

(ب) ٣س - ٤ص = -١٠  
٥س + ٨ص = -٢

**أفهم:** لتحديد أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين انظر إلى معاملي كل حد

**خطط:** بما أن معاملي س، ص في المعادلتين ليسا متساويين أو متعاكسين، إذا لا يمكن استعمال الجمع أو الطرح لحذف أحد المتغيرين لذا استعمل الحذف بالضرب

**حل:** اضرب المعادلة الأولى في 2

$$6 \text{ س} - 8 \text{ ص} = -20$$

$$5 \text{ س} + 8 \text{ ص} = -2$$

$$11 \text{ س} = -22$$

$$\text{س} = -2$$

عوض عن س في المعادلة الأولى بـ -2

$$5(2-) + 8 \text{ ص} = -2$$

$$8 \text{ ص} = 8$$

$$\text{ص} = 1$$

الحل: (-2، 1)

$$(ج) \text{ س} - \text{ص} = 9$$

$$7 \text{ س} + \text{ص} = 7$$

**أفهم:** لتحديد أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين انظر إلى معاملي كل حد

**خطط:** بما أن معاملي ص في إحدى المعادلتين معكوسا جميعا لمعاملها في المعادلة الأخرى إذا استعمل الحذف بالجمع



تطبيقات على النظام المكون من معادلتين خطيتين

**تحقق من فهمك**

$$(أ) \quad 5 \text{ س} + 7 \text{ ص} = 2$$

$$-2 \text{ س} + 7 \text{ ص} = 9$$

**أفهم:** لتحديد أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين انظر إلى معاملي كل حد

**خطط:** بما أن معاملي ص في المعادلتين متساويين، إذا يمكن استعمال الحذف بالطرح

**حل:**

$$5 \text{ س} + 7 \text{ ص} = 2$$

$$-2 \text{ س} + 7 \text{ ص} = 9$$

$$7 \text{ س} = 7$$

$$\text{س} = 1$$

عوض عن س في المعادلة الأولى بـ 1

$$5(1-) + 7 \text{ ص} = 2$$

$$7 \text{ ص} = 7$$

$$\text{ص} = 1$$

الحل: (1، 1)

(٢) **تطوع:** تطوع سعيد لعمل خيري مدة ٥٠ ساعة، ويخطط لتطوع ٣ ساعات في كل أسبوع من الأسابيع القادمة، أما أسامة فهو متطوع جديد يخطط لتطوع ٥ ساعات في كل أسبوع؛ أكتب نظاماً من المعادلات وحله لإيجاد بعد كم أسبوع يصبح عدد الساعات التي تطوع بها كل من أسامة وسعيد متساوياً.

افترض أن عدد الساعات ص وعدد الأسابيع س

$$\text{ص} = 3\text{س} + 50$$

$$\text{ص} = 5$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$5\text{س} = 3\text{س} + 50$$

$$2\text{س} = 50$$

$$\text{س} = 25$$

عوض عن س في المعادلة الثانية

$$\text{ص} = 5$$

$$\text{ص} = 125 = 25 \times 5$$

بعد 25 أسبوعاً ستساه ص عدد ساعات التطه ٦ لكلاهما

حدّد أفضل طريقة لحل كل نظام فيما يأتي، ثمّ حله:

$$(١) \quad 2\text{س} + 3\text{ص} = 11$$

$$8\text{س} - 5\text{ص} = 9$$

بما أن معاملات المتغيرات ليست متساوية ولا معكوسة ولا معاملها واحد إذا استعمل الحذف بالضرب

اضرب المعادلة الأولى في 4

$$8\text{س} + 12\text{ص} = 44$$

$$8\text{س} - 5\text{ص} = 9$$

$$7\text{ص} = 35$$

$$\text{ص} = 5$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية

$$8\text{س} - 5(5) = 9$$

$$8\text{س} = 34$$

$$\text{س} = 2$$

الحل: (2، -5)

حل:

$$\text{س} - \text{ص} = 9$$

$$7\text{س} + \text{ص} = 7$$

$$8\text{س} = 16$$

$$\text{س} = 2$$

عوض عن س في المعادلة الثانية

$$7(2) + \text{ص} = 7$$

$$\text{ص} = -7$$

الحل: (2، -7)

$$(١) \quad 5\text{س} - \text{ص} = 17$$

$$3\text{س} + 2\text{ص} = 5$$

**أفهم:** لتحديد أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين انظر إلى معاملي كل حد

**خطّ:** بما أن معاملي س، ص في المعادلتين ليسا متساويين أو متعاكسين، إذا لا يمكن استعمال الجمع أو الطرح لحذف أحد المتغيرين لذا استعمل الحذف بالضرب

**حل:** حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ ص

$$\text{ص} = 5\text{س} - 17$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية

$$3\text{س} + 2(5\text{س} - 17) = 5$$

$$3\text{س} + 10\text{س} - 34 = 5$$

$$13\text{س} = 39$$

$$\text{س} = 3$$

عوض عن س في المعادلة الأولى

$$\text{ص} = 5 - 17(3) = -2$$

الحل: (3، -2)

$$(٤) ٣س + ٧ص = ٤$$

$$٥س - ٧ص = ١٢$$

بما أن معامل ص في إحدى المعادلتين معكوس للمعادلة الأخرى إذا اجمع المعادلتين

$$٨س = ٨$$

$$١س = ١$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$٣(١-٧ص) + ٧ص = ٤$$

$$٧ص = ٧$$

$$١ = ١$$

الحل: (١، ١)

$$(٢) ٣س + ٤ص = ١١$$

$$٢س + ص = ١$$

بما أن معامل ص في المعادلة الثانية واحد استعمل التعويض

حل المعادلة الثانية بالنسبة لـ ص

$$٢س - ١ = ٢س$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$٣س + ٤(٢س - ١) = ١١$$

$$٣س - ٨س = ٤ - ١١$$

$$٥س = ٧$$

$$٣س = ٣$$

عوض عن س في المعادلة الثانية

$$٢(٣ - ١) + ص = ١$$

$$٥ = ٥$$

$$(٣) ٣س - ٤ص = ٥$$

$$٣س + ٢ص = ٣$$

بما أن معاملي س في المعادلتين كلاهما معكوس الآخر اجمع المعادلتين

$$٢س - ٢ص = ٢$$

$$١ص = ١$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$٣س - ٤(١) = ٥$$

$$٣س = ٩$$

$$٣س = ٣$$

الحل: (١، ٠.٣)

(٥) تسوق: اشترى عبدالله ٤ كراسات و ٣ حقائب بمبلغ ١٨١ ريالاً، واشترى عبدالرحمن كراسة وحقيبتين بمبلغ ٩٤ ريالاً.

(أ) اكتب نظاماً من معادلتين يمكنك استعماله لتمثيل هذا الموقف.

(ب) حدد أفضل طريقة لحل هذا النظام.

(ج) حل النظام.

(أ) افترض الكراسات س والحقائب ص

$$٤س + ٣ص = ١٨١$$

$$٢س + ٢ص = ٩٤$$

(ب) بما أن معاملات المتغيرات ليست معكوسة ولا مساوية إذا لا يصلح استخدام الجمع أو الطرح ولكن معامل س في المعادلة الثانية واحد إذا استعمل التعويض

(ج) حل المعادلة الثانية بالنسبة لـ ص

$$٢س - ٢ص = ٩٤$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$٤س + ٣(٢س - ٩٤) = ١٨١$$

$$٨س + ٦ص = ٣٧٦$$

$$٨س + ٦ص = ٣٧٦$$

س = 1

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$5 (1) + 8 = 1$$

$$8 = 4$$

$$ص = \frac{1}{2} - \frac{4}{8}$$

$$\text{الحل: } (1, -\frac{1}{2})$$

5- ص = 195

ص = 39

عوض عن ص في المعادلة

$$س = 2 - (39) + 94$$

$$س = 78 - 94$$

$$س = 16$$

حدّد أفضل طريقة لحل كل نظام فيما يأتي، ثم حلّه:

$$(6) \quad 3س - 4ص = 5$$

$$-3س - 6ص = 5$$

بما أن معاملي س في المعادلتين كلاهما معكوس الآخر  
اجمع المعادلتين

$$10- ص = 10-$$

$$ص = 1$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$3 س - 4 (1) = -5$$

$$س = \frac{1}{3} - \frac{1}{3}$$

$$\text{الحل: } (-\frac{1}{3}, 1)$$

$$(7) \quad 5س + 8ص = 1$$

$$-2س + 8ص = 6$$

بما أن معامل ص في المعادلتين متساوي إذا اطرح  
المعادلتين

$$5 س + 8 ص = 1$$

$$-2 س + 8 ص = 6$$

$$7 س = 7$$

$$(8) \quad 8 ص + 4 س = 3$$

$$ص = -4 س - 1$$

بما أن المعادلة الثانية محلولة بالنسبة لـ ص

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$-4 س - 1 + 4 س = 3$$

$$-1 = 3$$

ليس لها حل

(9) سكان: بلغ مجموع عدد سكان محافظة خميس مشيط وبيشة (في أحد الأعوام) نحو ٧٢٠ ألفاً، فإذا علمت أن عدد سكان خميس مشيط يقل بمقدار ٨٠ ألفاً عن ثلاثة أمثال عدد سكان بيشة، فاكتب نظاماً من معادلتين وحله لإيجاد عدد سكان كل محافظة منهما.

افترض أن محافظة خميس مشيط س، محافظة بيشة ص

$$س + 720 = 720$$

$$3 ص - 80 = 80$$

$$4 ص = 800$$

$$ص = 200$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$س + 200 = 720$$

$$س = 520$$

عدد سكان محافظة خميس مشيط = 520 ألف

عدد سكان محافظة بيشة = 200 ألف

(١٠) **أثار:** يبلغ مجموع مساحتي قصر ابن شعلان في القريات وقصر صاهود في الأحساء نحو ١٣٠٠٠ متر مربع، وتزيد مساحة قصر صاهود على مثلي مساحة قصر ابن شعلان بنحو ٤٠٠٠ متر مربع، أوجد مساحة كل قصر منهما.

افترض أن مساحة قصر بن شعلان س، مساحة قصر صاهود ص

$$س + ص = 13000$$

$$2- س + ص = 4000 \text{ اطرح المعادلتين}$$

$$3 س = 9000$$

$$س = 3000$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$3000 + ص = 13000$$

$$ص = 10000$$

مساحة قصر بن شعلان = 3000 متر مربع

، مساحة قصر صاهود = 10000 متر مربع

(١١) تعرف نقطة التعادل بأنها النقطة التي يتساوى فيها الدخل مع المصاريف، فإذا دفعت دار النشر ١٣٢٠٠ ريال لإعداد كتاب و ٢٥ ريالاً تكاليف طباعة النسخة الواحدة، فما عدد النسخ التي يتعين بيعها لتخطي نقطة التعادل، علماً أنها تباع النسخة الواحدة بمبلغ ٤٠ ريالاً؟ فسر إجابتك.

$$ص = 13200 + 25 س$$

$$ص = 40 س$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$40 س = 13200 + 25 س$$

$$15 س = 13200$$

$$س = 880$$

$$40 \times 880 = 35200 \text{ ريال}$$

عدد النسخ اللازم بيعها لتخطي نقطة التعادل = 880 نسخة

(١٢) **تدوير:** يقوم محمد وصالح بتجميع الودق والبلاستيك المستعمل وبيعه من أجل إعادة تدويرها كحطب في المدارس المقابل، وحصل محمد على ٣٣ ريالاً وطالعه على ٥٠ ريالاً مقابل ذلك.

(أ) عين المتغيرات، واكتب نظاماً من معادلتين خطيتين لهذا الموقف.

(ب) ما سعر الكيلوجرام الواحد من البلاستيك؟

الكتلة المعاد تدويرها (كجم)		المادة
صالح	محمد	
٩	٩	البلاستيك
١١٥	٣٠	الورق

(أ) افترض البلاستيك س والورق ص

$$9 س + 30 ص = 33$$

$$9 س + 115 ص = 50$$

(ب) اطرح المعادلتين

$$85- ص = 17-$$

$$ص = 0.2$$

عوض عن ص في إحدى المعادلتين

$$9 س + 30 (0.2) = 33$$

$$9 س = 27$$

$$س = 3$$

سعر كيلو البلاستيك = 3 ريالات

(١٣) **مكتبات:** تقدم إحدى المكتبات عرضاً؛ فتبيع الكتاب ذا الغلاف المقوى والمجلد ب ٤٠ ريالاً والكتاب غير المجلد ب ٣٠ ريالاً، فإذا دفع عبد الحكيم ٢٩٠ ريالاً ثمناً لـ ٨ كتب، فما عدد الكتب المجلدة التي اشترها؟

افترض أن عدد الكتب المجلدة س، والغير مجلدة ص

$$40 س + 30 ص = 290$$

$$س + ص = 8$$

حل المعادلة بالنسبة لـ ص

$$ص = 8 - س$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$40 \text{ س} + 30 (- \text{س}) = 290$$

$$40 \text{ س} - 30 \text{ س} = 290$$

$$10 \text{ س} = 50$$

$$\text{س} = 5$$

عدد الكتب المجلدة = 5 كتب

(١٤) قيادة سيارات: قاد فارس سيارته مسافة ٩٠ كيلومترًا، وكان معدل سرعة السيارة (ر) كلم في الساعة، وفي رحلة العودة نقصت حركة السيارة، فأصبحت سرعة السيارة  $(\frac{3}{4} \text{ ر})$  كلم في الساعة، فإذا استغرقت الرحلة كاملة ساعة و٤٥ دقيقة، فأوجد معدل سرعة السيارة في كل من رحلتي الذهاب والإياب.

المعادلة 1

$$90 = \text{ر} \times \text{ن}_1$$

$$90 = \frac{3}{4} \text{ ر} \times \text{ن}_2$$

$$90 \times \frac{3}{4} = \text{ر} \times \text{ن}_2$$

$$120 = \text{ر} \times \text{ن}_2$$

المعادلة 2+1

$$210 = \text{ر} (\text{ن}_1 + 2 \text{ن}_2)$$

$$210 = \text{ر} \times 1.75$$

الذهاب

$$\text{ر} = 120 \text{ كلم/ساعة}$$

العودة

$$\text{ر} = 90 \times \frac{3}{2} = 135 \text{ كلم/ساعة}$$

المعادلة 2

(١٦) **تنبيه:** في نظام من معادلتين إذا كان س يمثل الزمن المستغرق في قيادة دراجة هوائية، ص تمثل المسافة المقطوعة، وحل النظام هو  $(-1, 7)$ ، فاستعمل هذه المسألة للمناقشة أهمية تحليل الحل وتفسيره في سياق المسألة.

عليك أن تتحقق دائما من الإجابة للتأكد من أنها منطقية في سياق المسألة الأصلية وإلا فإنها تكون غير صحيحة. فالحل  $(-1, 7)$  غير صحيح لأن الوقت لا يمكن أن يكون سالب. لذا يجب إعادة الحل.

(١٧) **تحذير:** حل نظام المعادلتين الآتي باستعمال ثلاث طرائق مختلفة، ووضح خطوات الحل:

$$4 \text{ س} + 13 \text{ ص} = 13$$

$$6 \text{ س} - 7 \text{ ص} = 7$$

**الطريقة 1:**

بما أن معاملي ص في المعادلتين كلاهما معكوس الآخر اجمع المعادلتين

$$10 \text{ س} = 20$$

$$\text{س} = 2$$

عوض عن س في المعادلة الثانية

$$6(2) - 7 \text{ ص} = 7$$

$$\text{ص} = 5$$

الحل:  $(2, 5)$

اشترك 200 طالب من الصف الثالث في النشاط الصيفي وكان مثلي طلاب النشاط الفني يزيد عن ثلاثة أمثال مشترك في النشاط الرياضي بـ 15 طالب فكم عدد المشتركين في كل نشاط

(١٥) **مسألة مفتوحة:** كون نظامًا من معادلتين يمثل موقفًا في الحياة، وصف الطريقة التي تستعملها لحل هذا النظام، ثم حله وتفسره معناه.

(١٩) أي أنظمة المعادلات الآتية يختلف عن الأنظمة الثلاثة الأخرى؟

$$\begin{cases} \text{ص} - \text{س} = 4 \\ \text{س} + \text{ص} = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{ص} - \text{س} = 4 \\ \text{س} + \text{ص} = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{ص} - \text{س} = 4 \\ \text{ص} = \frac{2}{\text{س}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{ص} + \text{س} = 1 \\ \text{ص} = 3\text{س} \end{cases}$$

النظام المختلف هو النظام الثنائي لأنه الوحيد الذي لا يمثل نظام من معادلتين خطيتين

(٢٠) اكتب: وضح متى يكون التمثيل البياني أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين، ومتى تكون الطريقة الجبرية أفضل؟

يكون التمثيل البياني أمثل طريقة للحل في حالة طلب تقدير للحل أي غير دقيق لأنه في الغالب إجابته غير دقيقة.

أما في حالة الطريقة الجبرية يكون في حالة طلب الإجابة دقيقة فيكون الحل بإحدى طرق الحذف بالجمع أو الطرح أو الضرب على حسب معادلات النظام

(٢١) إذا كان  $\text{ص} + 5 = 12$ ،  $\text{ص} - 5 = 17$ ، فما قيمة ص؟

(د) -3

(ج) 1

(ب) 3

(أ) -1

(٢٢) أي أنظمة المعادلات الآتية يمثل الشكل المجاور حلاً له؟

$$\begin{cases} \text{ص} = 5 - \text{س} \\ \text{ص} = 3 + \text{س} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{ص} = 5 - \text{س} \\ \text{ص} = 2 + \text{س} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{ص} = 3 + \text{س} \\ \text{ص} = 2 - \text{س} \end{cases}$$

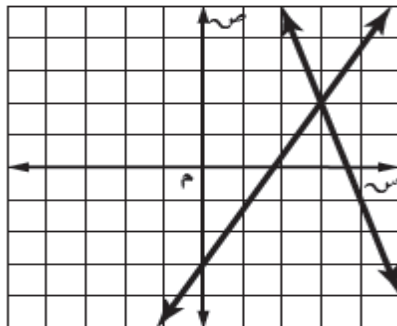
$$\begin{cases} \text{ص} = 3 + \text{س} \\ \text{ص} = 5 - \text{س} \end{cases}$$

$$\text{ص} = 3 + 2\text{س}$$

$$\text{ص} = 2 + 7\text{س}$$

$$\text{ص} = 2 - 5\text{س}$$

$$\text{ص} = 3 - 5\text{س}$$



## الطريقة 2:

استخدم التعويض

$$\text{ص} = 4 - \text{س} \quad \text{ص} = 13$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية

$$6\text{س} - (4 - \text{س}) = 7$$

$$6\text{س} + 4 - \text{س} = 13$$

$$10\text{س} = 20$$

$$\text{س} = 2$$

عوض عن س في المعادلة الأولى

$$\text{ص} = 4 - (2) = 2$$

$$\text{ص} = 5$$

الحل: (2, 5)

بيانياً:

$$4\text{س} + \text{ص} = 13$$

$$\text{عند س} = 0 \quad \text{ص} = 13 \quad \text{النقطة } (0, 13)$$

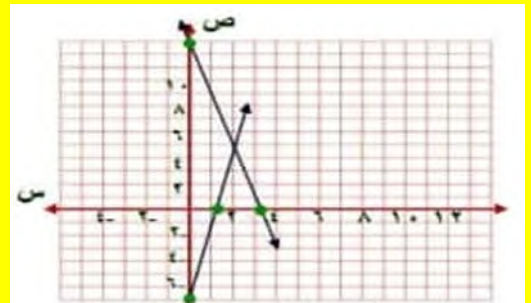
$$\text{ص} = 0 \quad \text{س} = 3.25 \quad \text{النقطة } (3.25, 0)$$

$$6\text{س} - \text{ص} = 7$$

$$\text{عند س} = 0 \quad \text{ص} = -7 \quad \text{النقطة } (0, -7)$$

$$\text{عند ص} = 0 \quad \text{س} = 1.2 \quad \text{النقطة } (1.2, 0)$$

نقطة التقاطع (2, 5)



(١٨) اكتب سؤالاً: يدعي أحد الطلاب أن الحذف هو أفضل طريقة لحل أنظمة المعادلات، اكتب سؤالين فيه خطأ هذا الادعاء.

هل يمكن أن تكون هناك طريقة أخرى أفضل إذا كانت إحدى المعادلتين على الصورة

$$\text{ص} = \text{س} + \text{ب} ?$$



$$(٢٥) \text{ س } ٤ + \text{ ص } ٢ = ١٠$$

$$\text{س } ٥ - \text{ ص } ٣ = ٧$$

بما أن معاملات المتغيرات ليست متساوية ولا معكوسة ولا معاملها واحد إذا استعمل الضرب لحل النظام

اضرب المعادلة الأولى في 3 والمعادلة الثانية في 2

$$12 \text{ س } + 6 \text{ ص } = 30$$

$$10 \text{ س } - 6 \text{ ص } = 14$$

$$22 \text{ س } = 44$$

$$\text{س } = 2$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$4 (2) + 2 \text{ ص } = 10$$

$$2 \text{ ص } = 2$$

$$\text{ص } = 1$$

الحل: (2, 1)

$$(٢٦) \text{ حل المتباينة: } | \text{س} - ٢ | \geq ٣.$$

$$\text{س} - 2 \geq 3 \quad \text{أو} \quad \text{س} - 2 \leq -3$$

$$\text{س} \geq 5 \quad \text{س} \leq -1$$

مجموعة الحل:  $\{ \text{س} \geq 5 \text{ أو } \text{س} \leq -1 \}$

حل كل معادلة فيما يأتي:

$$(٢٧) ٥ = ٤ - \text{ت}$$

$$7 + 5 = 4 - \text{ت}$$

$$12 = 4 - \text{ت}$$

$$\text{ت} = 3$$

حل كل نظام فيما يأتي مستعملًا طريقة الحذف:

$$(٢٣) \text{ س } + \text{ ص } = ٣$$

$$\text{س } - ٤ \text{ ص } = ١٢$$

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ س

$$\text{س} = 3 - \text{ص}$$

عوض عن س في المعادلة الثانية

$$3 (- \text{ص} + 3) - 4 \text{ ص } = 12$$

$$-3 \text{ ص } + 9 - 4 \text{ ص } = 12$$

$$-7 \text{ ص } = 21$$

$$\text{ص} = 3$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$\text{س} = 3 + 3 = 6$$

الحل: (3, 0)

$$(٢٤) - \text{س} + ٤ \text{ ص } = ٠$$

$$٢ \text{ س } - ٣ \text{ ص } = ١٦$$

بما أن معاملات المتغيرات ليست متساوية ولا معكوسة ولا معاملها واحد إذا استعمل الضرب لحل النظام

اضرب المعادلة الثانية في 2

$$-4 \text{ س } + 2 \text{ ص } = 0$$

$$4 \text{ س } - 6 \text{ ص } = 32$$

$$-4 \text{ ص } = 32$$

$$\text{ص} = -8$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية

$$2 \text{ س } - 3 (-8) = 16$$

$$2 \text{ س } = 8$$

$$\text{س} = 4$$

الحل: (4, -8)



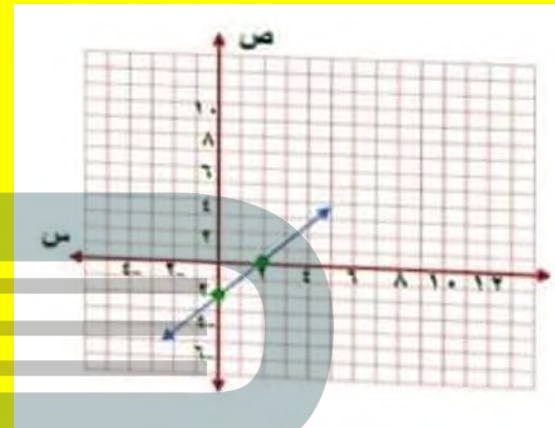
$$(28) \quad 19 = 10 + 3s$$

$$10 - 19 = 10 - 10 + 3s$$

$$9 = 3s$$

$$3 = s$$

$$(29) \quad \text{حل المعادلة: } 6 = 4 + 2s \text{ بيانياً.}$$



$$6 = 4 + 2s$$

$$6 - 6 = 6 - 4 + 2s$$

$$0 = 2 - 2s$$

$$2 = 2s \quad \text{د(س) = 2}$$

$$\text{عند } s = 0 \quad \text{د(س) = 2} \quad \text{النقطة } (0, 2)$$

$$\text{د(س) = 0} \quad s = 2 \quad \text{النقطة } (2, 0)$$