QR$ إذن $\angle R < \angle Q < \angle P$

(٥)

الاختيار: B : $\angle S$ زاوية منفرجة

(٦)

الاختيار: C : منفرج الزاوية لان الزاوية المتبقية قياسها أكبر من 90° :

$$180^\circ - (25 + 57) = 98^\circ$$

(٧) الاختيار: C:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 + 5}{-6 - 3} = \frac{3}{-9} = -\frac{1}{3}$$

أسئلة ذات إجابات قصيرة

(٨)

بفرض أن طول الضلع الثالث x

$$9 + 15 > x$$

$$24 < x \text{ أو } 24 > x$$

$$9 + x > 15$$

$$15 + x > 9$$

$$x > 6$$

$$x > -6$$

$$6 < x < 24$$

إذن ٧ يمكن أن يكون أصغر رقم للضلع الثالث

(٩)

النقاط هي: $X(-3, 2), Y(-1, 4), Z(5, 1)$

أوجد معادلة ارتفاع من Z إلى \overline{XY}

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 2}{-1 + 3} = \frac{2}{2} = 1 \text{ يساوي } \overline{XY}$$

فإن ميل الارتفاع العمودي على \overline{XY} يساوي -1

$$y - y_1 = m(x - x_1) \text{ صيغة الميل ونقطة}$$

$$Z(5, 1), m = -1$$

$$y - 1 = -1(x - 5)$$

$$y - 1 = -x + 5$$

$$y = -x + 6 \rightarrow 1$$

معادلة الإرتفاع من X إلى \overline{YZ}

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 4}{5 + 1} = \frac{-3}{6} = \frac{-1}{2}$$

بما أن ميل \overline{YZ} يساوي $\frac{-1}{2}$ فإن ميل الارتفاع العمودي على \overline{YZ} يساوي 2
صيغة الميل ونقطة $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$X(-3, 2), m = 2$$

$$y - 2 = 2(x + 3)$$

$$y - 2 = 2x + 6$$

$$y = 2x + 8 \rightarrow 2$$

حل المعادلتين ١ و ٢

$$y = 2x + 8$$

$$y = -x + 6$$

$$-x + 6 = 2x + 8$$

$$-x - 2x = 8 - 6$$

$$-3x = 2$$

$$x = \frac{2}{-3}$$

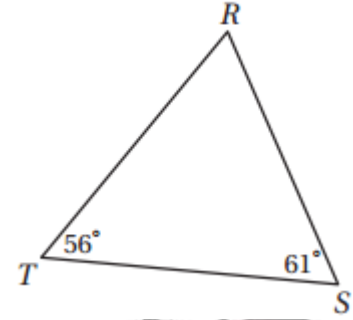
$$y = 2x + 8$$

$$y = 2 \times \frac{2}{-3} + 8$$

$$y = \frac{20}{3}$$

إذن إحداثيات ملتقى ارتفاعات $\triangle DEF$ هي $\left(\frac{2}{-3}, \frac{20}{3}\right)$

١٠) اكتب أضلاع المثلث أدناه مرتبة من تبعاً لأطوالها من الأقصر إلى الأطول:

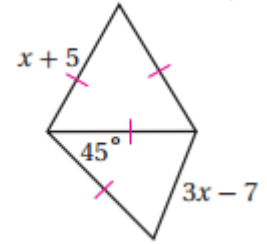


$$\angle R = 180^\circ - (56^\circ + 61^\circ)$$

$$\angle R = 63^\circ$$

بما أن $\angle T < \angle S < \angle R$ إذن $\overline{RS} < \overline{RT} < \overline{TS}$

(١١)



بما أن المثلث العلوي جميع أضلاعه متساوية إذن المثلث متساوي الاضلاع وكل زاوية

من زواياة 60°

إذن حسب متباينة (SAS)

$$3x - 7 < x + 5$$

$$3x - x < 5 + 7$$

$$2x < 12$$

$$x < 6$$

$$3x - 7 > 0$$

$$3x > 7$$

$$x > \frac{7}{3}$$

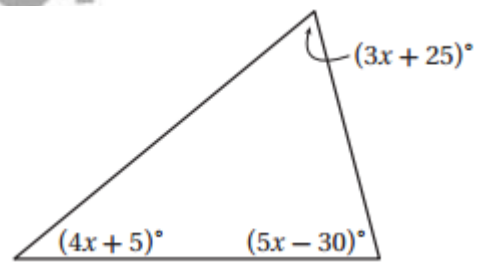
$$\frac{7}{3} < x < 6$$

(١٢)

حمزة؛ انعطف حمزة 20° جنوباً، لذلك فقياس الزاوية المقابلة للضلع الذي يمثل بعده عن المخيم يساوي $180^\circ - 20^\circ$ أو 160° . أما هاني فقد انعطف 30° شمالاً لذلك فقياس الزاوية المقابلة للضلع الذي يمثل بعده عن المخيم يساوي $180^\circ - 30^\circ$ أو 150° . وحسب متباينة SAS: بما أن $160^\circ > 150^\circ$ فإن حمزة يكون أبعد عن المخيم.



(١٣) أوجد قيمة x :



بما أن مجموع قياسات زوايا المثلث 180° إذن:

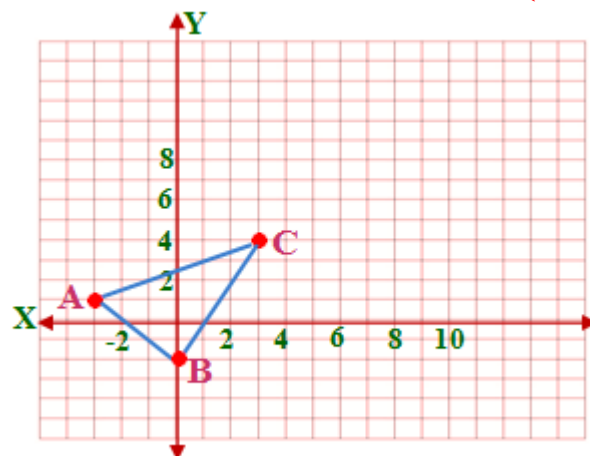
$$3x + 25 + 5x - 30 + 4x + 5 = 180$$

$$12x = 180$$

$$x = 15$$

أسئلة ذات إجابات مطولة

(14a)



(14b)

$$d_{(A,B)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(0 + 1)^2 + (-1 - 1)^2}$$

$$d = \sqrt{9 + 9}$$

$$d = \sqrt{18} \approx 4.2$$

$$d_{(B,C)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(3 - 0)^2 + (4 - (-1))^2}$$

$$d = \sqrt{9 + 36}$$

$$d = \sqrt{45} \approx 6.7$$

$$d_{(A,C)} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(3 + 1)^2 + (4 - 1)^2}$$

$$d = \sqrt{36 + 9}$$

$$d = \sqrt{45} \approx 6.7$$

(14c) $\triangle ABC$ حاد الزوايا ومتطابق الضلعين.

(14d) $m\angle C < m\angle A$ لأن طول الضلع المقابل للزاوية C في المثلث أقصر من طول الضلع المقابل للزاوية A .

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

التقويم التكويني

المفردات الأساسية: يشير رقم الصفحة بعد كل مفردة إلى الصفحة التي وردت فيها المفردة أول مرة. فإذا واجه بعض الطلبة صعوبات في حل الأسئلة 1-10، فذكرهم بأنه يمكنهم استعمال هذه الصفحات مرجعاً ليتذكروا المعلومات حول هذه المفردات.

التقويم الختامي

اختبار المفردات، ص (14).

ملخص الفصل

المفاهيم الأساسية

- التبرير الاستقرائي والمنطق** (الدرسان 1-1 و 1-2)
 - التبرير الاستقرائي: تبرير تُستعمل فيه أمثلة وأنماط محددة للوصول إلى نتيجة.
 - المثال المضاد: هو المثال الذي يُثبت عدم صحة التخمين.
 - نفي العبارة p : ليس p أو $\sim p$
 - عبارة الوصل: عبارة مركبة تحوي (و)
 - عبارة الفصل: عبارة مركبة تحوي (أو)

العبارة الشرطية (الدرس 1-3)

- يمكن كتابة العبارة الشرطية على الصورة (إذا... فإن...) أو على الصورة إذا كان p ، فإن q ، حيث p الفرض، و q النتيجة.

العبارة الشرطية	$p \rightarrow q$
العكس	$q \rightarrow p$
المعكوس	$\sim p \rightarrow \sim q$
المعكوس الإيجابي	$\sim q \rightarrow \sim p$

التبرير الاستنتاجي (الدرس 1-4)

- قانون الفصل المنطقي: إذا كانت العبارة الشرطية $p \rightarrow q$ صائبة، وكانت p صائبة أيضاً، فإن q صائبة.
- قانون القياس المنطقي: إذا كانت العبارة الشرطية $p \rightarrow q$ صائبة، وكانت q صائبة، فإن p صائبة أيضاً.

البرهان (الدروس من 1-5 إلى 1-8)

- الخطوة 1: اكتب المعطيات وارسم شكلاً يوضحها إن أمكن.
- الخطوة 2: اكتب العبارة أو التخمين المطلوب إثباته.
- الخطوة 3: استعمل التبرير الاستنتاجي لتكوين سلسلة منطقية من العبارات التي تربط المعطيات بالمطلوب.
- الخطوة 4: برّر كل عبارة مستعملًا تعريفات أو خصائص جبرية أو مسلمات أو نظريات.
- الخطوة 5: اكتب العبارة أو التخمين الذي قمت بإثباته.

المطويات منظم أفكار

تأكد من أن المفاهيم الأساسية مدونة في مطويتك.



المفردات الأساسية

التخمين (ص. 12)	العكس (ص. 29)
التبرير الاستقرائي (ص. 12)	المعكوس (ص. 29)
المثال المضاد (ص. 15)	العبارة الشرطية
قيمة الصواب (ص. 19)	المرتبطة (ص. 29)
العبارة المركبة (ص. 19)	التكافؤ المنطقي (ص. 29)
نفي العبارة (ص. 19)	التبرير الاستنتاجي (ص. 37)
العبارة (ص. 19)	قانون الفصل المنطقي (ص. 37)
عبارة الوصل (ص. 19)	قانون القياس المنطقي (ص. 39)
عبارة الفصل (ص. 20)	المسلمة (ص. 45)
جدول الصواب (ص. 21)	البرهان (ص. 46)
النتيجة (ص. 26)	البرهان الحر (ص. 47)
العبارة الشرطية (ص. 26)	النظرية (ص. 47)
الفرض (ص. 26)	البرهان الجبري (ص. 53)
المعكوس الإيجابي (ص. 29)	البرهان ذو العمودين (ص. 54)

اختبار المفردات

يُبين ما إذا كانت كل جملة مما يأتي صحيحة أو خاطئة، وإذا كانت خاطئة فاستبدل بالكلمة التي تحتها خط كلمة من القائمة أعلاه؛ لتجعل الجملة صحيحة:

- المسلمة هي العبارة التي تحتاج إلى برهان. **خاطئة؛ النظرية**
- الجزء الأول في العبارة الشرطية يسمى تخمينًا. **خاطئة؛ الفرض**
- يستعمل التبرير الاستنتاجي قوانين ونظريات للوصول إلى نتائج منطقية من العبارات المعطاة. **صحيحة**
- ينتج المعاكس الإيجابي عن نفي الفرض والنتيجة في العبارة الشرطية. **خاطئة؛ المعكوس**
- تتكون عبارة الوصل المنطقي من ربط عبارتين أو أكثر باستعمال (و). **صحيحة**
- النظرية يُسلم بصحتها دائمًا. **خاطئة؛ المسلمة**
- ينتج العكس بتبديل الفرض مع النتيجة في العبارة الشرطية. **صحيحة**
- لإثبات أن التخمين خاطئ، يجب أن يُعطي برهان. **خاطئة؛ مثال مضاد**
- يمكن أن يكتب معكوس العبارة p ، على صورة ليس p . **خاطئة؛ نفي**
- في البرهان ذي العمودين الخصائص التي تبرر كل خطوة تسمى المبررات. **صحيحة**

المطويات منظم أفكار

اطلب إلى الطلاب أن يتصفحوا دروس الفصل؛ للتحقق من أنهم كتبوا في مطوياتهم أمثلة لكل درس.

واقترح عليهم أن يُبقوا مطوياتهم في متناول أيديهم عند حل أسئلة دليل الدراسة والمراجعة.

وبين لهم أنه يمكن أن تكون مطوياتهم أداة مراجعة سريعة استعدادًا لاختبار الفصل.

1-1 التبرير الاستقرائي والتخمين (ص 12-18)

حدد ما إذا كان أي من التخمينين الآتيين صحيحًا أو خاطئًا، وإذا كان التخمين خاطئًا، فأعط مثالًا مضادًا.

(11) إذا كانت $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتين، فإنهما متجاورتان على مستقيم.

خاطئة؛ قد تكون الزاويتان المتكاملتان غير متجاورتين على مستقيم. (12) إذا أعطيت النقاط $W(-3, 2)$, $X(-3, 7)$, $Y(6, 7)$, $Z(6, 2)$ ، فإن الشكل الرباعي $WXYZ$ مستطيل. **صحيحة**

(13) منازل: معظم أسطح المنازل في البلدان القريبة من القطب الشمالي تكون مائلة، بينما تكون مستوية في المناطق الحارة. أعط تخمينًا عن سبب اختلاف الأسطح. **انظر الهامش.**

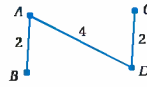
مثال 1

حدد ما إذا كان أي من التخمينين الآتيين صحيحًا أو خاطئًا، وإذا كان خاطئًا، فأعط مثالًا مضادًا.

(a) $c = d$, $d = c$ هو مثال على خاصية من خصائص الأعداد الحقيقية.

$c = d$, $d = c$ هو مثال على خاصية التماثل في الأعداد الحقيقية. وهذا التخمين صحيح.

(b) إذا كان $AB + CD = AD$ ، فإن B و C تقعان بين A و D هذا التخمين خاطئ. في الشكل أدناه $AB + CD = AD$ ، ولكن B و C لا تقعان بين A و D



مراجعة الدروس

مراجعة: إذا لم تكن الأمثلة المعطاة كافية لمراجعة المواضيع التي تناولتها الأسئلة، فذكر الطلاب بمرجع الصفحات الذي يدلهم على أين يراجعون تلك المواضيع في كتابهم المقرر.

1-2 المنطق (ص 19-25)

مثال 2

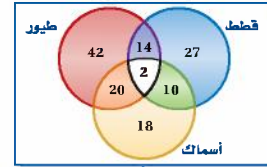
استعمل العبارات p , q , r لكتابة كل عبارة وصل أو فصل أدناه، ثم أوجد قيمة الصواب لها. **فسر تبريرك.** (14-16) **انظر الهامش.**

p : يحوي المستوى ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة. q : الyarدة المربعة تكافئ ثلاث أقدام مربعة.

r : مجموع قياسي الزاويتين المتتامتين يساوي 180° .

(14) $\neg q \vee r$ (15) $p \wedge \neg r$ (16) $\neg p \vee q$

(17) **حيوانات أليفة:** شكل فن الآتي يظهر عدد الأشخاص الذين لديهم حيوانات أليفة في منازلهم.



(a) ما عدد الأشخاص الذين لديهم أسماك فقط؟ 18

(b) ما عدد الأشخاص الذين لديهم قطط وطيور فقط؟ 14

(c) ما عدد الأشخاص الذين لديهم طيور وأسماك؟ 22

إجابات:

(13) إجابة ممكنة: حتى لا تتراكم عليها الثلوج.

(14) الyarدة المربعة لا تكافئ ثلاث أقدام مربعة، أو مجموع قياسي الزاويتين المتتامتين يساوي 180° ؛ صحيحة.

(15) يحوي المستوى ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة، ومجموع قياسي الزاويتين المتتامتين لا يساوي 180° ؛ صحيحة.

(16) لا يحوي المستوى أي ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة، أو الyarدة المربعة تكافئ ثلاث أقدام مربعة؛ خاطئة.

الفصل 1 دليل الدراسة والمراجعة 75

إجابات:

- (20) العكس: إذا كان لزاويتي القياس نفسه، فإنهما تكونان متطابقتين؛ صحيحة.
- المعكوس: إذا لم تكن الزاويتان متطابقتين، فلا يكون لهما القياس نفسه؛ صحيحة.
- المعكوس الإيجابي: إذا لم يكن للزاويتي القياس نفسه، فإنهما لا تكونان متطابقتين؛ صحيحة.

- (21) الشكل $PQRS$ متوازي أضلاع، قانون الفُصل المنطقي.

- (22) لا نتيجة؛ لأن قانون القياس المنطقي لا ينطبق، فنتيجة العبارة الأولى ليست فرضًا للعبارة الثانية.

- (23) صحيحة؛ قانون الفُصل المنطقي.

1-3

العبارات الشرطية (ص 35-26)

مثال 3

اكتب العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي للعبارة الشرطية الصائبة الآتية:

إذا كان الشكل مربعًا فإنه متوازي أضلاع.

العكس: إذا كان الشكل متوازي أضلاع، فإنه مربع.

المعكوس: إذا لم يكن الشكل مربعًا، فإنه ليس متوازي أضلاع.

المعاكس الإيجابي: إذا لم يكن الشكل متوازي أضلاع، فإنه ليس مربعًا.

حدد قيمة الصواب للعبارتين الشرطيتين الآتيتين، وإذا كانت العبارة صائبة، ففسّر تبريرك، أما إذا كانت خاطئة فأعطِ مثالًا مضادًا.

(18) إذا ربّعت العدد الصحيح، فإن الناتج يكون عددًا صحيحًا موجبًا. **صائبة**

(19) إذا كان للشكل السداسي ثمانية أضلاع، فإن جميع زواياه تكون منفرجة. **صائبة**

(20) اكتب العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي للعبارة الشرطية الصائبة الآتية. ثم حدد ما إذا كانت أيٌّ منها صائبة أم خاطئة. وإذا كانت خاطئة، فأعطِ مثالًا مضادًا. **انظر الهامش.**

إذا كانت الزاويتان متطابقتين، فإن لهما القياس نفسه.

1-4

التبرير الاستنتاجي (ص 44-37)

مثال 4

استعمل قانون الفصل المنطقي أو قانون القياس المنطقي؛ لتحصل على نتيجة صائبة إن أمكن من العبارات الآتية، واذكر القانون الذي استعملته. وإذا تعذر الحصول على نتيجة صائبة فاكتب "لا نتيجة صائبة". فسر تبريرك.

(1) إذا كان قياس الزاوية أكبر من 90° ، فإنها منفرجة.

(2) إذا كانت الزاوية منفرجة، فإنها ليست قائمة.

p : قياس الزاوية أكبر من 90°

q : الزاوية منفرجة

r : الزاوية ليست قائمة

العبارة (1): $p \rightarrow q$

العبارة (2): $q \rightarrow r$

بما أن العبارتين الشرطيتين (1)، (2) صائبتان، فإنه يمكن استنتاج أن $r \rightarrow p$ ؛ باستعمال قانون القياس المنطقي؛ أي أنه إذا كان قياس الزاوية أكبر من 90° ، فإنها ليست قائمة.

استعمل قانون الفصل المنطقي أو قانون القياس المنطقي؛ لتحصل على نتيجة صائبة إن أمكن من العبارات الآتية، واذكر القانون الذي استعملته. وإذا تعذر الحصول على نتيجة صائبة، فاكتب "لا نتيجة صائبة". فسر تبريرك. **(21-23) انظر الهامش.**

(21) المعطيات: إذا نصّف قطرا الشكل الرباعي كلّ منهما الآخر، فإن الشكل متوازي أضلاع.

ينصف قطرا الشكل الرباعي $PQRS$ كلّ منهما الآخر.

(22) المعطيات: إذا واجهت عاتشة صعوبة في مادة العلوم، فإنها ستخصص وقتًا إضافيًا لدراسة المادة.

إذا لم تذهب عاتشة للسوق، فإنها ستخصص وقتًا إضافيًا لدراسة مادة العلوم.

(23) **زلازل**: حدد ما إذا كانت النتيجة صائبة أم لا فيما يأتي، اعتمادًا على المعطيات. فسر تبريرك.

المعطيات: إذا كانت قوة الزلازل 7.0 درجات فأكثر على مقياس ريختر، فإنه يُعتبر زلزالًا مدمرًا، ويحدث دمارًا وخرابًا كبيرين.

كانت قوة زلزال سان فرانسيسكو عام 1906م 8.0 درجات على مقياس ريختر.

نتيجة: كان زلزال سان فرانسيسكو عام 1906م زلزالًا مدمرًا، وأحدث دمارًا وخرابًا كبيرين.

حدد ما إذا كانت كل جملة مما يأتي صحيحة دائماً أو صحيحة أحياناً أو غير صحيحة أبداً. فسر تبريرك. (24-27) انظر الهامش.

(24) يتقاطع المستويان في نقطة.

(25) تقع ثلاث نقاط في أكثر من مستوى.

(26) إذا وقع المستقيم m في المستوى X ، ومَرَّ المستقيم m بالنقطة Q ، فإن النقطة Q تقع في المستوى X .

(27) إذا كانت الزاويتان متتامتين، فإنهما تكونان زاوية قائمة.

(28) **عمل:** دُعي ستة أشخاص لحضور اجتماع عمل. إذا صَاحَّ كل شخص بقية الأشخاص، فما عدد المصافحات التي تبادلها هؤلاء الأشخاص جميعاً؟ ارسم نموذجاً يؤيد تخمينك. انظر الهامش.

مثال 5

حدد ما إذا كانت كل جملة مما يلي صحيحة دائماً أو صحيحة أحياناً أو غير صحيحة أبداً. فسر تبريرك.

(a) إذا وقعت النقاط X, Y, Z في المستوى R ، فإن هذه النقاط لا تقع على استقامة واحدة.

صحيحة أحياناً؛ الحقيقة المعطاة هي أن X, Y, Z تقع في المستوى R لا تضمن وقوعها على استقامة واحدة أو لا.

(b) يمر مستقيم واحد فقط بالنقطتين A و B .

صحيحة دائماً؛ بتطبيق المسلمة 1.1، يوجد مستقيم واحد فقط يمر بنقطتين معلومتين.

إجابات:

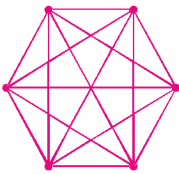
(24) غير صحيحة أبداً، إذا تقاطع مستويان فإن تقاطعهما يكون مستقيماً.

(25) صحيحة أحياناً، إذا كانت النقاط الثلاث تقع على استقامة واحدة، فإنها ستقع في عدة مستويات، ولكن إذا لم تكن على استقامة واحدة، فسقع في مستوى واحد فقط.

(26) صحيحة دائماً، إذا احتوى المستوى على مستقيم، فإن جميع نقاط المستقيم تقع في هذا المستوى.

(27) صحيحة أحياناً، إذا كانت الزاويتان متجاورتين، فإنهما تكونان زاوية قائمة، أما إذا لم تكونا متجاورتين، فلا تكونان زاوية قائمة.

(28) 15 مصافحة.



(34) **المعطيات:** $PQ = RS$,

$$PQ = 5x + 9$$

$$RS = x - 31,$$

المطلوب: $x = -10$

المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $PQ = RS$, $PQ = 5x + 9$, $RS = x - 31$
(2) بالتعويض	(2) $5x + 9 = x - 31$
(3) خاصية الطرح للمساواة	(3) $4x + 9 = -31$
(4) خاصية الطرح للمساواة	(4) $4x = -40$
(5) خاصية القسمة للمساواة	(5) $x = -10$

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة مما يأتي:

(29) إذا كان $35 = 7(x-3)$ ، فإن $7(x-3) = 35$ **خاصية التماثل للمساواة**

(30) إذا كان $2x + 19 = 27$ ، فإن $2x = 8$ **خاصية الطرح للمساواة**

(31) $5(3x + 1) = 15x + 5$ **خاصية التوزيع**

(32) إذا كان $12 = 2x + 8$ و $12 = 3y$ ، فإن $2x + 8 = 3y$ **خاصية التعدي للمساواة**

(33) أكمل البرهان الآتي:

$$\text{المعطيات: } 6(x-4) = 42$$

$$\text{المطلوب: } x = 11$$

المبررات	العبارات
(a) معطيات	(a) $6(x-4) = 42$
(b) خاصية التوزيع	(b) $6x - 24 = 42$
(c) خاصية الجمع للمساواة	(c) $6x = 66$
(d) خاصية القسمة للمساواة	(d) $x = 11$

(34) اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات أنه إذا كان $PQ = RS$

و $PQ = 5x + 9$ ، $RS = x - 31$ ، فإن $x = -10$. انظر الهامش.

(35) **اختبارات:** حصل أحمد على درجة مساوية لدرجة عمر في اختبار الرياضيات، وحصل عمر على درجة مساوية لدرجة سعد. ما الخاصية التي تثبت أن أحمد وسعداً حصلوا على الدرجة نفسها؟ **خاصية التعدي**

مثال 6

أكمل البرهان الآتي:

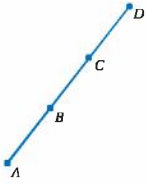
$$\text{المعطيات: } \frac{5x-3}{6} = 2x+1$$

$$\text{المطلوب: } x = -\frac{9}{7}$$

البرهان:

المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $\frac{5x-3}{6} = 2x+1$
(2) خاصية الضرب للمساواة	(2) $5x-3 = 6(2x+1)$
(3) خاصية التوزيع	(3) $5x-3 = 12x+6$
(4) خاصية الطرح للمساواة	(4) $-3 = 7x+6$
(5) خاصية الطرح للمساواة	(5) $-9 = 7x$
(6) خاصية القسمة للمساواة	(6) $-\frac{9}{7} = x$
(7) خاصية التماثل للمساواة	(7) $x = -\frac{9}{7}$

مثال 7



اكتب برهاناً ذا عمودين.

المعطيات: B نقطة منتصف \overline{AC} C نقطة منتصف \overline{BD} المطلوب: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

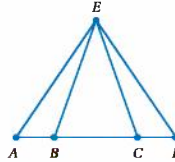
البرهان:

المعبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) B نقطة منتصف \overline{AC}
(2) نظرية نقطة المنتصف	(2) $AB \cong BC$
(3) معطيات	(3) C نقطة منتصف \overline{BD}
(4) نظرية نقطة المنتصف	(4) $BC \cong CD$
(5) خاصية التعدي للتطابق	(5) $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

اكتب برهاناً ذا عمودين في كل من المسألتين الآتيتين:

(36) المعطيات: X نقطة منتصف كل من \overline{VZ} و \overline{WY}

(36, 37) انظر الهامش

المطلوب: $VW = ZY$ المعطيات: $AB = DC$ (37)المطلوب: $AC = DB$ 

(38) جغرافياً: أراد طارق السفر من مدينة جدة إلى الطائف،

مروّراً بمكة المكرمة لاصطحاب أخيه. ويعلم أن المسافة

من جدة إلى مكة المكرمة تساوي 79 km، والمسافة

من مكة المكرمة إلى الطائف تساوي 88 km، استنتج أنه

سيقطع 167 km في هذه الرحلة. فسر كيف استنتج ذلك؟

افتراض أن الطريق الذي يربط هذه المدن الثلاث يشكل

مستقيماً. استعمل مسلمة جمع قياسات القطع المستقيمة.

دليل التوقع

اطلب إلى الطلاب تعبئة نموذج التوقع للفصل 1 ص (8)، وناقشهم حول تغيير إجاباتهم بعد إتمام دراسة الفصل عمّا كانت عليه عند بدايته.

إجابات:

(36)

المعبررات	العبارات
معطيات	(1) X نقطة منتصف كل من \overline{VY} و \overline{WZ}
تعريف نقطة المنتصف	(2) $\overline{VX} \cong \overline{XZ}$ و $\overline{WX} \cong \overline{XZ}$
تعريف تطابق القطع المستقيمة	(3) $WX = YX$, $VX = XZ$
مسلمة جمع أطوال القطع المستقيمة	(4) $VX = VW + WX$, $ZX = ZY + YX$
بالتعويض	(5) $VW + WX = ZY + YX$
بالتعويض	(6) $VW + WX = ZY + WX$
خاصية العطف للمساواة	(7) $VW = ZY$

(37)

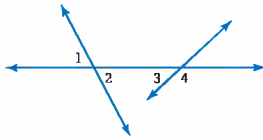
المعبررات	العبارات
معطيات	(1) $AB = DC$
خاصية الجمع للمساواة	(2) $AB + BC = DC + BC$
مسلمة جمع القطع المستقيمة	(3) $AB + BC = AC$, $DC + BC = DB$
بالتعويض	(4) $AC = DB$

(42)

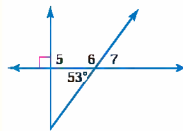
المعبررات	العبارات
معطيات	(1) $\angle 1 \cong \angle 4$, $\angle 2 \cong \angle 3$
تعريف تطابق الزوايا	(2) $m\angle 1 = m\angle 4$, $m\angle 2 = m\angle 3$
خاصية الجمع للمساواة	(3) $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 4 + m\angle 2$
خاصية التعويض للمساواة	(4) $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 4 + m\angle 3$
مسلمة جميع قياسات الزوايا	(5) $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle AFC$, $m\angle 3 + m\angle 4 = m\angle EFC$
بالتعويض	(6) $m\angle AFC = m\angle EFC$
تعريف تطابق الزوايا	(7) $\angle AFC \cong \angle EFC$

مثال 8

إذا علمت أن: $m\angle 1 = 72^\circ$, $m\angle 3 = 26^\circ$ ، فأوجد قياس كل زاوية مرقمة في الشكل أدناه.

 $m\angle 2 = 72^\circ$ ؛ لأن $\angle 1$, $\angle 2$ متقابلتان بالرأس. $\angle 3$, $\angle 4$ متجاورتان على مستقيم؛ إذن فهما متكاملتان. $26^\circ + m\angle 4 = 180^\circ$ تعريف الزاويتين المتكاملتين $m\angle 4 = 154^\circ$ بطرح 26 من كلا الطرفين

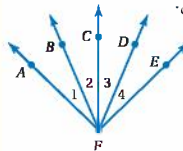
أوجد قياس كل زاوية فيما يأتي:

(39) $\angle 5 = 90^\circ$ (40) $\angle 6 = 127^\circ$ (41) $\angle 7 = 53^\circ$ 

(42) برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين.

المعطيات: $\angle 1 \cong \angle 4$ $\angle 2 \cong \angle 3$ المطلوب: $\angle AFC \cong \angle EFC$

انظر الهامش.



اكتب تخمينًا يصف النمط في كلٍّ من المتتابعتين الآتيتين، ثم استعمله لإيجاد الحد التالي في كلٍّ منهما. (1، 2) **انظر الهامش.**

(1) 15, 30, 45, 60,

(2) 

استعمل العبارات p, q, r لكتابة كل عبارة وصل أو فصل أدناه، ثم أوجد قيمة الصواب لها. فسر إجابتك.

$5 < -3 : p$

q : جميع الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة.

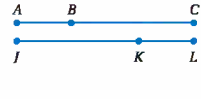
r : إذا كان $4x = 36$ ، فإن $x = 9$.

(3) p و q (3, 4) **انظر الهامش.**

(4) $(p \vee q) \wedge r$

(5) **برهان:** اكتب برهانًا حرًا. **انظر الهامش.**

المعطيات، $\overline{JK} \cong \overline{CB}$ ، $\overline{KL} \cong \overline{AB}$
المطلوب، $\overline{JL} \cong \overline{AC}$



(6) **رياضة:** استعمل شكل فن الآتي الذي يبين نوع الرياضة التي اختارها الطلاب للإجابة عن السؤالين أدناه.



(a) صف اختيار الطلاب الذين هم خارج منطقة التقاطع وداخل دائرة كرة السلة. **اختار هؤلاء الطلاب كرة السلة فقط.**

(b) ما عدد الطلاب الذين اختاروا كرة السلة وكرة القدم؟ **23**

(7) حدّد ما إذا كانت النتيجة صائبة أم لا فيما يأتي اعتمادًا على المعطيات. فسر تبريرك.

المعطيات: ■ إذا اجتاز الطبيب اختبار المجلس الطبي، فإنه يستطيع مزاولة مهنة الطب.

■ اجتاز فهد اختبار المجلس الطبي.

النتيجة: يمكن أن يزاول فهد مهنة الطب.

صحيحة؛ قانون الفصل المنطقي

(8) **برهان:** أكمل البرهان الآتي:

المعطيات، $3(x - 4) = 2x + 7$

المطلوب، $x = 19$

البرهان،

المبررات	المبررات
(a) معطيات	(a) $3(x - 4) = 2x + 7$
(b) ؟ خاصية التوزيع	(b) $3x - 12 = 2x + 7$
(c) ؟ خاصية الطرح للمساواة	(c) $x - 12 = 7$ ؟
(d) ؟ خاصية الجمع للمساواة	(d) $x = 19$

حدد ما إذا كانت كل جملة مما يأتي صحيحة دائمًا أو صحيحة أحيانًا أو غير صحيحة أبدًا.

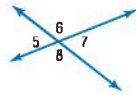
(9) الزاويتان المتكاملتان تكونان متجاورتين على مستقيم. **صحيحة أحيانًا**

(10) إذا وقعت B بين A و C ، فإن $AC + AB = BC$. **غير صحيحة أبدًا**

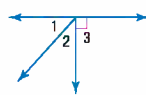
(11) إذا تقاطعت مستقيمان وكوّنا زاويتين متطابقتين متجاورتين، فإنهما متعامدان. **صحيحة دائمًا**

أوجد قياس جميع الزوايا المرقمة في كلٍّ مما يأتي، واذكر النظريات التي تبرر حلك. (12، 13) **انظر الهامش.**

(13) $m\angle 7 = (2x + 15)^\circ$ ، $m\angle 8 = (3x)^\circ$



(12) $m\angle 1 = x^\circ$ ، $m\angle 2 = (x - 6)^\circ$



اكتب كلاً من العبارتين الشرطيتين الآتيتين على صورة (إذا... فإن...). (14، 15) **انظر الهامش.**

(14) قياس الزاوية الحادة أقل من 90°

(15) يتقاطع المستقيمان المتعامدان ويكوّنا زوايا قائمة.

(16) **اختيار من متعدد:** أيُّ العبارات الآتية هي المعاكس الإيجابي للعبارة الآتية؟ **C**

إذا احتوى المثلث على زاوية منفرجة واحدة، فإنه مثلث منفرج الزاوية.

A إذا لم يكن المثلث منفرج الزاوية، فإنه يحتوي على زاوية منفرجة واحدة.

B إذا لم يكن في المثلث زاوية منفرجة واحدة، فإنه ليس مثلثًا منفرج الزاوية.

C إذا لم يكن المثلث منفرج الزاوية، فإنه لا يحتوي على زاوية منفرجة واحدة.

D إذا كان المثلث منفرج الزاوية، فإنه يحتوي على زاوية منفرجة واحدة.

الفصل 1 اختيار الفصل 79

المعالجة: استعمل نتائج اختبار الفصل ومخطط المعالجة لمساعدتك على تحديد مستوى المعالجة المناسب.

العبارة "إذا... فاختر..." في الجدول تساعدك على تحديد المستوى المناسب للمعالجة، واقتراح مصدر لكل مستوى.

إجابات:

(1) الحد التالي هو المضاعف التالي للعدد 15؛ 75.

(2) يدور المثلث 90° في اتجاه عقارب الساعة في كل مرة. وتبديل المنطقة المظللة بين نصفَي المثلث كل مرة.



(3) جميع الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة و $5 < -3$

بما أن $5 < -3$ خاطئة إذن عبارة الوصل خاطئة.

(4) $5 < -3$ أو جميع الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة.

وإذا كان $4x = 36$ فإن $x = 9$ ؛ بما أن q صائبة، إذن عبارة الفصل $p \vee q$ صائبة و r صحيحة إذن عبارة الوصل $(p \vee q) \wedge r$ صائبة.

(5) البرهان: بما أن $\overline{JK} \cong \overline{CB}$

و $\overline{KL} \cong \overline{AB}$ ، فإن $JK = CB$

و $KL = AB$ ، وذلك بتعريف تطابق القطع المستقيمة.

وبتطبيق خاصية الجمع للمساواة

وبتطبيق $JK + KL = CB + AB$

خاصية التعويض للمساواة يكون:

$JK + KL = CB + AB$ وباستعمال مسلمة

جمع أطوال القطع المستقيمة، ينتج أن

$AC = AB + BC$ و $JL = JK + KL$

وبالتعويض $JL = AC$ ومن تعريف

تطابق القطع المستقيمة فإن $\overline{JL} \cong \overline{AC}$.

(12) $m\angle 1 = 48^\circ$ ، $m\angle 2 = 42^\circ$ نظرية

الزاويتين المتتامتين، $m\angle 3 = 90^\circ$ ؛

معطيات.

(13) $m\angle 7 = 81^\circ$ ، $m\angle 8 = 99^\circ$ نظرية

الزاويتين المتكاملتين؛

$m\angle 5 = 81^\circ$ ، $m\angle 6 = 99^\circ$ نظرية

الزاويتين المتقابلتين بالرأس.

(14) إذا كانت الزاوية حادة، فإن قياسها أقل

من 90°

(15) إذا تعامد مستقيمان، فإنهما يكوّنان

زوايا قائمة.

مخطط المعالجة

المستوى 1	ضمن المتوسط	المستوى 2	دون المتوسط
إذا	أخطأ بعض الطلبة في حل ما نسبته 25% تقريبًا من الأسئلة،	إذا	أخطأ بعض الطلبة في حل ما نسبته 50% تقريبًا من الأسئلة،
فاختر	أحد المصادر الآتية:	فاختر	أحد المصدرين الآتيين:
الدروس:	1-1، 1-2، 1-3، 1-4، 1-5، 1-6، 1-7، 1-8	تدريبات إعادة التعليم،	تدريبات إعادة التعليم،
تدريبات المهارات،	ص (8، 13، 18، 23، 28، 33، 38، 43)	ص (6، 11، 16، 21، 26، 31، 36، 41)	ص (6، 11، 16، 21، 26، 31، 36، 41)
	www.obeikaneducation.com		www.obeikaneducation.com



التبرير المنطقي

أحيانًا كثيرة يتطلب حل مسائل الهندسة استعمال التبريرات المنطقية؛ لذا يمكنك استعمال أساسيات التبرير المنطقي في حل مسائل الاختبارات المعيارية.

استراتيجيات استعمال التبرير المنطقي

الخطوة 1

اقرأ المسألة لتحديد المعطيات، وما يجب أن تجده للإجابة عن السؤال.

الخطوة 2

- حدد هل بإمكانك تطبيق أحد مبادئ التبرير المنطقي في هذه المسألة.
- المثال المضاد: المثال المضاد هو المثال الذي يناقض عبارة يُفترض أنها صائبة. حدد بدائل الإجابة التي تراها متناقضة لنص المسألة واحذفها.
- المسلّمات: المسألة هي عبارة تصف علاقة أساسية في الهندسة. حدد هل بإمكانك تطبيق مسلمة للتوصل إلى نتيجة منطقية.

الخطوة 3

- إذا لم تصل إلى أي نتيجة من مبادئ الخطوة 2، فحدد ما إذا كانت الأدوات الآتية تساعدك على الحل أم لا.
- الأنماط: ابحث عن نمط لعمل تخمين مناسب.
- جداول الصواب: استعمل جدول صواب لتنظيم قيم الصواب للعبارة المعطاة في المسألة.
- أشكال فن: استعمل أشكال فن لتمثيل العلاقات بين عناصر المجموعات بوضوح.
- البراهين: استعمل التبرير الاستقرائي والتبرير الاستنتاجي للوصول إلى نتيجة على شكل برهان.

الخطوة 4

إذا لم يكن بإمكانك الوصول إلى نتيجة حتى باستعمال مبادئ الخطوة 3، فخمّن بديل الإجابة الأنسب، ثم ضع علامة على السؤال حتى ترجع إليه إذا بقي متسع من الوقت في نهاية الاختبار.

1 التركيز

الهدف: فهم الأدوات الأساسية للتبرير المنطقي، واستعمالها لحل المسائل.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

اسأل:

- كيف يمكن استعمال المثال المضاد لحل المسألة؟
- ما الطرائق المختلفة التي يمكننا بواسطتها تمثيل المعلومات المعطاة في السؤال؟
- ما نوعا التبرير المُستعملان في كتابة البراهين؟

مثال

اقرأ المسألة جيداً، وحدد المطلوب فيها. ثم استعمل المعطيات لحلها.

عدد طلاب مدرسة 292 طالباً، شارك 94 منهم في الألعاب الرياضية، و 122 في النوادي الثقافية، و 31 في كليهما. كم طالباً لم يشارك في الألعاب الرياضية أو في النوادي الثقافية؟

- A 95
B 107
C 122
D 138

اقرأ المسألة جيداً. من الواضح أنه ليس هناك أمثلة مضادة واضحة، ولا يمكن استعمال المسلمات للوصول إلى نتيجة منطقية؛ إذن علينا استعمال أدوات لتنظيم المعلومات المعطاة؛ لنراها بوضوح.

يمكننا رسم شكل فن نرى التقاطع بين المجموعتين، وتحديد معطيات السؤال على هذا الشكل.

حدد عدد الطلاب الذين شاركوا في الألعاب الرياضية أو في النوادي الثقافية فقط.

$$94 - 31 = 63$$

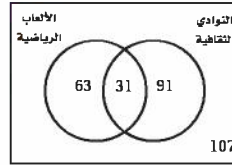
$$122 - 31 = 91$$

استعمل هذه المعلومات لحساب عدد الطلاب الذين لم يشاركوا في الألعاب الرياضية ولا في النوادي الثقافية.

$$292 - 63 - 91 - 31 = 107$$

إذن عدد الطلاب الذين لم يشاركوا في الألعاب الرياضية ولا في النوادي الثقافية يساوي 107 طلاب. وعليه فالإجابة الصحيحة هي B.

التشكلات المدرسية



مثال إضافي

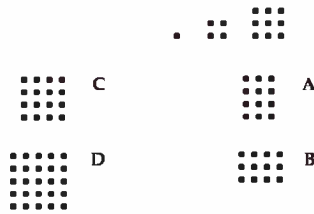
مدرسة عدد طلابها 367 طالباً، يمتلك 185 طالباً منهم جهاز حاسوب، ويمتلك 163 طالباً منهم دراجة، ويمتلك 97 منهم حاسوباً ودراجة. ما عدد الذين لا يمتلكون حاسوباً أو دراجة من بين طلاب المدرسة؟ B

- A 8
B 116
C 270
D 348

3 التقويم

استعمل التمرينين 1 و 2؛ للتحقق من فهم الطلاب.

2 أوجد الحد التالي في النمط أدناه. C



تمارين ومسائل

اقرأ كل سؤال مما يأتي. ثم اكتب رمز الإجابة الصحيحة.

1 حدد قيمة الصواب للعبارة الآتية. وإذا كانت خاطئة، فأعط مثلاً مضاداً. D

ناتج ضرب عددين زوجيين هو عدد زوجي.

- A خاطئة؛ $8 \times 4 = 32$
B خاطئة؛ $7 \times 6 = 42$
C خاطئة؛ $3 \times 10 = 30$
D صحيحة

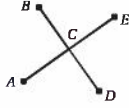
أسئلة الاختيار من متعدد

4) أي العبارات أدناه تعدّ نتيجة منطقية للعبارتين الآتيتين؟ B

إذا نزل المطر اليوم، فستُوجَل المباراة.
ستُقام المباريات المؤجلة أيام الجمعة.

- A إذا أُجِلَت المباراة، فإنها تُوجَل بسبب المطر.
B إذا نزل المطر اليوم، فستُقام المباراة يوم الجمعة.
C لا تُقام بعض المباريات المؤجلة أيام الجمعة.
D إذا لم ينزل المطر اليوم، فلن تُقام المباراة يوم الجمعة.

5) في الشكل أدناه تتقاطع \overline{AE} و \overline{BD} في C. أي النتائج الآتية ليست صائبة؟ D



- A $\angle ACB \cong \angle ECD$
B $\angle ACD$ و $\angle ACB$ متجاورتان على مستقيم.
C $\angle BCE$ و $\angle ACD$ متقابلتان بالرأس.
D $\angle BCE$ و $\angle BCD$ متتامتان.

6) أرجوحة: في حديقة بيت صغير ست شجرات مزروعة على شكل رؤوس سداسي منتظم. بكم طريقة يمكنك تعليق الأرجوحة وتثبيتها على شجرتين من الشجرات الست؟ C

- A 22 طريقة
B 12 طريقة
C 15 طريقة
D 36 طريقة

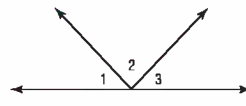
اقرأ كل سؤال مما يأتي، ثم اكتب رمز الإجابة الصائبة.

1) أي عبارات الوصل الآتية صائبة اعتمادًا على p و q أدناه؟ C

p : يوجد أربعة حروف في كلمة ربيع.
 q : يوجد حرفا علة في كلمة ربيع.

- A $p \wedge \sim q$
B $p \wedge q$
C $p \wedge \sim q$
D $\sim p \wedge q$

2) في الشكل الآتي $\angle 1 \cong \angle 3$. A



أي الاستنتاجات الآتية صحته ليست مؤكدة؟

- A $m\angle 1 - m\angle 2 + m\angle 3 = 90^\circ$
B $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 180^\circ$
C $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 2 + m\angle 3$
D $m\angle 2 - m\angle 1 = m\angle 2 - m\angle 3$

3) الزاويتان المتكاملتان تكونان متجاورتين على مستقيم دائمًا. C
أي مما يأتي يعدّ مثالاً مضاداً للعبارة السابقة؟

- A زاويتان غير متجاورتين
B زاويتان منفرجتان غير متجاورتين
C زاويتان قائمتان غير متجاورتين
D زاويتان متكاملتان ومتجاورتان على مستقيم

إرشادات للاختيار

السؤال 3، المثال المضاد هو المثال الذي يُعطى لإثبات أن الجملة المعطاة ليست صحيحة دائمًا.

تشخيص أخطاء الطلبة

ارصد أخطاء الطلبة في كل سؤال، فقد تشير هذه الإجابات إلى أخطاء شائعة وأخطاء مفاهيمية، مثل:

- 1) A $\sim p$ خاطئة.
B q خاطئة.
C صحيحة.
D $\sim p$ خاطئة.
2) A صحيحة.

B المجموع يساوي 180

C هذه خاصية التعويض.

D هذه خاصية التعويض.

3) A إذا كانت الزاويتان حادتين،

فإنهما غير متكاملتين.

B إذا كانت الزاويتان منفرجتين،

فإنهما غير متكاملتين.

C قد تكون الزاويتان قائمتين

ومتجاورتين على مستقيم.

D صحيحة.

4) A يمكن أن تُوجَل المباراة

لأسباب أخرى.

B صحيحة

C تناقض العبارة الثانية.

D يمكن أن تُوجَل المباراة

لأسباب أخرى.

5) A تعريف الزاويتين المتقابلتين

بالرأس.

B تعريف الزاويتين

المتجاورتين على مستقيم.

C تعريف الزاويتين المتقابلتين

بالرأس.

D صحيحة.

6) A تتضمن هذه الإجابة تكرارًا.

B ليست الإجابة 2×6 أو 12

C صحيحة.

D ليست الإجابة 6^2 أو 36

التقويم التكويني

يمكنك تحديد مدى تقدّم الطلاب في الفصل 1 من خلال:

اختبار تراكمي: ص (82-83)

اختبار تراكمي: ص (24-26)

بديل الواجب المنزلي

التهيئة للفصل 2: حدّد الأسئلة (85) واجباً منزلياً؛ لتقويم مهارات الطلاب في المتطلبات السابقة للفصل القادم.

أسئلة ذات إجابات مطوّلة

اكتب إجاباتك في ورقة الإجابة مبيناً خطوات الحل.

(12) إليك النمط الآتي:

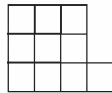
الشكل (1)



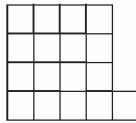
الشكل (2)



الشكل (3)



الشكل (4)



(a) ضع تخميناً لعدد المربعات في أيّ من أشكال النمط.

(b) اكتب عبارة جبرية يمكن استعمالها لإيجاد عدد المربعات في الشكل رقم n من هذا النمط. $n^2 + 1$

(c) ما عدد المربعات في الشكل السادس من هذا النمط؟ 37
(a) إجابة ممكنة: عدد مربعات كل شكل يساوي مربع رقم الشكل مضافاً إليه 1.

أسئلة ذات إجابات قصيرة

اكتب إجاباتك في ورقة الإجابة.

(7) تقع النقاط A, B, C, D على استقامة واحدة، وتقع النقطة B بين A و C وتقع النقطة C بين B و D . أكمل العبارة الآتية:

$$BD = AB + \text{؟} = AD$$

(8) يحتوي المستقيم m على النقاط D, E, F ، إذا كان $DE = 12 \text{ cm}$ ، و $EF = 15 \text{ cm}$ ، والنقطة D بين E و F ، فما طول DF ؟ 3cm

(9) استعمل البرهان الآتي للإجابة عن السؤال أدناه.

المعطيات: $\angle A$ هي متممة $\angle B$ ، $m\angle B = 46^\circ$

المطلوب: $m\angle A = 44^\circ$

البرهان:

المعطيات	العبارة
(1) معطيات	(1) $\angle A$ هي متممة $\angle B$ $m\angle B = 46^\circ$
(2) تعريف الزاويتين المتتامتين	(2) $m\angle A + m\angle B = 90^\circ$
(3) بالتعويض	(3) $m\angle A + 46^\circ = 90^\circ$
(4) ؟	(4) $m\angle A + 46^\circ - 46^\circ = 90^\circ - 46^\circ$
(5) بالتبسيط.	(5) $m\angle A = 44^\circ$

ما التبرير الذي يفسر الخطوة 4؟ خاصية الطرح للمساواة

(10) اكتب المعاكس الإيجابي للعبارة الآتية:

إذا كان قياس الزاوية أكبر من 90° ، فإنها منفرجة.
إذا لم تكن الزاوية منفرجة، فلن يكون قياسها أكبر من 90°

(11) النقطة E منتصف DF ، إذا كانت $DE = 8x - 3$ ، $EF = 3x + 7$ ، فأوجد قيمة x ؟ 2

هل تحتاج إلى مساعدة إضافية؟

12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	إذا لم تستطع الإجابة عن ...
1-1	1-7	1-3	1-6	1-7	1-7	1-5	1-8	1-4	1-1	1-8	1-2	فعد إلى المدرس...

الفصل 1 اختبار تراكمي 83

التقويم التكويني

المفردات الأساسية: يشير رقم الصفحة بعد كل مفردة إلى الصفحة التي وردت فيها المفردة أول مرة، فإذا واجه بعض الطلبة صعوبات في حل الأسئلة 1-8، فذكرهم بأنه يمكنهم استعمال هذه الصفحات مرجعاً ليتذكروا المعلومات حول هذه المفردات.

التقويم الختامي

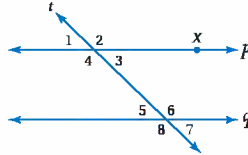
اختبار المفردات، ص (33).

المفردات الأساسية

المستقيمان المتخالفان (ص. 86)	القاطع (ص. 87)
المستويان المتوازيان (ص. 86)	الزوايا الداخلية (ص. 87)
المستقيمان المتوازيان (ص. 86)	الزوايا الخارجية (ص. 87)
الزاويتان المتبادلتان خارجياً (ص. 87)	الميل (ص. 109)
الزاويتان المتبادلتان داخلياً (ص. 87)	معدل التغير (ص. 110)
الزاويتان المتحالفتان (ص. 87)	صيغة الميل ونقطة (ص. 117)
الزاويتان المتناظرتان (ص. 87)	صيغة الميل والمقطع (ص. 117)
	متساوي البعد (ص. 129)
	المحل الهندسي (ص. 129)

اختبر مفرداتك

بين ما إذا كانت كل جملة مما يأتي صحيحة أو خاطئة، وإذا كانت خاطئة فاستبدل بالكلمة التي تحتها خط كلمة من القائمة أعلاه؛ لتجعل الجملة صحيحة:



- إذا كان $\angle 5 \cong \angle 1$ ، فإن p و q مستقيمان متخالفان. **خاطئة؛ متوازيان**
- الزاويتان 4، 6 متبادلتان داخلياً. **صحيحة**
- الزاويتان 1، 7 متبادلتان خارجياً. **صحيحة**
- إذا كان p و q متوازيين فإن الزاويتين 3، 6 متطابقتان. **خاطئة؛ متكاملتان**
- بعد النقطة X عن المستقيم q هو طول القطعة المستقيمة العمودية من النقطة X إلى المستقيم q . **صحيحة**
- يُسمى المستقيم t قاطعاً للمستقيمين p و q . **صحيحة**
- إذا كان $q \parallel p$ ، فإن $\angle 2$ و $\angle 8$ متكاملتان. **خاطئة؛ متطابقتان**
- الزاويتان 4، 8 متناظرتان. **صحيحة**

ملخص الفصل

المفاهيم الأساسية

القاطع، (الدرس 2-1، 2-2)

- عندما يقطع قاطع مستقيمين، ينتج عن التقاطع أزواج من الزوايا المتبادلة خارجياً أو المتبادلة داخلياً، أو المتحالفة أو المتناظرة.
- إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين فإن:
 - كل زاويتين متناظرتين متطابقتان.
 - كل زاويتين متبادلتين داخلياً متطابقتان.
 - كل زاويتين متحالفتين متكاملتان.
 - كل زاويتين متبادلتين خارجياً متطابقتان.

إثبات توازي مستقيمين: (الدرس 2-3)

- إذا قطع قاطع مستقيمين في نفس المستوى ونتج عن التقاطع أي مما يأتي، فإن المستقيمين متوازيان:
 - زاويتان متناظرتان متطابقتان.
 - زاويتان متبادلتان خارجياً متطابقتان.
 - زاويتان متبادلتان داخلياً متطابقتان.
 - زاويتان متحالفتان متكاملتان.
- إذا كان المستقيمان عموديين على المستقيم نفسه في المستوى فإنهما متوازيان.

الميل، (الدرس 2-4، 2-5)

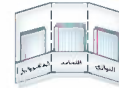
- الميل m لمستقيم يمر بالنقطتين (x_1, y_1) ، (x_2, y_2) يعطى بالصيغة $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ، حيث $x_1 \neq x_2$.

البُعد، (الدرس 2-6)

- البُعد بين مستقيم ونقطة لا تقع عليه، هو طول القطعة المستقيمة العمودية من تلك النقطة.
- البُعد بين مستقيمين متوازيين، هو المسافة العمودية بين أحد المستقيمين وأي نقطة على المستقيم الآخر.

المطويات

تأكد من أن المفاهيم الأساسية مدونة في مطويتك.



المطويات

منظم أفكار

واقترح عليهم أن يُقِّموا مطوياتهم في متناول أيديهم عند حل أسئلة دليل الدراسة والمراجعة. وبين لهم أنه يمكن أن تكون مطوياتهم أداة مراجعة سريعة استعداداً لاختبار الفصل.

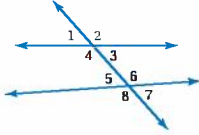
اطلب إلى الطلاب أن يتصفحوا دروس الفصل؛ للتحقق من أنهم كتبوا في مطوياتهم أمثلة لكل درس.

مراجعة الدروس

2-1 المستقيمان والقاطع (ص: 91-86)

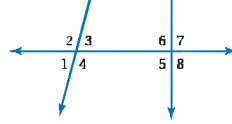
مثال 1

صنّف كل زوج من الزوايا فيما يأتي إلى زاويتين متبادلتين داخلياً، أو متبادلتين خارجياً، أو متناظرتين، أو متحالفتين، مستعملاً الشكل أدناه.



- (a) $\angle 3, \angle 6$ متحالفتان
(b) $\angle 2, \angle 6$ متناظرتان
(c) $\angle 1, \angle 7$ متبادلتان خارجياً
(d) $\angle 3, \angle 5$ متبادلتان داخلياً

صنّف كل زوج من الزوايا فيما يأتي إلى زاويتين متبادلتين داخلياً، أو متبادلتين خارجياً، أو متناظرتين، أو متحالفتين، مستعملاً الشكل أدناه. (9-12) انظر الهامش.



- (9) $\angle 1, \angle 5$
(10) $\angle 4, \angle 6$
(11) $\angle 2, \angle 8$
(12) $\angle 4, \angle 5$

(13) جسور المشاة: بُني جسر لعبور المشاة فوق شارع، صنّف المستقيمين اللذين يمثلان الجسر والشارع. مستقيمان متخالفتان

مراجعة الدروس

مراجعة: إذا لم تكن الأمثلة المُعطاة كافية لمراجعة المواضيع التي تناولتها الأسئلة، فذكر الطلاب بمرجع الصفحات الذي يدلّهم أين يراجعون تلك المواضيع في كتابهم المقرر.

إجابات:

(9) متناظرتان.

(10) متبادلتان داخلياً.

(11) متبادلتان خارجياً.

(12) متحالفتان.

(14) نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً.

(15) 57° ; $\angle 13 \cong \angle 5$ مسلمة الزاويتين المتناظرتين، و $\angle 13$ و $\angle 14$ متجاورتان على مستقيم.

(16) 57° ; $\angle 16 \cong \angle 14$ مسلمة الزاويتين المتناظرتين، و $\angle 9$ و $\angle 16$ متجاورتان على مستقيم.

(17) 123° ; $\angle 11 \cong \angle 5$ نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً، و $\angle 5 \cong \angle 1$ نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً.

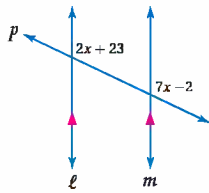
(18) 57° ; $\angle 1 \cong \angle 5$ نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً، و $\angle 4$ و $\angle 5$ متجاورتان على مستقيم.

(19) 57° ; $\angle 1 \cong \angle 3$ مسلمة الزاويتين المتناظرتين، و $\angle 3$ و $\angle 6$ متجاورتان على مستقيم.

2-2 الزوايا والمستقيمات المتوازية (ص: 101-94)

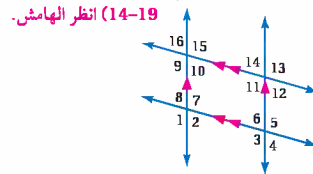
مثال 2

جبر: أوجد قيمة x في الشكل الآتي. وضح تبريرك.

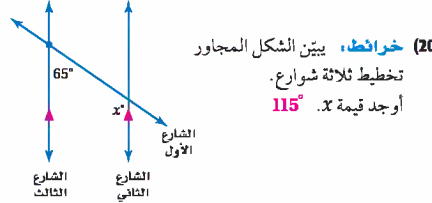


- مسلمة الزاويتين المتناظرتين $7x - 2 = 2x + 23$
جمع الحدود المتشابهة $7x - 2x = 23 + 2$
بسّط $5x = 25$
اقسم كلا الطرفين على 5 $x = 5$

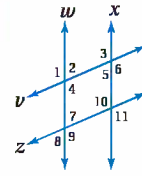
في الشكل أدناه: $m\angle 1 = 123^\circ$ ، أوجد قياس كل من الزوايا الآتية، واذكر المسلمات أو النظريات التي استعملتها:



- (14) $\angle 5$
(15) $\angle 14$
(16) $\angle 16$
(17) $\angle 11$
(18) $\angle 4$
(19) $\angle 6$



(20) **خواص:** يبيّن الشكل المجاور تخطيط ثلاثة شوارع. أوجد قيمة x .



هل يمكن إثبات أن أيًا من مستقيمات الشكل متوازية اعتمادًا على المعطيات في كلٍّ مما يأتي؟ وإذا كان أيها متوازيًا، فاذكر النظرية التي تبرّر إجابتك.

(21-24) انظر الهامش

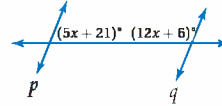
(21) $\angle 7 \cong \angle 10$

(22) $\angle 2 \cong \angle 10$

(23) $\angle 1 \cong \angle 3$

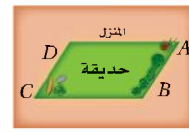
(24) $\angle 3 \cong \angle 11$

(25) أوجد قيمة x ، بحيث



يكون $q \parallel p$ ، وحدّد المسألة أو النظرية التي استعملتها.

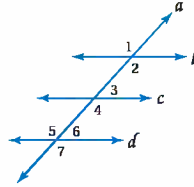
(26) هندسة المواقع: إذا كان



فأوجد قياس $\angle ADC$ الذي يجعل $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$.

مثال 3

هل يمكن إثبات أن أيًا من مستقيمات الشكل متوازية اعتمادًا على المعطيات في كلٍّ مما يأتي؟ وإذا كان أيها متوازيًا، فاذكر المسألة أو النظرية التي تبرّر إجابتك.



(a) $\angle 1 \cong \angle 7$

$\angle 1$ و $\angle 7$ متبادلتان خارجيًا بالنسبة للمستقيمين b و d . بما أن $\angle 1 \cong \angle 7$ ، فإن $d \parallel b$ بحسب عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجيًا.

(b) $\angle 4 \cong \angle 5$

$\angle 4$ و $\angle 5$ متبادلتان داخليًا بالنسبة للمستقيمين c و d . بما أن $\angle 4 \cong \angle 5$ ، فإن $d \parallel c$ بحسب عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليًا.

إجابات:

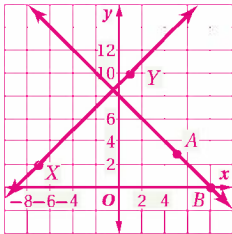
(21) $w \parallel x$ ؛ عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين.

(22) لا يوجد مستقيمتان متوازيتان.

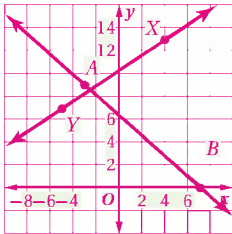
(23) $w \parallel x$ ؛ عكس مسّمة الزاويتين المتناظرتين.

(24) $v \parallel z$ ؛ عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجيًا.

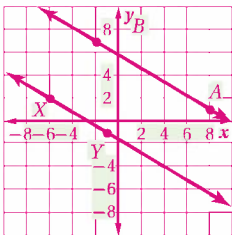
(27) متعامدان



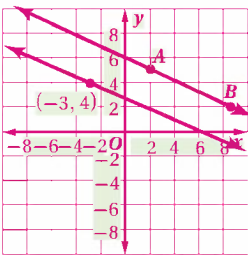
(28) غير ذلك



(29) متوازيان

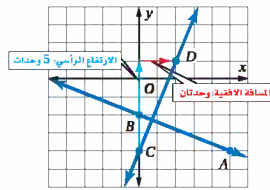


(30)



مثال 4

مثّل بيانيًا المستقيم الذي يمر بالنقطة $C(0, -4)$ ، والعمودي على \overline{AB} ، حيث $A(5, -4)$ ، $B(0, -2)$.



ميل \overline{AB} يساوي $-\frac{2}{5} = \frac{-2 - (-4)}{0 - 5}$

بما أن ميل \overline{AB} يساوي $-\frac{2}{5}$ ، فإن ميل المستقيم العمودي على \overline{AB} يساوي $\frac{5}{2}$.

لتمثيل المستقيم بيانيًا، ابدأ من النقطة C ، وتحرك 5 وحدات إلى أعلى ووحدة إلى اليمين، وسمّ النقطة D ، ثم ارسم \overline{CD} .

حدّد ما إذا كان \overline{AB} و \overline{XY} متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك في كلٍّ مما يأتي، ومثّل كل مستقيم بيانيًا لتتحقق من إجابتك.

(27) $A(5, 3)$ ، $B(8, 0)$ ، $X(-7, 2)$ ، $Y(1, 10)$ انظر الهامش.

(28) $A(-3, 9)$ ، $B(0, 7)$ ، $X(4, 13)$ ، $Y(-5, 7)$

(29) $A(8, 1)$ ، $B(-2, 7)$ ، $X(-6, 2)$ ، $Y(-1, -1)$

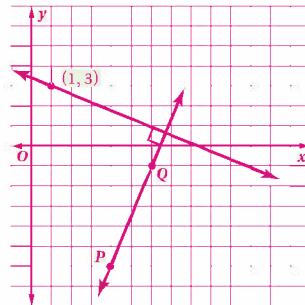
ارسم المستقيم الذي يحقق الشروط في كلٍّ مما يأتي:

(30) يمر بالنقطة $(-3, 4)$ ، ويوازي \overline{AB} ، حيث $A(2, 5)$ ، $B(9, 2)$.

(31) يمر بالنقطة $(1, 3)$ ، ويعامد \overline{PQ} ، حيث $P(4, -6)$ ، $Q(6, -1)$.

(32) طائرات: تحلّق الطائرتان A و B في مسارين مستقيمين وعلى الارتفاع نفسه. رصد قمر اصطناعي موقعين للطائرة A عند النقطتين $(5, 11)$ ، $(23, 17)$ ، ورصد موقعين للطائرة B عند النقطتين $(9, 17)$ ، $(3, 15)$. هل مسارا الطائرتين متوازيان، أم متعامدان، أم غير ذلك؟ متوازيان

(31)



مثال 5

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(2, 5)$, $(6, 3)$.

الخطوة 1: أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 5}{6 - 2} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

الخطوة 2: اكتب معادلة المستقيم.

$$\begin{aligned} \text{صيغة الميل ونقطة: } y - y_1 &= m(x - x_1) \\ y - 5 &= -\frac{1}{2}(x - 2) \\ \text{بسطة: } y - 5 &= -\frac{1}{2}x + 1 \\ \text{اجمع 5 لكلا الطرفين: } y &= -\frac{1}{2}x + 6 \end{aligned}$$

اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم المُعطى ميله ونقطة يمر بها في كل مما يأتي:

$$\begin{aligned} (33) \quad m &= 2, (4, -9) & y + 9 &= 2(x - 4) \\ (34) \quad m &= -\frac{3}{4}, (8, -1) & y + 1 &= -\frac{3}{4}(x - 8) \end{aligned}$$

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المُعطى ميله ومقطع محور y له فيما يأتي:

$$\begin{aligned} (35) \quad m &= 5, b = -3 & y &= 5x - 3 \\ (36) \quad m &= \frac{1}{2}, b = 4 & y &= \frac{1}{2}x + 4 \end{aligned}$$

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي أعطيت نقطتان يمر بهما فيما يأتي:

$$\begin{aligned} (37) \quad (-3, 12), (15, 0) & \quad y = -\frac{2}{3}x + 10 \\ (38) \quad (-7, 2), (5, 8) & \quad y = \frac{1}{2}x + \frac{11}{2} \end{aligned}$$

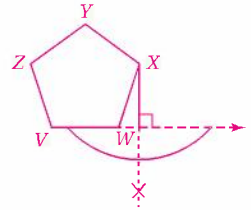
(39) فيزياء: تسير مركبة بسرعة 30 m/s وبدأت تتباطأ بمعدل ثابت، وبعد ثانيتين أصبحت سرعتها 16 m/s ، اكتب معادلة تمثل سرعة المركبة v بعد t ثانية. ثم استعمل المعادلة لتحديد الزمن الذي تستغرقه حتى تقف. $4.3s: v = -7t + 30$ تقريباً

نموذج التوقع

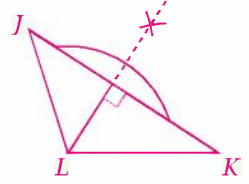
اطلب إلى الطلاب تعبئة نموذج التوقع للفصل 2 ص (27)، وناقشهم حول تغيير إجاباتهم بعد إتمام دراسة الفصل عما كانت عليه عند بدايته.

إجابات:

(40)



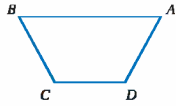
(41)



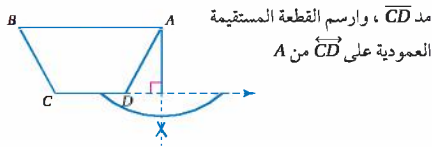
2-6 الأعمدة والمسافة (ص: 126-134)

مثال 6

ارسم القطعة المستقيمة التي تمثل البعد بين \vec{CD} و A .



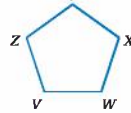
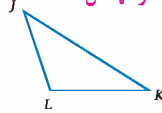
البعد بين المستقيم ونقطة لا تقع عليه، هو طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم من تلك النقطة.



أنشئ القطعة المستقيمة التي تمثل البعد في كل مما يأتي:

(40) البعد بين \vec{XW} و \vec{JK} (41) البعد بين L و \vec{JK}

(40, 41) انظر الهامش.



(42) قياس: علّق خالد صفّين من الصور على حائط غرفته، فقام أولاً ب تثبيت مسامير لوحات الصف العلوي على استقامة واحدة، ثم علّق الخيط الشاقوئي على كل مسمار وقاس مسافات متساوية أسفل كل مسمار ووضع مساميراً للوحة في الصف الثاني. لماذا يدل هذا العمل على أن صفّي الصور سيكونان متوازيين؟ صفّ المسامير الثاني متساوي البعد عند نقاط الصف الأول كلّها.

المعالجة: استعمل نتائج اختبار الفصل ومخطط المعالجة لمساعدتك على تحديد مستوى المعالجة المناسب. العبارة "إذا... فاختر..." في الجدول تساعدك على تحديد المستوى المناسب للمعالجة، واقتراح مصدر لكل مستوى.

إجابات:

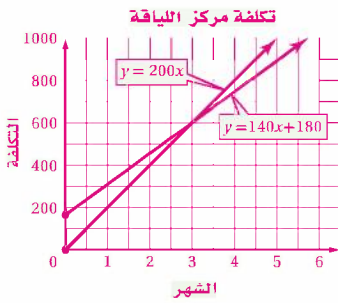
(8) 84° : نظرية الزاويتين المتحالفتين.

(9) 138° : نظرية الزاويتين المتكاملتين.

(10) 42° : نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً.

(12a) العرض الأول: $y = 200x$

العرض الثاني: $y = 140x + 180$

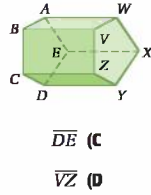


(12b) ليسا متوازيين؛ يتقاطعان المستقيمان لأن ميليهما غير متساويين.

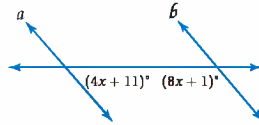
(12c) يظهر من الرسم أن الاشتراك لأقل من 3 أشهر أفضل في العرض الأول، أما الاشتراك لمدة تزيد على 3 أشهر أفضل في العرض الثاني.

(24) $y = 12x + 300$ ، حيث x عدد ساعات العمل.

(17) اختيار من متعدد، أي القطع المستقيمة تخالف \overline{CD} ؟ D



(18) أوجد قيمة x التي تجعل $6 \parallel a$. وحّد المسألة أو النظرية التي استعملتها. 14: عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين

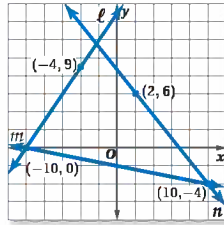


هندسة إحداثية: أوجد البعد بين النقطة P والمستقيم ℓ في كل مما يأتي:

(19) يمر المستقيم ℓ بالنقطتين P و $(-4, 2)$. وإحداثيا النقطة P هما $(1, 2)$. $\frac{5\sqrt{2}}{2} \approx 3.5$

(20) يمر المستقيم ℓ بالنقطتين P و $(2, 3)$. وإحداثيا النقطة P هما $(2, 6)$. $\frac{6\sqrt{5}}{5} \approx 2.7$

استعمل الشكل أدناه لتجد ميل كل مستقيم فيما يأتي:



(21) المستقيم ℓ . $\frac{3}{2}$

(22) مستقيم يوازي m . $-\frac{1}{5}$

(23) مستقيم يعامد n . $\frac{4}{5}$

(24) أعمال: يعمل محمود مندوب مبيعات، ويتقاضى 12 ريالاً عن كل ساعة عمل زائد عمولة مقدارها 15% من قيمة مبيعاته. اكتب معادلة تمثل ما يتقاضاه في أحد الأسابيع إذا كانت قيمة مبيعاته 2000 ريال. انظر الهامش.

صنّف كل زوج من الزوايا فيما يأتي إلى زاويتين متبادلتين داخلياً، أو متبادلتين خارجياً، أو منطائرتين، أو متحالفتين، مستعملاً الشكل أدناه.

(1) $\angle 6, \angle 3$ متبادلتان خارجياً

(2) $\angle 4, \angle 7$ متحالفتان

(3) $\angle 5, \angle 4$ متبادلتان داخلياً

أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين A و B في كل مما يأتي:

(4) $A(8, 1), B(8, -6)$ غير معرف

(5) $A(0, 6), B(4, 0)$ $-\frac{3}{2}$

(6) $A(6, 3), B(-6, 3)$ 0

(7) $A(5, 4), B(8, 1)$ -1

في الشكل أدناه: $m\angle 8 = 96^\circ$ و $m\angle 12 = 42^\circ$. أوجد قياس كل

من الزوايا الآتية، واذكر المسلمات أو النظريات التي استعملتها.

(8) $\angle 9$ (8-10) انظر الهامش

(9) $\angle 11$

(10) $\angle 6$

(11) أوجد قيمة x في الشكل الآتي: 128



(12) ناد رياضي: يقارن مشاري بين عرضين مقدمين من ناد رياضي.

يدفع في العرض الأول 200 ريال شهرياً. ويدفع في العرض الثاني 140 ريالاً شهرياً بالإضافة إلى رسوم اشتراك لأول مرة مقدارها 180 ريالاً. (a-c) انظر الهامش

(a) اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلتين تمثلان التكلفة y

للاشتراك في كل من العرضين لعدد x من الأشهر. ثم مثلهما بيانياً.

(b) هل المستقيمان الممثلان بيانياً في الفرع متوازيان؟ وضح السبب.

(c) أي العرضين هو الأفضل؟ وضح إجابتك.

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم في كل من الحالات الآتية:

(13) يمر بالنقطة $(-8, 1)$ ، ويعامد $y = 2x - 17$ $y = -\frac{1}{2}x - 3$

(14) يمر بالنقطة $(0, 7)$ ، ويوازي $y = 4x - 19$ $y = 4x + 7$

أوجد البعد بين كل مستقيمين متوازيين فيما يأتي:

(15) $y = x - 11$ $\sqrt{8} \approx 2.8$ (16) $y = -2x + 1$ $\sqrt{45} \approx 6.7$

$y = x - 7$ $y = -2x + 16$

مخطط المعالجة

المستوى 1	ضمن المتوسط	المستوى 2	دون المتوسط
إذا	أخطأ بعض الطلبة في حل ما نسبته 25% تقريباً من الأسئلة،	إذا	أخطأ بعض الطلبة في حل 50% تقريباً من الأسئلة،
فاختَر	أحد المصادر الآتية:	فاختَر	أحد المصدرين الآتيين:
	الدروس 1-2، 2-2، 2-3، 2-4، 2-5، 2-6		تدريبات إعادة التعليم، ص (6، 11، 16، 21، 26، 31)
	تدريبات المهارات، ص (8، 13، 18، 23، 28، 33)		www.obeikaneducation.com
	www.obeikaneducation.com		

1 التركيز

الهدف: إضافة مستقيمت مساعدة على بعض الرسوم لحل المسألة.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

اسأل:

- ما فائدة إضافة مستقيم مساعد على رسم هندسي؟ إجابة ممكنة: يصبح الشكل مقارياً للشكل مألوف يمكن حساب بعض القياسات عليه، أو اكتشاف بعض الخصائص.
- هل إضافة المستقيم المساعد تؤثر في معطيات المسألة؟ لا.

رسم مستقيمت مساعدة لحل بعض المسائل الهندسية

من المحتمل أن تواجه في الاختبارات المعيارية بعض الأسئلة التي تحتاج فيها إلى إضافة مستقيمت مساعدة لتطبيق بعض النظريات والمسلمات عليها والوصول لحلها.

استراتيجيات الحل

الخطوة 1

- اقرأ المسألة وتفحص الشكل بإمعان.
- حاول ربط الشكل بأشكال مرتبطة بنظريات أو مسلمات.

الخطوة 2

- قرر الجزء الناقص من الشكل؛ ليكون مشابهاً لشكل له خصائص معينة.
- أضف الجزء الناقص (رسم مستقيم، إكمال زاوية...).

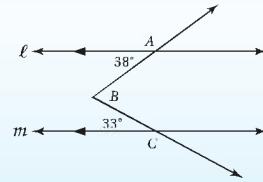
الخطوة 3

- طبق النظريات والمسلمات على الشكل بعد التعديل.
- استنتج المطلوب.

مثال

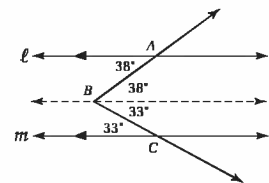
اقرأ المسألة جيداً، وحدّد ما تحتاج إلى معرفته، ثم استعمل المعطيات لحلها.

في الشكل أدناه: قُطعت $\angle ABC$ بالمستقيمين المتوازيين ℓ و m . ما قياس $\angle ABC$ ؟
اكتب إجابتك بالدرجات.



ارسم مستقيماً ثالثاً مساعداً يوازي المستقيمين ℓ و m مارّاً بالنقطة B . وأوجد قياسات الزوايا باستعمال الزوايا المتبادلة داخلياً:

حل المسألة



$$m\angle ABC = 38^\circ + 33^\circ = 71^\circ$$

مثال إضافي

ما ميل المستقيم الذي يحتوي على النقاط المبيّنة في الجدول أدناه؟ 4

x	y
-4	-18
-2	-10
2	6
4	14

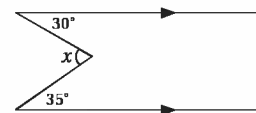
3 التقويم

استعمل التمرينين 1 و 2 للتحقق من فهم الطلاب.

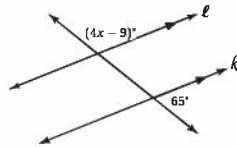
تمارين ومسائل

اقرأ كل سؤال فيما يأتي، ثم اكتب الإجابة الصحيحة في نموذج الإجابة:

(1) ما قيمة x في الشكل أدناه؟

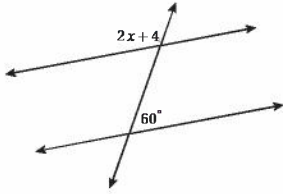


(2) ما قيمة x في الشكل أدناه؟ 31



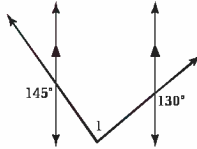
أسئلة الاختيار من متعدد

(5) ما قيمة x على الشكل أدناه؟ **C**



- 120 **A**
58 **C**
116 **B**
60 **D**

(6) ما قياس $\angle 1$ في الشكل أدناه؟ **A**



- 85 **A**
95 **C**
90 **B**
100 **D**

(7) يرغب عبدالله في شراء ساعة يد سعرها 580 ريالاً. إذا كان لديه 140 ريالاً، ويمكنه ادخار 40 ريالاً أسبوعياً، فبعد كم أسبوع يتوافر لديه المبلغ الكافي لشراء الساعة؟ **B**

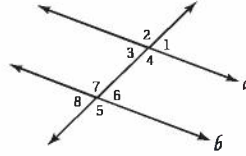
- 10 **A**
12 **C**
11 **B**
13 **D**

إرشادات للاختبار

السؤال 6: يمكن أن يساعدك الرسم على حل المسألة؛ لذا ارسم مستقيماً ثالثاً موازياً يمر برأس الزاوية 1، ثم استعمل خصائص المستقيمات المتوازية والقاطع لحل المسألة.

اقرأ كل سؤال فيما يأتي، ثم اكتب رمز الإجابة الصحيحة:

(1) في الشكل أدناه: إذا كان $a \parallel b$ ، فأَيُّ مما يأتي صحته ليست مؤكدة؟ **D**



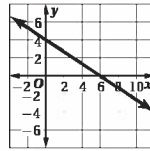
- $\angle 2 \cong \angle 5$ **C**
 $\angle 1 \cong \angle 3$ **A**
 $\angle 8 \cong \angle 2$ **D**
 $\angle 4 \cong \angle 7$ **B**

(2) أيُّ مما يأتي مثال مضاد للعبارة أدناه؟ **A**

مجموع أي عددين فرديين عدد فردي

- $6 + 2 = 8$ **C**
 $3 + 3 = 6$ **A**
 $4 + 9 = 13$ **D**
 $5 + 4 = 9$ **B**

(3) ما ميل المستقيم الممثل بيانياً أدناه؟ **A**



- $-\frac{2}{5}$ **C**
 $-\frac{2}{3}$ **A**
 $-\frac{1}{6}$ **D**
 $-\frac{1}{2}$ **B**

(4) يمر المستقيم K بالنقطتين $(4, 1)$ و $(-5, -5)$.

أوجد البعد بين المستقيم K والنقطة $F(-4, 0)$. **B**

- 3.3 وحدات **A**
4.0 وحدات **C**
3.6 وحدات **B**
4.2 وحدات **D**

تشخيص أخطاء الطلبة

ارصد أخطاء الطلبة في كل سؤال، إذ قد تشير هذه الإجابات إلى أخطاء شائعة وأخطاء مفاهيمية مثل:

- (1) **A** لم يطبق نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس.
B لم يطبق نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً.
C لم يطبق نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً.
D صحيحة.

- (2) **A** صحيحة.
B أحد العددين المجموعين زوجي.
C العددان المجموعان زوجيان والمجموع زوجي.
D أحد العددين المجموعين زوجي.

- (3) **A** صحيحة.
B لم ينتبه إلى أن الارتفاع أكثر من 1 بقليل.
C أخطأ في الحسابات.
D أخطأ في الحسابات.

- (4) **A** أخطأ في الصيغة.
B صحيحة.
C أخطأ في الحسابات.
D أخطأ في الحسابات.

- (5) **A** أوجد مكمل 60° .
B أخطأ في الحسابات.
C صحيحة.
D أخطأ في الحسابات.

- (6) **A** صحيحة.
B قدر بالنظر.
C أخطأ في الحسابات.
D أخطأ في الحسابات.

- (7) **A** أخطأ في الحسابات.
B صحيحة.
C أخطأ في الحسابات.
D أخطأ في الحسابات.

التقويم التكويني

يمكنك تحديد مدى تقدم الطلاب في الفصلين 1، 2 من خلال:

اختبار تراكمي:

الفصلان 1، 2، ص (142، 143)

اختبار تراكمي: ص (43-45)

أسئلة ذات إجابات قصيرة

اكتب إجابتك في ورقة الإجابة:

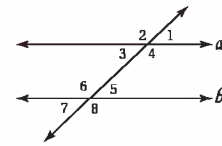
(8) إذا علم مستقيم ونقطة لا تقع عليه، فكم مستقيماً يمر بتلك النقطة ويوازي المستقيم المعطى؟ مستقيم واحد

(9) أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(-2, -5)$ ، $(4, 3)$. $\frac{4}{3}$

(10) أكمل البرهان الآتي:

المعطيات، $m\angle 1 + m\angle 8 = 180^\circ$

المطلوب، $a \parallel b$



البرهان:

المبررات	العبارة
(1) مُعطى	$m\angle 1 + m\angle 8 = 180^\circ$ (1)
(2) خاصية الطرح للمساواة	$m\angle 1 = 180^\circ - m\angle 8$ (2)
(3) زاويتان متجاورتان على مستقيم	$m\angle 5 + m\angle 8 = 180^\circ$ (3)
(4) خاصية الطرح للمساواة	$m\angle 5 = 180^\circ - m\angle 8$ (4)
(5) خاصية التعدي للمساواة أو (خاصية التعويض)	$m\angle 1 = m\angle 5$ (5)
(6) عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين	$a \parallel b$ (6)

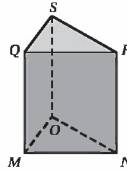
(11) اكتب المعاكس الإيجابي للعبارة:

"إذا كان الشكل مربعاً، فإنه متوازي أضلاع".
إذا لم يكن الشكل متوازي أضلاع، فإنه ليس مربعاً.

أسئلة ذات إجابات مطولة

اكتب إجابتك في ورقة الإجابة مبيناً خطوات الحل.

(12) استعمل الشكل أدناه لتحديد كلاً مما يأتي:

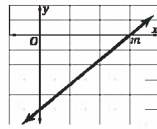


القطعتان المستقيمتان \overline{NR} ، \overline{OS}

(a) جميع القطع المستقيمة التي توازي \overline{MQ} المستويات

(b) جميع المستويات المتقاطعة مع المستوى SRN المستويات QMN ، SOM ، QRS ، OMN

(c) قطعة مستقيمة تخالف \overline{ON} إجابة ممكنة: \overline{MQ}



(13) استعمل التمثيل البياني المجاور للإجابة عن كل من الأسئلة الآتية:

(a) ما معادلة المستقيم m ؟

(b) ما ميل المستقيم الذي يوازي المستقيم m ؟

(c) ما ميل مستقيم عمودي على المستقيم m ؟

$y = 0.8x - 5$
 -1.25

هل تحتاج إلى مساعدة إضافية؟

13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	إذا لم تجب عن سؤال ...
2-5	2-1	1-3	2-3	2-4	2-6	2-5	2-2	2-2	2-6	2-4	1-1	2-2	فعد إلى ...

الفصل 2 اختبار تراكمي 143

بديل الواجب المنزلي

التهيئة للفصل 3: حدد الأسئلة

ص (145) واجباً منزلياً؛ لتقويم مهارات الطلاب في المتطلبات السابقة للفصل القادم.

التقويم التكويني

المفردات الأساسية: رقم الصفحة بعد كل مفردة يشير إلى الصفحة التي وردت فيها المفردة أول مرة.

فإذا واجه بعض الطلاب صعوبات في حل الأسئلة 1-7، فذكّرهم بأنه يمكنهم استعمال هذه الصفحات مرجعًا ليتذكروا المعلومات حول هذه المفردات.

التقويم الختامي

اختبار المفردات، ص (52).

ملخص الفصل

مفاهيم أساسية

تصنيف المثلثات (الدرس 1-3)

- يمكن تصنيف المثلث بحسب نوع زواياه، فيكون حاد الزوايا أو متطابق الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية. وكذلك يمكن تصنيفه بحسب أضلاعه، فيكون مختلف الأضلاع أو متطابق الضلعين أو متطابق الأضلاع.

زوايا المثلث (الدرس 2-3)

- قياس الزاوية الخارجية للمثلث يساوي مجموع قياسَي الزاويتين الداخليتين البعديتين.

المثلثات المتطابقة (الدرس 3-3 إلى 3-5)

- SSS: يتطابق مثلثان إذا كانت أضلاعهما المتناظرة متطابقة.
- SAS: يتطابق مثلثان إذا طابق ضلعان والزاوية المحصورة بينهما في المثلث الأول نظائرها في المثلث الآخر.
- ASA: يتطابق مثلثان إذا طابقت زاويتان والضلع المحصور بينهما في المثلث الأول نظائرها في المثلث الآخر.
- AAS: يتطابق مثلثان إذا طابقت زاويتان وضلع غير محصور بينهما في المثلث الأول نظائرها في المثلث الآخر.

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع (الدرس 3-6)

- زاويتا القاعدة في المثلث المتطابق الضلعين متطابقتان، ويكون المثلث متطابق الأضلاع إذا تطابقت جميع زواياه.

المثلثات والبرهان الإحداثي (الدرس 3-7)

- يستعمل البرهان الإحداثي الأشكال في المستوى الإحداثي والجبر؛ لإثبات صحة المفاهيم الهندسية.

المطويات

منظم أفكار

تأكد من أن المفاهيم الأساسية مدونة في مطويتك.

المثلثات المتطابقة

المفردات الأساسية،

- المثلث الحاد الزوايا (ص. 146) النتيجة (ص. 157)
- المثلث المنفرج الزاوية (ص. 146) التطابق (ص. 162)
- المثلث القائم الزاوية (ص. 146) المضلعات المتطابقة (ص. 162)
- المثلث المتطابق الأضلاع (ص. 147) العناصر المتناظرة (ص. 162)
- المثلث المتطابق الضلعين (ص. 147) الزاوية المحصورة (ص. 172)
- المثلث المختلف الأضلاع (ص. 147) الضلع المحصور (ص. 179)
- المستقيم المساعد (ص. 154) ساقا المثلث المتطابق (ص. 188)
- الزاوية الخارجية (ص. 156) الضلعين (ص. 188)
- الزاويتان الداخليتان (ص. 156) زاوية الرأس (ص. 188)
- البعديتان (ص. 156) زاويتا القاعدة (ص. 188)
- البرهان التسلسلي (ص. 156) البرهان الإحداثي (ص. 196)

اختبر مفرداتك

حدّد ما إذا كانت كل عبارة فيما يأتي صحيحة أم خاطئة. وإذا كانت خاطئة فاستبدل ما تحته خط لتصبح صحيحة:

- المثلث المتطابق الزوايا هو مثال على المثلث الحاد الزوايا. **صحيحة**
- المثلث الذي يحوي زاوية أكبر من 90° هو مثلث قائم الزاوية. **خاطئة؛ منفرج**
- المثلث المتطابق الأضلاع يكون متطابق الزوايا دائمًا. **صحيحة**
- المثلث المختلف الأضلاع فيه ضلعان متطابقان على الأقل. **خاطئة؛ المتطابق الضلعين**
- الضلع المحصور هو الضلع الذي يقع بين زاويتين متتاليتين في مضلع. **صحيحة**
- البرهان التسلسلي يستعمل الأشكال في المستوى الإحداثي والجبر لبرهنة المفاهيم الهندسية. **خاطئة؛ البرهان الإحداثي**
- قياس الزاوية الخارجية لمثلث يساوي مجموع قياسَي الزاويتين الداخليتين البعديتين. **صحيحة**

المطويات

منظم أفكار

واقترح عليهم أن يُبقوا مطوياتهم في متناول أيديهم عند حل أسئلة دليل الدراسة والمراجعة. وبيّن لهم أنه يمكن أن تكون هذه المطويات أداة مراجعة سريعة لهم استعدادًا لاختبار الفصل.

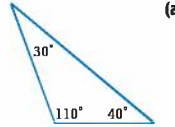
اطلب إلى الطلاب أن يتصفحوا دروس الفصل؛ للتحقق من أنهم كتبوا في مطوياتهم أمثلة لكل درس.

مراجعة الدروس

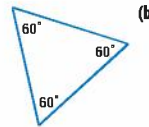
مراجعة: إذا لم تكن الأمثلة المعطاة كافية لمراجعة المواضيع التي تناولتها الأسئلة، فذكر الطلاب بمرجع الصفحات الذي يدلهم أين يراجعون تلك المواضيع في كتابهم.

مثال 1

صنّف كلّاً من المثلثين الآتيين إلى حاد الزوايا أو متطابق الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية.



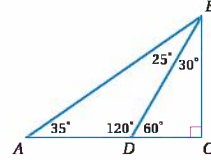
بما أن للمثلث زاوية منفرجة، فيكون مثلثاً منفرج الزاوية.



للمثلث ثلاث زوايا حادة جميعها متساوية؛ لذا فهو مثلث متطابق الزوايا.

- (13) المسافة بين الرياض ومكة المكرمة: 877 km
المسافة بين الرياض والمدينة المنورة: 853 km
المسافة بين مكة المكرمة والمدينة المنورة: 362 km
المثلث المتكون مختلف الأضلاع.

صنّف كلّاً من المثلثات الآتية إلى حاد الزوايا أو متطابق الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية:

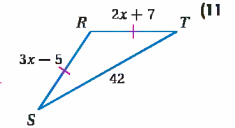


(8) منفرج الزاوية $\triangle ADB$

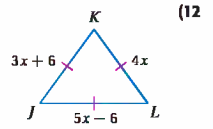
(9) قائم الزاوية $\triangle BCD$

(10) قائم الزاوية $\triangle ABC$

جبر: أوجد قيمة x وأطوال الأضلاع المجهولة في المثلثات الآتية:



$$x = 12, RS = RT = 31$$



$$x = 6, JK = KL = JL = 24$$

- (13) **خريطة:** المسافة من الرياض إلى المدينة المنورة ومنها إلى مكة المكرمة ثم إلى الرياض تساوي 2092 km، والمسافة بين الرياض ومكة المكرمة تزيد 515 km على المسافة بين المدينة المنورة ومكة المكرمة. والمسافة بين المدينة المنورة ومكة المكرمة تقل 491 km عن المسافة بين الرياض والمدينة المنورة. أوجد المسافة بين كل مدينتين من هذه المدن، وصنّف المثلث الذي رؤوسه هذه المدن الثلاث.

إجابات:

$$\angle D \cong \angle J, \angle A \cong \angle F, \angle C \cong \angle H, \quad (18)$$

$$\angle B \cong \angle G, \overline{AB} \cong \overline{FG}, \overline{BC} \cong \overline{GH},$$

$$\text{لذا } \overline{DC} \cong \overline{JH}, \overline{DA} \cong \overline{JF};$$

$$\text{المضلع } ABCD \cong \text{المضلع } FGHI$$

$$\angle X \cong \angle J, \angle Y \cong \angle K, \angle Z \cong \angle L, \quad (19)$$

$$\angle XY \cong \angle JK, \angle YZ \cong \angle KL, \angle XZ \cong \angle JL;$$

$$\text{لذا } \triangle XYZ \cong \triangle JKL$$

(20) إجابة ممكنة:

$$\triangle BFG \cong \triangle CGH \cong \triangle DHE \cong \triangle AEF$$

3-2 زوايا المثلثات (ص: 154-161)

مثال 2

أوجد قياس كل من الزوايا المرقمة في الشكل المجاور:

أوجد قياس كل من الزوايا المرقمة في الشكل المجاور:

عوض

$$m\angle 2 + m\angle PQS = 90^\circ$$

$$m\angle 2 + 51^\circ = 90^\circ$$

$$m\angle 2 = 39^\circ$$

أطرح 51 من الطرفين

نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث

$$m\angle 1 + m\angle 2 + 33^\circ = 180^\circ$$

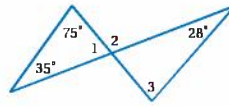
عوض

$$m\angle 1 + 39^\circ + 33^\circ = 180^\circ$$

بسّط

$$m\angle 1 + 72^\circ = 180^\circ$$

أطرح 72 من الطرفين

$$m\angle 1 = 108^\circ$$


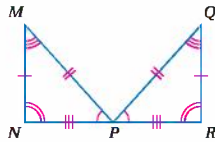
(17) **منازل:** حديقة منزلية على صورة مثلث متطابق الضلعين كما في الشكل أدناه. أوجد قيمة x . 104



3-3 المثلثات المتطابقة (ص: 162-169)

مثال 3

بين أن المثلثين الآتين متطابقان، وذلك بتحديد العناصر المتناظرة المتطابقة جميعها، ثم اكتب عبارة التطابق:

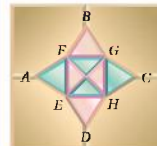


الزوايا: $\angle MNP \cong \angle QRP, \angle MPN \cong \angle QPR$

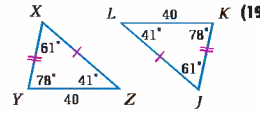
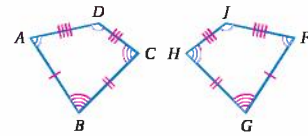
الأضلاع: $\overline{MN} \cong \overline{QR}, \overline{MP} \cong \overline{QP}, \overline{NP} \cong \overline{RP}$

جميع العناصر المتناظرة في المثلثين متطابقة؛ لذا فإن

$$\triangle MNP \cong \triangle QRP$$



بين أن كل مضلعين مما يأتي متطابقان، وذلك بتحديد العناصر المتناظرة المتطابقة جميعها، ثم اكتب عبارة التطابق: (18, 19) انظر الهامش



(20) **فسيقساء:** يُظهر الشكل المجاور جزءاً من تخطيط فسيقساتي. سمّ 4 مثلثات تبدو متطابقة في الشكل.

انظر الهامش

حدّد ما إذا كان $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ ، ووضح إجابتك.

(21) $A(5, 2), B(1, 5), C(0, 0), X(-3, 3), Y(-7, 6), Z(-8, 1)$

(22) $A(3, -1), B(3, 7), C(7, 7), X(-7, 0), Y(-7, 4), Z(1, 4)$

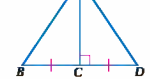
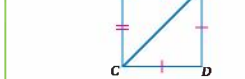
حدّد المسألة التي يمكن استعمالها لإثبات أن كل مثلثين فيما يأتي متطابقان، وإذا كان إثبات تطابقهما غير ممكن فاكتب "غير ممكن".

(24) $\triangle ABC, \triangle DBC$

(23) $\triangle ABC, \triangle ADC$

غير ممكن

SAS



(25) **متنزهات:** يظهر الرسم المجاور متنزهًا

على صورة خماسي فيه خمسة

ممرات ممشاة لها الطول نفسه، تؤدي

إلى نقطة المركز. إذا كانت جميع

الزوايا المركزية متساوية القياس،

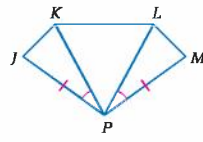
فأي مسألة (نظرية) تستعمل لإثبات

أن $\triangle ABX \cong \triangle DCX$ ؟ SAS



مثال 4

اكتب برهانًا ذا عمودين.



المعطيات: $\triangle KPL \cong \triangle MPL$
الأضلاع:

$$\overline{KP} \cong \overline{MP}$$

$$\angle JPK \cong \angle MPL$$

المطلوب: إثبات أن $\triangle JPK \cong \triangle MPL$.

المعطيات	العبارة
(1) معطى	(1) $\triangle KPL \cong \triangle MPL$ متطابق
(2) تعريف المثلث المتطابق الأضلاع	(2) $\overline{PK} \cong \overline{PL}$
(3) معطى	(3) $\overline{JP} \cong \overline{MP}$
(4) معطى	(4) $\angle JPK \cong \angle MPL$
(5) SAS	(5) $\triangle JPK \cong \triangle MPL$

إجابات:

(21) نعم بتطبيق المسألة SSS؛ حيث إن

$$AB = XY = 5,$$

$$BC = YZ = \sqrt{26},$$

$$ZX = CA = \sqrt{29}$$

(22) لا؛ الأضلاع المتناظرة في المثلثين غير متطابقة.

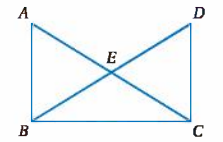
(26)

المعطيات	العبارة
(1) معطى	(1) $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$
(2) نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليًا	(2) $\angle A \cong \angle DCE$
(3) معطى	(3) $\overline{AB} \cong \overline{DC}$
(4) نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليًا	(4) $\angle ABE \cong \angle D$
(5) ASA	(5) $\triangle ABE \cong \triangle CDE$

(27)

المعطيات	العبارة
(1) معطيات	(1) \overline{WY} ينصف \overline{XZ} كلاً من $\angle XWZ$ و $\angle XYZ$
(2) تعريف منصف الزاوية	(2) $\angle XWY \cong \angle ZWY$
(3) خاصية الانعكاس	(3) $\overline{WY} \cong \overline{WY}$
(4) تعريف منصف الزاوية	(4) $\angle XYW \cong \angle ZYW$
(5) ASA	(5) $\triangle WXY \cong \triangle WZY$

اكتب برهانًا ذا عمودين. (26, 27) انظر الهامش

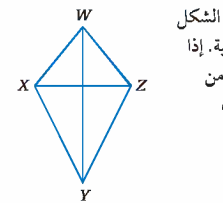


(26) المعطيات:

$$\overline{AB} \parallel \overline{DC}, \overline{AB} \cong \overline{DC}$$

المطلوب: إثبات أن

$$\triangle ABE \cong \triangle CDE$$



(27) **الطائرة الورقية:** يظهر الشكل

المجاور طائرة عثمان الورقية. إذا

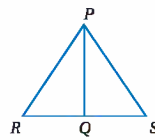
علمت أن \overline{WY} تنصف \overline{XZ} كلاً من

فأثبت أن $\angle XWZ, \angle XYZ$

$$\triangle WXY \cong \triangle WZY$$

مثال 5

اكتب برهانًا تسلسليًا.



المعطيات: \overline{PQ} تنصف $\angle RPS$

$$\angle R \cong \angle S$$

المطلوب: إثبات أن

$$\triangle RPS \cong \triangle SPQ$$

البرهان التسلسلي:

$$\overline{PQ} \cong \overline{PQ}$$

خاصية الانعكاس

$$\angle R \cong \angle S$$

معطى

$$\angle RPS \cong \angle SPQ$$

معطى

$$\angle RPS \cong \angle SPQ$$

تعريف منصف الزاوية

$$\triangle RPS \cong \triangle SPQ$$

AAS

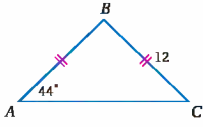
نموذج التوقع

اطلب إلى الطلاب تعبئة نموذج التوقع للفصل 3 ص (46)، وناقشهم حول تغيير إجاباتهم بعد إتمام دراسة الفصل عما كانت عليه عند بدايته.

3-6 المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع (ص: 195-188)

مثال 6

أوجد كل قياس فيما يأتي:



(a) $m\angle B$

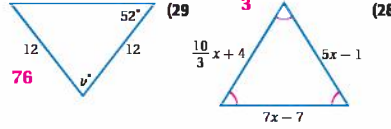
بما أن $AB = BC$ ، فإن $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ ، وبطبيق نظرية المثلث المتطابق الضلعين تكون زاويتي القاعدة A ، C متطابقتين؛ إذن $m\angle A = m\angle C$. استعمل نظرية مجموع قياس زوايا المثلث لكتابة معادلة. ثم حلها لتجد $m\angle B$.

$$\begin{aligned} \text{نظرية مجموع زوايا المثلث} \quad m\angle A + m\angle B + m\angle C &= 180 \\ m\angle A = m\angle C = 44^\circ \quad m\angle B + 44 + 44 &= 180 \\ \text{بنسب} \quad m\angle B + 88 &= 180 \\ \text{اطرح 88 من الطرفين} \quad m\angle B &= 92^\circ \end{aligned}$$

(b) AB

$AB = BC$ ؛ إذن $\triangle ABC$ متطابق الضلعين. وبما أن $BC = 12$ ، فإن $AB = 12$ أيضًا.

أوجد قيمة كل من المتغيرين فيما يأتي:



(30) **رسم:** يستعمل وليد حاملًا خشبيًا للرسم.

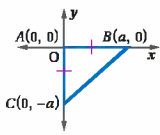
والقطعة الداعمة الأفقية في الحامل تشكل مثلثًا متطابق الضلعين مع الدعامتين الأماميتين كما في الشكل المجاور، ما قياس كل من زاويتي قاعدة المثلث؟ 77.5°



3-7 المثلثات والبرهان الإحداثي (ص: 201-196)

مثال 7

ارسم المثلث $\triangle ABC$ المتطابق الضلعين والقائم الزاوية وطول كل من ساقي القائمة يساوي a وحدة على الربع الرابع في المستوى الإحداثي، وسمّه.



- اجعل نقطة الأصل رأسًا للزاوية القائمة في المثلث.
- اجعل أحد ضلعي القائمة على المحور x ، والضلع الآخر على المحور y .

- بما أن النقطة B على المحور x ، إذن إحداثياتها y يساوي صفرًا، وإحداثياتها x يساوي a .

وبما أن $\triangle ABC$ متطابق الضلعين، فإن C ستبعد عن نقطة الأصل a وحدة وإحداثياتها $(0, -a)$ ؛ لأنها تقع على الجزء السالب من المحور y ، وذلك لكي يكون المثلث في الربع الرابع.

(31) ارسم $\triangle MNO$ القائم الزاوية في M ، طولاً ضلعيه a ، $2a$.

انظر الهامش



(32) **جغرافيا:** عين شاذر المدينة المنورة وبريدة وحائل كما هو مبين على الخريطة المجاورة. اكتب برهانًا إحصائيًا لإثبات أن المثلث الذي رؤوسه هذه المدن الثلاث مختلف الأضلاع. **انظر الهامش**

206 الفصل 3 المثلثات المتطابقة

إجابات:

(32) **المعطيات:** المدينة المنورة $A(0, 0)$ ،

بريدة $B(6, 3)$ ، حائل $C(3, 5)$

المطلوب: إثبات أن $\triangle ABC$ مختلف الأضلاع.

نستعمل صيغة البعد بين نقطتين؛ لإيجاد أطوال

أضلاع $\triangle ABC$

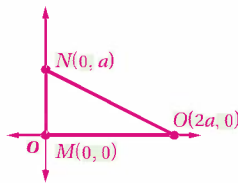
$$AB = \sqrt{(6-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{45}$$

$$BC = \sqrt{(3-6)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{13}$$

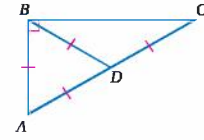
$$CA = \sqrt{(3-0)^2 + (5-0)^2} = \sqrt{34}$$

المثلث ABC مختلف الأضلاع؛ لأن أطوال أضلاعه مختلفة.

(31)



صنّف كلّاً من المثلثات الآتية إلى حاد الزوايا أو متطابق الزوايا أو منفرج الزوايا أو قائم الزاوية:



(1) $\triangle ABD$ متطابق الزوايا

(2) $\triangle ABC$ قائم الزاوية

(3) $\triangle BDC$ منفرج الزاوية



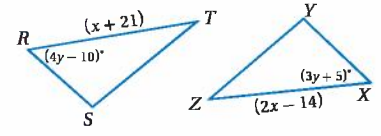
أوجد قياس كلّ من الزوايا المرقّمة في الشكل المجاور:

(4) $\angle 1 = 55^\circ$

(5) $\angle 2 = 23^\circ$

(6) $\angle 3 = 63^\circ$

في المثلثين أدناه، إذا كان $\triangle RST \cong \triangle XYZ$ فأوجد:



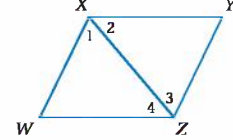
(7) قيمة x 35

(8) قيمة y 15

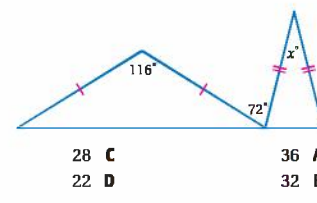
(9) **برهان** اكتب برهاناً تسلسلياً. **انظر ملحق الإجابات**

المعطيات: $\overline{XY} \parallel \overline{WZ}$, $\overline{XW} \parallel \overline{YZ}$

المطلوب: إثبات أن $\triangle XWZ \cong \triangle ZYX$



(10) **اختيار من متعدد** ما قيمة x في الشكل أدناه؟ **C**



(11) إذا علمت أن: $T(-4, -2)$, $J(0, 5)$, $D(1, -1)$, $S(-1, 3)$ $E(3, 10)$, $K(4, 4)$ فحدد ما إذا كان $\triangle TJD \cong \triangle SEK$ أم لا، ووضح إجابتك. **انظر الهامش**

حدد النظرية أو المسلمة التي يمكن استعمالها لإثبات أن كل زوج من المثلثات متطابق. واكتب "غير ممكن" إذا تعذر إثبات التطابق.

(12) **AAS** (13) **SSS**



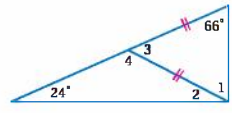
(14) **غير ممكن** (15) **SAS**



أوجد قياس كلّ من الزاويتين الآتيتين:

(16) $\angle 1 = 66^\circ$

(17) $\angle 2 = 24^\circ$



(18) **برهان** إذا كان $\triangle ABC$ متطابق الضلعين وقائم الزاوية، وكانت M نقطة منتصف وتره \overline{AB} . فاكتب برهاناً إحدائياً لإثبات أن \overline{CM} عمودية على \overline{AB} . **انظر الهامش**

إجابة:

(11) تحسب أطوال أضلاع كلّ من المثلثين:

$$TJ = \sqrt{(0+4)^2 + (5+2)^2} = \sqrt{65}$$

$$SE = \sqrt{(3+1)^2 + (10-3)^2} = \sqrt{65}$$

$$JD = \sqrt{(1-0)^2 + (-1-5)^2} = \sqrt{37}$$

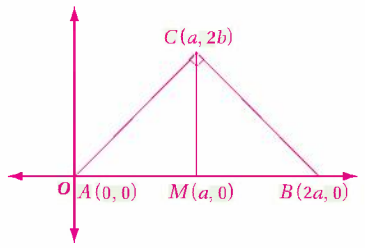
$$EK = \sqrt{(4-3)^2 + (4-10)^2} = \sqrt{37}$$

$$TD = \sqrt{(1+4)^2 + (-1+2)^2} = \sqrt{26}$$

$$SK = \sqrt{(4+1)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{26}$$

إذن باستعمال مسلمة SSS المثلثان متطابقان.

(18) **إجابة ممكنة:**



نقطة منتصف \overline{AB} هي $(a, 0)$ ، ميل \overline{CM} غير معرّف، إذن \overline{CM} خط رأسي. ميل \overline{AB} يساوي صفراً، إذن هو أفقي. لذلك $\overline{AB} \perp \overline{CM}$.

مخطط المعالجة

المستوى 1	ضمن المتوسط	المستوى 2	دون المتوسط
إذا	أخطأ بعض الطلبة في حل ما نسبته 25% تقريباً من الأسئلة،	إذا	أخطأ بعض الطلبة في حل ما نسبته 50% تقريباً من الأسئلة،
فاختر	أحد المصادر الآتية:	فاختر	أحد المصدرين الآتيين:
	الدروس 3-5 إلى 7-3		تدريبات إعادة التعليم، ص (6, 11, 16, 21, 26, 31)
	تدريبات المهارات، ص (28, 33, 38)		
	www.obeikaneducation.com		www.obeikaneducation.com



الأسئلة ذات الإجابات القصيرة

الأسئلة ذات الإجابات القصيرة تتطلب منك أن تقدم حلاً لها متضمنًا الطريقة والتبريرات والتفسيرات التي استعملتها. وفي العادة يتم تصحيح هذه الأسئلة، وتحدد درجاتها باستعمال **سلالم التقدير**. وهذا مثال على تصحيح هذا النوع من الأسئلة.

سلالم التقدير		
الدرجة	المعايير	
2	الإجابة صحيحة مدعومة بتفسيرات كاملة توضح كل خطوة.	درجة كاملة
1	■ الإجابة صحيحة، لكن التفسيرات ليست كاملة.	درجة جزئية
1	■ الإجابة غير صحيحة، لكن التفسيرات صحيحة.	
0	لم يُقدم أي إجابة، أو أن الإجابة ليس لها معنى.	لا يستحق درجة

استراتيجيات حل الأسئلة ذات الإجابات القصيرة

الخطوة 1

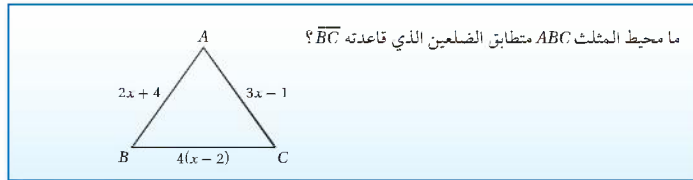
- اقرأ السؤال جيدًا؛ كي تفهم الشيء الذي تحاول حله.
- حدد الحقائق ذات العلاقة.
- ابحث عن الكلمات المفتاحية والمصطلحات الرياضية.

الخطوة 2

- ضع خطة وحل المسألة.
- فسّر تبريرك، أو اعرض الطريقة التي ستتبناها لحل المسألة.
- اكتب الحل كاملاً مبيناً الخطوات جميعها.
- تحقق من إجابتك إذا سمح الوقت بذلك.

مثال

اقرأ السؤال الآتي، وحدد المطلوب. ثم استعمل المعلومات الواردة في السؤال لحله. واكتب خطوات الحل.



1 التركيز

الهدف: فهم مكونات الأسئلة ذات الإجابات القصيرة وتطوير طرق حلها.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

اسأل:

- ما الاختلاف بين حل الأسئلة ذات الإجابة القصيرة وأسئلة الاختيار من متعدد؟ وما أوجه التشابه بينهما؟

إجابة ممكنة: عند حل أسئلة الإجابة القصيرة، يجب عليك أن تقدم الحل مبرراً خطواته، وبذلك قد تحصل على جزء من درجة السؤال، مع إجابة صحيحة وتبرير خاطئ أو إجابة خاطئة وتبرير صحيح. أما عن أوجه الشبه بين هذين النوعين، ففي كليهما تستعمل الطريقة نفسها في الحل، بعد أن تقرأها بدقة وتحدد المطلوب.

- ما أهمية كتابة التفسير والتبرير أثناء إجابتك عن الأسئلة ذات الإجابات القصيرة؟

إجابة ممكنة: كتابة التبريرات في أثناء حل أسئلة الإجابة القصيرة هي طريقة جيدة لتحديد معقولية الإجابة.

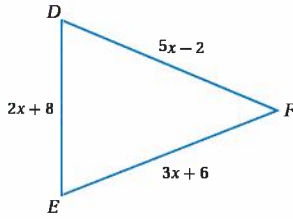
- لماذا يجب التحقق من الإجابة؟

إجابة ممكنة: يجب التحقق من الإجابة؛ لأن حدوث خطأ جبري واحد في إحدى الخطوات يعني خطأ الخطوات التالية.

اقرأ السؤال بعناية. تتعلم من السؤال أن $\triangle ABC$ متطابق الضلعين قاعدته \overline{BC} ، والمطلوب أن تجد محيط هذا المثلث. ضع خطة وحل السؤال.

مثال إضافي

المثلث DEF متطابق الضلعين وقاعدته \overline{DE} . أوجد محيط هذا المثلث.



ساقا المثلث المتطابق الضلعين

متطابقان؛ لذا

$$\overline{DF} \cong \overline{EF}, DF = EF$$

لإيجاد، قيمة x ، حل المعادلة

$$5x - 2 = 3x + 6$$

$$2x = 8$$

$$x = 4$$

إذن أطوال أضلاع المثلث هي:

$$DF = 18$$

$$EF = 18$$

$$DE = 16$$

وبالتالي فإن محيط المثلث DEF هو

$$18 + 18 + 16 \text{ أو } 52 \text{ وحدة.}$$

3 التقويم

استعمل التمارين 4-1؛ للتحقق من فهم الطلاب.

ضلعاً المثلث المتطابق الضلعين متطابقان.

لذا $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ أو $AB = AC$. والآن حل المعادلة لتجد قيمة x .

$$AB = AC$$

$$2x + 4 = 3x - 1$$

$$2x - 3x = -1 - 4$$

$$-x = -5$$

$$x = 5$$

ثم أوجد طول كل ضلع من أضلاع المثلث.

$$2(5) + 4 = 14 : \overline{AB}$$

$$3(5) - 1 = 14 : \overline{AC}$$

$$4(5 - 2) = 12 : \overline{BC}$$

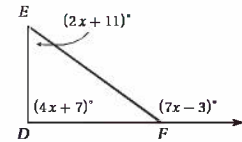
وبما أن $14 + 14 + 12 = 40$ ، إذن محيط $\triangle ABC$ يساوي 40 وحدة.

خطوات الحل والحسابات والتبريرات واضحة. وتوصل الطالب إلى الإجابة الصحيحة؛ إذن تستحق هذه الإجابة درجتين.

تمارين ومسابقات

اقرأ كل سؤال فيما يأتي، وحدد المطلوب، ثم استعمل المعلومات الواردة في السؤال. واكتب خطوات الحل:

(1) صنف $\triangle DEF$ بحسب زواياه. منفرج الزاوية

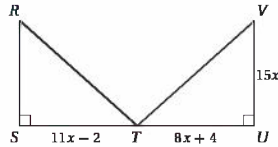


(2) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين: $(0, -2)$ ، $(2, 4)$.

$$y = 3x - 2$$

(3) يحتاج مزارع إلى إنشاء حظيرة مستطيلة الشكل لأغنامه، مساحتها 1000 m^2 ، ويريد أن يوفر المال عن طريق شراء أقل كمية ممكنة من السياج. إذا كانت أبعاد الحظيرة أعداداً صحيحة، فأوجد بُعدي القطعة التي تتطلب أقل كمية من السياج. $40 \text{ m} \times 25 \text{ m}$

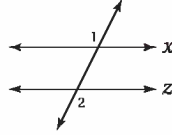
(4) في الشكل أدناه، $\triangle RST \cong \triangle VUT$. ما مساحة $\triangle RST$ ؟ 300 وحدة مربعة



أسئلة الاختيار من متعدد

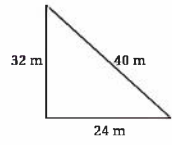
اختر رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

- (1) إذا كان $m\angle 1 = 110^\circ$ ، فما قيمة $m\angle 2$ التي تجعل المستقيمين x, z متوازيين؟
D



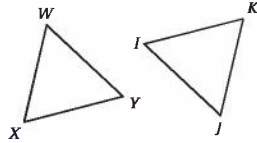
A 30° **B** 60° **C** 70° **D** 110°

- (2) يصنف المثلث المرسوم أدناه بحسب أضلاعه بأنه:
D



A متطابق الأضلاع **C** قائم الزاوية
B متطابق الضلعين **D** مختلف الأضلاع

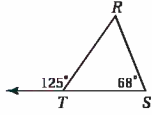
- (3) في المثلثين أدناه إذا كان: $\overline{WX} \cong \overline{JK}$, $\overline{YX} \cong \overline{JK}$, $\angle X \cong \angle K$



- فأيُّ العبارات الآتية تعبر عن تطابق هذين المثلثين؟
C

A $\triangle WXY \cong \triangle KIJ$
B $\triangle WXY \cong \triangle IKJ$
C $\triangle WXY \cong \triangle JKI$
D $\triangle WXY \cong \triangle IJK$

- (4) ما قياس الزاوية R في الشكل أدناه؟
A

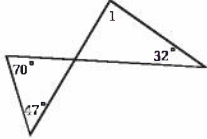


A 57°
B 59°
C 65°
D 68°

- (5) افترض أن قياس إحدى زاويتي القاعدة في مثلث متطابق الضلعين يساوي 44° ، فما قياس زاوية رأس المثلث؟
B

A 108°
B 92°
C 56°
D 44°

- (6) أوجد $m\angle 1$ ؟
A



A 85°
B 63°
C 47°
D 32°

تشخيص أخطاء الطلبة

ارصد أخطاء الطلاب في كل سؤال؛ فقد تُشير هذه الإجابات إلى أخطاء شائعة وأخطاء مفاهيمية مثل:

(1) **A** خَمَن

B خَمَن

C أوجد الزاوية المكملّة

D صحيحة

(2) **A** خَمَن

B خَمَن

C لم يصنفه تبعاً لأطوال

الأضلاع

D صحيحة

(3) **A** خَمَن

B خَمَن

C صحيحة

D خَمَن

(4) **A** صحيحة

B أخطأ حسابياً

C أخطأ حسابياً

D اعتبر أن $\triangle TRS$ متطابق

الضلعين.

(5) **A** أخطأ حسابياً

B صحيحة

C أوجد متّمة الزاوية المعطاة

D هذا قياس الزاوية الثانية

للقاعدة

(6) **A** صحيحة

B اعتبر أن الزاوية المطلوبة مطابقة

للزاوية المجهولة في المثلث

الآخر.

C اعتبرها مطابقة للزاوية التي قياسها

47° في المثلث الآخر.

D اعتبر أن المثلث الموجود فيه $\angle 1$

متطابق الضلعين.

التقويم التكويني

يمكنك تحديد مدى تقدّم الطلاب في الفصل 3 من خلال:

اختبار تراكمي: ص (210-211)

اختبار تراكمي: ص (62-64)

(12) أثبت الجملة "يتطابق مثلثان إذا تطابق ضلعان وزاوية غير محصورة بينهما من المثلث الأول مع نظائرها من المثلث الثاني" إذا كانت صحيحة بكتابة برهان حرّ، أو ارسم شكلاً يبيّن عدم صحتها. **انظر الهامش**

(13) إذا علمت أن $\triangle EFG \cong \triangle DCB$ ، فاكتب الزوايا والأضلاع المتناظرة في المثلثين.
 $\angle E \cong \angle D, \angle F \cong \angle C, \angle G \cong \angle B$,
 $\overline{EF} \cong \overline{DC}, \overline{FG} \cong \overline{CB}, \overline{GE} \cong \overline{BD}$

أسئلة ذات إجابات مطوّلة

(14) أجب عن الأسئلة a-d؛ لتحصل على برهان إحدائي للعبارة الآتية: المثلث الذي رؤوسه $A(0, 0)$, $B(2a, b)$, $C(4a, 0)$ هو مثلث متطابق الضلعين.

(a) عيّن الرؤوس على ورقة رسم بياني. **انظر الهامش**

(b) استعمل قانون المسافة لكتابة عبارة تمثل \overline{AB} .
 $AB = \sqrt{4a^2 + b^2}$

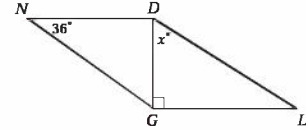
(c) استعمل قانون المسافة لكتابة عبارة تمثل \overline{BC} .
 $BC = \sqrt{4a^2 + b^2}$

(d) استعمل النتائج التي توصّلت إليها في الفرعين c, b؛ لتدوّن استنتاجك عن $\triangle ABC$. بما أن $\overline{AB} = \overline{BC}$ ،
 $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ إذن $\triangle ABC$ متطابق الضلعين.

أسئلة ذات إجابات قصيرة

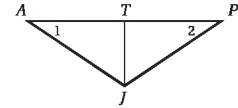
أجب عن كلّ مما يأتي:

(7) إذا كان $\triangle NDG \cong \triangle LGD$ في الشكل أدناه، فما قيمة x ؟ 54



(8) اكتب عكس العبارة الآتية: إذا كنتُ الخاسر، فأنا الرابع. **إذا كنتُ الرابع، فأنا الخاسر.**

(9) في الشكل أدناه $\overline{JT} \perp \overline{AP}$ ، $\angle 1 \cong \angle 2$

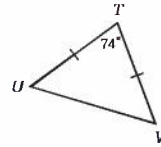


حدّد نظرية التطابق التي تبين أن $\triangle PTJ \cong \triangle ATJ$ باستعمال المعطيات الواردة في السؤال فقط، ووضح إجابتك.

بما أن $\overline{JT} \cong \overline{JT}$ (خاصية الانعكاس)؛ $\angle 1 \cong \angle 2$ (معطى)
 $\angle JTA \cong \angle JTP$ ؛ لأن $\overline{JT} \perp \overline{AP}$ ؛ فإن $\triangle PTJ \cong \triangle ATJ$ بحسب AAS

(10) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين $(-5, 4)$ ، $(0, 3)$ بصيغة الميل والمقطع الصادي. $y = -2x + 3$

(11) أوجد $m\angle TUV$ في الشكل أدناه. 53°



بديل الواجب المنزلي

التهيئة للفصل 4: حدّد الأسئلة

ص (213) واجباً منزلياً؛ لتقويم مهارات الطلاب في المتطلبات السابقة للفصل القادم.

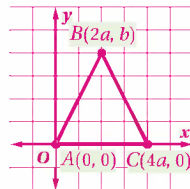
هل تحتاج إلى مساعدة إضافية؟

14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	إذا لم تستطع الإجابة عن ...
3-7	3-3	3-4	3-6	2-5	3-5	1-3	3-3	3-2	3-6	3-2	3-3	3-1	2-3	فعد إلى المدرس...

211 الفصل 3 اختبار تراكمي

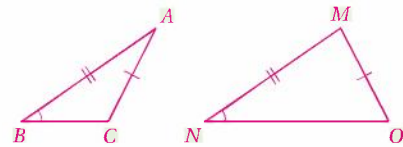
إجابات:

(14a)



(12) ليس بالضرورة أن يكونا متطابقين؛

مثال مضاد:



التقويم التكويني

المفردات الأساسية: رقم الصفحة بعد كل مفردة يُشير إلى الصفحة التي وردت فيها المفردة أول مرة.

فإذا واجه بعض الطلبة صعوبات في حل الأسئلة 9-1، فذكرهم بأنه يمكنهم استعمال هذه الصفحات مرجعاً ليتذكروا المعلومات حول هذه المفردات.

التقويم الختامي

اختبار المفردات، ص (71).

المفردات الأساسية

العمود المنصف (ص 215)

المستقيمتان المتلاقيتان (ص 216)

نقطة التلاقي (ص 216)

مركز الدائرة الخارجية للمثلث (ص 216)

مركز الدائرة الداخلية للمثلث (ص 219)

القطعة المتوسطة (ص 225)

مركز المثلث (ص 225)

ارتفاع المثلث (ص 227)

ملتقى الارتفاعات المثلث (ص 227)

التبرير غير المباشر (ص 241)

البرهان غير المباشر (ص 241)

البرهان بالتناقض (ص 241)

اختبار المفردات

يُبين ما إذا كانت كل جملة مما يأتي صحيحة أو خاطئة، وإذا كانت خاطئة فاستبدل بالكلمة التي تحتها خط كلمة من القائمة أعلاه؛ لتجعل الجملة صحيحة:

(1) مركز المثلث هو النقطة التي تتقاطع عندها الارتفاعات. **خاطئة؛**

ملتقى الارتفاعات

(2) نقطة تلاقي القطع المتوسطة لمثلث تُسمى مركز الدائرة

الداخلية. **خاطئة؛ منتصفات الزوايا**

(3) نقطة التلاقي هي النقطة التي تتقاطع عندها ثلاثة خطوط أو

أكثر. صحيحة

(4) مركز الدائرة الخارجية لمثلث يكون على أبعاد متساوية من رؤوس

المثلث. **صحيحة**

(5) لإيجاد مركز المثلث، ارسم منتصفات الزوايا أولاً.

خاطئة؛ القطع المتوسطة

(6) لنبدأ برهاناً بالتناقض، أولاً افترض أن ما نحاول أن نثبت

صحيح. خاطئة؛ خاطئ

(7) يستعمل البرهان بالتناقض التبرير غير المباشر. **صحيحة**

(8) القطعة المتوسطة لمثلث تصل نقطة منتصف ضلع المثلث

بمنتصف ضلع آخر للمثلث. **خاطئة؛ بالرأس المقابل لذلك**

الضلع

(9) مركز الدائرة الداخلية لمثلث هو نقطة تتقاطع عندها منتصفات زوايا

المثلث. **صحيحة**

ملخص الفصل

المفاهيم الأساسية

قطع مستقيمة خاصة في المثلثات، (الدروس 4-1، 4-2، 4-3)

• القطع المستقيمة الخاصة بالمثلثات هي الأعمدة المنصفة ومنصفات الزوايا والقطع المتوسطة والارتفاعات.

• نقاط تقاطع المستقيمتان الخاصة في مثلث تُسمى نقاط التلاقي.

• نقاط التلاقي في مثلث، هي مركز الدائرة الخارجية ومركز الدائرة الداخلية ومركز المثلث وملتقى الارتفاعات.

البرهان غير المباشر، (الدروس 4-4)

• كتابة برهان غير مباشر:

(1) افترض أن النتيجة غير صحيحة.

(2) بين أن هذا الافتراض يؤدي إلى تناقض.

(3) بما أن النتيجة الخطأ تؤدي إلى عبارة غير صحيحة، فإن النتيجة الأصلية ستكون صحيحة.

متباينات المثلث، (الدروس 4-5، 4-6، 4-3)

• متباينة الزاوية الخارجية: قياس الزاوية الخارجية لمثلث، يكون أكبر من أي من الزاويتين الداخليتين البعديتين عنها.

• الزاوية الكبرى في مثلث تقابل الضلع الأطول، والزاوية الصغرى تقابل الضلع الأقصر.

• مجموع طولي أي ضلعين في مثلث يكون أكبر من طول الضلع الثالث.

• المتباينة SAS، (نظرية الارتفاع) إذا طابق ضلعان في مثلث ضلعين مناهرين في مثلث آخر، وكان قياس الزاوية المحصورة في المثلث الأول أكبر من قياس الزاوية المحصورة في المثلث الثاني، فإن الضلع الثالث في المثلث الأول يكون أطول من الضلع الثالث في المثلث الثاني.

• المتباينة SSS، (عكس نظرية الارتفاع) إذا طابق ضلعان في مثلث ضلعين مناهرين في مثلث آخر، وكان الضلع الثالث في المثلث الأول أطول من الضلع الثالث في المثلث الثاني، فإن قياس الزاوية المحصورة في المثلث الأول يكون أكبر من قياس الزاوية المحصورة في المثلث الثاني.

المطويات

تأكد من أن المفاهيم الأساسية قد دُوِّنت في مطويتك.



المطويات

منظم أفكار

واقترح عليهم أن يُقَيِّموا مطوياتهم في متناول أيديهم عند حل أسئلة دليل الدراسة والمراجعة. وبيّن لهم أنه يمكن أن تكون مطوياتهم أداة مراجعة سريعة استعداداً لاختبار الفصل.

اطلب إلى الطلاب أن يتصفّحوا دروس الفصل؛ للتحقق من أنهم كتبوا في مطوياتهم أمثلة لكل درس.

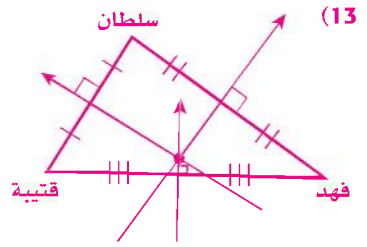
مراجعة الدروس

4-1 المنصفات في المثلث (ص 223-215)

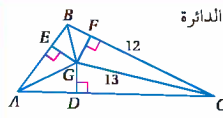
مراجعة الدروس

مراجعة إذا لم تكن الأمثلة المعطاة كافيةً لمراجعة المواضيع التي تناولتها الأسئلة، فذكر الطلاب بمرجع الصفحات الذي يدلهم على مكان يراجعون فيه تلك المواضيع التي يجب مراجعتها في كتابهم المقرر.

إجابة؛

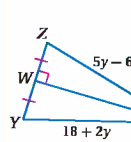


(10) أوجد EG إذا كانت G مركز الدائرة الداخلية في $\triangle ABC$. 5

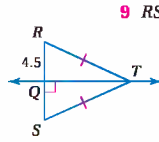


أوجد كل قياس مما يأتي:

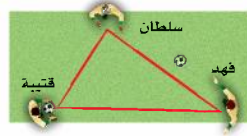
(12) XZ 34



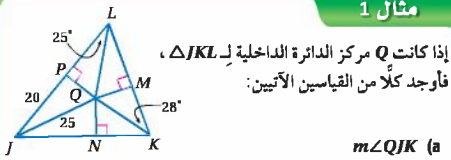
(11) RS 9



(13) **كرة قدم:** يقوم قتيبة وفهد وسلطان بعملية إحماء قبل بدء مباراة كرة قدم، حيث يتطلب أحد تدريبات الإحماء أن يشكل اللاعبون الثلاثة مثلثاً، ويقف اللاعب الرابع في الوسط. أين يجب أن يقف اللاعب الرابع، بحيث يكون على مسافات متساوية من اللاعبين الثلاثة؟ **انظر الهامش.**



مثال 1



(a) $m\angle QJK$

نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث

$$m\angle KLP + m\angle MKN + m\angle NJP = 180^\circ$$

$$2(25^\circ) + 2(28^\circ) + m\angle NJP = 180^\circ$$

$$106^\circ + m\angle NJP = 180^\circ$$

اطرح 106 من الطرفين

$$m\angle NJP = 74^\circ$$

وبما أن \overline{JQ} ينصف $\angle JNP$ ، إذن $2m\angle QJK = m\angle NJP$ ؛ أي أن $m\angle QJK = \frac{1}{2} \times 74^\circ = 37^\circ$ ؛ إذن: $m\angle QJK = \frac{1}{2} m\angle NJP$

(b) QP

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad \text{نظرية فيثاغورس}$$

$$(QP)^2 + 20^2 = 25^2 \quad \text{عوض}$$

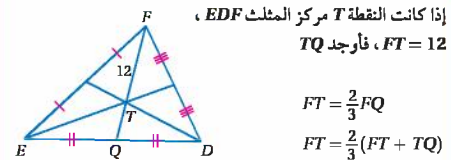
$$(QP)^2 + 400 = 625 \quad \text{اطرح 400 من الطرفين}$$

$$(QP)^2 = 225 \quad \text{بسط}$$

$$QP = 15$$

4-2 القلع المتوسطة والارتفاعات في المثلث (ص 232-225)

مثال 2



إذا كانت النقطة T مركز المثلث EDF ، فأوجد FT ، $FT = 12$

$$FT = \frac{2}{3} FQ$$

$$FT = \frac{2}{3} (FT + TQ)$$

$$12 = \frac{2}{3} (12 + TQ)$$

$$12 = 8 + \frac{2}{3} TQ$$

$$4 = \frac{2}{3} TQ$$

$$6 = TQ$$

$$FT = 12$$

خاصية التوزيع

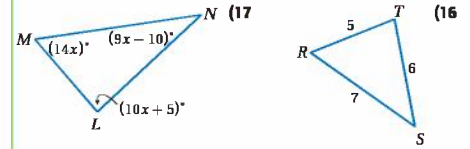
اطرح 8 من الطرفين

اضرب الطرفين في $\frac{3}{2}$

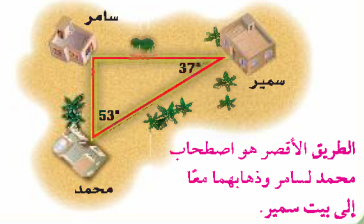
(14) رؤوس $\triangle DEF$ هي $D(0, 0)$, $E(0, 7)$, $F(6, 3)$. أوجد إحداثيات ملتقى ارتفاعات $\triangle DEF$. (2, 3)

(15) **احتفالات:** تُريد حفصة أن تعلق 4 مثلثات متطابقة في سقف غرفة الصف، بحيث تكون موازية لأرضية الغرفة. فرسمت نموذجاً لأحد المثلثات على مستوى إحداثي، فكانت إحداثيات رؤوسه هي $(0, 4)$, $(3, 8)$, $(6, 0)$. إذا كان كل مثلث سيعلق في السقف بخيط، فما إحداثيات النقطة التي سيربط الخيط عندها بالمثلث؟ (3, 4)

اكتب زوايا كل مثلث مرتبة من الأصغر إلى الأكبر في السؤالين الآتيين: (16, 17) انظر الهامش

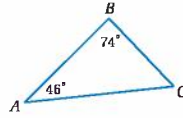


(18) **جيران:** يسكن سمير ومحمد وسامر عند تقاطعات ثلاثة شوارع تشكل المثلث المبين أدناه، إذا أرادوا الالتقاء عند أحدهم، فأى الطريقين أقصر: اصطحاب سمير لمحمد وذهابهما معاً إلى بيت سامر. أم اصطحاب محمد لسامر وذهابهما معاً إلى بيت سمير؟



مثال 3

اكتب زوايا $\triangle ABC$ ، مرتبة من الأصغر إلى الأكبر.



- (a) أولاً: أوجد قياس الزاوية المجهولة باستعمال نظرية مجموع قياسات الزوايا. $m\angle C = 180^\circ - (46^\circ + 74^\circ) = 60^\circ$.
لذا فالزوايا مرتبة من الأصغر إلى الأكبر هي: $\angle A, \angle C, \angle B$.
(b) والأضلاع مرتبة من الأقصر إلى الأطول هي: $\overline{BC}, \overline{AB}, \overline{AC}$.

إجابات:

(16) $\angle S, \angle R, \angle T$

(17) $\angle N, \angle L, \angle M$

(20) $\triangle MNO \neq \triangle FGH$

(21) $\triangle KLM$ ليس قائم الزاوية.

(23) **المعطيات:** $\angle A, \angle B$ متتامتان

المطلوب: $\angle A$ ليست قائمة،

وكذلك $\angle B$

البرهان: افترض أن $m\angle A$ هو x

و $m\angle B$ هو y . ومن تعريف الزوايا

المتتامة يكون

$$x + y = 90^\circ$$

الخطوة 1: افترض أن $\angle A$ زاوية

قائمة. فيكون $x = 90^\circ$

الخطوة 2: بما أن $x = 90^\circ$ ، إذن

$x + y > 90^\circ$. وهذا تناقض لأننا نعلم

$$x + y = 90^\circ$$

الخطوة 3: بما أن الفرض بأن إحدى

الزاويتين قائمة أدى إلى تناقض، إذن

هذا الفرض خطأ، لذا فالنتيجة بأن كلا

من الزاويتين ليست قائمة هي نتيجة

صحيحة بالتأكيد.

(24) افترض أن ثمن أحد الكتابين هو x

و ثمن الآخر هو y .

المعطيات: $x + y > 180$

المطلوب: إثبات أن $x > 90$ أو

$$y > 90$$

برهان غير مباشر:

الخطوة 1: افترض أن $x \leq 90$

$$y \leq 90$$

الخطوة 2: إذا كانت $x \leq 90$

و $y \leq 90$ ، فإن $x + y \leq 90 + 90$

أو $x + y \leq 180$. وهذا تناقض لأننا

$$x + y > 180$$

الخطوة 3: بما أن الفرض $x \leq 90$

و $y \leq 90$ أدى إلى تناقض مع حقيقة

معطاة، فإن هذا الفرض خطأ، وبذلك

تكون النتيجة بأن $x > 90$ أو $y > 90$

نتيجة صحيحة؛ أي أن ثمن كتاب

واحد على الأقل يزيد على 90 ريالاً.

مثال 4

اكتب الافتراض الضروري للبدء في برهان غير مباشر لكل عبارة مما يأتي:

$$\overline{XY} \neq \overline{JK} \quad (a)$$

الافتراض هو: $\overline{XY} \cong \overline{JK}$

(b) إذا كان $3x < 18$ ، فإن $x < 6$

نتيجة هذه العبارة الشرطية هي:

$$x < 6 \text{، ونفيها هو } x \geq 6 \text{؛ لذا فالافتراض هو } x \geq 6$$

(c) $\angle 2$ زاوية حادة.

الافتراض هو: $\angle 2$ ليست زاوية حادة.

4-4 البرهان غير المباشر (ص 241-247)

اكتب الافتراض الضروري الذي تبدأ به برهاناً غير مباشر لكل عبارة مما يأتي:

$$m\angle A < m\angle B \text{، } m\angle A \geq m\angle B \quad (19)$$

$$\triangle FGH \cong \triangle MNO \text{، انظر الهامش} \quad (20)$$

$$\triangle KLM \text{ قائم الزاوية. انظر الهامش} \quad (21)$$

$$\text{إذا كان } 3y < 12 \text{، فإن } y < 4 \text{، } y \geq 4 \quad (22)$$

(23) اكتب برهاناً غير مباشر لتبين أنه إذا كانت الزاويتان متتامتين،

فإنه لا يمكن أن تكون أي منهما قائمة. (23, 24) انظر الهامش

(24) **ملاحظة:** اشترى محمود كتابين بأكثر من 180 ريالاً، استعمل البرهان غير المباشر لتبين أن ثمن أحدهما على الأقل أكثر من 90 ريالاً.

مثال 5

حدّد ما إذا كانت القياسات (7, 10, 9) يمكن أن تمثل أطوال أضلاع مثلث في كلّ مما يأتي أم لا، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا، فوضّح السبب.

$$10 + 9 > 7 \quad 7 + 9 > 10 \quad 7 + 10 > 9$$

$$19 > 7 \checkmark \quad 16 > 10 \checkmark \quad 17 > 9 \checkmark$$

بما أن مجموع طولي أيّ ضلعين أكبر من طول الضلع الثالث، إذن القطع المستقيمة التي أطوالها 7, 10, 9 تشكّل مثلثًا.

حدّد ما إذا كانت القياسات المعطاة يمكن أن تمثل أطوال أضلاع مثلث في كلّ مما يأتي أم لا، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا، فوضّح السبب.

$$(25) 5, 6, 9 \text{ نعم} \quad (26) 3, 4, 8 \text{ لا؛ } 3 + 4 < 8$$

اكتب متباينة تمثل مدى طول الضلع الثالث في مثلث عُلم طولاه ضلعين من أضلاعه في كلّ من السؤالين الآتيين:

$$(27) 5 \text{ ft}, 7 \text{ ft} \text{ انظر الهامش (28) } 10.5 \text{ cm}, 4 \text{ cm} \text{ انظر الهامش}$$

(29) **دُرُاجَاتٌ**، يركب خالد دراجته لزيارة صديقه وليد، وبما أن الطريق المباشر مُغلق، فقد سلك طريقًا فرعيًا طوله 2 km، ثم انعطف وسلك طريقًا آخر طوله 3 km حتى وصل منزل وليد. إذا كانت الطرق الثلاثة تشكّل مثلثًا رأسان من رؤوسه هما منزل خالد وليد وخالد، فاكتب متباينة تمثل مدى المسافة الممكنة بين منزليهما. **انظر الهامش**

نموذج التوقع

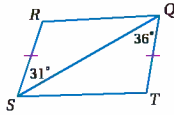
اطلب إلى الطلاب تعبئة نموذج التوقع للفصل 4 ص (65)، وناقشهم حول تغيير إجاباتهم بعد إتمام دراسة الفصل عمّا كانت عليه عند بدايته.

مثال 6

قارن بين كل قياسين فيما يأتي :

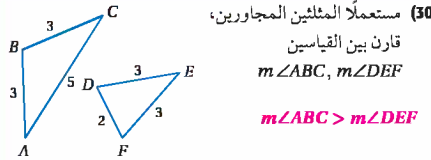
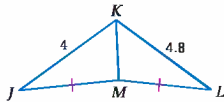
RQ, ST (a)

بما أن: $\overline{RS} \cong \overline{TQ}$, $\overline{QS} \cong \overline{QS}$, $m\angle SQT > m\angle RSQ$ في المثلثين RQS , STQ ، إذن $RQ < ST$ بحسب نظرية المفضلة.



m∠KML, m∠KMJ (b)

بما أن: $\overline{JM} \cong \overline{LM}$, $\overline{KM} \cong \overline{KM}$, $LK > JK$ ، إذن $\angle KML > \angle KMJ$ بحسب عكس نظرية المفضلة.



(30) مستعملًا المثلثين المجاورين،

قارن بين القياسين
 $m\angle ABC$, $m\angle DEF$

$$m\angle ABC > m\angle DEF$$

(31) **تجديف**، يُجذّف كلٌّ من رضوان وكمال في بركة متجهين إلى نقطة محددة، ولأنه ليس لهما خبرة في التجديف فقد انحرفا عن المسار مدة 4 دقائق، قطع كل منهما فيها مسافة 50 m، ثم استعدا مسارهما الصحيح، كما في الشكل. أيهما أقرب إلى نقطة النهاية عند هذه اللحظة؟ **رضوان**.



إجابات:

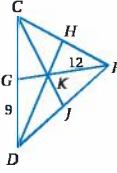
(27) افترض أن طول الضلع الثالث x ،
فيكون $2 \text{ ft} < x < 12 \text{ ft}$

(28) افترض أن طول الضلع الثالث x ،
فيكون $6.5 \text{ cm} < x < 14.5 \text{ cm}$

$$(29) 1 < x < 5$$

(1) **حدائق:** يزرع ماجد وردًا في حوض دائري داخل منطقة مثلثة الشكل محدودة بثلاثة طرق للمشاة، أي نقطة من نقاط التلاقي في المثلث سيستعملها مركزًا لأبزر دائرة يمكن رسمها داخل المثلث؟ **مركز الدائرة الداخلية.**

النقطة K مركز $\triangle CDF$ ، $DK = 16$. أوجد كل طول مما يأتي:

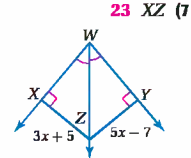


- (2) $KH = 8$
(3) $CD = 18$
(4) $FG = 18$

(5) **برهان:** اكتب برهانًا غير مباشر.

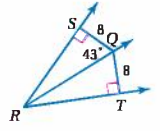
المعطيات: $5x + 7 \geq 52$ **انظر الهامش**
المطلوب: $x \geq 9$

أوجد كل قياس مما يأتي:



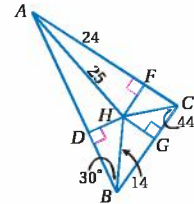
(7) $\angle XZ$ 23

(6) $m\angle TQR = 43^\circ$



(8) **اختيار من متعدد:** إذا كان طولا ضلعين في مثلث هما 3.1 cm و 4.6 cm، فما أصغر عدد صحيح يمكن أن يكون طولاً للضلع الثالث؟ **B**

- 1.6 cm A
2 cm B
7.5 cm C
8 cm D

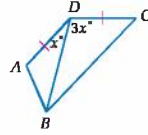


إذا كانت H مركز الدائرة الداخلية في $\triangle ABC$ ، فأوجد كل قياس مما يأتي:

- (9) $\angle DH = 7$
(10) $BD \approx 12$
(11) $m\angle HAC = 16^\circ$
(12) $m\angle DHG = 120^\circ$

(13) **اختيار من متعدد:** إذا كان طولا ضلعين في مثلث هما 5، 11، فأَيُّ متباينة مما يأتي تمثل مدى طول الضلع الثالث؟ **C**
 $6 < x < 10$ A
 $6 < x < 16$ C
 $5 < x < 11$ B
 $x < 5$ أو $x > 11$ D

(14) قارن بين AB ، BC في الشكل أدناه. **$AB < BC$**

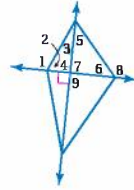


اكتب الافتراض الضروري الذي تبدأ به برهانًا غير مباشر لكل عبارة مما يأتي:

(15) إذا كان B عاملاً للعدد n ، فإن 4 عامل للعدد n .
(16) $m\angle M > m\angle N$ $m\angle M \leq m\angle N$ **4 ليس عاملاً للعدد n**

(17) إذا كان $3a + 7 \leq 28$ ، فإن $a \leq 7$. **$a > 7$**

استعمل الشكل المجاور، لتحديد أي زاوية لها أكبر قياس في كل من المجموعات الآتية:



- (18) $\angle 1$ ، $\angle 5$ ، $\angle 6$
(19) $\angle 8$ ، $\angle 9$ ، $\angle 8$ ، $\angle 3$
(20) $\angle 4$ ، $\angle 4$ ، $\angle 3$ ، $\angle 2$

أوجد متباينة تمثل مدى طول الضلع الثالث في المثلث الذي عُلم طولاً ضلعين من أضلاعه في كل من السؤالين الآتيين:

- (21) 10 ft ، 16 ft **$6\text{ ft} < x < 26\text{ ft}$**
(22) 23 m ، 39 m **$16\text{ m} < x < 62\text{ m}$**

المعالجة: استعمل نتائج اختبار الفصل ومخطط المعالجة؛ لمساعدتك على تحديد مستوى المعالجة المناسب.

العبارة "إذا... فاختر..." في الجدول تساعدك على تحديد المستوى المناسب للمعالجة، واقتراح مصدر لكل مستوى.

إجابات:

(5) **المعطيات:** $5x + 7 \geq 52$

المطلوب: $x \geq 9$

الخطوة 1: افترض أن $x < 9$.

الخطوة 2:

$x < 9$ افترض

$5x < 45$ اضرب الطرفين بـ 5

$5x + 7 < 45 + 7$ اجمع 7 للطرفين

$5x + 7 < 52$ بسط

هذا يناقض المعطى $5x + 7 \geq 52$

الخطوة 3: أدى الافتراض إلى تناقض مع المعلومة المعطاة $5x + 7 \geq 52$ ، لذا فالافتراض بأن $x < 9$ خطأ. وعليه تكون النتيجة الأصلية بأن $x \geq 9$ نتيجة صحيحة بالتأكيد.

مخطط المعالجة

المستوى 1	ضمن المتوسط	المستوى 2	دون المتوسط
إذا	أخطأ بعض الطلبة في حل ما نسبته 25% تقريباً من الأسئلة،	إذا	أخطأ بعض الطلبة في حل ما نسبته 50% تقريباً من الأسئلة،
فاختَر	أحد المصادر الآتية:	فاختَر	أحد المصدرين الآتيين:
	الدروس: 4-1، 4-2، 4-3، 4-4، 4-5، 4-6	تدريبات إعادة التعليم، ص (6، 11، 16، 21، 26، 31)	
	تدريبات المهارات، ص (8، 13، 23، 28، 33)		
	www.obeikaneducation.com		

استبعاد البدائل غير المعقولة

يمكنك استبعاد البدائل غير المعقولة؛ لتحديد الإجابة الصحيحة عند حل أسئلة الاختيار من متعدد.

طرائق استبعاد البدائل غير المعقولة

الخطوة 1

اقرأ نص السؤال بعناية؛ لتحديد المطلوب إيجاد بالضبط.

- ما المطلوب حلّه؟
- هل الجواب عدد صحيح أم كسر اعتيادي أم كسر عشري؟
- هل تحتاج إلى استعمال رسم أو جدول؟
- ما وحدات القياس المطلوبة للإجابة (إن وُجدت)؟

الخطوة 2

تفحص كل بديل بعناية وقدر معقوليته.

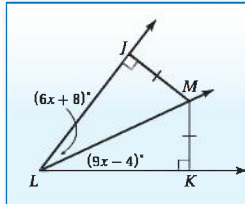
- استبعد أي بديل يبدو أنه غير صحيح.
- استبعد أي بديل ليس ضمن الصيغة المناسبة للإجابة الصحيحة.
- استبعد أي بديل لا يتضمن وحدات القياس الصحيحة.

الخطوة 3

حل السؤال، واختر الإجابة الصحيحة من بين البدائل المتبقية، ثم تحقق من إجابتك.

مثال

اقرأ المسألة، وحدد المطلوب، ثم استعمل المعطيات في حلّها.



ما قياس $\angle KLM$ ؟

- A 32°
- B 44°
- C 78°
- D 94°

1 التركيز

الهدف تعلّم طريقة استبعاد البدائل غير المعقولة؛ للمساعدة على حل أسئلة الاختيار من متعدد.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

أسأل:

- وضح كيف يمكن أن يساعد استبعاد البدائل غير المعقولة على حل أسئلة الاختيار من متعدد.

إجابة ممكنة: استبعاد البدائل غير

المعقولة يقلل من عدد بدائل الإجابة،

فتصبح أقرب إلى الإجابة الصحيحة.

- ما معطيات السؤال التي تستعملها لتحديد البدائل غير المنطقية؟

إجابة ممكنة: في أثناء قراءتك السؤال،

يجب أن تحدد المطلوب بدقة، وما إذا

كان عدداً صحيحاً أو كسراً عشرياً أو

قياس زاوية، وتحدد وحدته.

- اذكر بعض الأمثلة من هذا الفصل،

يمكنك استبعاد الإجابات العددية الكبيرة

جداً أو الصغيرة جداً منها؟

إجابة ممكنة: عند حل مسألة المطلوب

فيها هو قياس زاوية مثلث، فإنه يجب

حذف البدائل التي يكون فيها قياس

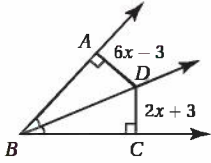
الزاوية أكبر من 180° ، والبدائل التي

تجعل مجموع قياسات زوايا المثلث أكبر

من 180° .

مثال إضافي

ما طول \overline{AD} ؟ **D**



—8 A

—2 B

2 C

6 D

3 التقويم

استعمل التمارين 1-5؛ للتحقق من فهم الطلاب.

اقرأ السؤال وادرس الشكل بعناية. المثلث KLM قائم الزاوية. وبما أن مجموع قياسات الزوايا الداخلية لأي مثلث يساوي 180° ، فإن $m\angle KLM + m\angle LMK + m\angle KML = 180^\circ$ ، ويجب أن يساوي 90° ، وإلا زاد المجموع على 180° ، وبما أن البديل D هو قياس لزاوية منفرجة، فإنه يستبعد لعدم معقوليته؛ وعليه فالجواب الصحيح يكون A أو B أو C.

حل المسألة. بحسب عكس نظرية منصف الزاوية التي تنص على أنه: "إذا وقعت نقطة داخل زاوية، وكانت على بعدين متساويين من ضلعيها، فإن هذه النقطة تقع على منصف الزاوية"، وبما أن النقطة M على بُعدين متساويين من ضلعي الزاوية LK, LJ ، فإنها تقع على منصف $\angle JLK$ ؛ لذا $\angle JLM = \angle JKM$ يجب أن تطابق $\angle KLM$ ؛ والآن اكتب معادلة لإيجاد قيمة x وحلها.

$$6x + 8 = 9x - 4$$

$$-3x = -12$$

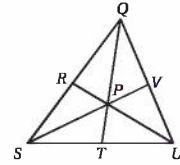
$$x = 4$$

إذن $m\angle KLM = [9(4) - 4]^\circ = 32^\circ$ ، والبديل A يمثل الإجابة الصحيحة.

تمارين ومسائل

اقرأ كل سؤال فيما يأتي، ثم اكتب رمز الإجابة الصحيحة في نموذج الإجابة الذي زودك به المعلم أو في أي ورقة أخرى:

- (1) النقطة P مركز المثلث QUS، إذا كان $QP = 14$ cm، فما طول \overline{QT} ؟ **D**



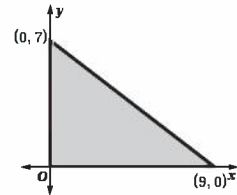
18 cm C

7 cm A

21 cm D

12 cm B

- (2) كم وحدة مربعة مساحة المثلث في الشكل أدناه؟ **C**



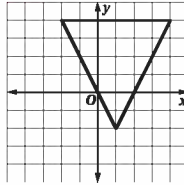
31.5 C

8 A

63 D

27.4 B

- (3) ما إحداثيات ملتقى ارتفاعات المثلث أدناه؟ **C**



$(1, \frac{5}{2})$ C

$(-\frac{3}{4}, -1)$ A

$(1, \frac{9}{4})$ D

$(-\frac{4}{3}, 1)$ B

- (4) إذا كان $\triangle ABC$ متطابق الضلعين، وكان $m\angle A = 94^\circ$ ، فأَيُّ مما يأتي يجب أن تكون صحيحة؟ **D**

$m\angle B = 94^\circ$ A

$m\angle B = 47^\circ$ B

$AB = BC$ C

$AB = AC$ D

- (5) أيُّ مما يأتي يمكن أن تكون أطوال أضلاع مثلث قائم الزاوية؟ **B**

3, 7.2, 7.5 C

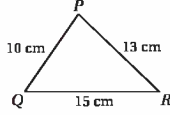
1.9, 3.2, 4 A

2.6, 4.5, 6 D

1.6, 3, 3.4 B

أسئلة الاختيار من متعدد

(4) ما العلاقة الصحيحة بين قياسات زوايا $\triangle PQR$ ؟ **A**



A $m\angle R < m\angle Q < m\angle P$

B $m\angle R < m\angle P < m\angle Q$

C $m\angle Q < m\angle P < m\angle R$

D $m\angle P < m\angle Q < m\angle R$

(5) ما الافتراض الضروري الذي تبدأ به برهاناً غير مباشر للعبارة "الزاوية S ليست زاوية منفرجة" ؟ **B**

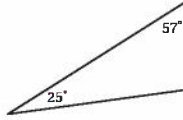
A $\angle S$ زاوية قائمة

B $\angle S$ زاوية منفرجة

C $\angle S$ زاوية حادة

D $\angle S$ ليست زاوية حادة

(6) صنف المثلث أدناه تبعاً لقياسات زواياه. **C**



A حادة الزوايا

B متطابق الزوايا

C منفرج الزوايا

D قائم الزوايا

(7) ما ميل المستقيم المار بالنقطتين $(-6, -2)$ و $(3, -5)$ ؟ **C**

A 3

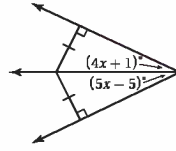
B $\frac{1}{3}$

C $-\frac{1}{3}$

D -3

اقرأ كل سؤال مما يأتي، ثم حدّد رمز الإجابة الصحيحة:

(1) أوجد قيمة x . **D**



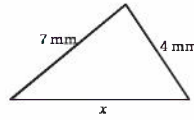
A 3

B 4

C 5

D 6

(2) أي مما يأتي لا يمكن أن يكون قيمة x ؟ **D**



A 8 mm

B 9 mm

C 10 mm

D 11 mm

(3) أي مما يأتي أفضل وصف لأقصر مسافة من أحد رؤوس مثلث إلى الضلع المقابل له ؟ **A**

A ارتفاع

B عمود منصف

C قطعة متوسطة

D قطعة مستقيمة

تشخيص أخطاء الطلبة

ارصد أخطاء الطلبة في كل سؤال، فقد تشير هذه الإجابات إلى أخطاء شائعة وأخطاء مفاهيمية.

(1) **A** أخطأ حسابياً.

B أخطأ حسابياً.

C أخطأ حسابياً.

D صحيحة

(2) **A** خمن.

B خمن.

C خمن.

D صحيحة

(3) **A** صحيحة

B خمن.

C خمن.

D خمن.

(4) **A** صحيحة

B خمن.

C خمن.

D عكس الترتيب

(5) **A** نسي حالة الزاوية الحادة.

B صحيحة

C نسي حالة الزاوية القائمة.

D خمن.

(6) **A** خمن وفقاً للزاوية المعطاة فقط.

B تعريف غير صحيح.

C صحيحة.

D خمن وفق الشكل الظاهر.

(7) **A** أخطأ حسابياً.

B أخطأ حسابياً.

C صحيحة

D أخطأ حسابياً.

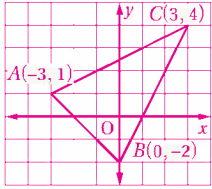
التقويم التكويني

يمكنك تحديد مدى تقدّم الطلاب في الفصل 3 من خلال:

اختبار تراكمي: ص (270, 271)

اختبار تراكمي: ص (81-83)

إجابات



(14a)

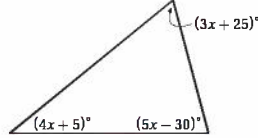
$AB \approx 4.2, BC \approx 6.7, AC \approx 6.7$ (14b)

(14c) $\triangle ABC$ حاد الزوايا ومتطابق الضلعين

(14d) $m\angle C < m\angle A$ ؛ لأن طول الضلع المقابل للزاوية C في المثلث، أقصر من طول الضلع المقابل للزاوية A

(12) خرج كل من حمزة وهاني مع فرقة الكشف وخيموا في الصحراء، فترك حمزة المخيم وسار 2 km في اتجاه الشرق. ثم انعطف 20° في اتجاه الجنوب الشرقي. وسار 4 km أخرى. وأما هاني فسار 2 km في اتجاه الغرب، ثم انعطف 30° في اتجاه الشمال الغربي، وسار 4 km أخرى. أيهما أبعد عن المخيم؟ حمزة

(13) أوجد قيمة x في المثلث أدناه. 15



أسئلة ذات إجابات مطوَّلة

(14) إذا كانت رؤوس $\triangle ABC$ هي $A(-3, 1)$, $B(0, 2)$, $C(3, 4)$ فأجب عن الأسئلة التالية مبيناً خطوات الحل:

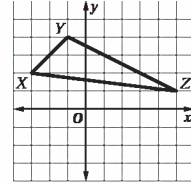
- (a) ارسم هذا المثلث في المستوى الإحداثي. **انظر الهامش**
(b) أوجد أطوال أضلاعه (قرب إلى أقرب جزء من عشرة).
(c) صنّف المثلث من حيث أضلاعه وزواياه.
(d) قارن بين $m\angle A$, $m\angle C$.

أسئلة ذات إجابات قصيرة

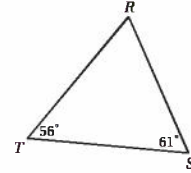
أجب عن الأسئلة الآتية:

(8) إذا كان طولاً ضلعين في مثلث هما 9 cm, 15 cm، فما أصغر عدد صحيح من السمترات يمكن أن يكون طولاً للضلع الثالث؟ 7

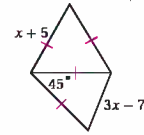
(9) ما إحداثيات ملتقى ارتفاعات المثلث أدناه؟ $(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$



(10) اكتب أضلاع المثلث أدناه مرتبةً تبعاً لأطوالها من الأقصر إلى الأطول: $\overline{RS}, \overline{RT}, \overline{ST}$



(11) اكتب متباينة تصف قيم x الممكنة. $\frac{7}{3} < x < 6$



هل تحتاج إلى مساعدة إضافية؟

14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	إذا لم تستطع الإجابة عن ...
3-1, 4-3	3-2	4-6	4-6	4-3	4-2	4-5	2-3	3-1	4-4	4-3	4-2	4-5	4-1	فعد إلى الدرس...

271 الفصل 4 اختبار تراكمي