

حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض

تحقق من فهمك

$$(أ) \text{ ص} = ٤ \text{ س} - ٦$$

$$٥ \text{ س} + ٣ \text{ ص} = ١$$

الخطوة 1: إحدى المعادلتين مكتوبة أساسا بالنسبة لـ
ص

الخطوة 2: عوض 4 س - 6 بدلا من ص في المعادلة الثانية

$$٥ \text{ س} + ٣(٤ \text{ س} - ٦) = ١$$

$$٥ \text{ س} + ١٢ - ١٨ = ١$$

$$١٧ - ١٨ = ١$$

$$١٧ = ١٨$$

$$١ = ١$$

الخطوة 3: عوض 1 بدلا من س في أي من المعادلتين لإيجاد قيمة ص

$$\text{ص} = ٤(١) - ٦ = ٢$$

الحل هو (1، 2)

$$(ب) \text{ ص} = ٢ \text{ س} + ٥$$

$$١٠ + ٣ \text{ س} = ١$$

الخطوة 1: إحدى المعادلتين مكتوبة أساسا بالنسبة لـ
ص

الخطوة 2: عوض 3 س + 10 بدلا من ص في المعادلة الثانية

$$٢ \text{ س} + ١٥ = ١$$

$$٢ \text{ س} + ١٥ = ١$$

الخطوة 3: عوض عن ص = 4 في إحدى المعادلتين

$$س = 3 (4) - 9$$

$$س = 3$$

الحل هو (3، 4)

حل كلاً من النظامين الآتيين مستعملًا التعويض.

$$٨ = ٣س - ٢ص$$

$$٣ = ٢س - ٣ص$$

عوض عن ص ب 2 س - 3

$$٨ = ٣س - ٢(٢س - 3)$$

$$٨ = ٣س - 4س + 6$$

$$٨ = 2$$

لا يوجد حل للنظام

$$١ = ٣س - ٤ص$$

$$٢ = ٨س - ٦ص$$

حل المعادلة الأولى بالنسبة للمتغير س

$$س = \frac{3}{4} + \frac{1}{4}ص$$

عوض عن س في المعادلة الثانية بـ $\frac{3}{4} + \frac{1}{4}ص$

$$6 = 8 - \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4}ص\right)$$

$$6 = 6 - 2 = 2$$

$$2 = 2$$

بما أن الجملة الناتجة تشكل متطابقة إذا يوجد عدد لا نهائي من الحلول

$$١7س = 51$$

$$٣ = س$$

الخطوة 3: عوض 3- بدلا من س في أي من المعادلتين لإيجاد قيمة ص

$$١ = 10 + 3(3) = ص$$

الحل هو (3، 1)

$$١١ = ٥ص + ٤س$$

$$١٣ = ٣س - ٤ص$$

الخطوة 1: حل المعادلة الثانية بالنسبة للمتغير ص لأن

$$١٣ = ٣س - ٤ص$$

الخطوة 2: عوض 3 س - 13 بدلا من ص في المعادلة الثانية

$$١١ = ٥(٣س - 13) + ٤س$$

$$١١ = 15س - 65 + ٤س$$

$$١9س = 76$$

$$٤ = س$$

الخطوة 3: عوض 4 بدلا من س في أي من المعادلتين لإيجاد قيمة ص

$$١٣ = 3(4) - ص$$

$$١ = ص$$

الحل هو (4، 1)

$$٩ = ٣س - ٤ص$$

$$٧ = ٥س - ٢ص$$

الخطوة 1: حل المعادلة الثانية بالنسبة للمتغير س لأن

$$٩ = ٣س - ٤ص$$

الخطوة 2: عوض 3 ص - 9 بدلا من س

$$7 = 2(3ص - 9) + ٥ص$$

$$7 = ٦ص - 18 + ٥ص$$

$$٤ = ص$$

$$(2) \quad 2س + 3ص = 4$$

$$4س + 6ص = 9$$

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ ص

$$2س - 2س + 3ص = 4 - 2س$$

$$3ص = 4 - 2س$$

$$ص = \frac{4}{3} - \frac{2}{3}س$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية:

$$4س + 6\left(\frac{4}{3} - \frac{2}{3}س\right) = 9$$

$$4س + 8 - 4س = 9$$

$$9 = 8$$

النظام لا يوجد له حل

$$(3) \quad 3س - ص = 1$$

$$3س = 3ص + 1$$

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ ص

$$3س = ص + 1$$

عوض في المعادلة الثانية عن ص

$$3(ص + 1) = 3ص + 3$$

$$3ص + 3 = 3ص + 3$$

بما أن طرفي المعادلة يمثلان متطابقة

إذا له عدد لا نهائي من الحلول

(4) هندسة: إذا كان مجموع قياسي الزاويتين س، ص يساوي ١٨٠°، وقياس الزاوية س يزيد بمقدار ٢٤° على قياس الزاوية ص، فأجب عما يأتي:

(أ) اكتب نظامًا من معادلتين لتمثيل هذا الموقف.

(ب) أوجد قياس كل زاوية.

$$(أ) \quad \text{معادلتي النظام: } 3س + ص = 180$$

$$س = 24 + 3ص$$

(4) رياضة: مجموع النقاط التي سجلها فريقان في إحدى مباريات كرة اليد ٣١ نقطة. فإذا كان عدد نقاط الفريق الأول يساوي ٥، ٢ أمثال عدد نقاط الفريق الثاني، فما عدد نقاط كل فريق؟

نفرض أن عدد نقاط الفريق الأول س، عدد نقاط الفريق الثاني ص

$$س + 2ص = 31$$

$$5.2 = 2س$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية بـ 31 - س

$$5.2 = 2(31 - س)$$

$$5.2 = 62 - 2س$$

$$2س = 62 - 5.2$$

$$2س = 56.8$$

$$س = 28.4$$

$$ص = 5.2$$

عدد نقاط الفريق الأول 28.4 وعدد نقاط الفريق الثاني

5

تأكد

حل كلاً من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض:

$$(1) \quad 2س = ص - 2$$

$$4س + 2ص = 2$$

بما أن المعادلة الأولى محلولة بالنسبة لـ ص

عوض في المعادلة الثانية عن ص = ص - 2

$$4(ص - 2) + 2ص = 2$$

$$4ص - 8 + 2ص = 2$$

$$6ص = 10$$

ص = 2 عوض في المعادلة الأولى عن ص = 2

$$س = 2 - 2 = 0 \text{ فالحل } (0, 2)$$

عوض عن س في إحدى المعادلتين

$$34 - (29)3 = \text{ص}$$

$$53 = \text{ص}$$

$$\text{الحل : } (29, 53)$$

$$(7) \text{ ص} = 3\text{س} - 2$$

$$\text{ص} = 2\text{س} - 5$$

عوض عن ص في إحدى المعادلتين

$$3 \text{ س} - 2 = 5$$

$$3 \text{ س} - 2 = 5 - 34$$

$$\text{س} = -3$$

عوض عن س في إحدى المعادلتين

$$\text{ص} = 3 - (-3) - 2 = 11$$

$$\text{الحل : } (-3, 11)$$

$$(8) \text{ ص} = 2\text{س} + 3$$

$$8 = 4\text{س} + 4\text{ص}$$

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ ص

$$\text{ص} = 2 - 3$$

عوض في المعادلة الثانية عن ص = 2 - 3

$$8 = 4 + (2 - 3)4$$

$$8 = 4 - 8$$

$$8 = 12 - 4$$

$$4 = -4$$

$$\text{س} = 1$$

بما أن المعادلة الثانية محلولة بالنسبة لـ س

عوض في المعادلة الأولى عن س = 24 +

$$\text{ص} + 24 = 180$$

$$2 \text{ ص} + 24 = 180$$

$$2 \text{ ص} = 156$$

بالتعويض في المعادلة الثانية

$$\text{س} = 78 + 24 = 102$$

حل كلاً من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض:

$$(5) \text{ ص} = 4\text{س} + 5$$

$$2\text{س} + \text{ص} = 17$$

بما أن المعادلة الأولى محلولة بالنسبة لـ ص

عوض في المعادلة الثانية عن ص = 4س + 5

$$2 \text{ س} + 4\text{س} + 5 = 17$$

$$6 \text{ س} + 5 = 17$$

$$6 \text{ س} = 12$$

$$\text{س} = 2$$

بالتعويض في المعادلة الثانية س = 2

$$\text{ص} = 5 + (2)4 = 13$$

$$\text{الحل هو } (2, 13)$$

$$(6) \text{ ص} = 3\text{س} - 34$$

$$\text{ص} = 2\text{س} - 5$$

عوض عن ص في إحدى المعادلتين

$$3 \text{ س} - 34 = 2 - 5$$

$$3 \text{ س} - 2 = 34 - 5$$

$$\text{س} = 29$$

$$(11) \text{ س} = \text{ص} - 1$$

$$\text{س} - \text{ص} = 1$$

عوض عن س في المعادلة الثانية

$$1 - \text{ص} + (1 - \text{ص}) = 1$$

$$1 - \text{ص} + 1 - \text{ص} = 1$$

$$1 - 1 = 1 + 1$$

لا يوجد حل للنظام

$$(12) \text{ ص} = -4\text{س} + 11$$

$$3\text{س} + \text{ص} = 9$$

حل المعادلة الثانية بالنسبة لـ ص

$$\text{ص} = 3 - 3\text{س}$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$3 - 3\text{س} + 9 = 11$$

$$4\text{س} - 3 = 11 - 9$$

$$\text{س} = 2$$

عوض عن س في المعادلة الثانية

$$3(2) + \text{ص} = 9$$

$$6 + \text{ص} = 9$$

$$\text{ص} = 3$$

الحل (2, 3)

عوض عن س = 1 في المعادلة الثانية

$$4 + 1 = 8$$

$$4 + 4 = 8$$

$$4 = 4$$

$$\text{ص} = 1$$

الحل: (1, 1)

$$(9) 3\text{س} + 4\text{ص} = 3$$

$$\text{س} + 2\text{ص} = 1$$

بما أن المعادلة الثانية محلولة بالنسبة لـ س

$$\text{س} = 1 - 2\text{ص}$$

عوض في المعادلة الأولى عن س = 1 - 2ص

$$3(1 - 2\text{ص}) + 4\text{ص} = 3$$

$$3 - 6\text{ص} + 4\text{ص} = 3$$

$$2\text{ص} = 0$$

$$\text{ص} = 0$$

بالتعويض في المعادلة الثانية ص = 0

$$\text{س} = 1$$

الحل، هو (1, 0)

$$(10) 1 - 2\text{س} = \text{ص}$$

$$8\text{س} - 4\text{ص} = 4$$

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ ص

$$\text{ص} = 1 - 2\text{س}$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية

$$8\text{س} - 4(1 - 2\text{س}) = 4$$

$$8\text{س} - 4 + 8\text{س} = 4$$

$$4 = 4$$

بما أن طرفي المعادلة تمثل متطابقة فلها عدد لا نهائي

من الحلول

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ ص

$$ص = 5 - 5$$

عوض في المعادلة الثانية عن ص = 5 س 5-

$$س + 3 = (5 - 5) 13 =$$

$$س + 15 = 15 - 13 =$$

$$14 س = 28$$

$$س = 2$$

بالتعويض في المعادلة الثانية س = 2

$$5 = (2) 5 - ص$$

$$5 = 10 - ص$$

$$ص = 5$$

الحل هو (2، 5)

$$(16) - 5 س + 4 ص = 20$$

$$10 س - 8 ص = 40$$

حل المعادلة الثانية بالنسبة لـ ص

$$8 ص = 10 س + 40$$

$$ص = \frac{5}{4} س + 5$$

عوض في المعادلة الثانية

$$10 س - 8 = () 40 =$$

$$10 س - 10 س = 40 - 40 =$$

$$40 = 40 -$$

طرفي المعادلة يمثلان متطابقة

النظام له عدد لا نهائي من الحلول

$$(13) ص = -3 س + 1$$

$$2 س + ص = 1$$

حل المعادلة الثانية بالنسبة لـ ص

$$ص = 1 - 2 س$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى:

$$2 س - 1 + 3 = 1 + 1 -$$

$$3 س - 2 س = 1 - 1 =$$

$$0 = س$$

المعادلة الثانية

$$2(0) + ص = 1$$

$$ص = 1$$

الحل هو (0، 1)

$$(14) 3 س + ص = -5$$

$$6 س + 2 ص = 10$$

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ ص

$$ص = 3 - 5$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية

$$6 س + 2 = (3 - 5) 10 =$$

$$6 س - 6 س = 10 - 10 =$$

$$10 = 10 -$$

لا يوجد حل للنظام

$$(15) 5 س - ص = 5$$

$$- س + 3 ص = 13$$

ج) إذا استمر التغير في الاتجاه نفسه، فهل يسجلان الزمن نفسه؟ استرغبنا

لا، لأن التمثيلين لا يتقاطعان

١٩) **تحد:** كان عدد المتطوعين في العمل الخيري في إحدى القرى ٦٠ متطوعاً، فإذا كانت نسبة الرجال إلى النساء ٧:٥، فأوجد عدد كل من الرجال والنساء المتطوعين.

$$س + ص = 660$$

$$7 س = 5 ص$$

$$س - 60 = ص$$

$$7 (-60 ص) = 5 ص$$

$$420 - 7 ص = 5 ص$$

$$420 = 12 ص$$

$$ص = 35$$

$$س - 60 = 35$$

$$س = 25$$

$$عدد النساء = 25 \quad عدد الرجال = 35$$

٢٠) **تبرير:** قارن بين حل نظام من معادلتين بكل من: طريقة التمثيل البياني، وطريقة التعويض.

حل نظام معادلتين بطريقة التمثيل البياني يستدعي التعويض في المعادلات بنقاط مختلفة للوصول إلى الرسم البياني المناسب ونوجد الحل من الرسم حيث تكون نقطة التقاطع.

أما حل نظام معادلتين بطريقة التعويض نوجد قيمة أحد المتغيرين بالنسبة للمتغير الآخر ثم نعوض به في المعادلة لتكون معادلة من متغير واحد يمكن حلها جيباً ثم نعوض بالقيمة في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة المتغير الآخر

٢١) **مسألة مفتوحة:** أنشئ نظاماً من معادلتين له حل واحد، ووضح كيف يمكن أن يعبر عن مسألة من واقع الحياة، وصف دلالة.

$$المعادلتين 2 س - ص = 3 \quad 5 ص - 3 س = 6$$

يعبر النظام عن معدل إنتاج مصنع خلال سنوات منذ بداية عمله.

حيث س هي عدد سنوات عمل المصنع و ص هي معدل الإنتاج

١٧) **سياحة:** يبين الجدول أدناه العدد التقريبي لزوار منطقتين سياحيتين في المملكة خلال عام ١٤٣٥ هـ ومعدل التغير بالآلاف خلال السنة الواحدة:

المنطقة	عدد الزوار	معدل التغير (بالآلاف في السنة الواحدة)
أ	٤٠,٣ ألفاً	زيادة ٠,٨
ب	١٧,٠ ألفاً	زيادة ١,٨

أ) عرّف المتغيرات، واكتب معادلة تمثل عدد زوار كل منطقة.

ب) إذا استمرت الزيادة بالمعدل نفسه، فبعد كم سنة تتوقع أن يصبح عدد الزوار متساوياً في المنطقتين؟

أ) س هي عدد زوار المنطقة، ص هي عدد السنوات

$$س = 0.8 + 40.3$$

$$س = 1.8 + 17$$

$$ب) 0.8 + 40.3 ص = 1.8 + 17$$

$$1.8 ص - 0.8 ص = 17 - 40.3$$

$$ص = 23.3 \text{ أي بعد 23 سنة و 3 أشهر}$$

تقريباً

١٨) **رياضة:** يبين الجدول المجاور الزمن المسجل للاعبين في سباقات العارثون خلال عامي ١٤٢٥ هـ، ١٤٣٠ هـ.

العام	اللاعب أ	اللاعب ب
١٤٢٥ هـ	١:٥١:٣٩	١:٥٤:٤٣
١٤٣٠ هـ	١:٤٩:٣١	١:٥٨:٠٣

أ) إذا سجل الزمن لكل منهما بالساعات والدقائق والثواني، فأعد كتابته إلى أقرب دقيقة.

العام	اللاعب أ	اللاعب ب
1425	112	115
1430	110	118

ب) إذا اعتبرنا العام ١٤٢٥ هـ صفراً، وافترضنا ثبات معدل التغير بعد عام ١٤٢٥ هـ، فاكتب معادلة تمثل الزمن المسجل (ص) لكل اللاعبين في أي عام (س).

$$ص = 0.4 س + 112$$

$$ص = 0.6 س + 115$$

$$(26) \text{ ص} = \text{س} + 5$$

$$\text{ص} = \text{س} - 2$$

$$\text{ص} = \text{س} + 5$$

$$\text{عند س} = 0 \text{ ص} = 5 \text{ النقطة } (5, 0)$$

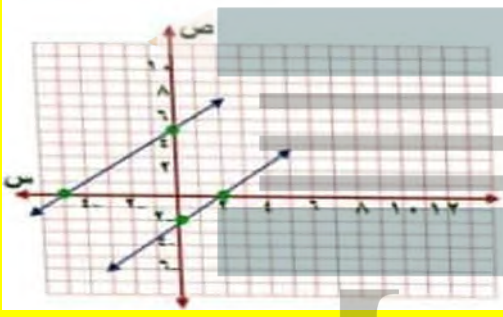
$$\text{ص} = 0 \text{ س} = -5 \text{ النقطة } (-5, 0)$$

$$\text{ص} = \text{س} - 2$$

$$\text{عند س} = 0 \text{ ص} = -2 \text{ النقطة } (0, -2)$$

$$\text{ص} = 0 \text{ س} = 2 \text{ النقطة } (2, 0)$$

بما أن المستقيمان متوازيان فالنظام ليس له حل



$$(27) \text{ ص} = \text{س} + 1$$

$$3\text{ص} + 3\text{س} = 3$$

$$\text{ص} = \text{س} + 1$$

$$\text{عند س} = 0 \text{ ص} = 1 \text{ النقطة } (1, 0)$$

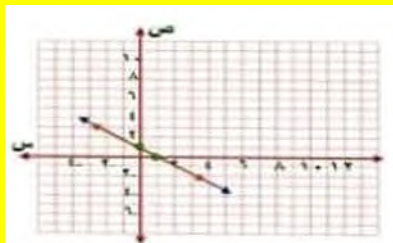
$$\text{ص} = 0 \text{ س} = 1 \text{ النقطة } (1, 0)$$

$$3\text{ص} + 3\text{س} = 3$$

$$\text{عند س} = 0 \text{ ص} = 1 \text{ النقطة } (1, 0)$$

$$\text{ص} = 0 \text{ س} = 1 \text{ النقطة } (1, 0)$$

بما أن المستقيمان منطبقان فالنظام له عدد لا نهائي من الحلول



(22) اكتب: وضح كيف تحدد الأفضل تعويضاً عند استعمال طريقة التعويض لحل نظام من معادلتين.

الأفضل تعويضاً هو المتغير الذي يكون معاملته يساوي 1

تحل المعادلة بالنسبة له ثم يعوض عنه في المعادلة الأخرى

(23) أي الأنظمة الآتية له حل واحد؟

$$(ج) \text{ ص} = \text{س} + 5$$

$$(أ) \text{ ص} = -3\text{س} + 4$$

$$10 = \text{ص} + 4\text{س}$$

$$-8 = \text{ص} - 2\text{س}$$

$$(د) \text{ ص} + \text{س} = 1$$

$$(ب) \text{ ص} - 2\text{س} = 8$$

$$\text{ص} = -3 - \text{س}$$

$$2\text{س} + 4 = 9$$

(24) ما مجموعة حل المعادلة: $2|f| = 16$ ، إذا كان ف عدداً صحيحاً؟

$$(ج) \{-8, 8\}$$

$$(أ) \{8, 0\}$$

$$(د) \{-8, 0, 8\}$$

$$(ب) \{0, 8\}$$

مثل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية بياناً، ثم حدد ما إذا كان له حل واحد أم عدد لا نهائي من الحلول أم ليس له حل، وإن كان له حل واحد فأكبه: (الدرس 14)

$$(25) \text{ ص} = 1$$

$$2\text{س} - \text{ص} = 7$$

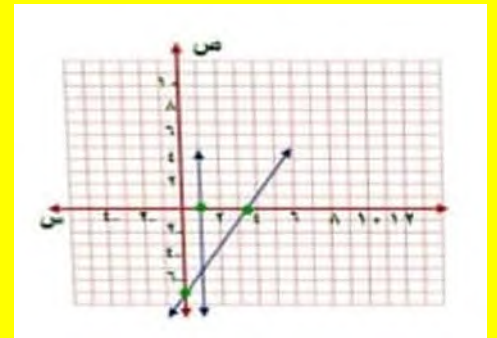
بما أن $\text{ص} = 1$ يتم رسم مستقيم يوازي محور الصادات

$$2\text{س} - \text{ص} = 7$$

$$\text{عند س} = 0 \text{ ص} = -7 \text{ النقطة } (0, -7)$$

$$\text{ص} = 0 \text{ س} = 3.5 \text{ النقطة } (3.5, 0)$$

لنظام حل واحد هو نقطة التقاطع $(1, -5)$



بسّط كلّاً من العبارات التالية بعد استعمال خاصية التوزيع:

$$(32) \quad 10 \text{ ب} + 5(3 + 9 \text{ ب})$$

$$10 \text{ ب} + 15 + 45 \text{ ب}$$

$$15 + 55 \text{ ب}$$

$$5(11 \text{ ب} + 3)$$

$$(33) \quad 5(3 \text{ ن} + 4) - 8 \text{ ن}$$

$$15 \text{ ن} + 20 - 8 \text{ ن}$$

$$15 \text{ ن} + 8 - 20$$

$$(34) \quad 2(7 \text{ ب} + 5) - 5(2 - 7 \text{ ب})$$

$$14 - 10 \text{ ب} + 10 \text{ ب} - 35$$

$$(14 - 10 \text{ ب} + 10 \text{ ب} - 35) + (10 \text{ ب} - 35)$$

$$4 - 25 \text{ ب}$$

حلّ كل متباينة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل:

$$(28) \quad 6 \text{ ف} + 1 \leq 11$$

$$6 \text{ ف} + 1 - 1 \leq 11 - 1$$

$$6 \text{ ف} \leq 10$$

$$\text{ف} \leq 2$$

مجموعة الحل {ف ≤ 2}

$$(29) \quad 24 < 18 - 18 + 2 \text{ ن}$$

$$24 < 18 - 18 + 2 \text{ ن}$$

$$2 < 6$$

$$3 < \text{ن}$$

مجموعة الحل {ن > 3}

$$(30) \quad 11 - \frac{2}{5} \text{ ف} + 5$$

$$55 - 2 \text{ ف} + 25$$

$$55 - 25 \leq 2 \text{ ف} + 25 - 25$$

$$80 - 2 \text{ ف}$$

$$40 \leq \text{ف}$$

مجموعة الحل: {ف ≥ 40}

(31) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين (1، 1)، (6، 1).

$$\frac{2}{2}$$

$$0 = \frac{0}{5} = \frac{1-1}{6-1} = \text{م}$$

$$\text{ص} = \text{م} + \text{ب}$$

$$\text{ب} = 1$$

المعادلة هي ص = 1